

1 Hustota a koncentrácia

1. Odvodte vzťah medzi hustotou látky a koncentráciou jej častíc na jednotku objemu.

Riešenie

Ide o spojenie definícií látkového množstva a hustoty. Označme koncentráciu n , mólovú hmotnosť M a hustotu ρ . Platí priama úmera:

1 mól látky obsahuje vždy N_A častíc a má hmotnosť Mg
1 cm^3 látky bude obsahovať n častíc a má hmotnosť ρg

$$\frac{n}{N_A} = \frac{\rho}{M} \Rightarrow n = \frac{N_A \rho}{M}$$

Komentár

- Aký je význam podielu ρ/M ? ρ je hmotnosť určitého množstva látky zaberajúceho jednotkový objem a M je hmotnosť jedného mólu látky, t.j. **jednotkového množstva látky**. Podiel ρ/M teda predstavuje látkové množstvo, ktoré „sa zmestí“ do hmotnosti ρ . Toto látkové množstvo vynásobené Avogadrovou konštantou potom predstavuje hľadaný počet častíc v jednotkovom objeme. Presne to isté platí aj pre podiel n/N_A .
- Urobte rozmerovú analýzu výsledku:

$$\frac{n}{N_A} = \frac{\rho}{M} \Rightarrow n[1/cm^3] = \frac{N_A[1/mól]\rho[g/cm^3]}{M[g/mól]}$$

2. Vypočítajte koncentráciu častíc čistej vody s hustotou $\rho = 1g/cm^3$. Koncentráciu vyjadrite ako počet molekúl vody v jednotke objemu vody. Potom vypočítajte počet častíc v $\frac{1}{2}$ dl čistej vody.

Riešenie

Použijeme vzťah z predchádzajúceho príkladu, pričom mólová hmotnosť vody je $18.01528g/mól$.

$$n = \frac{N_A \rho}{M} = \frac{1 \times 6.022 \times 10^{23}}{18.01528} = 3.3427 \times 10^{22} \text{ častíc/cm}^3$$

V tomto prípade je časticou vody jej molekula. Prečo? S čím to súvisí?

0.5dl vody = 5cl = 50ml = 50cm³. Počet molekúl v 0.5dl vody bude 50×3.3427×10²² = 16.7136×10²³.

3. Vypočítajte koncentrácie hliníka (Al) ako reprezentanta „ľahkého“ materiálu a olova (Pb) ako reprezentanta „ťažkého“ materiálu.

Riešenie

Použijeme rovnaký vzťah z predchádzajúceho príkladu, pričom potrebné hodnoty vyhľadáme v PTP. Pre hliník (Al):

$$n = \frac{N_A \rho}{M} = \frac{2.7 \times 6.022 \times 10^{23}}{26.9815386} = 6.0261 \times 10^{22} \text{ častíc/cm}^3$$

Periodic Table of the Elements		
13 Al	Nat. Wgt. = 26.982 MAI Mass= 27 MAI Wgt.= 26.982	Density = 2.702 g/cm3 Atom Dens. = 6.031E+22 at/cm3 Heat Subl. = 3.36 eV Fermi Vel. = 0.905 eV
IA	Aluminum	VIII
H IA	III B IV B VB VIB VIIB He	

Pre olovo (Pb):

$$n = \frac{N_A \rho}{M} = \frac{11.34 \times 6.022 \times 10^{23}}{207.2} = 3.296 \times 10^{22} \text{ častíc/cm}^3$$

Periodic Table of the Elements		
82 Pb	Nat. Wgt. = 207.19 MAI Mass= 208 MAI Wgt.= 207.977	Density = 11.3437 g/cm3 Atom Dens. = 3.297E+22 at/cm3 Heat Subl. = 2.03 eV Fermi Vel. = 0.849 eV
IA	Lead	VIII
H IA	III B IV B VB VIB VIIB He	

4. Vypočítajte a porovnajte koncentrácie atómov uhlíka v grafitě a diamante.

Riešenie

Uhlík kryštalizuje v dvoch rôznych kryštalografických sústavách. V závislosti od toho vytvára buď grafit (hexagonálna mriežka, hustota 2,09 – 2,23g/cm³) alebo diamant (kubická mriežka, hustota 3,5 – 3,53g/cm³). Použijeme rovnaký vzťah ako v predchádzajúcom príklade, pričom molárna hmotnosť uhlíka je 12.0107g/mól. Hustotu grafitu uvažujme 2.1g/cm³ a hustotu diamantu uvažujme 3.5g/cm³. Po dosadení číselných hodnôt dostaneme pre grafit:

$$n = \frac{N_A \rho}{M} = \frac{2.1 \times 6.022 \times 10^{23}}{12.0107} = 1.0529 \times 10^{23} \text{ častíc/cm}^3$$

a pre diamant:

$$n = \frac{N_A \rho}{M} = \frac{3.5 \times 6.022 \times 10^{23}}{12.0107} = 1.7549 \times 10^{23} \text{ častíc/cm}^3$$

5. Vypočítajte objem jedného mólu plynu pri atmosférickom tlaku (1atm) a teplote 0°C (273K).

Riešenie

Použijeme poznatky z predchádzajúcich príkladov a stavovú rovnicu ideálneho plynu v tvare: $p=nkT$, kde p je tlak v [Pa], n je koncentrácia v [m⁻³], k je Boltzmannova konštanta a T je teplota v [K]. Boltzmannova konštanta má podľa <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/> hodnotu $1.38064852 \times 10^{-23}$ J/K. Po dosadení číselných hodnôt dostaneme pre koncentráciu $n=p/(kT)$ hodnotu 267.9635×10^{23} častíc/m³. Platí priama úmera:

267.9635×10^{23} častíc zaberá objem 1m³

N_A častíc (1mól) zaberá objem V

$$V[\text{m}^3] = \frac{N_A}{n} = \frac{6.022 \times 10^{23}}{267.9635 \times 10^{23}} = 0.02247 \text{m}^3 = 22.4 \text{ litra}$$

Komentár

- Platí obecné pravidlo, že **jeden mól ľubovoľného plynu zaberá** pri atmosférickom tlaku a teplote 0°C **objem 22.4 litra**.
- Pri inej teplote, resp. pri inom tlaku treba urobiť korekciu podľa stavovej rovnice ideálneho plynu $pV/T = \text{konšt.}$
- Urobte rozmerovú kontrolu rovnice $p = nkT$: $p[\text{N/m}^2] = n[1/\text{m}^3]k[\text{J/K}]T[\text{K}] = nkT[\text{J/m}^3] = nkT[\text{Nm/m}^3] = nkT[\text{N/m}^2]$.

6. Vypočítajte hustotu vzduchu (pri atmosférickom tlaku a teplote 0°C).

Riešenie

Použijeme definičný vzťah pre hustotu:

$$\rho = \frac{M}{22.4 \times 10^3}$$

Za molárnu hmotnosť vzduchu dosadíme (pozri predchádzajúce cvičenie):

$$M_{\text{vzduch}} = 0.2 \times 31.998 + 0.8 \times 28.014 = 28.811 \text{ g}$$

$$\rho = \frac{28.8105}{22.4 \times 10^3} = 1.286 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$$

7. Obsah CO vo vzduchu je 9 ppm. Vyjadrite toto množstvo v:

- percentách
- v mg/m^3 pri tlaku 10^5 Pa a 0°C
- v mg/m^3 pri tlaku 10^5 Pa a teplote 25°C

Riešenie

Odvoďme najprv všeobecne prevod medzi koncentráciou v jednotkách ppm a mg/m^3 . Uvažujme koncentráciu c ppm. To znamená, že v 1 m^3 vzduchu sa nachádza $c \times 10^{-6} \text{ m}^3$ prímiesi.

Potrebuje zistiť hmotnosť tejto prímеси, aby sme dostali koncentráciu v mg/m^3 . Platí priama úmera:

1 mól plynu zaberá objem $22.4 \text{ litra} = 22.4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ a váži $M \text{ g}$
 x mólov zaberá objem $c \times 10^{-6} \text{ m}^3$ a váži $Mx \text{ g}$

Hmotnosť prímеси v mg teda bude $Mx \times 10^3$, pričom x vypočítame z priamej úmery ako $x = c \times 10^{-6} \text{ m}^3 / 22.4 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = c \times 10^{-3} / 22.4$. Výraz $c \times 10^{-3} / 22.4$ predstavuje **látkové množstvo prímеси**. Jej hmotnosť potom bude $M \times c \times 10^{-3} \times 10^3 / 22.4 = M \times c / 22.4 \text{ mg}$. Výsledný prevodový vzťah medzi koncentráciou v [ppm] a $[\text{mg}/\text{m}^3]$ bude:

$$c[\text{mg}/\text{m}^3] = \frac{M \times c[\text{ppm}]}{22.4}$$

ppm znamená relatívnu koncentráciu 10^{-6} jednotiek na 1 jednotku. Percento je 10^{-2} jednotiek na 1 jednotku. ppm preto znamená $10^{-4}\%$ a 9 ppm bude $9 \times 10^{-4}\%$.

Po dosadení 9 ppm do prevodového vzťahu dostaneme:

$$c[\text{mg}/\text{m}^3] = \frac{M \times c[\text{ppm}]}{22.4} = \frac{(12.0107 + 15.9994) \times 9}{22.4} = 11.25 \text{ mg}/\text{m}^3$$

Pri teplote 25°C (a zachovaní toho istého tlaku) sa plyn rozťahne, takže to isté množstvo plynu zaberie väčší objem, resp. do toho istého objemu sa zmestí pri vyššej teplote a tom istom tlaku menšie množstvo plynu. Menšie množstvo plynu bude mať aj úmerne menšiu hmotnosť, a to v pomere teplôt [v Kelvinoch] $273/(273+25)$. Koncentrácia CO vo vzduchu pri 25°C bude preto $11.25 \times 273/298 = 10.31 \text{ mg}/\text{m}^3$.

Komentár

- Treba si teda uvedomiť, že pri zmene teploty napríklad v súvislosti so zmenou ročných období alebo medzi dňom a nocou sa budú meniť aj koncentrácie prímеси v jednotkách mg/m^3 .

8. Výfukové plyny z auta obsahujú asi 1% CO. Vyjadrite túto koncentráciu v mg/m^3 pri teplote 25°C .

Riešenie

Postup bude analogický ako v predchádzajúcom príklade:

$$c[\text{mg}/\text{m}^3] = \frac{(12.0107 + 15.9994) \times 10^4}{22.4} \times \frac{273}{298} = 11.455 \text{g}/\text{m}^3$$

9. Priemerná koncentrácia SO₂ je 400μg/m³ pri atmosférickom tlaku a teplote 25°C. Vyjadrite túto koncentráciu v jednotkách ppm.

Riešenie

V tomto prípade musíme „otočiť“ vzťah z predchádzajúceho príkladu:

$$c[\text{ppm}] = \frac{22.4 \times c[\text{mg}/\text{m}^3]}{M} \times \frac{298}{273} = \frac{22.4 \times 0.4}{(32.065 + 31.9988)} \times \frac{298}{273} = 0.153 \text{ppm}$$

10. Pri štandardnej kvalite vzduchu je obsah ozónu O₃ približne 0.08ppm. Vyjadrite toto množstvo v jednotkách μg/m³ pri atmosférickom tlaku a teplotách 20°C a mínus 30°C.

Riešenie

Použijeme známy prevodový vzťah:

$$c[\mu\text{g}/\text{m}^3] = \frac{(3 \times 15.9994) \times 0.08 \times 10^3}{22.4} \times \frac{273}{293} = 159.7 \mu\text{g}/\text{m}^3$$

$$c[\mu\text{g}/\text{m}^3] = \frac{(3 \times 15.9994) \times 0.08 \times 10^3}{22.4} \times \frac{273}{243} = 192.6 \mu\text{g}/\text{m}^3$$