3 Prenos hmoty a energie

3.1 Stacionárny prípad

1. **Prúd vody v rieke s prietokom Q_s = 10m^3/s má koncentráciu chloridov c_s = 20mg/l. Prítok rieky s prietokom Q_w = 5m^3/s má koncentráciu chloridov c_w = 40mg/l. Aká je výsledná koncentrácia chloridov po dokonalom premiešaní.**

Riešenie

Ak predpokladáme dokonalé premiešanie a ustálený stav, potom prísun chloridov do rieky musí byť v rovnováhe s ich odsunom (odtokom). Všeobecne, pri prietoku Qm^3/s a koncentrácii polutantu c mg/l bude prísun polutantu Qc×1000 mg/s (faktor 1000 zohľadňuje tú skutočnosť, že 1m^3 = 1000 litrov). Celkový prísun chloridov do rieky potom bude:

$$Vstup = (Q_s c_s + Q_w c_w) \times 1000 mg/s$$

Po zmiešaní rieky a prítoku musí v rovnovážnom stave platiť pre výstupnú koncentráciu, c_m:

$$Vstup = (Q_s c_s + Q_w c_w) \times 1000 mg/s = Q_m c_m \times 1000 mg/s = Výstup$$

pričom

$$Q_m = (Q_s + Q_w)$$

Pre hľadanú koncentráciu, c_m dostaneme:

$$c_m = \frac{(Q_s c_s + Q_w c_w) \times 1000 mg/s}{(Q_s + Q_w) \times 1000 l/s} = 26.7\ mg/l$$

Komentár

- Všimnite si, že faktor 1000 (prevod m^3 na litre) sa vo výslednom vzťahu vykráti, čo prakticky zodpovedá zmene jednotky prietoku. Keby sme všetky prietoky jednotne vyjadrili v inej jednotke (napríklad l/s), museli by sme dostať ten istý výsledok.

2. **Priemerný prietok Dunaja v Bratislave je 2000 m^3/s. Uvažujme, že sa do Dunaja v Bratislave vypúšťa odpadová voda s prítokom 20 m^3/s a s koncentráciou polutantov 100 mg/liter. V Gapčíkove sa vypúšťa odpadová voda s prítokom 15 m^3/s a s koncentráciou polutantov 50 mg/liter. Vypočítajte koncentráciu polutantov:**
   a) za Bratislavou
   b) za Gapčíkovom

Riešenie

Situácia v Bratislave je nasledovná. Prísun polutantov s prítokom 20 m^3/s a s koncentráciou polutantov 100 mg/liter znamená v absolútnom množstve 20000 litrov/s × 100 mg/liter = 2×10^6 mg polutantov za sekundu. Po premiešaní s prítokom bude odtok 2020 m^3/s a pre koncentráciu polutantu bude platiť:

$$Q_{in}c_{in} = Q_{out}c_{out}$$

$$c_{out} = \frac{Q_{in}c_{in}}{Q_{out}} = \frac{20000\times100}{2020000} = \frac{20\times100}{2020} = 0.99\ mg/l$$

Do Gapčíkova teda priteká už znečistený Dunaj s prítokom 2020 m^3/s a koncentráciou polutantov 0.99 mg/l. K tomu sa pridáva odpad v Gapčíkove s prítokom 15 m^3/s a s koncentráciou polutantov 50 mg/liter. Po dokonalom premiešaní bude platiť:

$$c_m = \frac{Q_{BA}c_{BA} + Q_{GAP}c_{GAP}}{Q_{BA} + Q_{GAP}} = \frac{2000 + 750}{2035} = 1.351\ mg/l$$

V praxi je výsledná koncentrácia polutantov limitovaná príslušnými normami a predpismi, a treba vypočítať vstupné parametre. Napríklad:

3. **Do čistej rieky s prietokom 500m^3/s ústi odpad s prietokom 10m^3/s. Aká môže byť najvyššia koncentrácia polutantov v odpade, aby výsledné znečistenie rieky bolo menšie ako 1ppm? Výsledok vyjadrite v jednotkách [ppm] a [mg/l].**

Riešenie

V ustálenom stave platí:

$$Q_{waste}c_{waste} = (Q_{waste} + Q_{river})c_{out}$$

$$c_{waste} = \frac{(Q_{waste} + Q_{river})c_{out}}{Q_{waste}} = \frac{510 \times 1}{10} = 51ppm$$

V prípade vody s hustotou 1kg/l je prevod [ppm] na [mg/l] triviálny, nakoľko 1mg/l = 1mg/kg = 1ppm. Koncentrácia polutantov v odpade teda nesmie prekročiť 51mg/l.

4. **Ako treba regulovať koncentráciu polutantov v odpade v prípade, že v období sucha klesne prietok rieky na 200m^3/s?**

Riešenie

Použijeme výsledok z predchádzajúceho príkladu:

$$c_{waste} = \frac{(Q_{waste} + Q_{river})c_{out}}{Q_{waste}} = \frac{210 \times 1}{10} = 21ppm$$

Ak prietok rieky v období sucha klesne na 200m^3/s, koncentráciu polutantov v odpade treba znížiť na 21ppm.

5. **Alternatívne, koľko odpadovej vody môžeme vypúšťať v období sucha, ak nie je možné znížiť koncentráciu polutantov v odpade?**

Riešenie

Vychádzame opäť zo vzťahu:

$$Q_{waste}c_{waste} = (Q_{waste} + Q_{river})c_{out}$$

V tomto prípade však hľadanou veličinou bude množstvo (t.j. prietok) vody vypúšťanej z odpadu do rieky, Q_{waste}.

$$Q_{waste}c_{waste} = (Q_{waste} + Q_{river})c_{out} = Q_{waste}c_{out} + Q_{river}c_{out}$$
$$Q_{waste}c_{waste} - Q_{waste}c_{out} = Q_{river}c_{out}$$

$$Q_{waste} = \frac{Q_{river}c_{out}}{c_{waste} - c_{out}} = \frac{200\times1}{51-1} = 4\ m^3/s$$

Komentár

- Ak teda v období sucha klesne prietok v rieke z 500m^3/s na 200m^3/s (t.j. 2.5 krát), musíme úmerne tomu znížiť aj prietok vody v odpade z 10m^3/s na 4m^3/s, t.j. tiež 2.5 krát. Vidieť to zo vzťahu:

$$Q_{waste} = \frac{Q_{river}c_{out}}{c_{waste} - c_{out}} = Q_{river}\frac{c_{out}}{c_{waste} - c_{out}}$$

$$\frac{Q_{waste}}{Q_{river}} = \frac{c_{out}}{c_{waste} - c_{out}}$$

Pomer prietokov Q_{waste} / Q_{river} je daný pomerom koncentrácií polutantov $\frac{c_{out}}{c_{waste}-c_{out}}$. Pri rovnakých hodnotách koncentrácií musí byť zachovaný pomer prietokov Q_{waste} / Q_{river}. V tomto konkrétnom prípade môže byť maximálny prietok vody v odpade vždy 1/50 prietoku vody v rieke.

6. **Do rieky s obsahom soli 400ppm a prietokom 25m^3/s priteká potok s prietokom 5m^3/s a obsahom soli 2000mg/l. Časť vody z rieky sa odoberá, mieša s čistou vodou bez soli a používa sa ako úžitková voda, ktorá nesmie mať obsah soli viac ako 500ppm. Aký musí byť pomer prietokov čistej vody a vody odoberanej z rieky?**

Riešenie

Najprv musíme zjednotiť jednotky koncentrácie pre rieku a potok. V prípade vody platí, že 1ppm = 1mg/1kg. 1kg vody má objem 1 liter, takže 1ppm = 1mg/l. 400ppm teda predstavuje 400mg/l. To sa mieša s vodou z potoka a platí:

$$Q_{rieka}c_{rieka} + Q_{potok}c_{potok} = \left(Q_{rieka} + Q_{potok}\right)c_{out}$$

Po sútoku rieky a potoka bude koncentrácia soli v rieke:

$$\frac{Q_{rieka}c_{rieka} + Q_{potok}c_{potok}}{Q_{rieka} + Q_{potok}} = c_{out}$$

Z tejto vody sa odoberá prietok Q_1 a mieša sa s čistou vodou s prietokom Q_2, pričom výsledná koncentrácia nesmie prekročiť 500ppm = 500mg/l. Musí teda platiť:

$$Q_1 c_{out} = (Q_1 + Q_2)c_{limit} \Rightarrow c_{out} = \left(1 + \frac{Q_2}{Q_1}\right)c_{limit}$$

$$\frac{c_{out}}{c_{limit}} - 1 = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{Q_{rieka}c_{rieka} + Q_{potok}c_{potok}}{Q_{rieka} + Q_{potok}}}{c_{limit}} - 1$$

Po dosadení číselných hodnôt dostaneme (pre obrátený pomer Q_1 / Q_2) hodnotu 3. Vodu z rieky treba teda riediť čistou vodou v pomere **3:1**, aby ju bolo možné využívať ako úžitkovú vodu.

7. **Jazerom s objemom 10^7m^3 preteká prúd vody z potoka s prietokom 5m^3/s a koncentráciou nečistôt 10mg/l. Továreň vypúšťa do jazera odpad s prietokom 0.5m^3/s a koncentráciou nečistôt 100mg/l. Reakčný koeficient je 0.2/deň. Vypočítajte ustálenú koncentráciu nečistôt.**

Riešenie

V ustálenom stave (dc/dt = 0) musí platiť:

$$0 = Vstup - Výstup - Rozpad$$

Analyzujme jednotlivé členy (treba byť pozorný najmä čo sa týka jednotiek).

Vstup znečisťujúcich látok do jazera je daný súčtom príspevkov z potoka a z odpadu z továrne $Q_{potok}c_{potok} + Q_{továreň}c_{továreň}$. Všetky členy musia byť v rovnakých jednotkách;

zvoľme napríklad mg/s. Prietoky sú udané v m^3/s, koncentrácie v mg/l. Každý m^3 predstavuje 1000 litrov. Prísun polutantov preto bude:

$$Q_{potok}c_{potok} + Q_{továreň}c_{továreň} = 5000\times 10 + 500\times 100 = 100\times 10^3 mg/s$$

V jazere sa vytvorí hľadaná rovnovážna koncentrácia, c, takže voda vytekajúca z jazera bude znamenať výstup polutantov na úrovni $(Q_{potok} + Q_{továreň})c = 5500c$ [mg/s].

V jazere sa teda vždy nachádza celkové množstvo polutantov $Vc = 10^{10}c$ [mg]. Reakčný koeficient je však zadaný ako 0.2 „za deň“. Aby sme zachovali rovnaké jednotky, musíme rozpad tiež vyjadriť v [mg/s]. Reakčný koeficient preto bude 0.2/24/3600 „za sekundu“. Ubúdanie polutantov v dôsledku rozpadu preto bude $KVc = \frac{0.2\times 10^{10}}{24\times 3600}c = 23148.15c$ [mg/s].

Úbytok polutantov spolu v dôsledku odtoku aj rozpadu potom bude:

$$(Q_{potok} + Q_{továreň})c + KVc = (Q_{potok} + Q_{továreň} + KV)c = (5500 + 23148.15)c$$

Po sčítaní dostaneme 28648.15c [mg/s].

V rovnovážnom stave musí byť táto hodnota v rovnováhe s prísunom polutantov, z čoho vypočítame hľadanú rovnovážnu koncentráciu, c:

$$Vstup = 100\times 10^3 mg/s = Výstup = 28648.15c$$

$$c = \frac{100\times 10^3}{28648.15} = 3.49\ mg/l$$

8. Riešte vyššie uvedený príklad všeobecne a vo výslednom vzťahu urobte rozmerovú analýzu.

Riešenie

V ustálenom stave ($dc/dt = 0$) musí platiť:

$$0 = Vstup - Výstup - Rozpad$$

$$Vstup = Výstup + Rozpad$$

$$Q_{potok}c_{potok} + Q_{továreň}c_{továreň} = (Q_{potok} + Q_{továreň})c + KVc =$$
$$= (Q_{potok} + Q_{továreň} + KV)c$$
$$c = \frac{Q_{potok}c_{potok} + Q_{továreň}c_{továreň}}{(Q_{potok} + Q_{továreň} + KV)} = 3.49\, mg/l$$

Ako vidieť z tohto vzťahu, m^3 na litre prevádzať nemusíme, nakoľko rovnaký faktor 1000 l/m^3 sa objaví aj v čitateli aj v menovateli. Môžeme teda všetky objemy dosadzovať priamo v m^3. Reakčný koeficient, *K*, však musíme vždy premeniť z 0.2/deň na 0.2/24/3600/s.

9. Aká bude rovnovážna koncentrácia polutantov v jazere, ak:
a) Továreň zníži prietok v odpade na polovicu;
b) Továreň úplne odstaví odpad.

Riešenie

Použijeme výsledný vzťah z predchádzajúceho príkladu a dosadíme číselné hodnoty:

$$c = \frac{Q_{potok}c_{potok} + Q_{továreň}c_{továreň}}{(Q_{potok} + Q_{továreň} + KV)} = \frac{50 + 25}{\left(5 + 0.25 + \frac{0.2}{24 \times 3600} 10^7\right)} = 2.64\, mg/l$$

$$c = \frac{Q_{potok}c_{potok} + Q_{továreň}c_{továreň}}{(Q_{potok} + Q_{továreň} + KV)} = \frac{50 + 0}{\left(5 + 0 + \frac{0.2}{24 \times 3600} 10^7\right)} = 1.78\, mg/l$$

Komentár

- Prečo po odstavení odpadu z továrne sa rovnovážna koncentrácia v jazere nerovná koncentrácii polutantov v potoku?

3.2 Nestacionárny stav

1. Dokážte (ukážte), že funkcia:

$$c(t) = (c_0 - c_\infty)e^{-\left(K+\frac{Q}{V}\right)t} + c_\infty$$
$$c_\infty = \frac{S}{Q + KV}$$

je riešením diferenciálnej rovnice:

$$V\frac{dc}{dt} = S - Qc - KVc$$

Riešenie

Dôkaz vykonáme „skúškou správnosti“, t.j. navrhnutú funkciu dosadíme do pôvodnej diferenciálnej rovnice. Okrem toho musíme skontrolovať aj platnosť počiatočných podmienok. V čase $t = 0$ musí byť koncentrácia $c(t = 0) = c_0$.

$$c(t) = (c_0 - c_\infty)e^{-\left(K+\frac{Q}{V}\right)t} + c_\infty$$
$$c(t) = (c_0 - c_\infty)e^{0} + c_\infty = c_0 - c_\infty + c_\infty = c_0$$

Podobne v čase $t = \infty$ musí byť koncentrácia $c(t = \infty) = c_\infty$

$$c(t) = (c_0 - c_\infty)e^{-\left(K+\frac{Q}{V}\right)t} + c_\infty$$
$$c(t) = (c_0 - c_\infty)e^{-\infty} + c_\infty = 0 + c_\infty = c_\infty$$

Derivácia funkcie bude:

$$c(t) = (c_0 - c_\infty)e^{-\left(K+\frac{Q}{V}\right)t} + c_\infty$$
$$\frac{dc}{dt} = -\left(K + \frac{Q}{V}\right)(c_0 - c_\infty)e^{-\left(K+\frac{Q}{V}\right)t} + 0$$

Dosaďme funkciu a jej deriváciu do pôvodnej diferenciálnej rovnice a urobme „skúšku správnosti“. Ľavá strana:

$$V\frac{dc}{dt} = V\left\{-\left(K + \frac{Q}{V}\right)(c_0 - c_\infty)e^{-\left(K+\frac{Q}{V}\right)t}\right\} = -(KV + Q)(c_0 - c_\infty)e^{-\left(K+\frac{Q}{V}\right)t}$$

S uvážením $c_\infty = \frac{S}{Q+KV}$ dostaneme:

$$V\frac{dc}{dt} = -(KV + Q)\left(c_0 - \frac{S}{Q + KV}\right)e^{-\left(K+\frac{Q}{V}\right)t} = \{S - c_0(KV + Q)\}e^{-\left(K+\frac{Q}{V}\right)t}$$

Pravá strana:

$$S - Qc - KVc = S - (Q + KV)\left((c_0 - c_\infty)e^{-\left(K+\frac{Q}{V}\right)t} + c_\infty\right) =$$
$$= S - (Q + KV)\left(\left(c_0 - \frac{S}{Q + KV}\right)e^{-\left(K+\frac{Q}{V}\right)t} + \frac{S}{Q + KV}\right) =$$
$$= S - (Q + KV)\left(c_0 - \frac{S}{Q + KV}\right)e^{-\left(K+\frac{Q}{V}\right)t} - S =$$
$$= -(Q + KV)\left(c_0 - \frac{S}{Q + KV}\right)e^{-\left(K+\frac{Q}{V}\right)t} =$$
$$= \{S - c_0(Q + KV)\}e^{-\left(K+\frac{Q}{V}\right)t}$$

Ľavá strana sa rovná pravej strane, čím je dôkaz vykonaný.

2. **Vypočítajte, na akú kapacitu treba dimenzovať jedáleň na FEI STU. Diskutujte a urobte realistický odhad potrebných veličín. Pre jednoduchosť uvažujte, že jedáleň slúži len zamestnancom FEI STU.**

Riešenie

Označme *n(t)* počet práve obedujúcich ľudí v jedálni. Tento počet sa v čase mení. Prírastok počtu obedujúcich za jednotku času (v tomto prípade napríklad za 1 minútu), *dn/dt* bude daný počtom nových prichádzajúcich stravníkov za jednotku času, *H* (označenie *H* som zvolil preto, lebo tí sú ešte *H*ladní) mínus počet odchádzajúcich stravníkov za jednotku času (t.j. tých, ktorí práve dojedli). Počet tých, ktorí práve dojedli, je úmerný počtu práve obedujúcich ľudí, pričom sa dá dokázať, že konštanta úmernosti, *K*, je prevrátenou hodnotou strednej doby jedenia. Príslušná diferenciálna rovnica bude mať preto tvar:

$$\frac{dn}{dt} = H(t) - Kn(t)$$

Uvažujme zjednodušený model, že počet prichádzajúcich stravníkov za jednotku času, *H*, nie je výraznou funkciou času, a preto ho budeme považovať za konštantný. Potrebujeme však jeho realistický odhad. Podľa údajov z internetu z roku 2014 (https://sk.wikipedia.org/wiki/Fakulta_elektrotechniky_a_informatiky_Slovenskej_technickej_univerzity) mala FEI STU 519 zamestnancov. Zaokrúhlime tento údaj na 500, keďže nie všetci sa stravujú v zamestnaneckej jedálni a nie každý deň sú v práci prítomní všetci zamestnanci. Predpokladajme ďalej, že všetci zamestnanci chodia na obed medzi 11.00 a 14.00 hodinou. Počet stravníkov prichádzajúcich do jedálne za jednotku času preto bude 500/180 = 2.8 zamestnanca/minútu (po zaokrúhlení).

V ustálenom (rovnovážnom stave) bude platiť:

$$\frac{dn}{dt} = H(t) - Kn(t) = 0$$

Ak priemerný čas jedenia (t.j. pobytu jedného stravníka v jedálni) odhadneme na 30 minút, konštanta *K* bude mať hodnotu 1/30 za minútu. Ustálený počet stravníkov v jedálni preto bude:

$$n = \frac{H}{K} = \frac{2.8\, minúta^{-1}}{\frac{1}{30}\, minúta^{-1}} = 84\, miest$$

Komentár

- Na tomto extrémne zjednodušenom prípade sme si ukázali princíp, ako dimenzovať kapacitu jedální, parkovísk, záchytných parkovísk, ciest a podobne. Matematický aparát je v zásade veľmi jednoduchý, náročné však môže byť realisticky odhadnúť všetky potrebné vstupné parametre.
- Skúste meniť vstupné parametre a sledovať, ako výrazne sa bude meniť výsledok.
- Načrtnite celý priebeh funkcie *n(t)* od otvorenia jedálne po jej zatvorenie.

3. Vráťme sa teraz k príkladu s jazerom, do ktorého ústi odpad s továrne. Uvažujme, že po dlhodobej prevádzke (t.j. po dosiahnutí rovnovážnej koncentrácie), Regionálny úrad verejného zdravotníctva nariadil úplné odstavenie vypúšťania odpadu z továrne. **Aká bude koncentrácia polutantov v jazere po jednom a po 7 dňoch od odstávky?**

Riešenie

Použijeme funkciu:

$$c(t) = (c_0 - c_\infty)e^{-\left(K+\frac{Q}{V}\right)t} + c_\infty$$
$$c_\infty = \frac{S}{Q + KV}$$

Počiatočná koncentrácia polutantov v jazere, c_0, bude 3.49mg/l, čo je ustálený stav v prípade, že továreň trvale vypúšťa odpad do jazera. Ustálená koncentrácia po odstavení továrne bude 1.78mg/l. Tieto výsledky sú prevzaté z predchádzajúceho výpočtu rovnovážnych koncentrácií. Vyššie uvedená funkcia popisuje **priebeh zmeny z jedného ustáleného stavu na druhý.** Po dosadení číselných hodnôt dostaneme:

$$c(t = 1deň) = (3.49 - 1.78)e^{-\left(0.2+\frac{5\times3600\times24}{10^7}\right)1} + 1.78 = 3.24mg/l$$

$$c(t = 7dní) = (3.49 - 1.78)e^{-\left(0.2+\frac{5\times3600\times24}{10^7}\right)7} + 1.78 = 2.35mg/l$$

4. **V programe EXCEL znázornite priebeh zmeny koncentrácie po odstavení vypúšťania odpadu z továrne.**

Riešenie

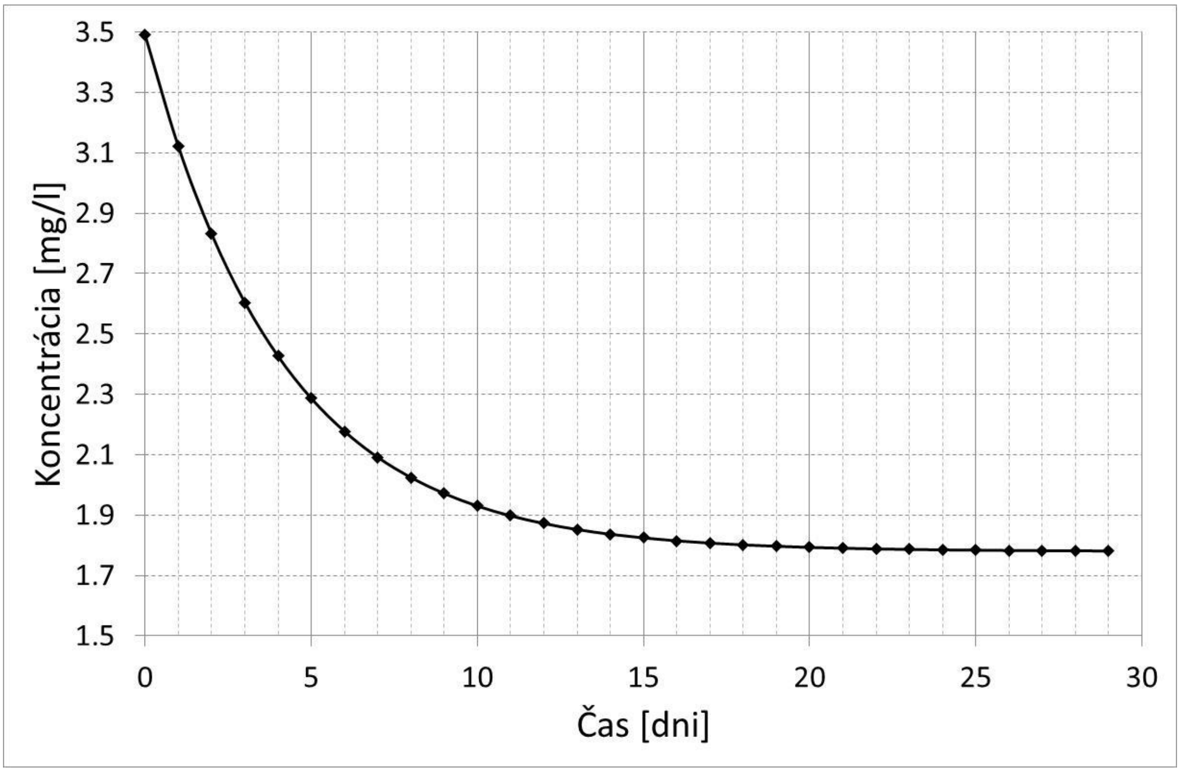
Použijeme funkciu:

$$c(t) = (3.49 - 1.78)e^{-\left(0.2+\frac{5\times3600\times24}{10^7}\right)t} + 1.78$$

a v programe EXCEL ju znázorníme s časovým rozlíšením 1 dňa.

Komentár

- Ako vidieť, potrvá **dva až tri týždne**, kým koncentrácia polutantov v jazere klesne na novú ustálenú hodnotu.
- Dá sa ukázať, že tento čas je približne 5-násobkom hodnoty ln2/*K*, čo je v tomto prípade približne 17 dní.



5. **V bare o objeme 500m^3 sedí 50 fajčiarov a každý z nich vyfajčí v priemere 2 cigarety za hodinu. Každá cigareta emituje 1.4mg formaldehydu, ktorý sa rozkladá na CO_2 s reakčným koeficientom *K*=0.4/hodinu. Čerstvý vzduch prúdi do baru pomocou vzduchotechniky s prietokom 1000m^3/h. Určte rovnovážnu koncentráciu formaldehydu v bare a porovnajte ju s limitom dráždivosti očí 0.05ppm. Teplota vzduchu v bare je 25°C.**

Riešenie

Vychádzame zo skutočnosti, že v (ustálenom) stacionárnom stave sa koncentrácia formaldehydu nemení, t.j. *dc/dt* = 0. Potom platí:

$$V\frac{dc}{dt} = S - Qc - KVc = 0$$

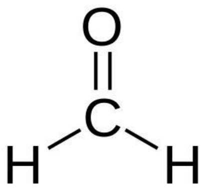
$$c = \frac{S}{Q + KV} = \frac{50\times2\times1.4}{1000 + 0.4\times500} = 0.117mg/m^3$$

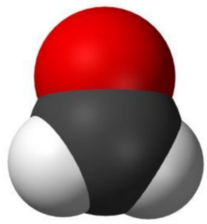
Aby sme mohli túto koncentráciu porovnať s limitom dráždivosti očí 0.05ppm, musíme ju prepočítať na ppm. K tomu potrebujeme poznať molárnu hmotnosť formaldehydu, k čomu potrebujeme poznať chemické zloženie formaldehydu.

Formaldehyd vzniká oxidáciou metanolu:

$CH_3OH + O \rightarrow HCHO + H_2O$

Do tela môže vstupovať inhalačne alebo kontaktom s kožou či očami. Orálna expozícia je možná pri styku s vodným roztokom formaldehydu alebo kontaminovanou stravou. V pľúcach sa formaldehyd ľahko vstrebáva. Polčas rozpadu v krvi je asi 90 sekúnd a metabolitom je kyselina mravčia (je vylučovaná močom) a oxid uhličitý (je vydychovaný). Formaldehyd je súčasťou spalín dieselových aj benzínových motorov, absorbuje sa v respiračnom aj gastrointestinálnom ústrojenstve a pôsobí dráždivo. V roku 1995 bol klasifikovaný ako pravdepodobný karcinogén a v roku 2011 bol preklasifikovaný na preukázaný karcinogén. Štruktúra molekuly:





Relatívna molekulová hmotnosť bude približne 2 (H, H) +12 (C) +16 (O) = 30, presná hodnota molárnej hmotnosti je podľa https://sk.wikipedia.org/wiki/Formaldehyd 30.03g/mól. Prevodový vzťah je známy z predchádzajúcich cvičení:

$$c[mg/m^3] = \frac{M \times c[ppm]}{22.4} \times \frac{273}{298}$$

$$c[ppm] = \frac{22.4 \times c[mg/m^3]}{M} \times \frac{298}{273} = \frac{22.4 \times 0.117}{30.03} \times \frac{298}{273} = 0.095 ppm$$

Hranica dráždivosti očí bude teda prekročená takmer dvojnásobne.

6. Riešme teraz preto opačnú úlohu. **Aký prietok vzduchu musí zabezpečiť vzduchotechnika v bare, aby hranica dráždivosti očí nebola prekročená?**

Riešenie

Hranicu dráždivosti očí 0.05ppm najprv prepočítame na mg/m^3:

$$c[mg/m^3] = \frac{M \times c[ppm]}{22.4} \times \frac{273}{298} = \frac{30.03 \times 0.05 \times 273}{22.4 \times 298} = 0.0614 mg/m^3$$

Opäť použijeme rovnicu:

$$V\frac{dc}{dt} = S - Qc - KVc = 0$$

Teraz je však neznámou, ktorú treba vypočítať, prietok vzduchu, *Q*:

$$Q = \frac{S - KVc}{c} = \frac{50 \times 2 \times 1.4 - 0.4 \times 500 \times 0.0614}{0.0614} = 2080 m^3/h$$

Ako vidieť, vzduchotechnika v bare je poddimenzovaná a jej výkon by mal byť približne dvojnásobný.

Komentár

- Analogický problém je dimenzovanie odsávania výfukových plynov z diaľničných a cestných tunelov. Treba odhadnúť zdrojový člen, *S*, ktorý predstavuje množstvo škodlivín produkovaných autami v tuneli za jednotku času, objem tunela je známy, reakčné koeficienty sú známe z chémie. Na základe toho je potom možné správne navrhnúť a dimenzovať ventilačný systém tunela.

7. Aká bude koncentrácia formaldehydu v bare o šiestej hodine, ak bar otvárajú o piatej?

Riešenie

Ak predpokladáme, že bar sa prakticky okamžite zaplní ľuďmi a všetci začnú hneď fajčiť, pričom na začiatku bol vzduch v bare úplne čistý, musíme riešiť rovnicu:

$$c(t) = (c_0 - c_\infty)e^{-\left(K+\frac{Q}{V}\right)t} + c_\infty$$

$$c_\infty = \frac{S}{Q + KV}$$

Počiatočná koncentrácia je nulová (úplne čistý vzduch) a ustálená koncentrácia je z predchádzajúceho výpočtu 0.117mg/m^3. Po dosadení číselných hodnôt dostaneme:

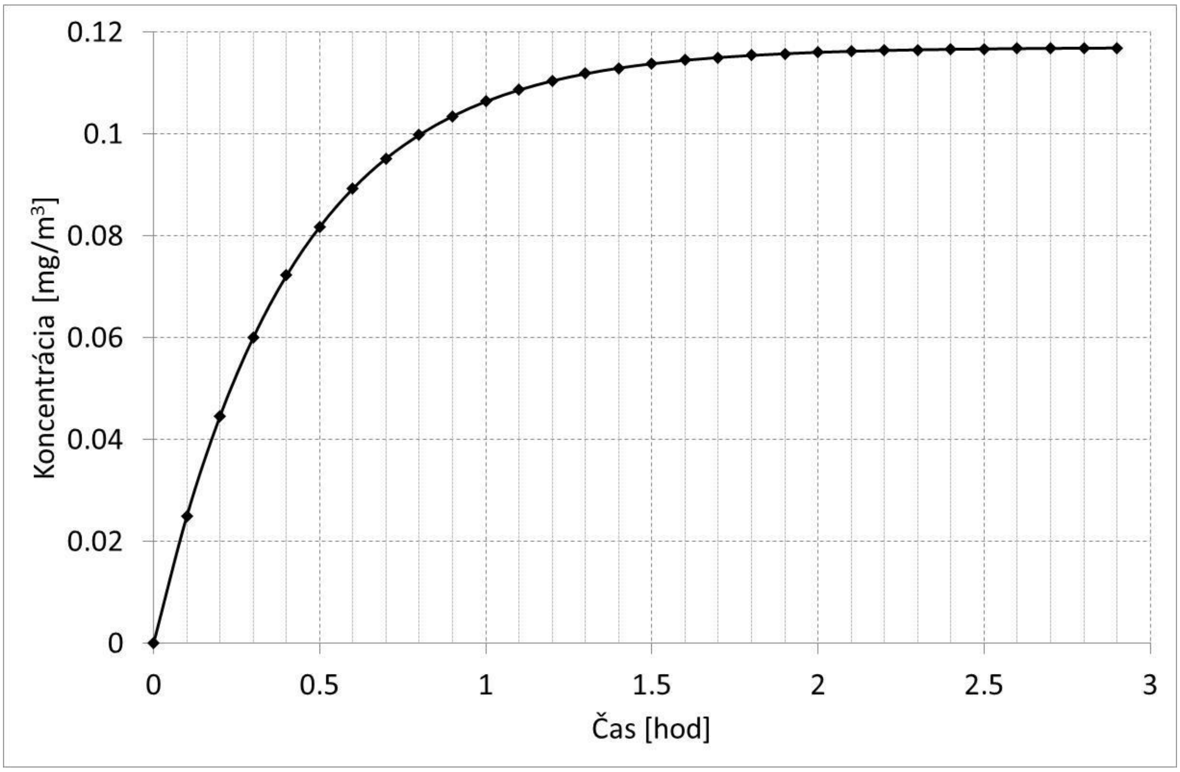
$$c(t) = (0 - 0.117)e^{-\left(0.4+\frac{1000}{500}\right)1} + 0.117 = 0.106mg/m^3$$

8. Zobrazte celý priebeh nárastu koncentrácie formaldehydu v bare od otvorenia až po ustálenú hodnotu s rozlíšením 6 minút.

Riešenie

V programe EXCEL vytvoríme a zobrazíme funkciu s počiatočnou koncentráciou 0mg/l a ustálenou koncentráciou 0.117mg/l a nezávisle premennou t s rozlíšením 0.1 hodiny (= 6 minút):

$$c(t) = (0 - 0.117)e^{-\left(0.4+\frac{1000}{500}\right)t} + 0.117$$



Ako vidieť, prakticky už po dvoch hodinách od otvorenia baru, koncentrácia formaldehydu nadobudne ustálenú hodnotu prekračujúcu hranicu dráždivosti očí.

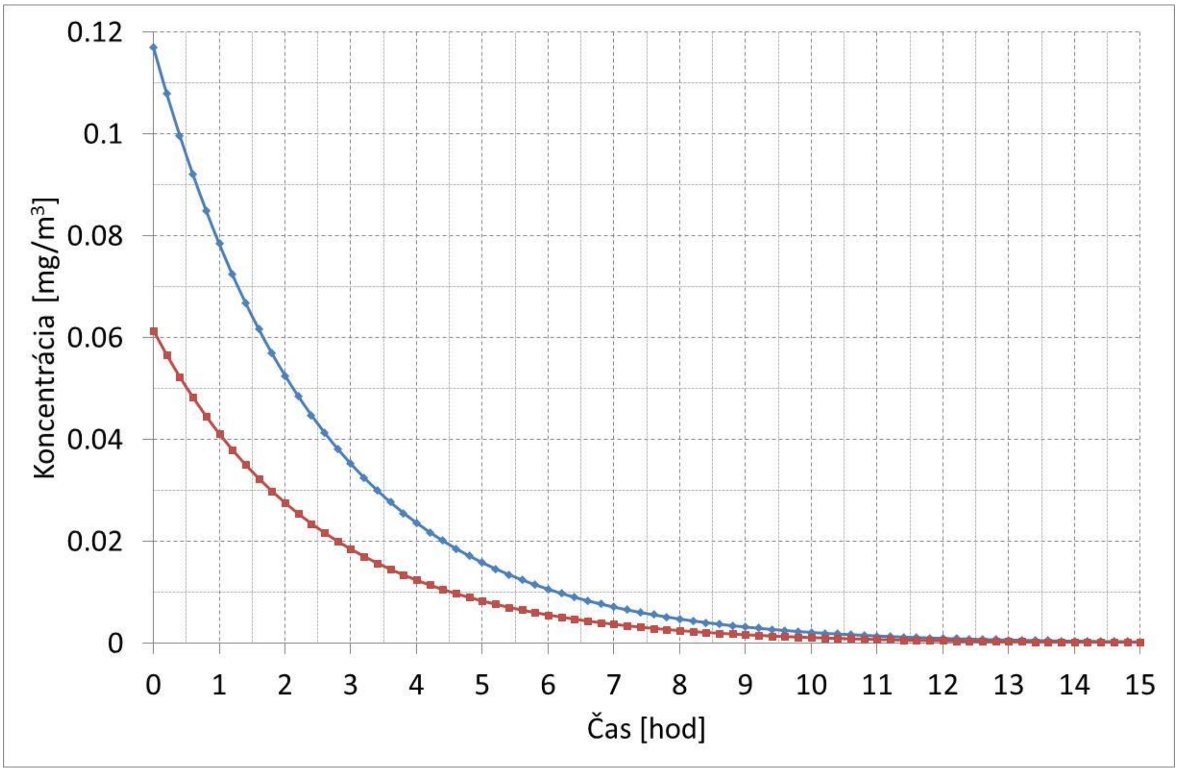
9. Predpokladajme, že bar je otvorený do druhej hodiny po polnoci a že personál pri zatváraní baru úplne vypne vzduchotechniku. Ako sa bude meniť koncentrácia formaldehydu v bare až do jeho opätovného otvorenia o piatej hodine popoludní?

Riešenie

Pri zatváraní baru v ňom bude koncentrácia formaldehydu 0.117mg/m^3. Ak obsluha vypne vzduchotechniku, pokles koncentrácie formaldehydu bude nastávať už len v dôsledku jeho rozkladu. Časový priebeh poklesu koncentrácie formaldehydu bude potom opísaný funkciou:

$$c(t) = (0.117 - 0)e^{-(0.4)t} = 0.117e^{-0.4t}$$

Túto funkciu si znázorníme v programe EXCEL po dobu, počas ktorej je bar zavretý (otvára sa o 17.00 popoludní a zatvára sa o 2.00 po polnoci), t.j. po dobu 15 hodín.



Vidieť, že doba, počas ktorej je bar zatvorený, je dostatočne dlhá na to, aby sa prakticky všetok formaldehyd z predchádzajúceho dňa rozložil. Modrá krivka je pre prietok vzduchotechniky 1000m^3/h, ktorému zodpovedá ustálená koncentrácia formaldehydu 0.117mg/m^3. Červená krivka je pre prietok vzduchotechniky 2080 m^3/h, ktorému zodpovedá ustálená koncentrácia formaldehydu 0.0614mg/m^3.

Všimnite si aj dobu, za ktorú klesne počiatočná koncentrácia formaldehydu na polovicu svojej počiatočnej hodnoty. Nazývame ju **dobou polpremeny** a je daná výrazom ln2/K. V tomto prípade je to 1.733 hodiny.

10. Ako dlho bude trvať zohrievanie 80 litrov vody v elektrickom ohrievači z 15°C na 65°C, ak výkon ohrievača je 2.5kW a tepelné straty sú 20%. Špecifické teplo vody je 4.187 kJ/kg/K.

Riešenie

Ak sú tepelné straty 20%, znamená to, že efektívne sa na ohrev vody použije len výkon 2.5kW×0.8 = 2 kW. Celkove treba dodať energiu $m \times c \times \Delta T$, kde m je hmotnosť vody, c je špecifické teplo vody a ΔT je rozdiel teplôt. Po dosadení číselných hodnôt dostaneme:

$$m \times c \times \Delta T = 80 \times 4.187 \times 50 = 16748 kJ$$

Ohrievač s efektívnym výkonom 2kW dodáva každú sekundu 2kJ. Potrebný čas preto bude:

$$\frac{16748 kJ}{2 kJ} / 3600 = 2.33\ hodiny$$

Komentár

- Porovnajte výsledok s reálnymi údajmi. Pri rýchlejšom ohreve použite výkon 3kW. 2.33/3×2 = 1.55 hodiny = cca 90 minút (výrobca udáva 85 minút).

Hlavné technické parametre

- **Objem:** 80 l
- **Inštalácia:** zvisle
- **Príkon:** 2000/3000 W
- **Hmotnosť:** 31 kg

Ostatné technické parametre

- **Rozmery:**
  - **Výška:** 893 mm
  - **Šírka:** 475 mm
  - **Hĺbka:** 475 mm
- **Doba ohrevu z 10 na 60 °C:** 85 min
- **Stupeň el. Krytie:** IP 25
- **Max. prevádzkový pretlak v nádobe:** 0,6 MPa
- **Tepelné straty / trieda energetickej účinnosti:** 0,72/ C kWh/ deň
- **Napojenie:** G 1/2 "vonkajší
- **Tepel.izolace:** polyuretán
- **Napätie:** 230 V