Posledná aktualizácia: 12. mája 2012. Čo bolo aktualizované (oproti predošlej verzii zo 17. apríla 2012): Dodané príklady, ktoré prechodne v zozname chýbali: 9.1, 9.2, 9.3 a aj **veľmi dôležité 9.5, 9.6**. Posunuté číslovanie. Oprava preklepu (Bolzman → Boltzmann). Ďalšie drobné opravy a úpravy.

Písmená **A**, **B**, **C**, **D** vyjadrujú obtiažnosť príkladu. **D** je najnižšia.

9 TERMODYNAMIKA

Avogadrova konštanta	N_{A}	=	$6{,}02214179 \,.\, 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}$
Mólová plynová konštanta	R	=	$8{,}314472\ \mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$
Boltzmannova konštanta	k	=	$R/N_{\mathrm{A}} = 1{,}3806504 \,.\, 10^{-23}\ \mathrm{J\,K^{-1}}$
Atómová hmotnostná jednotka	m_{u}	=	$1{,}660538782 \,.\, 10^{-27}\,\mathrm{kg}$

Platí $\boxed{m_{\mathrm{u}} N_{\mathrm{A}} = 1\mathrm{g/mol}}$ (presne).

Upozornenie: Pokiaľ nie je povedané inak, plyny v príkladoch považujte za ideálne.

PRÍKLAD 9.1 ☆☆☆★ (D)

V tlakovej nádobe bol kyslík s hmotnosťou $m = 1\,\mathrm{g}$ a teplotou $t_1 = 47\,^\circ\mathrm{C}$. Nádoba nebola dobre uzavretá a tak časť plynu unikla. Pri kontrole sa zistilo, že tlak klesol na 5/8 pôvodnej hodnoty a teplota klesla na $t_2 = 20\,^\circ\mathrm{C}$. Aká je hmotnosť náplne pri druhom meraní?

$$\left[\ m_2 = m_1 \frac{5T_1}{8T_2} = 0{,}693\,\mathrm{g}\ \right]$$

PRÍKLAD 9.2 ☆☆☆★ (D)

Dusík je plyn pozostávajúci z dvojatómových molekúl N_2. Mólová hmotnosť atómového dusíka je $M = 14\,\mathrm{g/mol}$. Určte mólové tepelné kapacity pri konštantnom objeme a tlaku C_v a C_p a aj hmotnostné tepelné kapacity c_v a c_p. Napokon určte Poissonovu[1] konštantu κ.

$$\left[\begin{array}{lll} C_v = \frac{5}{2}kN_{\mathrm{A}} = 20{,}8\,\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}; & C_p = \frac{7}{2}kN_{\mathrm{A}} = 29{,}1\,\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}; & \kappa = \frac{7}{5} \\ c_v = \frac{1}{M}C_v = 742\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}; & c_p = \frac{1}{M}C_p = 1\,039\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}} & \end{array}\right]$$

[1] Znak κ je grécke písmeno, ktoré čítame kapa.

PRÍKLAD 9.3 ☆☆★★ (C)

Určte hmotnostnú tepelnú kapacitu c_v pri konštantnom objeme zmesi troch plynov so zložením $m_1 = 3\,\mathrm{g}$ CO, $m_2 = 2{,}2\,\mathrm{g}$ N_2 a $m_3 = 2{,}2\,\mathrm{g}$ O_2. Mólové hmotnotnosti jednotlivých prvkov sú: $M_\mathrm{C} = 12\,\mathrm{g/mol}$, $M_\mathrm{N} = 14\,\mathrm{g/mol}$ a $M_\mathrm{O} = 16\,\mathrm{g/mol}$.

$$\left[\; c_v = \frac{5}{2}R\,\frac{\dfrac{m_1}{M_\mathrm{C}+M_\mathrm{O}} + \dfrac{m_2}{2M_\mathrm{N}} + \dfrac{m_3}{2M_\mathrm{O}}}{m_1+m_2+m_3} = 714{,}8\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}} \;\right]$$

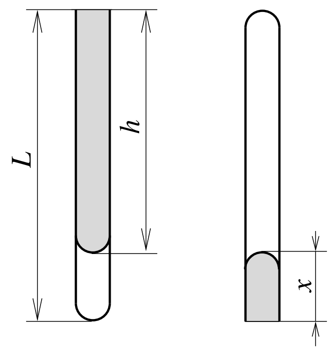
PRÍKLAD 9.4 ☆☆☆★ (D)

Na dne jazera v hĺbke $h = 21\,\mathrm{m}$ je vzduchová bublina s polomerom $r_1 = 1\,\mathrm{cm}$. Teplota pri dne jazera je $t_1 = 4\,^\circ\mathrm{C}$. Bublina pomaly stúpa na povrch. Povrchové vrstvy vody majú teplotu $t_2 = 27\,^\circ\mathrm{C}$. Atmosférický tlak je $b = 0{,}1\,\mathrm{MPa}$, hustota vody $\rho = 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$. Aký polomer bude mať bublina pri hladine? Efekt povrchového napätia rozhrania vzduch-voda zanedbávame.

$$\left[\; r_2 = r_1\sqrt[3]{\frac{(b+\rho g h)T_2}{bT_1}} = 1{,}50\,\mathrm{cm} \;\right]$$

PRÍKLAD 9.5 ☆★★★ (B)

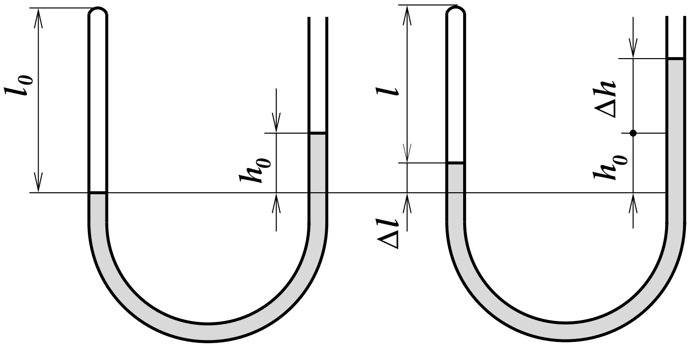
V trubici s dĺžkou $L = 700\,\mathrm{mm}$ je ortuťou uzavretá vzduchová bublina. Najprv je trubica otočená zataveným koncom dolu. Výška stĺpca ortute je $h = 200\,\mathrm{mm}$. Trubicu otočíme otvoreným koncom dole. Časť ortuti vytečie. Vypočítajte výšku ostatku stĺpca ortuti x. Pre akú podmienku vytečie ortuť z trubice úplne? Hustota ortuti je $\rho = 13{,}6\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$, tiažové zrýchlenie $g = 9{,}80665\,\mathrm{ms^{-2}}$. Vonkajší atmosférický tlak je $b = 101\,325\,\mathrm{Pa}$.



$$\left[\; \begin{aligned} & x = \frac{a+L}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(a+L)^2 - 4h(a+h-L)} = 36{,}5\,\mathrm{mm} \\ & L - h \geq a, \quad \text{kde } a = \frac{b}{g\rho} = 759{,}7\,\mathrm{mm} \end{aligned} \;\right]$$

PRÍKLAD 9.6 ☆★★★ (B)

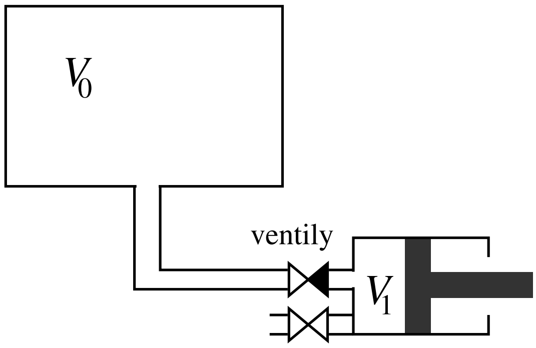
Sklenená trubica v tvare U s konštantným prierezom má ľavý koniec zatavený. Naplnená je ortuťou tak, že v ľavom ramene je vzduchový stĺpec dĺžky $\ell_0 = 300\,\mathrm{mm}$. Stĺpec ortuti v pravom ramene je o $h_0 = 110\,\mathrm{mm}$ vyšší než v ľavom. Atmosferický tlak je $b = 101\,325\,\mathrm{Pa}$, tiažové zrýchlenie $g = 9{,}80665\,\mathrm{m\,s^{-2}}$, hustota ortuti $\rho = 13{,}6\,.\,10^3\,\mathrm{kg/m^3}$. Aký je tlak vzduchu v ľavom ramene na ľavom obrázku? Určte výšku stĺpca ortuti Δh, ktorý musíme doliať do pravého ramena, aby sme zdvihli hladinu v ľavom ramene o $\Delta\ell = 13\,\mathrm{mm}$.



$$\left[\; p_\mathrm{L} = b + h_0\rho g = 115\,996\,\mathrm{Pa}; \quad \Delta h = \Delta\ell\left(1 + \frac{a + h_0}{\ell_0 - \Delta\ell}\right) = 52{,}4\,\mathrm{mm}, \quad \text{kde } a = \frac{b}{g\rho} = 759{,}7\,\mathrm{mm} \;\right]$$

PRÍKLAD 9.7 ☆★★★ (B)

Vákuová komora s objemom $V_0 = 30\,\ell$ je čerpaná pomocou piestovej vývevy. Pracovný objem valca vývevy je $V_1 = 0{,}5\,\ell$. Predpokladáme, že vákuová komora i výveva majú stálu teplotu $T = 300\,\mathrm{K}$. Ako klesne tlak plynu po jednom pracovnom cykle vývevy? Koľko pracovných cyklov potrebujeme na zníženie tlaku vo vákuovej komore na polovicu pôvodného tlaku?



$$\left[\; \frac{p_1}{p_0} = \frac{V_0}{V_0 + V_1} = 0{,}98; \quad n = \frac{\log\frac{1}{2}}{\log\frac{V_0}{V_0 + V_1}} = 42 \;\right]$$

PRÍKLAD 9.8 ☆☆★★ (C)

Hliník v tuhom stave má pri teplote $t_1 = 20\,^\circ\mathrm{C}$ hustotu $\rho_1 = 2{,}7\,\mathrm{g/cm^3}$, v kvapalnom stave pri teplote $t_2 = 660\,^\circ\mathrm{C}$ má hustotu $\rho_2 = 2{,}38\,\mathrm{g/cm^3}$. Vypočítajte prácu, ktorú odovzdá hliník s hmotnoťou $m = 100\,\mathrm{kg}$ okoliu, ak ho pri tlaku $p = 0{,}1\,\mathrm{MPa}$ zohrejeme z teploty t_1 na teplotu t_2.

$$\left[\; W = pm\left(\frac{1}{\rho_2} + \frac{1}{\rho_1}\right) = 498\ \mathrm{J} \;\right]$$

PRÍKLAD 9.9 ☆★★★ (B)

Vo valci s piestom je kyslík s hmotnosťou $m = 3{,}2\,\mathrm{g}$. Počiatočný tlak a teplota kyslíka sú $p_1 = 124{,}7\,\mathrm{kPa}$, $t_1 = 27\,^\circ\mathrm{C}$. Kyslík izotermicky zväčší svoj objem na dvojnásobný.
Vypočítajte:
a) počiatočný objem kyslíka V_1,
b) výslednú teplotu kyslíka t_2,
c) prácu W, ktorú kyslík vykoná,
d) teplo Q, ktoré kyslík prijme počas expanzie.
($M_{O_2} = 16\,\mathrm{g/mol}$.)

$$\left[\; \mathbf{a)}\ V_1 = \frac{mRT_1}{M_{O_2}p_1} = 0{,}002\,\mathrm{m^3};\quad \mathbf{b)}\ T_2 = T_1 = 300\,\mathrm{K};\quad \mathbf{c)}\ W = \frac{RT_1 m}{M}\ln 2 = 173\ \mathrm{J};\quad \mathbf{d)}\ Q = W \;\right]$$

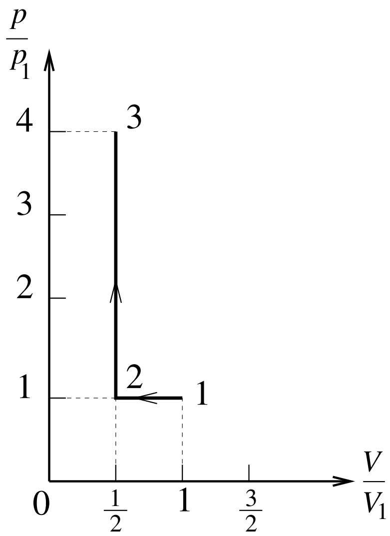
PRÍKLAD 9.10 ☆☆★★ (C)

Vo valci s objemom $V_1 = 4{,}5\,\ell$ je uzavretý vzduch. Jeho tlak je $p_1 = 105\,\mathrm{kPa}$. Plyn vo valci izotermicky stlačíme. Pri stláčaní sme z valca odobrali teplo $Q = 1\,050\,\mathrm{J}$. Vypočítajte tlak p_2 a objem plynu V_2 po stlačení. Akú mechanickú prácu W sme vykonali?

$$\left[\; V_2 = V_1 \exp\left(-\frac{Q}{p_1V_1}\right) = 0{,}488\,\ell;\quad p_2 = p_1 \exp\left(\frac{Q}{p_1V_1}\right) = 969\,\mathrm{kPa};\quad W = Q = 1\,050\ \mathrm{J} \;\right]$$

PRÍKLAD 9.11 ☆☆★★ (C)

Určité množstvo ideálneho plynu (Poissonova konštanta κ je známa) má pri tlaku p_1 objem V_1 (bod 1 na obrázku). Plyn vykonáva dva procesy: proces $1 \to 2$ po izobare a proces $2 \to 3$ po izochore. Vypočítajte:
a) zmenu vnútornej energie plynu pri procese $1 \to 2$,
b) zmenu vnútornej energie plynu pri procese $2 \to 3$,
c) zmenu vnútornej energie plynu pri procese $1 \to 2 \to 3$.



$$\left[\ \mathbf{a)}\ \Delta U_{12} = -\frac{1}{2}\frac{1}{\kappa-1}\,p_1V_1; \quad \mathbf{b)}\ \Delta U_{23} = \frac{3}{2}\frac{1}{\kappa-1}\,p_1V_1; \quad \mathbf{c)}\ \Delta U_{13} = \frac{1}{\kappa-1}\,p_1V_1\ \right]$$

PRÍKLAD 9.12 ☆★★★ (B)

Kompresný pomer Dieselovho motora je $r = V_1/V_2 = 15$, pričom $V_1 = 1\,\ell$ je začiatočný objem valca, V_2 je objem na konci kompresie. Na začiatku kompresie je vo valci vzduch s teplotou $t_1 = 20\,°\mathrm{C}$ a tlakom $p_1 = 10^5\,\mathrm{Pa}$. Vypočítajte teplotu T_2 a tlak p_2 na konci kompresie. Predpokladáme, že kompresia je adiabatická a že vzduch je ideálny plyn s Poissonovou konštantou $\kappa = 1{,}4$. Akú prácu vykonajú vonkajšie sily pri kompresii?

$$\left[\ p_2 = p_1\,r^{\kappa} = 4{,}43\ \mathrm{MPa}; \quad T_2 = T_1\,r^{\kappa-1} = 866\,\mathrm{K} = 593\,°\mathrm{C}; \quad W = p_1V_1\,\frac{r^{\kappa-1}-1}{\kappa-1} = 489\ \mathrm{J}\ \right]$$

PRÍKLAD 9.13 ☆☆★★ (C)

Vo valci s piestom je dusík. Jeho tlak je $p_1 = 4\,\mathrm{MPa}$ a teplota $T_1 = 300\,\mathrm{K}$. Tlak dusíka bol rýchlo (adiabaticky) znížený na tlak $p_2 = 1\,\mathrm{MPa}$. Aká je jeho teplota T_2? Predpokladajte, že dusík je ideálny plyn z dvojatómových molekúl.

$$\left[\ \kappa = \frac{7}{5} = 1{,}4; \quad T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 201{,}8\,\mathrm{K}\ \right]$$

PRÍKLAD 9.14 ☆☆★★ (C)

Vo valci uzavretom pohyblivým piestom je uzavretý dusík s hmotnoťou $m = 2{,}8\,\mathrm{g}$. Začiatočný tlak plynu bol $p_1 = 105\,\mathrm{kPa}$, objem $V_1 = 1\,\ell$. Plyn bol najprv zahriaty pri konštantnom tlaku tak, že zdvojnásobil svoj pôvodný objem, potom bol zahriaty pri konštantnom objeme tak, že zdvojnásobil svoj tlak. Mólová hmotnosť molekulového dusíka je $M = 28\,\mathrm{g/mol}$. Vypočítajte pre každú časť deja:

a) teplo dodané plynu,

b) prácu, ktorú plyn vykonal,

c) zmenu vnútornej energie plynu.

$$\left[\begin{array}{lll} \textbf{a)} & Q_{12} = \frac{7}{2}\,p_1V_1 = 367{,}5\ \mathrm{J}; & Q_{23} = 5\,p_1V_1 = 525\ \mathrm{J} \\ \textbf{b)} & W_{12} = p_1V_1 = 105\ \mathrm{J}; & W_{23} = 0 \\ \textbf{c)} & U_{12} = \frac{5}{2}\,p_1V_1 = 262{,}5\ \mathrm{J}; & U_{23} = 5\,p_1V_1 = 525\ \mathrm{J} \end{array}\right]$$

PRÍKLAD 9.15 ☆★★★ (B)

V nádobe s objemom $V_1 = 6\,\ell$ je uzavretý dusík s hmotnosťou $m = 2\,\mathrm{g}$. Izotermicky zmenšíme jeho objem na $V_2 = 4\,\ell$. Ako sa zmení entropia plynu? (Mólová hmotnosť N_2 je $M = 28\,\mathrm{g/mol}$.)

$$\left[\ \Delta S = \frac{m}{M}\,R\,\ln\frac{V_1}{V_2} = 0{,}24\,\mathrm{J/K}\ \right]$$

PRÍKLAD 9.16 ☆☆★★ (C)

Do vody s hmotnosťou m_1 a teplotou T_1 sme ponorili železo zahriate na teplotu T_2 s hmotnosťou m_2. Aká je výsledná teplota T sústavy po ustálení teplôt? O koľko sa zmenila celková entropia sústavy ΔS? Hmotnostná tepelná kapacita vody pri stálom objeme je c_1 a železa c_2.

$$\left[\ T = \frac{m_1c_1T_1 + m_2c_2T_2}{m_1c_1 + m_2c_2}; \quad \Delta S = m_1c_1\ln\left(\frac{T}{T_1}\right) + m_2c_2\ln\left(\frac{T}{T_2}\right)\ \right]$$

PRÍKLAD 9.17 ★★★★ (A)

Ako sa zmení entropia oxidu uhličitého CO_2 s hmotnosťou m počas procesu, pri ktorom plyn prešiel zo začiatočného stavu s teplotu T_1 a tlakom p_1 do koncového stavu s teplotou T_2 a tlakom p_2. Poznáme mólovú hmotnosť M_m plynu CO_2 a Poissonova konštanta pre CO_2 je $\kappa = 4/3$.

$$\left[\ \Delta S = \frac{\kappa}{\kappa - 1}R\,\frac{m}{M_m}\,\ln\frac{T_2}{T_1} - \frac{m}{M_m}R\,\ln\frac{p_2}{p_1}\ \right]$$

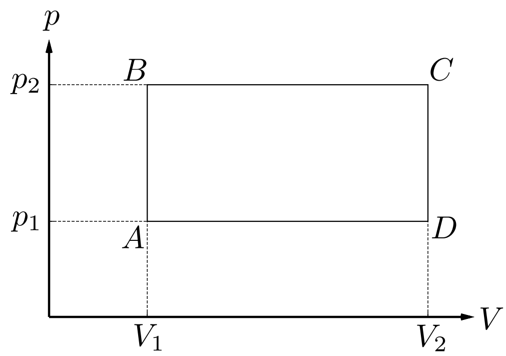
PRÍKLAD 9.18 ☆☆★★ (C)

Carnotov stroj pracuje s účinnosťou $\eta = 40\%$. Teplota chladiča je $t_2 = 9\,°\mathrm{C}$. Aká je teplota zásobníka tepla t_1? O akú teplotu Δt treba zvýšiť teplotu zásobníka, aby bola účinnosť $\eta' = 50\%$? Teplota chladiča sa nemení[2].

$$\left[\ T_1 = \frac{T_2}{1-\eta},\ t_1 = \{T_1 - 273{,}15\,\mathrm{K}\}°\mathrm{C} = 197\,°\mathrm{C};\quad \Delta T = T_2\left(\frac{1}{1-\eta'} - \frac{1}{1-\eta}\right),\ \Delta t = \{\Delta T\}°\mathrm{C} = 94\,°\mathrm{C}\ \right]$$

PRÍKLAD 9.19 ☆★★★ (B)

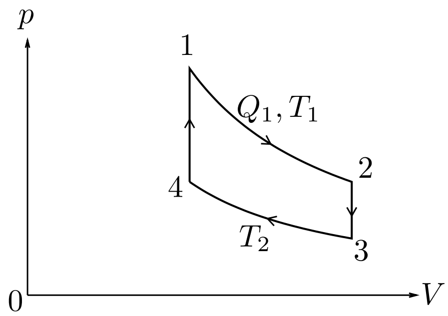
Ideálny plyn látkového množstva n mólov má pri tlaku p_1 objem V_1 (bod A na obrázku). Dokážte, že zmena entropie plynu pri procese ABC je rovnaká ako zmena entropie pri procese ADC. Je zadaná mólová tepelná kapacita plynu pri konštantnom objeme C_V a Poissonova konštanta κ.



[ ]

PRÍKLAD 9.20 ☆★★★ (B)

Ideálny plyn vykoná cyklus na obrázku. Cyklus pozostáva z dvoch izoterm a dvoch izochor. Pri prvej izoterme má plyn teplotu T_1 a na grafe zobrazená ako dej $1 \to 2$. Pri druhej izoterme má plyn teplotu T_2 a na grafe mu zodpovedá izoterma z bodu 3 do bodu 4. Deje pri prechodoch z bodu 2 do bodu 3 a z bodu 4 do bodu 1 sú izochorické. Počas izotermickej expazie s teplotou T_1 prijal plyn teplo Q_1. Vypočítajte prácu, ktorú systém vykoná v celom cykle.



$$\left[\ W = \frac{T_1 - T_2}{T_1} Q_1\ \right]$$

[2]Znak η je grécke písmeno, ktoré čítame eta.