

1 Gravitačné pole, hydrostatický tlak, žiarenie

1. Vypočítajte hodnotu gravitačného zrýchlenia, g , z Newtonovho gravitačného zákona. Hmotnosť Zeme, M_{Zem} , je asi 5.9742×10^{24} kg, polomer Zeme, R , je asi 6378 km a gravitačná konštanta, G , je $6.67408 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$.

Riešenie

Newtonov gravitačný zákon má tvar:

$$F_{gr} = G \frac{M_{Zem} \times m}{R^2} = 6.67408 \times 10^{-11} \times \frac{5.9742 \times 10^{24}}{(6378000)^2} \times m = gm$$
$$g = G \frac{M_{Zem}}{R^2} = 6.67408 \times 10^{-11} \times \frac{5.9742 \times 10^{24}}{(6378000)^2} = 9.802 \text{ ms}^{-2}$$

Komentár

- Treba si teda uvedomiť, že **gravitačné** zrýchlenie nie je totožné s **tiažovým** zrýchlením. V čom je rozdiel?
- Urobte rozmerovú analýzu Newtonovho gravitačného zákona:

$$F_{gr} [N = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}] = G [\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}] \frac{M_{Zem} [\text{kg}] \times m [\text{kg}]}{R^2 [\text{m}^2]}$$

2. Prepočítajte na Pa tlak 80 mm vodného stĺpca. Aká by bola výška stĺpca, ak by sme vodu nahradili ortuťou s hustotou 13534 kg/m^3 ?

Riešenie

Hydrostatický tlak, p , je daný ako $p = h\rho g$, kde h je výška stĺpca kvapaliny, ρ je hustota kvapaliny a g je gravitačné zrýchlenie. Pre tlak 80 mm vodného stĺpca dostaneme:

$$p [\text{Pa}] = h \cdot \rho \cdot g = 0.08 [\text{m}] \times 1000 [\text{kg/m}^3] \times 9.802 [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}] = 784 \text{ Pa}$$

Ak by sme vodu nahradili ortuťou, výška stĺpca by bola 13.534-krát menšia, nakoľko hustota ortuti je 13.534-krát väčšia ako hustota vody. $80/13.534 = 5.9 \text{ mm}$.

3. Z akej najväčšej hĺbky dokážeme „vytiahnuť“ vodu zo studne bežným čerpadlom?

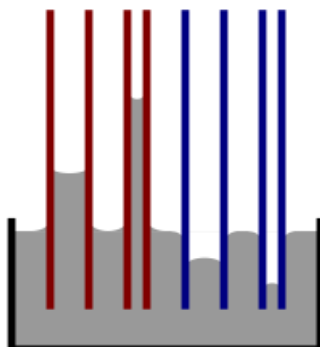
Riešenie

Ak vodu zo studne čerpáme tak, že v sacom potrubí vytvárame čerpadlom podtlak, vodu zo studne vlastne vytláča atmosférický tlak pôsobiaci na jej hladinu. Ak zanedbáme zvyškový tlak v sacom potrubí, pre maximálnu hĺbku dostaneme:

$$h = \frac{p}{\rho \cdot g} = \frac{101000}{1000 \times 9.802} = 10.3m$$

Komentár

- Akým spôsobom by sa dalo technicky dosiahnuť, aby sme vodu dokázali čerpať aj z väčších hĺbok?
- Sekvoje sú najvyššie živé organizmy na Zemi, ale výška, ktorú môžu tieto stromy dosiahnuť, je obmedzená a nemôžu ju prekonať, aj keby rástli v najvhodnejších podmienkach. Sekvoje môžu rásť do maximálnej výšky asi 125 metrov, ktorú v minulosti aj dosahovali, po desaťročiach výrubov však v súčasnosti takýto exemplár nejestvuje. Sekvoje ku mimoriadnemu rastu ženie boj o slnečný svit medzi stromami, takže jediným spôsobom ako prežiť, je byť vyšší ako sused. Udržiavanie tak obrovského objemu biomasy tak vysoko nad zemou je spojené s veľkými mechanickými problémami. Prúdenie vody v kapilárach je tiež obmedzené. Môže trvať až 24 dní, kým sa voda z úrovne základne kmeňa dostane na vrchol stromu. Aj keď je v pôde dostatok vody, výška, do ktorej je možné túto vodu „vytlačiť“ kapilárnym javom, je obmedzená. Nasledujúci obrázok ilustruje kapilárne javy (kapilárna elevácia a kapilárna depresia).



4. Do akej výšky by dokázal vytlačiť vodu vzduch zo správne nafúkanej pneumatiky osobného auta a do akej výšky by dokázal vytlačiť ortuť?

Riešenie

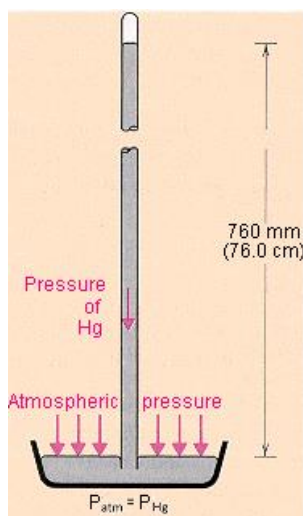
Pneumatiky osobných automobilov sa hustia na cca 2atm, takže pretlak voči atmosférickému tlaku je 1atm. Vzduch z pneumatiky auta by teda dokázal vytlačiť vodu do výšky:

$$h = \frac{p}{\rho \cdot g} = \frac{101000}{1000 \times 9.802} = 10.3m$$

Ak by sme vodu nahradili ortuťou, bola by táto výška 13.534-krát menšia, t.j. **761mm**.

Komentár

- Táto hodnota (760mm ortuťového stĺpca) je známa z tzv. Torricelliho pokusu a pôvodne slúžila ako jednotka merania tlaku: 1atm = 760 Torr = 760mmHg.



- Pozri viac podrobností o Evangelistovi Torricellim na https://sk.wikipedia.org/wiki/Evangelista_Torricelli
- Vypočítajte konverzné faktory medzi najznámejšími jednotkami tlaku Pa, Torr, atm a bar. Platí, že 1atm = 1 bar? [pozri definíciu jednotky „bar“ na [https://sk.wikipedia.org/wiki/Bar_\(tlak\)](https://sk.wikipedia.org/wiki/Bar_(tlak))]

5. Akú energiu majú fotóny viditeľného svetla s vlnovou dĺžkou 400nm a 700nm?

Riešenie

Použijeme vzťah:

$$E = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

kde E je energia fotónu, h je Planckova konštanta $6.62607040 \times 10^{-34}$ J.s, c je rýchlosť svetla vo vákuu 299792458 m/s a λ je vlnová dĺžka. Po dosadení číselných hodnôt dostaneme:

$$E = \frac{6.6260704 \times 10^{-34} \times 2.99792458 \times 10^8}{400 \times 10^{-9}} = 4.966 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$E = \frac{6.6260704 \times 10^{-34} \times 2.99792458 \times 10^8}{700 \times 10^{-9}} = 2.838 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Komentár

- Takto získané hodnoty sú v Jouleoch. Takéto energie sa však spravidla udávajú v [eV]. Prevod do [eV] urobíme delením energie v Jouleoch elementárnym nábojom $e = 1.6021766208 \times 10^{-19}$ C. Alternatívne môžeme využiť Planckovu konštantu v [eV.s], ktorá má hodnotu $4.135667662 \times 10^{-15}$ eV.s. Po konverzii na [eV] dostaneme:

$$E = \frac{4.135667662 \times 10^{-15} \times 2.99792458 \times 10^8}{400 \times 10^{-9}} = 3.1 \text{ eV}$$

$$E = \frac{4.135667662 \times 10^{-15} \times 2.99792458 \times 10^8}{700 \times 10^{-9}} = 1.771 \text{ eV}$$

Fotóny viditeľného svetla majú teda energiu rádovo ≈ 2 eV.

- Overte konverziu Planckovej konštanty z [J.s] na [eV.s]. $6.62607040 \times 10^{-34}$ J.s podelíme elementárnym nábojom $e = 1.6021766208 \times 10^{-19}$ C a dostaneme 4.13567×10^{-15} eV.s.
- Diskutujte hodnotu energie fotónov viditeľného svetla ≈ 2 eV vo vzťahu k energetickej štruktúre elektrónového obalu atómu. Aká je ionizačná energia atómu vodíka? (13.6 eV)

6. Koľko fotónov viditeľného svetla za sekundu emituje klasická 60W-ová žiarovka?

Riešenie

Výkon 60W znamená energiu 60J/s. Z predchádzajúceho príkladu vieme, že jeden fotón viditeľného svetla má energiu približne $2\text{eV} = 2 \times 1.602 \times 10^{-19}\text{J}$. Počet emitovaných fotónov za sekundu, N , by teda mal byť:

$$N = \frac{60}{2 \times 1.602 \times 10^{-19}} = 18.7266 \times 10^{19} \text{ fotónov/s}$$

Komentár

- Je tento výsledok správny, reálny? Ak nie, čo dôležité sme zanedbali?

7. Vysielačia frekvencia moderných rozhlasových staníc s frekvenčnou moduláciou je rádovo 100MHz. Aká tomu zodpovedá vlnová dĺžka?

Riešenie

Použijeme vzťah medzi vlnovou dĺžkou a frekvenciou:

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

z ktorého pre frekvenciu 100MHz dostaneme:

$$\lambda = \frac{2.99792458 \times 10^8}{100 \times 10^6} \cong 3\text{m}$$

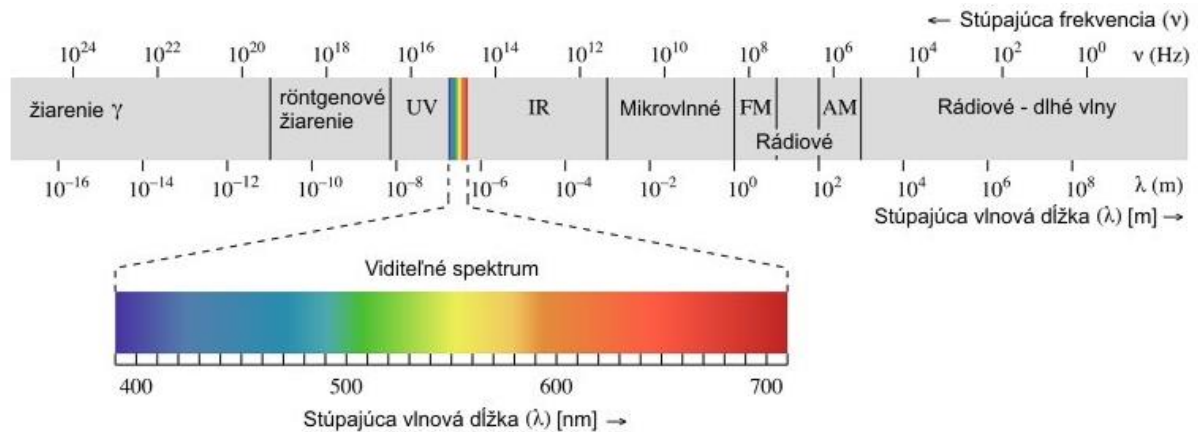
Komentár

- Pre ilustráciu uvádzam vysielačie frekvencie jednej zo staníc v rôznych mestách na Slovensku:

Nitra	88.8 MHz
Lučenec	89.1 MHz

Nové Mesto nad Váhom	92.4 MHz
Košice	94.8 MHz
Považská Bystrica	95.1 MHz
Banská Bystrica	97.6 MHz
Bratislava - Devínska Nová Ves	97.6 MHz
Čadca	98.1 MHz
Martin	98.7 MHz
Žilina	98.7 MHz
Ružomberok	98.8 MHz
Bratislava	100.3 MHz
Trenčín	100.3 MHz
Rimavská Sobota	102.4 MHz
Prešov	105.2 MHz
Poprad	107.3 MHz

Mikrovlny sú druhom elektromagnetického žiarenia určitej frekvencie. V mikrovlnných rúrach sa používa frekvencia 2450MHz. Ak takáto elektromagnetická vlna zasiahne vhodnú elektricky nabitú látku, rozkmitá ju. Molekuly vody majú kladné a záporné náboje rozdelené nerovnomerne – na jednom konci prevláda kladný a na opačnom záporný náboj. Hovoríme o tzv. elektrickej polarizácii molekuly. (Diskutujte rozdelenie náboja v molekule vody, kde prevláda záporný a kde kladný náboj a prečo?) Keď takúto molekulu zasiahne elektromagnetická vlna, pohne s ňou – pootočí ju a následne opačná pol-vlna žiarenia ju pootočí na druhú stranu. Pri rýchlo sa meniacom striedavom elektrickom poli polarizované molekuly „nestíhajú“ sledovať tieto zmeny, pri natáčaní prekonávajú určitý odpor, čo je spojené so stratou energie (tzv. dielektrické straty). Táto energia sa premieňa na teplo. Technicky sa tento spôsob ohrevu nazýva dielektrický. Teplo vzniká v celom objeme žiarením zasiahnutej látky takmer súčasne (žiarenie preniká do objemu látky a zohrieva ju zvnútra). Voľba frekvencie žiarenia pre mikrovlnný ohrev potravín je kompromisom medzi ohrievaním potravín a prestupom cez ne. Materiály, ktoré mikrovlny ohrievajú sú najmä voda, cukor a tuk. Mikrovlny patria medzi tzv. neionizujúce žiarenie. To znamená, že dokážu elektróny v atómoch rozkmitať, ale nedokážu atómy ionizovať a spôsobiť tak chemické zmeny v látkach. Z tohto hľadiska je pôsobenie mikrovln neškodné. Mikrovlny neprenikajú cez kovové predmety (odrážajú sa od nich), ale sú schopné prenikať plastom, sklom, keramikou, papierom a podobne. Môžu teda priamo ohrievať potraviny umiestnené v nádobe bez zvyšovania teploty samotnej nádoby. Pozri oblasť mikrovlnných frekvencií na nasledujúcom diagrame.



8. Pre mikrovlnnú frekvenciu 2450MHz určte vlnovú dĺžku a energiu žiarenia. Porovnajte ju s energiou viditeľného svetla.

Riešenie

Použijeme vzťah:

$$E = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

Pre energiu dostaneme:

$$E = 4.135667662 \times 10^{-15} \times 2.450 \times 10^9 = 1.0132 \times 10^{-5} \text{ eV}$$

Pre vlnovú dĺžku dostaneme:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{2.99792458 \times 10^8}{2.450 \times 10^9} = 1.224 \times 10^{-1} \text{ m} \cong 122 \text{ mm}$$

Komentár

- Všimnime si, že energia fotónu mikrovlnného žiarenia je cca o 5 rádov nižšia ako energia fotónu viditeľného svetla.
- Aké frekvencie používajú mobilní operátori napríklad na Slovensku?

9. Predpokladajme, že Zem je absolútne čierne teleso s priemernou teplotou 15°C a polomerom 6378km. Aký výkon Zem vyžaruje a pri akej vlnovej dĺžke má spektrum emitovaného žiarenia maximum?

Riešenie

Použijeme Stefan-Boltzmannov vyžarovací zákon v tvare:

$$W = \sigma AT^4$$

kde W je vyžiarený výkon [Watt], A je plocha telesa, T je absolútna teplota telesa [K] a σ je Stefan-Boltzmannova konštanta $5.67 \times 10^{-8} \text{W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$. K tomu potrebujeme vypočítať plochu povrchu Zeme ako $4\pi R^2$, kde R je polomer Zeme. Plocha povrchu Zeme bude:

$$A = 4\pi R^2 = 4\pi \times (6378 \text{km})^2 = 5.112 \times 10^{14} \text{m}^2$$

Teplotu musíme dosadiť v [K], t.j. 288K.

Výsledná hodnota:

$$W = \sigma AT^4 = 5.67 \times 10^{-8} \times 5.112 \times 10^{14} \times 288^4 = 1.99 \times 10^{17} \text{W}$$

Maximum spektra sa bude nachádzať pri vlnovej dĺžke danej Wienovým posuvným zákonom $\lambda_{max} = \frac{2898}{T}$, kde λ_{max} je vlnová dĺžka v mieste maxima [μm] a T je teplota [K]. Po dosadení číselných hodnôt dostaneme:

$$\lambda_{max} = \frac{2898}{T} = \frac{2898}{288} = 10.0625 \mu\text{m}$$

Komentár

- Je zaujímavé vypočítať aj **plošnú hustotu emitovaného výkonu** (v tomto tvare je Stefan-Boltzmannov vyžarovací zákon pravdepodobne aj lepšie zapamätateľný):

$$\frac{W}{A} = \sigma T^4 = 5.67 \times 10^{-8} \times 288^4 = 390.1 \text{W}/\text{m}^2 \cong 0.4 \text{kW}/\text{m}^2$$

- Skúste tiež vypočítať plošnú hustotu vyžarovaného výkonu v lete a v zime, resp. na rovníku a na severnom póle (treba vyhľadať na internete príslušné hodnoty teplôt).
- **V akej oblasti spektra (pozri diagram vlnových dĺžok vyššie) Zem najviac vyžaruje?**

10. Spektrum Slnčného žiarenia má maximum pri $0.48 \mu\text{m}$. Ak predpokladáme, že Slnko vyžaruje ako absolútne čierne teleso, aká je jeho teplota?

Riešenie

Použijeme Wienov posuvný zákon $\lambda_{max} = \frac{2898}{T}$, kde λ_{max} je vlnová dĺžka v mieste maxima [μm] a T je teplota [K]. Z neho vyjadríme teplotu:

$$T = \frac{2898}{\lambda_{max}} = \frac{2898}{0.48} = 6038\text{K}$$

11. Vypočítajte obvodovú rýchlosť a odstredivé zrýchlenie na povrchu Zeme v oblasti rovníka.

Riešenie

Obvodová rýchlosť, v , je daná ako $v = \omega R$, kde ω je uhlová rýchlosť a R je polomer Zeme (6378km). Uhlová rýchlosť je 2π za 24 hodín, t.j. $2\pi / (24 \cdot 3600) = 7.272 \times 10^{-5} \text{s}^{-1}$. Obvodová rýchlosť potom bude:

$$v = \omega R = 0.464 \text{km/s} = 1670 \text{km/h}$$

Odstredivé zrýchlenie, a , je dané ako $R\omega^2$. Po dosadení číselných hodnôt dostaneme:

$$a = R\omega^2 = 6378000 \times (7.272 \times 10^{-5})^2 = 0.03373 \text{ms}^{-2}$$

Komentár

- Porovnaj tento výsledok s údajmi na https://sk.wikipedia.org/wiki/Pohyby_Zeme
- Porovnaj odstredivé zrýchlenie s gravitačným zrýchlením. Môžu predmety „uletieť“ zo Zeme vplyvom odstredivej sily spôsobenej rotáciou Zeme?