

Posledná aktualizácia: 5. apríla 2012. Čo bolo aktualizované (oproti predošlej verzii z 27. októbra 2010):  
 Podrobnejšia prezentácia postupu riešenia príkladu 12.1 podporená aj novým obrázkom. Podobne prepracovaný príklad 12.5. Dodaný príklad 12.13 o toroide. Oprava chyby číselného výsledku príkladu 12.26. Malé úpravy v niekoľkých ďalších príkladoch. Nový spôsob zobrazovania obtiažností.  
 Písmená **A**, **B**, **C**, **D** vyjadrujú obtiažnosť príkladu. **D** je najnižšia.

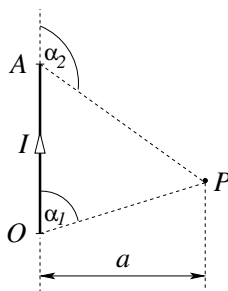
## 12 MAGNETOSTATIKA

*Upozornenie:* V niektorých príkladoch tejto témy je používaná ortogonálna súradnicová sústava s jednotkovými vektormi  $\vec{i} \rightarrow$ ,  $\vec{j} \uparrow$ ,  $\vec{k} \odot$ .

### PRÍKLAD 12.1

☆☆☆☆ (B)

Určte smer a veľkosť indukcie magnetického poľa  $\vec{B}$  v bode  $P$  od úsečky  $OA$ , ktorou preteká prúd  $I$ .

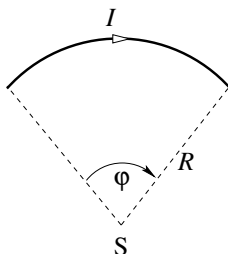


$$\left[ \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) \vec{k} \right]$$

### PRÍKLAD 12.2

☆☆☆☆ (C)

Vypočítajte príspevok k indukcii magnetického poľa  $\vec{B}$  od vodiča tvaru kruhového oblúka so stredovým uhlom  $\varphi$  a polomerom krivosti  $R$ , ktorým tečie prúd  $I$ , v jeho strede krivosti  $S$ .

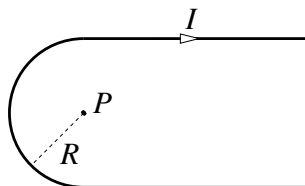


$$\left[ \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \varphi (-\vec{k}) \right]$$

**PRÍKLAD 12.3**

☆☆☆☆ (B)

Nekonečne dlhý vodič je ohnutý do tvaru U. Polomer ohybu tvaru polkružnice je  $R$ . Vodičom prechádza prúd  $I$ . Určte veľkosť a smer magnetickej indukcie  $\vec{B}$  v strede krivosti ohybu  $P$ .

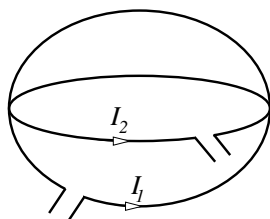


$$\left[ \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (2 + \pi) (-\vec{k}) \right]$$

**PRÍKLAD 12.4**

☆☆☆☆ (C)

Dva vodiče v tvare kruhových závitov, každý s polomerom  $R$ , sú umiestnené tak, že majú spoločný stred a ich roviny zvierajú pravý uhol. Vypočítajte veľkosť a smer intenzity magnetickeho poľa  $\vec{H}$  v strede závitov, keď cez ne prechádzajú prúdy  $I_1$  a  $I_2$ .



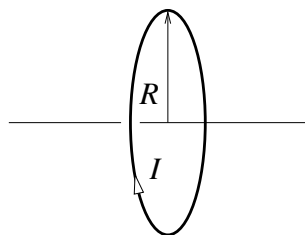
$$\left[ \vec{H} = \pm \frac{1}{2R} (I_1 \vec{k} \pm I_2 \vec{j}); \quad H = \frac{1}{2R} \sqrt{I_1^2 + I_2^2} \right]$$

**PRÍKLAD 12.5**

☆☆☆☆ (B)

Závitom tvaru kružnice s polomerom  $R$  tečie prúd  $I$ . Určte:

- a) indukciu  $\vec{B}$  magnetickeho poľa na osi kružnici vo vzdialenosti  $x$  napravo od kružnice (teda na priamke prechádzajúcej stredom závitú kolmo na jeho rovinu),
- b) vektorový potenciál  $\vec{A}$  na osi závitú.



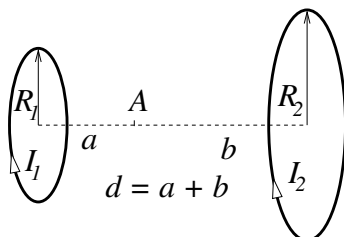
$$\left[ \vec{A} = \vec{0}; \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}} (-\vec{i}) \right]$$

**PRÍKLAD 12.6**

☆☆☆☆ (D)

Dvomi vodičmi kruhového tvaru s polormi  $R_1$  a  $R_2$  pretekajú prúdy  $I_1$  a  $I_2$ . Určte veľkosť a smer indukcie magnetického poľa  $\vec{B}$  v bode  $A$  na spojnici stredov týchto vodičov vo vzdialenosti  $a$  od stredu ľavého vodiča. Roviny vodičov sú rovnobežné a kolmé na spojnicu ich stredov. Vzdialenosť stredov závitov je  $d$ .

**Návod:** Výsledné pole dostaneme zložením príspevkov od dvoch kruhových závitov - pozri riešenie predchádzajúceho príkladu.



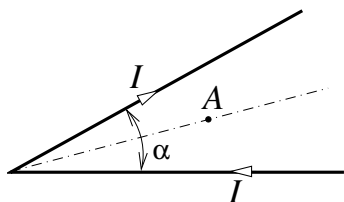
$$\left[ \vec{B} = \frac{\mu_0}{2} \left\{ \frac{I_1 R_1^2}{(R_1^2 + a^2)^{3/2}} + \frac{I_2 R_2^2}{(R_2^2 + b^2)^{3/2}} \right\} \vec{i}; \quad b = d - a \right]$$

**PRÍKLAD 12.7**

☆☆☆☆ (B)

Dlhým vodičom, ktorý je ohnutý do uhla  $\alpha$  prechádza prúd  $I$ . Vypočítajte indukciu magnetického poľa  $\vec{B}$  v bode  $A$ , ktorý leží na osi uhla  $\alpha$  vo vzdialenosti  $a$  od vrcholu uhla.

**Návod:** Výsledné pole dostaneme zložením príspevkov od dvoch polonekonečných priamych vodičov, čo je špeciálny prípad situácie z príkladu 12.1.

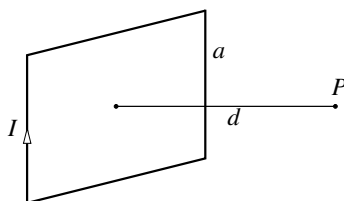


$$\left[ \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \cot\left(\frac{\alpha}{4}\right) \vec{k} \right]$$

**PRÍKLAD 12.8**

☆☆☆☆ (A)

Vypočítajte indukciu magnetického poľa  $\vec{B}$  budeného prúdom  $I$ , ktorý prechádza štvorcovou slučkou so stranou  $a$ , v bode  $P$  na osi slučky vo vzdialenosti  $d$  od jej stredu.

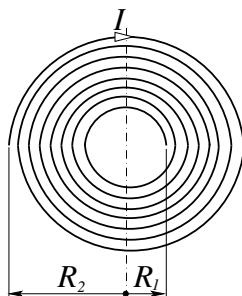


$$\left[ \vec{B} = \frac{4\mu_0 I a^2}{\pi(a^2 + 4d^2)\sqrt{2a^2 + 4d^2}} (-\vec{i}) \right]$$

**PRÍKLAD 12.9**

☆☆★★ (C)

Nájdite indukciu magnetického poľa  $\vec{B}$  v strede husto navinutej cievky s hustotou závitov  $n$  na jednotku dĺžky, ak minimálny polomer cievky je  $R_1$  a maximálny  $R_2$ . Cievkou prechádza prúd  $I$ .



$$\left[ \vec{B} = \frac{\mu_0 I n}{2} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \vec{k} \right]$$

**PRÍKLAD 12.10**

★★★★ (A)

Tenká kruhová doska s polomerom  $R$ , nabitá nábojom s plošnou hustotou  $\sigma$ , sa otáča okolo osi, ktorá je kolmá na rovinu dosky a prechádza stredom dosky, uhlovou rýchlosťou  $\vec{\omega}$ . Vypočítajte indukciu magnetického poľa  $\vec{B}$  na osi rotácie vo vzdialenosti  $a$  od dosky.

$$\left[ \vec{B} = \frac{\mu_0 \sigma}{2} \left( \frac{2a^2 + R^2}{\sqrt{a^2 + R^2}} - 2a \right) \vec{\omega} \right]$$

**PRÍKLAD 12.11**

★★★★ (A)

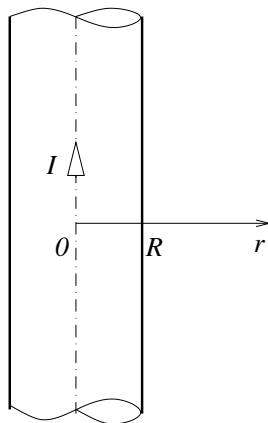
Guľa s polomerom  $R$  má na povrchu rovnomerne rozložený náboj s plošnou hustotou  $\sigma$ . Guľa sa otáča rovnomerne uhlovou rýchlosťou  $\vec{\omega}$  okolo svojho priemeru. Vypočítajte magnetickú indukciu v strede gule.

$$\left[ \vec{B} = \frac{2}{3} \mu_0 \sigma R \vec{\omega} \right]$$

**PRÍKLAD 12.12**

☆☆★★ (C)

Majme dlhý priamy valcový vodič polomeru  $R$ , ktorým tečie prúd  $I$  rovnomerne rozdelený v jeho priereze. Určte veľkosť intenzity magnetického poľa  $H$  ako funkciu vzdialenosti od osi vodiča  $r$ .



$$\left[ H(r) = \frac{I}{2\pi R^2} r, \quad r \leq R; \quad H(r) = \frac{I}{2\pi r}, \quad r \geq R \right]$$

**PRÍKLAD 12.13**

☆☆★★ (C)

Určte vektor magnetickej indukcie vnútri dutého toroidu s husto navinutým vodičom s prúdom  $I$ . Počet závitov je  $N$ .

**Návod:** Indukcia má smer dotyčnice ku kružnici majúcej stred v strede toroidu. Orientácia vektora  $\vec{B}$  (aj  $\vec{\tau}$  - pozri výsledok - závisí od smeru toku prúdu. Treba využiť symetriu a Ampérov zákon celkového prúdu.

$$\left[ \vec{B}(r) = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \vec{\tau}; \quad \vec{\tau} \text{ je jednotkový vektor v smere dotyčnice ku kružnici s polomerom } r. \right]$$

**PRÍKLAD 12.14**

☆☆☆☆ (D)

Aká je veľkosť intenzity magnetického poľa  $H$ , z ktorého je vodič vytláčaný silou  $F = 1 \text{ N}$ . Dĺžka vodiča je  $L = 50 \text{ cm}$ , prechádza ním prúd  $I = 10 \text{ A}$  a je postavený kolmo na indukčné čiary.

$$\left[ H = \frac{F}{\mu_0 I L} = 1,59 \cdot 10^5 \text{ A/m} \right]$$

**PRÍKLAD 12.15**

☆☆☆☆ (D)

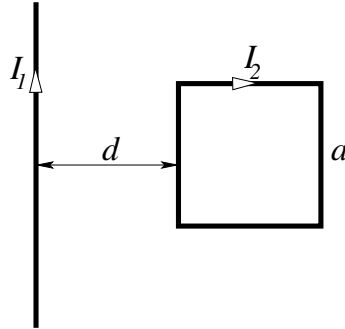
Akou silou sa priťahujú dva rovnobežné vodiče, z ktorých jeden je nekonečne dlhý a prechádza ním prúd  $I_1$  a druhý má dĺžku  $L$  a prechádza ním prúd  $I_2$ , keď vzájomná vzdialenosť vodičov je  $a$ .

$$\left[ F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi a} \right]$$

**PRÍKLAD 12.16**

☆☆★★ (C)

Vo vzdialenosti  $d$  od nekonečne dlhého priameho vodiča, ktorým prechádza prúd  $I_1$  sa nachádza štvorcový závit, ktorého strana má dĺžku  $a$ . Aká sila  $\vec{F}$  bude pôsobiť na závit, ak ním bude prechádzať prúd  $I_2$ ? Vodič a závit ležia v jednej rovine.



$$\left[ \vec{F} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 a^2}{2\pi d(d+a)} (-\vec{i}) \right]$$

**PRÍKLAD 12.17**

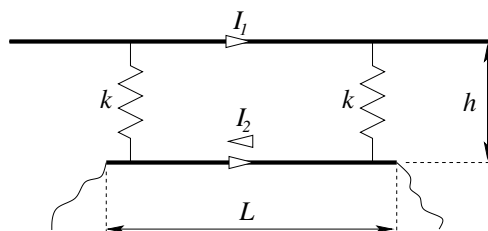
★★★★ (A)

Na nekonečne dlhom priamom vodiči visí na dvoch pružinách priamy drôt s dĺžkou  $L$ . Ak vodičom a drôtom neprechádza elektrický prúd, je medzi nimi vzdialenosť  $h$ . V akej vzdialenosti  $x$  bude drôt od vodiča, ak vodičom prechádza prúd  $I_1$  a drôtom prúd  $I_2$

a) toho istého smeru,

b) opačného smeru.

Drôt zostáva vo vertikálnej rovine preloženej nekonečným vodičom. Elastická konštanta oboch pružín je  $k$ .



$$\left[ \text{a) } x = \frac{h}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{\pi k h^2}} \right); \quad \text{b) } x = \frac{h}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{\pi k h^2}} \right) \right]$$

**PRÍKLAD 12.18**

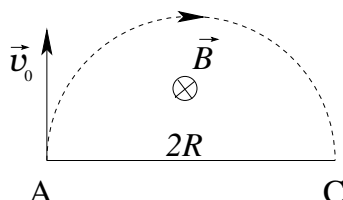
☆☆★★ (C)

Elektrón má v bode  $A$  rýchlosť  $\vec{v}_0$ . Určte:

a) veľkosť indukcie magnetického poľa  $B$ , ktoré by spôsobilo pohyb elektrónu z bodu  $A$  do bodu  $C$ , vzdialeného o  $2R$ ,

b) čas  $t$ , za ktorý elektrón prejde z bodu  $A$  do bodu  $C$ .

Vektor indukcie  $\vec{B}$  je kolmý na rovinu určenú spojnicou  $AC$  a vektorom  $\vec{v}_0$ .



$$\left[ B = \frac{mv_0}{eR}; \quad t = \frac{\pi R}{v_0} \right]$$

**PRÍKLAD 12.19**

☆☆★★ (C)

Aká je veľkosť rýchlosti elektrónov  $v$ , keď súčasne na ne pôsobí elektrické pole s veľkosťou intenzity  $E$  a magnetické pole s veľkosťou indukcie  $B$ ? Obe polia sú na seba kolmé, sú kolmé tiež na smer pohybu elektrónov a nespôsobujú ich vychýľovanie. Aký bude polomer dráhy elektrónov  $R$ , keď sa zruší elektrické pole?

$$\left[ v = \frac{E}{B}; \quad R = \frac{mv}{eB} \right]$$

**PRÍKLAD 12.20**

☆☆☆☆ (D)

Vypočítajte obehovú frekvenciu  $f$  deuterónov v cyklotróne, keď indukcia magnetického poľa v medzere elektromagnetu má veľkosť  $B = 1,4 \text{ T}$ . Hmotnosť deuterónu je  $m_d = 3,342 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ , náboj  $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ . (Deuterón je jadro deutéria, čo je jeden z izotopov vodíka.)

$$\left[ f = \frac{eB}{2\pi m_d} = 1,068 \cdot 10^7 \text{ Hz} \right]$$

**PRÍKLAD 12.21**

☆☆☆☆ (D)

V homogénnom magnetickom poli s veľkosťou indukcie  $B = 0,2 \text{ T}$  je tenká obdĺžniková cievka s počtom závitov  $n = 50$ . Rozmery cievky sú  $a = 3 \text{ cm}$ ,  $b = 2 \text{ cm}$ . Magnetické pole je rovnobežné s kratšou stranou cievky. Aký veľký je moment síl  $D$  pôsobiacich na cievku, keď ňou prechádza prúd  $I = 4 \text{ A}$ ?

$$\left[ D = nBIab = 0,024 \text{ Nm} \right]$$

**PRÍKLAD 12.22**

☆☆★★ (C)

Tenká kruhová doska s polomerom  $R$  nabitá nábojom s plošnou hustotou  $\sigma$  sa otáča okolo osi, ktorá je kolmá na rovinu dosky a prechádza stredom dosky s frekvenciou  $f$ . Vypočítajte veľkosť magnetického momentu dosky  $m$ .

$$\left[ m = \frac{1}{2} \sigma \pi^2 R^4 f \right]$$

**PRÍKLAD 12.23**

☆☆★★ (B)

Vypočítajte magnetický moment gule s polomerom  $R$ , ktorej povrch je rovnomerne nabitý nábojom  $Q$ , ak sa guľa otáča uhlovou rýchlosťou  $\vec{\omega}$ .

$$\left[ \vec{m} = \frac{1}{3} Q R^2 \vec{\omega} \right]$$

**PRÍKLAD 12.24**

☆☆★★ (B)

Vypočítajte magnetický moment gule s polomerom  $R$  a nábojom  $Q$  rovnomerne rozloženým v objeme gule. Uhlová rýchlosť rotácie gule je  $\vec{\omega}$ .

$$\left[ \vec{m} = \frac{1}{5} Q R^2 \vec{\omega} \right]$$

**PRÍKLAD 12.25**

☆☆★★ (B)

Ak modelujeme magnetické pole Zeme poľom magnetického dipólu, vypočítajte veľkosť magnetického momentu  $m$  tohto dipólu. Je známe, že na severnom magnetickom póle má magnetická indukcia veľkosť  $B = 62 \mu\text{T}$ . Aký ekvivalentný prúd  $I$  by musel tiecť na rovníku na dosiahnutie magnetického momentu s veľkosťou  $m$ , keď polomer Zeme je  $R = 6372 \text{ km}$ ?

$$\left[ m = \frac{2\pi}{\mu_0} B R^3 = 8,02 \cdot 10^{22} \text{ Am}^2; \quad I = \frac{m}{\pi R^2} = 6,2 \cdot 10^8 \text{ A} \right]$$

**PRÍKLAD 12.26**

☆☆★★ (C)

Dva priame veľmi dlhé rovnobežné vodiče sa nachádzajú v istej vzdialenosti od seba. Vodičmi tečú prúdy  $I_1 = 40 \text{ A}$  a  $I_2 = 30 \text{ A}$  rovnakého smeru. Aká práca, prerátaná na jednotku dĺžky vodiča, je potrebná na zväčšenie vzájomnej vzdialenosti vodičov na trojnásobok?

$$\left[ W/\ell = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln 3 = 2,637 \cdot 10^{-4} \text{ J/m} \right]$$



**PRÍKLAD 12.27**

★★★★ (A)

Vypočítajte energiu  $\mathcal{E}$  magnetického poľa Zeme v celom jej okolí za predpokladu, že pole Zeme možno nahraďiť poľom magnetického dipólu umiestneného v strede Zeme. Vieme, že indukcia na rovníku je  $B = 66 \mu\text{T}$  a polomer Zeme je  $R = 6372 \text{ km}$ .

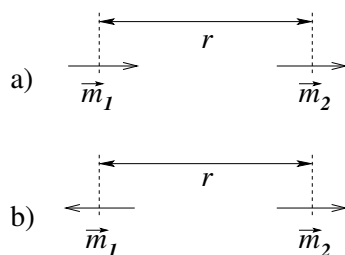
$$\left[ \mathcal{E} = \frac{4}{3} \pi R^3 \frac{B^2}{\mu_0} = 3,756 \cdot 10^{18} \text{ J} \right]$$

**PRÍKLAD 12.28**

Dva magnetické dipóly s magnetickými momentmi  $m_1$  a  $m_2$  sú vzdialené od seba o  $r$ . Nájdite ich potenciálnu energiu, keď magnetické momenty majú smer spojnice dipólov a sú orientované:

a) súhlasne,

b) nesúhlasne.



$$\left[ \text{a) } U = -\frac{\mu_0 m_1 m_2}{2\pi r^3}; \quad \text{b) } U = \frac{\mu_0 m_1 m_2}{2\pi r^3} \right]$$