

# **PRENOS HMOTY A ENERGIE**

## **ZÁKONY ZACHOVANIA**

Literatúra:

Prof. Ing. Jozef Sitek, DrSc., Ing. Jarmila Degmová, PhD.  
Environmentalistika, skriptum, Nakladateľstvo FEI STU, 2015.

SK17 – SK27

EN17 – EN27

# Koncentrácia v kvapalinách a v pevných látkach

Pojem **koncentrácia,  $c$** , má niekoľko významov. Vo fyzike spravidla znamená **počet častíc v objemovej jednotke látky**. Touto objemovou jednotkou je najčastejšie  **$\text{cm}^3$**  alebo  **$\text{m}^3$** . V prípade kvapalín a pevných látok, koncentrácia súvisí s **hustotou** danej látky a s **Avogadrovým číslom** nasledovne:

M g látky ..... 1 mól ..... obsahuje  $N_A$  častíc  
 $\rho$  g látky .....  $1 \text{ cm}^3$  ..... obsahuje  $c$  častíc

---

$$\text{Z toho } c = N_A \frac{\rho}{M} = \frac{\rho}{Mu} \text{ rozmerová kontrola}$$

V prípade kvapalín a pevných látok možno tento výraz vždy vyčíslit', keďže kvapaliny a pevné látky sú **nestlačiteľné**, a teda ich **hustota,  $\rho$** , je vždy definovaná.

# Údaje o atómových hmotnostiach získame z Mendelejevovej PTP

Group	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Period																		
1	1 <b>H</b> 1.008																	2 <b>He</b> 4.0026
2	3 <b>Li</b> 6.94	4 <b>Be</b> 9.0122											5 <b>B</b> 10.81	6 <b>C</b> 12.011	7 <b>N</b> 14.007	8 <b>O</b> 15.999	9 <b>F</b> 18.998	10 <b>Ne</b> 20.180
3	11 <b>Na</b> 22.990	12 <b>Mg</b> 24.305											13 <b>Al</b> 26.982	14 <b>Si</b> 28.085	15 <b>P</b> 30.974	16 <b>S</b> 32.06	17 <b>Cl</b> 35.45	18 <b>Ar</b> 39.948
4	19 <b>K</b> 39.098	20 <b>Ca</b> 40.078	21 <b>Sc</b> 44.956	22 <b>Ti</b> 47.867	23 <b>V</b> 50.942	24 <b>Cr</b> 51.996	25 <b>Mn</b> 54.938	26 <b>Fe</b> 55.845	27 <b>Co</b> 58.933	28 <b>Ni</b> 58.693	29 <b>Cu</b> 63.546	30 <b>Zn</b> 65.38	31 <b>Ga</b> 69.723	32 <b>Ge</b> 72.63	33 <b>As</b> 74.922	34 <b>Se</b> 78.96	35 <b>Br</b> 79.904	36 <b>Kr</b> 83.798
5	37 <b>Rb</b> 85.468	38 <b>Sr</b> 87.62	39 <b>Y</b> 88.906	40 <b>Zr</b> 91.224	41 <b>Nb</b> 92.906	42 <b>Mo</b> 95.96	43 <b>Tc</b> [97.91]	44 <b>Ru</b> 101.07	45 <b>Rh</b> 102.91	46 <b>Pd</b> 106.42	47 <b>Ag</b> 107.87	48 <b>Cd</b> 112.41	49 <b>In</b> 114.82	50 <b>Sn</b> 118.71	51 <b>Sb</b> 121.76	52 <b>Te</b> 127.60	53 <b>I</b> 126.90	54 <b>Xe</b> 131.29
6	55 <b>Cs</b> 132.91	56 <b>Ba</b> 137.33	* 71 <b>Lu</b> 174.97	72 <b>Hf</b> 178.49	73 <b>Ta</b> 180.95	74 <b>W</b> 183.84	75 <b>Re</b> 186.21	76 <b>Os</b> 190.23	77 <b>Ir</b> 192.22	78 <b>Pt</b> 195.08	79 <b>Au</b> 196.97	80 <b>Hg</b> 200.59	81 <b>Tl</b> 204.38	82 <b>Pb</b> 207.2	83 <b>Bi</b> 208.98	84 <b>Po</b> [208.98]	85 <b>At</b> [209.99]	86 <b>Rn</b> [222.02]
7	87 <b>Fr</b> [223.02]	88 <b>Ra</b> [226.03]	** 103 <b>Lr</b> [262.11]	104 <b>Rf</b> [265.12]	105 <b>Db</b> [268.13]	106 <b>Sg</b> [271.13]	107 <b>Bh</b> [270]	108 <b>Hs</b> [277.15]	109 <b>Mt</b> [276.15]	110 <b>Ds</b> [281.16]	111 <b>Rg</b> [280.16]	112 <b>Cn</b> [285.17]	113 <b>Uut</b> [284.18]	114 <b>Fl</b> [289.19]	115 <b>Uup</b> [288.19]	116 <b>Lv</b> [293]	117 <b>Uus</b> [294]	118 <b>Uuo</b> [294]
*Lanthanoids			* 57 <b>La</b> 138.91	58 <b>Ce</b> 140.12	59 <b>Pr</b> 140.91	60 <b>Nd</b> 144.24	61 <b>Pm</b> [144.91]	62 <b>Sm</b> 150.36	63 <b>Eu</b> 151.96	64 <b>Gd</b> 157.25	65 <b>Tb</b> 158.93	66 <b>Dy</b> 162.50	67 <b>Ho</b> 164.93	68 <b>Er</b> 167.26	69 <b>Tm</b> 168.93	70 <b>Yb</b> 173.05		
**Actinoids			** 89 <b>Ac</b> [227.03]	90 <b>Th</b> 232.04	91 <b>Pa</b> 231.04	92 <b>U</b> 238.03	93 <b>Np</b> [237.05]	94 <b>Pu</b> [244.06]	95 <b>Am</b> [243.06]	96 <b>Cm</b> [247.07]	97 <b>Bk</b> [247.07]	98 <b>Cf</b> [251.08]	99 <b>Es</b> [252.08]	100 <b>Fm</b> [257.10]	101 <b>Md</b> [258.10]	102 <b>No</b> [259.10]		

# Koncentrácia v plynoch

Plyny sú stlačiteľné a zaujmú vždy celý objem, ktorý majú k dispozícii. Platí stavová rovnica ideálneho plynu:

$$\frac{pV}{T} = \textit{konšt}$$

Ich hustotu vieme definovať len pri určitom definovanom tlaku a definovanej teplote. Spravidla je to 0°C a atmosférický tlak 1 atm. Za týchto podmienok, **1 mól ľubovoľného plynu zaberá objem 22.4 litra**. Pre koncentráciu teda dostaneme:

22.4 litra .....  $22.4 \times 10^3 \text{cm}^3$  ..... 1 mól plynu .....  $N_A$  častíc  
1  $\text{cm}^3$  ..... c častíc

---

$$c_{[\text{častíc}/\text{cm}^3]} = \frac{N_A}{22.4 \times 10^3}$$

# Koncentrácia látok vo vode

V **environmentalistike** sa **koncentrácia** najčastejšie používa na vyjadrenie množstva nejakej znečisťujúcej látky – **polutantu** v inej látke, typicky vo vode alebo vo vzduchu.

V **prípade vody** sa koncentrácia obvykle vyjadruje v **hmotnostných jednotkách vzhľadom na jednotkový objem zmesi**, napríklad mg/l, mg/m<sup>3</sup>, g/m<sup>3</sup>, µg/l a podobne. Alternatívne môžeme vyjadriť koncentráciu látky v kvapaline ako pomer jej hmotnosti vzhľadom na celkovú hmotnosť zmesi v jednotkách „**parts per milion**“ (**ppm**) alebo „**parts per billion**“ (**ppb**). Keďže hustota vody je 1 g/cm<sup>3</sup> = 1 kg/l = 1000 kg/m<sup>3</sup>, platia jednoduché prevodové vzťahy:

$$1 \text{ mg/l} = 1 \text{ mg/1 kg} = 1 \text{ ppm}$$

$$1 \text{ µg/l} = 1 \text{ µg/1 kg} = 1 \text{ ppb}$$



# Zloženie minerálok a minerálnych vôd

Nemusí vždy ísť iba o koncentráciu znečisťujúcich látok. Rovnakým spôsobom udávame napríklad aj koncentráciu minerálnych látok a solí v minerálnych vodách.

<http://www.copijeme.sk/mineralne-vody>



## Baldovská ®

### Charakteristika

Kyselka bohatá na minerály. Obsahuje vápnik, horčík a hydrogénuhličitaný. Prírodná minerálna voda – sýtená. Prírodná minerálna voda – jemne perlivá s čiastočne odstráneným oxidom uhličítym.

Upravená povolenou oxidačnou technológiou vzduchom obohateným o ozón.

### Zloženie (mg/l)

Na <sup>+</sup>	Ca <sup>2+</sup>	Mg <sup>2+</sup>	K <sup>+</sup>	NH <sub>4</sub> <sup>+</sup>	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	Cl <sup>-</sup>	F <sup>-</sup>	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	NO <sub>2</sub> <sup>-</sup>	Celkové rozpustené látky
85	362	82,7	18	0,72	1,83	205	69,9	0,85	1 354	<0,01	2 189

[www.baldovska.sk](http://www.baldovska.sk)

# Koncentrácia znečisťujúcich látok vo vzduchu

V prípade vzduchu (alebo všeobecne plynov), koncentrácia polutantov sa vyjadruje pomerom **objemových** jednotiek. 1 ppm teda znamená jednu objemovú jednotku polutantu na milión objemových jednotiek zmesi. Inou alternatívou je udanie hmotnosti polutantu na jednotkový objem zmesi, napríklad  $\text{mg}/\text{m}^3$ ,  $\mu\text{g}/\text{m}^3$ . Prepočet získame nasledovne:

$$\begin{array}{l} 22.4 \text{ m}^3 \text{ polutantu} \dots\dots 1 \text{ kmól} \dots\dots\dots M \text{ kg} \\ C \text{ ppm} \dots\dots \frac{10^{-6} C \text{ m}^3}{1 \text{ m}^3} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \frac{X \text{ kg}}{1 \text{ m}^3} \end{array}$$

---

$$X[\text{mg}/\text{m}^3] = \frac{C[\text{ppm}] \times M}{22.4}$$

$$X[\text{mg}/\text{m}^3] = \frac{C[\text{ppm}] \times M}{22.4} \times \frac{273}{T[\text{K}]} \times \frac{p[\text{Pa}]}{10^5}$$

# Zákony zachovania

Ak chceme pochopiť **a kvantifikovať** transport látok a energie v životnom prostredí, vychádzame z niekoľkých základných fyzikálnych zákonov princípov:

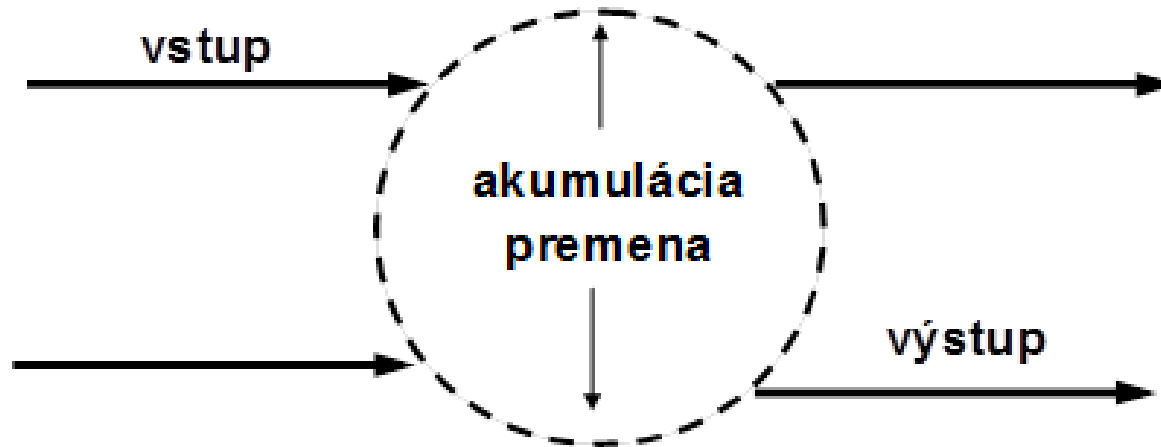
**Zákona zachovania energie** vysvetliť

**Zákona zachovania hmoty** – súvisí so zákonom zachovania energie, keďže hmota a energia sú si podľa Einsteinovho vzťahu rovnocenné. Ak uvažujeme procesy, pri ktorých **nedochádza** ku premene hmoty na žiarenie a naopak, zákon zachovania hmoty prakticky znamená zákon zachovania látkového množstva, resp. zákon zachovania hmotnosti.

**Zákony termodynamiky** – prvá a druhá veta termodynamická



# Hmotnostná rovnováha – všeobecná schéma



Kvalitatívne môžeme hmotnostnú rovnováhu vyjadriť ako:

$$\text{Vstup} = \text{výstup} + \text{premena (rozklad)} + \text{akumulácia (záchyt)}$$

Za účelom kvantitatívnej analýzy budeme rozlišovať niekoľko prípadov.

## Ustálený stav, konzervatívna látka (45 min)

**Ustálený stav**, **rovnovážny stav**, **stav dynamickej rovnováhy**, ... znamená, že **koncentrácia** (alebo jej podobná veličina) v sledovanom systéme (objekte) je konštantná, t.j. **nemení sa s**

**časom**. Matematicky to vyjadruje podmienka  $\frac{dC}{dt} = 0$ .

Ak je navyše látka **konzervatívna**, t.j. **nepodliehajúca premene (rozkladu)**, musí v ustálenom stave platiť rovnováha medzi vstupom a výstupom danej látky do a von zo sledovaného prostredia (objektu):

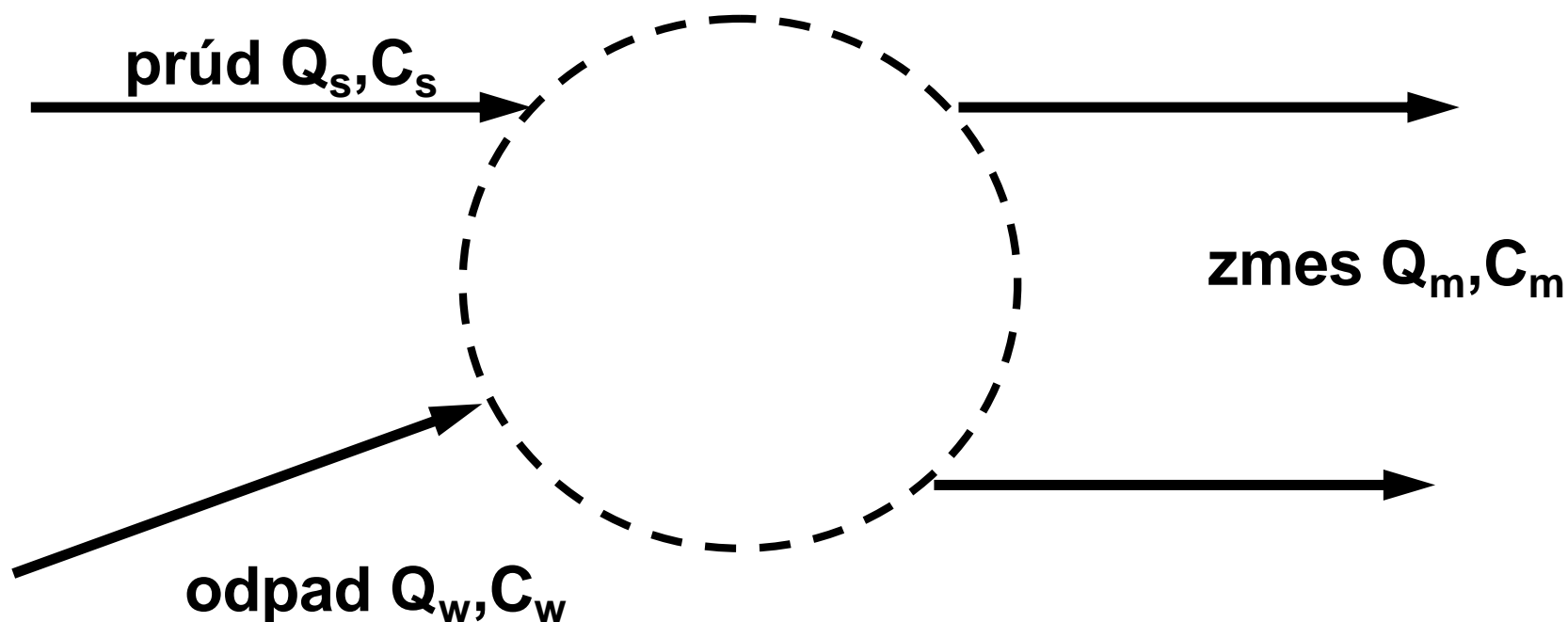
**Vstup = výstup**

Množstvo vstupujúcej resp. vystupujúcej látky vypočítame ako **súčin toku** (objem/čas) a **koncentrácie** (hmotnosť/objem):

$$C_1 Q_1 + C_2 Q_2 = C_3 (Q_1 + Q_2)$$

# Diagram stacionárneho stavu s konzervatívnym polutantom

$$C_s Q_s + C_w Q_w = C_m Q_m = C_m (Q_s + Q_w)$$



# Dopravná zápcha

Porušenie tejto rovnováhy vedie ku zániku stacionárneho stavu, čoho dôsledkom je napríklad kumulácia polutantu (t.j. nárast jeho koncentrácie) v sledovanom objekte s časom. Týmto veľmi jednoduchým modelom môžeme napríklad popísať aj vznik dopravnej zápchy. Riešme príklad s reálnymi hodnotami.



# Model versus realita

Aj keď je hustota dopravy jedným z hlavných faktorov, prečo dopravné zápchy vznikajú, ani zďaleka nie je jediným. Ďalším z nich je správanie sa šoférov a ich odhad. Tým, že nedokážu plynule udržiavať rovnakú rýchlosť a vzdialenosti medzi vozidlami, sa cestná premávka výrazne spomaľuje.

Problému sa venoval tím japonských vedcov. V rámci experimentu požiadali šoférov, aby za sebou jazdili v kruhu konštantnou rýchlosťou 30 kilometrov za hodinu a aby medzi vozidlami udržiavali rovnomerné vzdialenosti. Takéto zadanie šoféri nedokázali splniť a už po chvíli sa celý systém rozpadol. Najskôr len mierne spomalenie jedného vozidla viedlo k dozadu sa šíriacej vlne, ktorá vyústila až do zastavenia iných áut o niekoľko metrov ďalej.

To je napríklad vysvetlením, prečo vznikajú zápchy v oboch diaľničných smeroch, keď je haváriou zablokovaný len jeden – vodiči z opačnej strany **spomalia a pozerú sa, čo sa deje**. Vlna brzdzenia spôsobí, že o niekoľko desiatok metrov budú iní vodiči nútení zastaviť úplne. Na prvý pohľad „bez príčiny“. Riešenie? Zrejme iba plne automatizované autá, ktoré šoférujú roboty.

**Toto spomalenie v našom modeli predstavuje porušenie rovnováhy medzi vstupom a výstupom.**

# Ustálený stav v prípade nekonzervatívnej látky

Pod pojmom **nekonzervatívna látka** budeme rozumieť látku, ktorá podlieha rozpadu (premene), pričom tento rozpad môže byť spôsobený procesmi:

- Chemickými;
- Biologickými;
- Jadrovými;
- Inými.

Princíp hmotnostnej rovnováhy v takomto prípade bude:

**Vstup = výstup + premena (rozklad)**

Premena sa modeluje ako:  $\frac{dC}{dt} = -KC$

kde K je **reakčný koeficient [1/čas]**

Riešením tejto rovnice je  $C = C_0 e^{-Kt}$ , pričom  $C_0$  je počiatočná koncentrácia v čase  $t=0$ .

## Ustálený stav v prípade nekonzervatívnej látky (60 min)

Ak je objem skúmaného objektu  $V$ , potom celkové množstvo látky v tomto objekte bude  $CV$  a jej úbytok za jednotku času  $KCV$ .  
Hmotnostná rovnováha bude:

$$\text{Vstup} = \text{výstup} + KCV$$

Aplikácie:

- Staré environmentálne záťaže;
- Uhlíkové datovanie;
- Iné.

Príklad: ako dimenzovať kapacitu jedálne

Vstup: počet ľudí prichádzajúcich do jedálne za jednotku času [min];

Reakčný koeficient: prevrátená hodnota priemerného času jedenia;

Sledovaná veličina: počet ľudí v jedálni,  $N$ ;

Ustálený stav: počet ľudí v jedálni sa nemení = dynamická rovnováha medzi prichádzajúcimi a odchádzajúcimi ľuďmi;

Zdokonalenie modelu = uváženie aj výstupného člena.

# Príklad – odsávanie exhalátov z cestných tunelov



$$Q = \frac{S - KC_{\infty}V}{C_{\infty}}$$



Podobne, ako sme vyšetrovali tok látok, môžeme kvantitatívne analyzovať aj **tok energie**. **Energiu** definujeme ako schopnosť (možnosť) nejakého systému konať prácu. Ak hmota aj energia môžu prenikať cez jeho hranice, hovoríme o **otvorenom systéme**. Ak energia môže prenikať cez hranice systému, ale hmota nie, hovoríme o **uzavretom systéme**. Vo všeobecnosti platí (**zákon zachovania energie**):

$$Energia_{vstup} = Energia_{výstup} + zmena vnútornej energie$$

kde vnútorná energia znamená energiu akumulovanú v systéme. Táto vnútorná energia môže byť akumulovaná v rôznych formách, pričom pre účely environmentalistiky je najdôležitejšia a najčastejšia práve forma **tepla**. V takom prípade platí:

$$Energia_{vstup} = Energia_{výstup} + mc\Delta T$$

kde  $m$  je hmotnosť,  $c$  je **špecifické teplo** a  $T$  je teplota.

Vysvetliť aj pojem **skupenské teplo topenia** a **tuhnutia**.

# Energetická rovnováha – základné pojmy a princípy (75 min)



# Energetická rovnováha – základné pojmy a princípy (75 min)



# Energetická rovnováha v otvorených systémoch

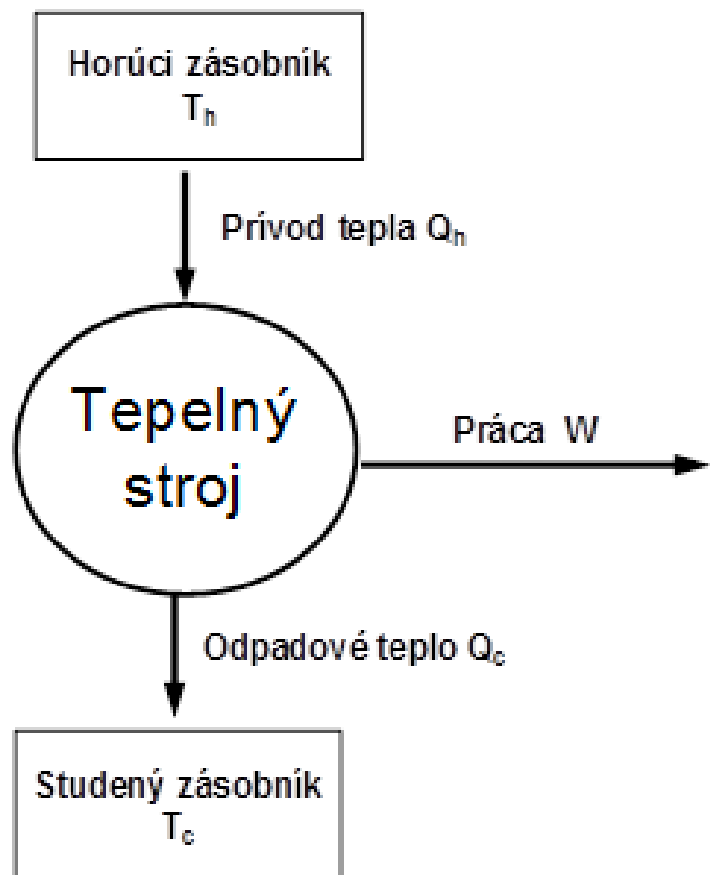
V otvorených systémoch, kedy dochádza aj k toku látky, vieme vyjadriť zmenu vnútornej energie za jednotku času ako:

$$\text{Zmena vnútornej energie/čas} = \dot{m}c\Delta T$$

kde  $\dot{m}$  je tok média cez hranice systému. V zásade v ekosystémoch môže ísť o **vyhrievacie médium** (napríklad vykurovanie skleníkov, bytových domov a podobne) alebo o **chladiace médium** (chladenie tovární, elektrární a podobne).

# Účinnosť tepelného stroja

**Druhá veta termodynamická** v zásade hovorí, že neexistuje systém, ktorý by dokázal premeniť všetku tepelnú energiu na mechanickú prácu. Uviest' aj ďalšie možné interpretácie.



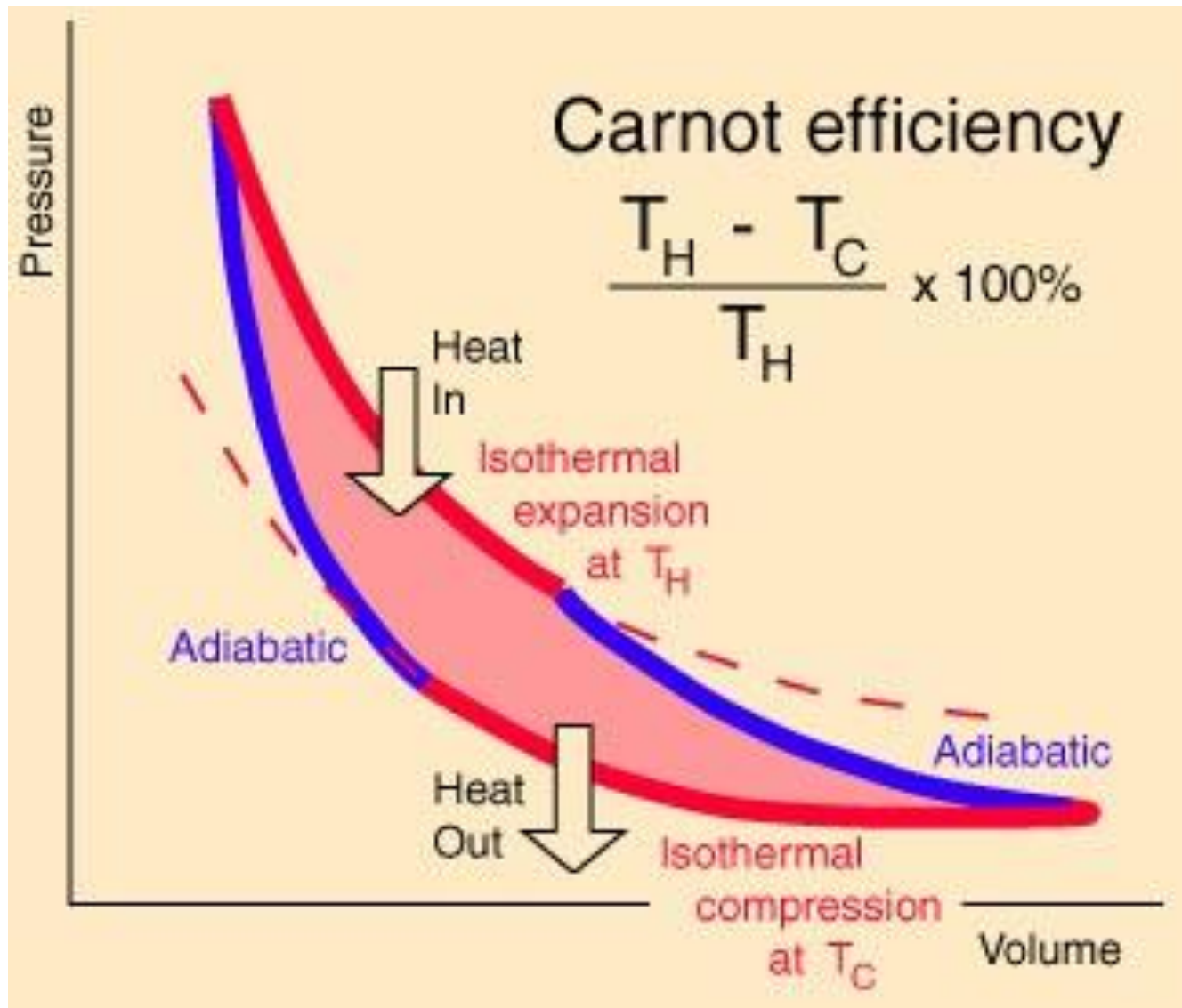
**Účinnosť** takéhoto tepelného stroja definujeme ako:

$$\eta = \frac{W}{Q_{hot}}$$

Ak stroj pracuje na báze Carnotovho cyklu, pre účinnosť tiež platí:

$$\eta = \frac{T_{hot} - T_{cold}}{T_{hot}}$$

# Carnotov cyklus



# Prenos tepla

Teplo vždy prechádza z teplého miesta na chladné miesto, z teplejšieho telesa na chladnejšie teleso. V zásade poznáme tri mechanizmy prenosu tepla:

- **Vedením** – uskutočňuje sa obvykle v pevných látkach a pri telesách, ktoré sú v priamom tepelnom kontakte. Jeho mechanizmom je prenos vibrácií molekúl a atómov na susedné molekuly a atómy mriežky. Schopnosť materiálov viesť teplo charakterizuje ich **tepelná vodivosť**. Najlepšími vodičmi tepla sú kovy. Na druhej strane sú materiály, ktoré majú veľmi nízku tepelnú vodivosť. Tieto sú vhodné na tepelnú izoláciu.
- **Sálaním** – o sálaní hovoríme vtedy, ak je prenos tepla sprostredkovaný prúdiacou kvapalinou alebo plynom, ktoré sú v kontakte s ohrievaným telesom, postupne mu odovzdávajú svoje teplo a samy sú pritom ochladzované. Napríklad teplý vzduch v dome ohrieva steny miestností (príklad – rozkúrenie vo vychladnutej miestnosti).

# Prenos tepla

- **Žiarením (vyžarovaním)** – prenos energie je sprostredkovaný elektromagnetickým poľom a nevyžaduje žiadne látkové médium (na rozdiel od vedenia a sálania). Vyžarovanie je jedným zo základných procesov, pretože vždy existuje výmena tepla medzi telesom a jeho okolím, pokiaľ majú rozdielnu teplotu. Žiaden objekt však nevyžaruje viac tepla ako hypotetické čierne teleso. Pomer medzi vyžiareným teplom telesa a teplom, ktoré by to isté teleso vyžiarilo ako čierne teleso, sa nazýva **emitancia**. Emitancia mnohých prírodných materiálov je veľmi vysoká. Napríklad suchá zem alebo piesok majú emitanciu blízku 0,90 a voda a ľad 0,95. Pre vyžarovanie absolútne čierneho telesa platí Stefan-Boltzmannov vyžarovací zákon:

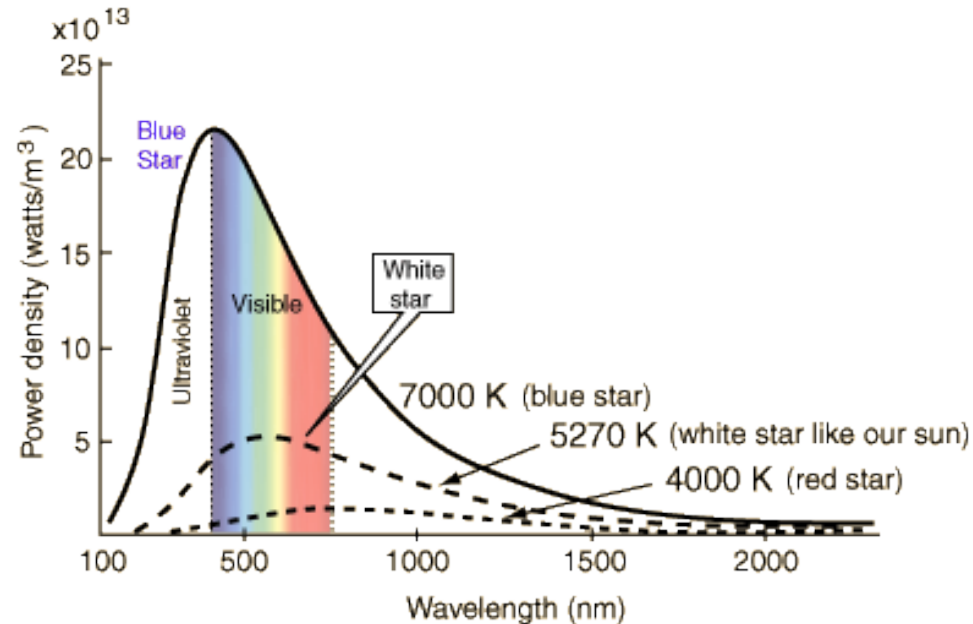
$$W = \sigma AT^4$$

kde  $W$  je vyžiarený **výkon [Watt]**,  $A$  je plocha telesa,  $T$  je absolútna teplota telesa [K] a  $\sigma$  je Stefan-Boltzmannova konštanta ( $5.67 \times 10^{-8}$  [W/(m<sup>2</sup>K<sup>4</sup>)]).



# Žiarenie (absolútne čierneho) telesa (KONIEC)

Stefan-Boltzmanov zákon udáva výkon, ktorý vyžaruje čierne teleso, ale nehovorí nič o jeho vlnovej dĺžke. Čierne teleso emituje žiarenie s určitým spektrom vlnových dĺžok (význam v kozmológii):



Maximálna hodnota spektra vlnových dĺžok je daná Wienovým

posuvným zákonom:  $\lambda_{max} = \frac{2898}{T}$

kde  $\lambda_{max}$  je vlnová dĺžka v mieste maxima [ $\mu\text{m}$ ] a T je teplota [K].

# Príklad: vypočítajte približne hustotu vzduchu

**TRIM Setup Window**

**TRIM (Setup Window)**

**Type of TRIM Calculation**  
**DAMAGE** Ion Distribution and Quick Calculation of Damage ?

**Basic Plots** Ion Distribution with Recoils projected on Y-Plane ?

**ION DATA** ?

Symbol	Name of Element	Atomic Number	Mass (amu)	Energy (keV)	Angle of Incidence
PT H	Hydrogen	1	1.008	10	? 0

---

**TARGET DATA** ?

**Target Layers**

**Input Elements to Layer**

**Add New Layer** ?

Layer Name	Width	Density (g/cm3)	Compound	Corr	Gas
X Layer 1	10000	Ang	0.00121	1	<input checked="" type="checkbox"/>

**Add New Element to Layer** **Compound Dictionary**

Symbol	Name	Atomic Number	Weight (amu)	Atom Stoich or %	Damage (eV) Disp	Latt	Surf
X PT O	Oxygen	8	15.999	2	20.00	28	3 2
X PT N	Nitrogen	7	14.007	8	80.00	28	3 2

---

**Special Parameters**

Name of Calculation: H (10) into Layer 1

Stopping Power Version: SRIM-2008

AutoSave at Ion #: 10000

Total Number of Ions: 99999

Random Number Seed: [ ]

Plotting Window Depths: Min [ 0 ] Max [ 10000 ]

**Output Disk Files**

- Ion Ranges
- Backscattered Ions
- Transmitted Ions/Recoils
- Sputtered Atoms
- Collision Details
- Special "EXYZ File" Increment (eV): [ 0 ]

**Resume saved TRIM calc.** ?

**Save Input & Run TRIM**

**Clear All**

**Calculate Quick Range Table**

**Main Menu**

**Problem Solving**

**Quit**

# Príklad: vypočítajte približne hustotu vzduchu (15 min)

$$c = N_A \frac{\rho}{M} = \frac{N_A}{22.4 \times 10^3} \qquad \rho = \frac{M}{22.4 \times 10^3}$$

$$\rho = \frac{0.2 \times 31.998 + 0.8 \times 28.014}{22.4 \times 10^3} = 0.0012862 \text{ g/cm}^3$$

Clipboard		Font		Alignment		
E3		f <sub>x</sub>		=D3/22.4/1000		
	A	B	C	D	E	F
1	15.999	31.998	0.2	6.3996		
2	14.007	28.014	0.8	22.4112		
3			1	28.8108	0.001286196	
4						

# Iný možný význam ppm – particles per million (30 min)

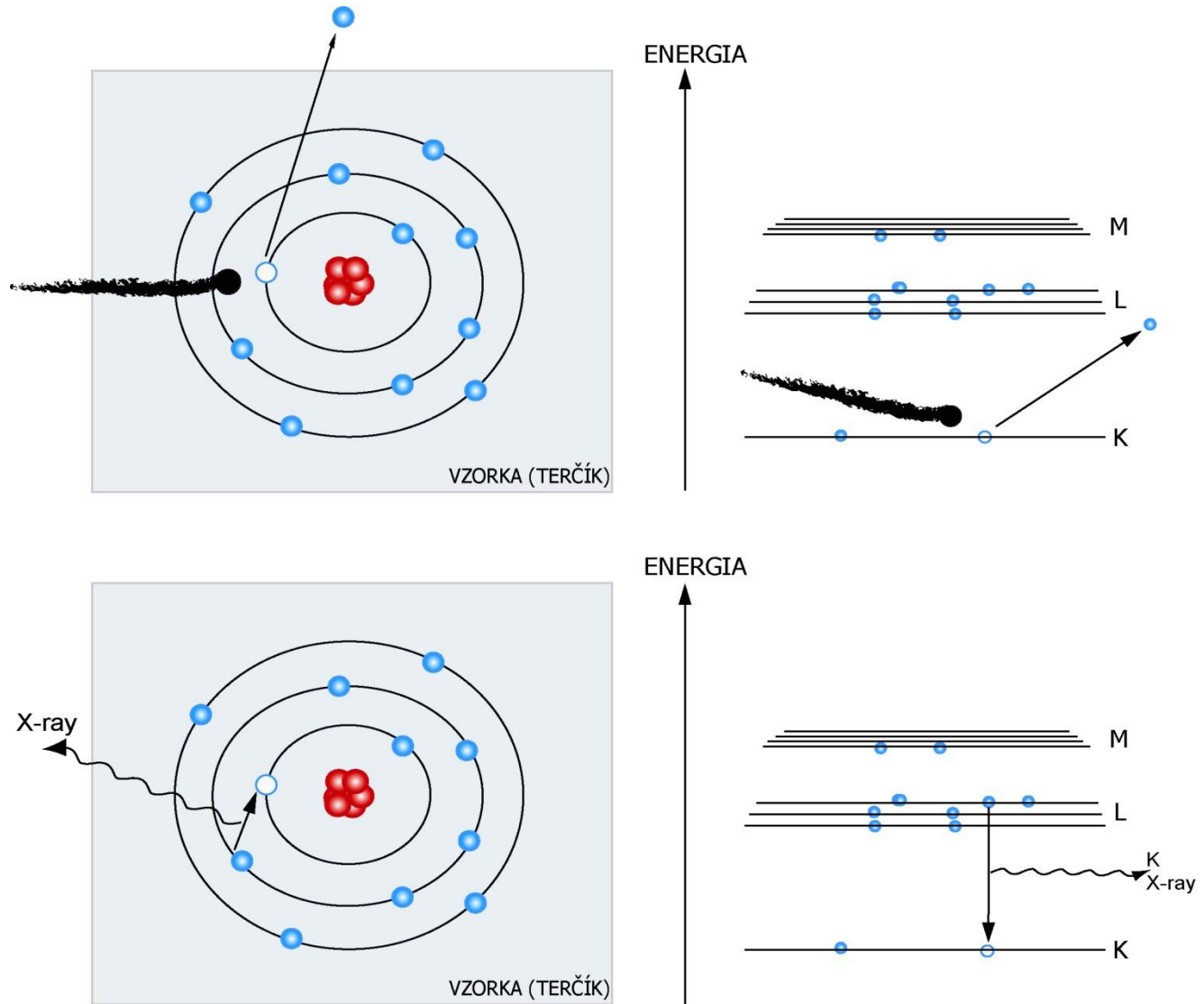
Prvky merateľné PIXE analýzou

Prvky nemerateľné PIXE analýzou

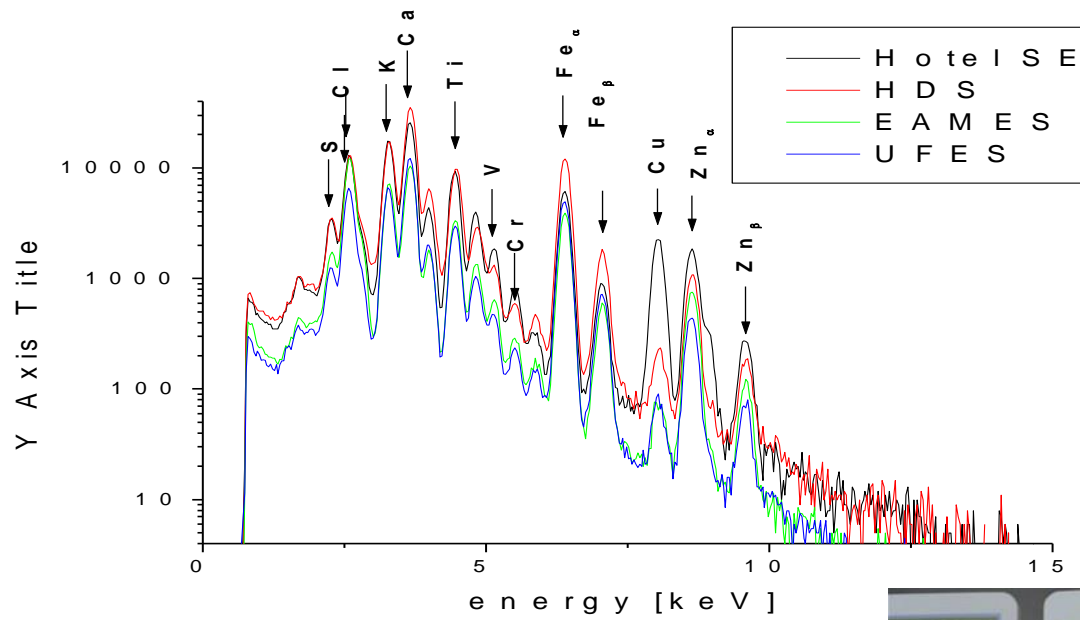
Detekčné limity PIXE analýzy (PPM)

1 H																2 He				
3 Li	4 Be														5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
11 Na	12 Mg														13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr			
37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe			
55 Cs	56 Ba	57 La	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn			
87 Fr	88 Ra	89 Ac																		
			58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu				
			90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr				

# Metódy PIXE a RFA



# Metóda PIXE a RFA



## Prechodný jav – funkcia odozvy

Ak nás zaujíma aj **prechodný jav, t.j. zmena (nárast, pokles) koncentrácie v čase**, musíme písať rovnicu hmotnostnej rovnováhy s uvážením všetkých možných procesov (t.j. členov) takto:

$$V \frac{dC}{dt} = S - QC - KCV$$

Vysvetliť význam jednotlivých členov a urobiť rozmerovú kontrolu.

Riešením tejto rovnice je funkcia:

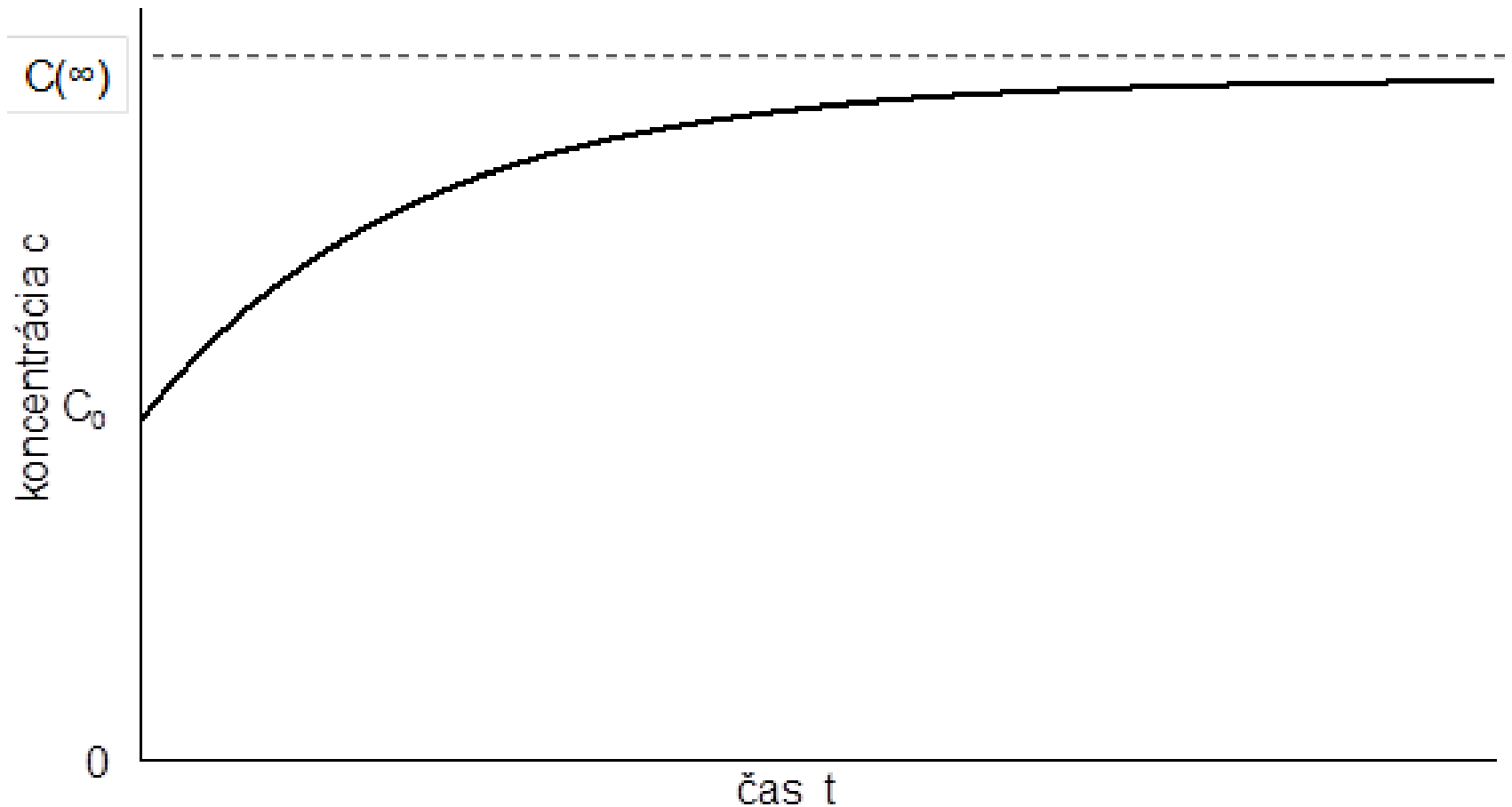
$$C(t) = (C_0 - C_\infty) e^{-\left(K + \frac{Q}{V}\right)t} + C_\infty$$

pričom pre koncentráciu v ustálenom stave platí:

$$C_\infty = \frac{S}{Q + KV}$$

Rozmerová kontrola

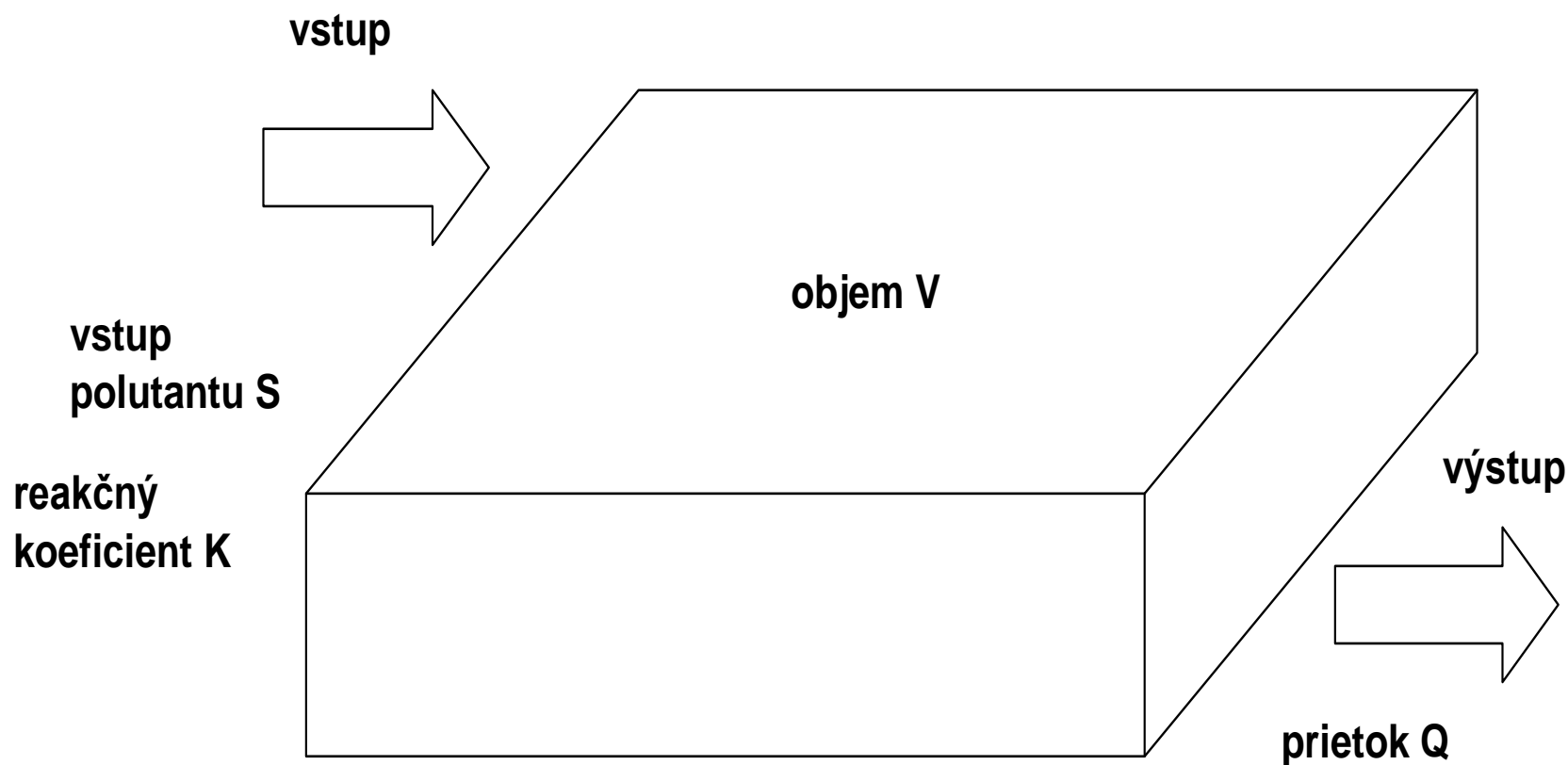
# Prechodný jav – funkcia odozvy



Čo myslíte, môže byť počiatočná koncentrácia **vyššia** ako ustálená?  
Ako by vyzeral graf, keby zdrojový člen  $S$  bol nulový?



# Priestorový model



$$V \frac{dC}{dt} = S - QC - KCV$$

$$S = QC_{\infty} + KC_{\infty}V$$

$$C = f(t)$$

$$\text{Vstup} = \text{výstup} + \text{premena (rozklad)}$$