

Posledná aktualizácia: 23. mája 2012. Čo bolo aktualizované (oproti predošlej verzii z 28. marca 2012):
Doplnené príklady 10.3 (intenzita vo vodiči, ak $\rho = \alpha/r^2$) a 10.20 (vnútorný odpor zdroja). Opravená
formulácia príkladu 10.12 o uzemňovacej elektróde. Korigovaná aj formulácia príkladu 10.13 o odpore
kužľa. Drobné úpravy formátovania a pod.

Písmená **A, B, C, D** vyjadrujú obtiažnosť príkladu. **D** je najnižšia.

10 ELEKTRICKÝ PRÚD

PRÍKLAD 10.1

☆☆☆★ (D)

Aká je intenzita elektrického poľa v medenom vodiči (rezistivita ρ) v tvare valca s priemerom podstavy d , ak ním prechádza elektrický prúd I ? Aké je napätie medzi dvomi bodmi vodiča vzdialenými od seba o r ?

$$\left[E = \rho \frac{4I}{\pi d^2}; \quad U = \frac{4\rho I}{\pi d^2} r \right]$$

PRÍKLAD 10.2

☆☆☆★ (D)

Vodič s rezistivitou ρ má v prvej polovici svojej dĺžky priemer d_1 a v druhej priemer $d_2 = 2d_1$. Vodičom tečie prúd I . Vypočítajte podiel hustôt elektrického prúdu J_1/J_2 , podiel intenzít elektrických polí E_1/E_2 v častiach s rôznymi prierezmi a podiel elektrických napätí U_1/U_2 pripadajúcich na tieto úseky vodiča.

$$\left[\frac{J_1}{J_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2} = 4 \right]$$

PRÍKLAD 10.3

☆★★★★ (B)

Dlhý valcový vodič s polomerom podstavy a je vyrobený z materiálu, ktorého rezistivita je daná vzťahom $\rho = \alpha/r^2$ (r je vzdialenosť meraná od osi vodiča, $\alpha = \text{konšt.}$).

a) Vypočítajte intenzitu elektrického poľa \vec{E} vo vnútri vodiča, ak vodičom prechádza prúd I .

b) Určte pole aj mimo vodiča v jeho blízkosti.

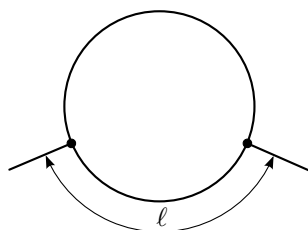
c) Diskutujte pôvod intenzity elektrostatičského poľa mimo vodiča.

$$\left[\text{a) } \vec{E} = \frac{2\alpha I}{\pi a^4} \vec{k} = \text{konšt} \quad \text{b) } \vec{E} \text{ také isté ako vo vnútri} \right]$$

PRÍKLAD 10.4

☆☆★★ (C)

Závit v tvare kružnice má dĺžku L , konštantný prierez S a jeho odpor je R_0 . V akej vzdialenosti ℓ na kružnici je potrebné pripojiť privody elektrického prúdu, aby sa výsledný odpor zmenšil n -krát?

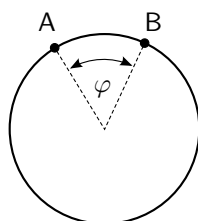


$$\left[\ell_{\pm} = \frac{L}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4}{n}} \right) \right]$$

PRÍKLAD 10.5

☆☆★★ (C)

Drôt je ohnutý do tvaru kružnice s polomerom r . Rezistivita drôtu je ρ a plocha jeho prierezu S . Vypočítajte odpor R medzi dvomi bodmi drôtu v závislosti od stredového uhla φ , ktorý je nimi určený.



$$\left[R = \frac{r\rho}{2\pi S} \varphi (2\pi - \varphi) \right]$$

PRÍKLAD 10.6

☆☆★★ (C)

Elektrický prúd vo vodiči sa mení s časom podľa vzťahu $I = I_0 + bt^2$ ($I_0 = 4 \text{ A}$, $b = 2 \text{ A} \cdot \text{s}^{-2}$). Aký veľký náboj Q pretečie vodičom v čase od $t_1 = 5 \text{ s}$ do $t_2 = 10 \text{ s}$?

$$\left[Q = I_0 (t_2 - t_1) + \frac{b}{3} (t_2^3 - t_1^3) = 603,3 \text{ C} \right]$$

PRÍKLAD 10.7

★★★★ (A)

Veľkosť elektrického prúdu vo vodiči spojite klesá tak, že v každej desatine sekundy má veľkosť jednej tretiny predchádzajúcej hodnoty. Vypočítajte, aký veľký náboj prešiel vodičom za čas $t = 0,2 \text{ s}$ a za čas $t \rightarrow \infty$, ak prúd na začiatku bol $I(0) = I_0 = 20 \text{ A}$.

$$\left[Q(t) = \frac{I_0}{10 \ln 3} \left[1 - \left(\frac{1}{3} \right)^{10t} \right]; \quad Q(0,2) = 1,618 \text{ C}; \quad Q(\infty) = 1,82 \text{ C} \right]$$

PRÍKLAD 10.8

☆☆☆☆ (B)

Koaxiálny kábel má polomer vnútorného vodiča $a = 5 \text{ mm}$ a vonkajšieho $b = 10 \text{ mm}$. Rezistivita izolácie je $\rho = 10^{10} \Omega \cdot \text{m}$.

a) Vypočítajte odpor R izolácie medzi vodičmi, ak kábel má dĺžku L .

b) Aký elektrický prúd I potečie medzi vodičmi, ak $L = 1 \text{ km}$ a elektrické napätie medzi vodičmi je $U = 100 \text{ V}$?

$$\left[\text{a) } R = \frac{\rho}{2\pi L} \ln \frac{b}{a} ; \quad \text{b) } I = \frac{2\pi LU}{\rho \ln \frac{b}{a}} = 90,65 \mu\text{A} \right]$$

PRÍKLAD 10.9

☆☆☆☆ (B)

Určte vzťah medzi kapacitou C a odporom R dielektrika guľového kondenzátora, ak rezistivita izolácie je ρ a jej relatívna permitivita je ϵ_r .

$$[CR = \rho \epsilon_0 \epsilon_r]$$

PRÍKLAD 10.10

☆☆☆☆ (B)

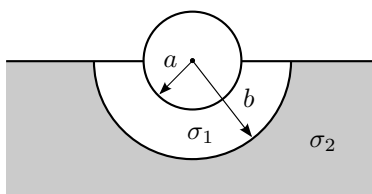
Určte vzťah medzi kapacitou C a odporom R dielektrika valcového kondenzátora, ak rezistivita izolácie je ρ a jej relatívna permitivita je ϵ_r . Okrajové efekty zanedbajte.

$$[CR = \rho \epsilon_0 \epsilon_r]$$

PRÍKLAD 10.11

☆☆☆☆ (B)

Uzemnenie je vytvorené vodivou guľou s polomerom a , ktorá je do polovice zakopaná v zemi (obrázok). Vrstva zeme s polomerom b okolo gule má umelo zvýšenú mernú vodiťnosť σ_1 ($\sigma_1 > \sigma_2$, σ_2 je merná vodiťnosť zeme). Vypočítajte odpor uzemnenia. Zanedbajte pritom odpor kovovej gule a aj prechodové odpory na všetkých rozhraniach.

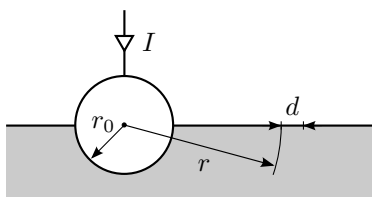


$$\left[R = \frac{1}{2\pi\sigma_1} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + \frac{1}{2\pi\sigma_2} \frac{1}{b} \right]$$

PRÍKLAD 10.12

★★★★★ (A)

Uzemňovacia guľová elektróda s polomerom $r_0 = 0,5 \text{ m}$ je do polovice zakopaná v zemi (obrázok). Celkový odpor uzemnenia je $R = 31,8 \Omega$. Pritom predpokladajte, že odpor elektródy a prechodové odpory (odpory spôsobené rozhraniami medzi materiálmi) sú zanedbateľné, takže celkový odpor uzemnenia je približne rovný odporu pôdy, cez ktorú prechádza prúd. Zemnením prechádza prúd $I = 100 \text{ A}$. Vypočítajte, v akej vzdialenosti r od stredu elektródy bude krokové napätie menšie než hodnota $U_k = 24 \text{ V}$. Dĺžka kroku $d = 1 \text{ m}$. Určte aj krokové napätie v tesnej blízkosti elektródy.



$$\left[r > \frac{d}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{4IRr_0}{U_k d}} - 1 \right) = 7,66 \text{ m}; \quad U_{k0} = \frac{IRd}{r_0 + d} = 2120 \text{ V} \right]$$

PRÍKLAD 10.13

★★★★★ (A)

Rezistor má tvar zrezaného kužeľa dĺžky L , polomery kruhových podstáv a , b ($a < b$) a rezistivitu ρ . Vypočítajte odpor R rezistora meraného medzi jeho základňami. Uvažujte prípad, keď sa kužeľ zužuje len málo, teda polomer a je len o pomerne málo menší než polomer b a zároveň platí $a \gtrsim L$.

$$\left[R = \frac{\rho L}{\pi ab} \right]$$

PRÍKLAD 10.14

☆★★★★ (B)

Prstenec v tvare medzikružia s vnútorným polomerom a , vonkajším polomerom b a hrúbkou h je vyrobený z materiálu, ktorého rezistivita je ρ . Aký bude odpor R prstenca, ak ho radiálne rozrežeme a okraje rezu budú prívodmi prúdu?

$$\left[R = \frac{2\pi\rho}{h \ln \frac{b}{a}} \right]$$

PRÍKLAD 10.15

☆☆★★ (C)

Elektrický varič má dve výhrevné špirály, ktoré majú odpory R_1 a R_2 . Pri zapojení jednej z nich začne určité množstvo vody vriť za čas τ_1 (od začiatku ohrievania), pri zapojení druhej za čas τ_2 . Za aký čas zovrie to isté množstvo vody, ak obidve špirály zapojíme: a) sériovo, b) paralelne?

$$\left[\text{a) } \tau_s = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \tau_1 = \tau_1 + \tau_2; \quad \text{b) } \tau_p = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \tau_1 = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} \right]$$

PRÍKLAD 10.16

☆☆☆☆ (D)

Akú dĺžku L musí mať špirála výhrevného telesa, ak priemer jej vodiča je $d = 0,4$ mm, napätie na špirále $U = 220$ V, prúd tečúci špirálou $I = 2,5$ A a jej teplota má byť $t = 700^\circ\text{C}$. Teplotný koeficient odporu drôtu je $\alpha = 4 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ a rezistivita drôtu pri izbovej teplote $\rho_{20} = 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$.

$$\left[L = \frac{U \pi d^2}{4I \rho_{20} [1 + \alpha (t - t_{20})]} = 8,687 \text{ m} \right]$$

PRÍKLAD 10.17

☆☆★★ (C)

Dva vodiče s rovnakým priemerom sú spojené do série. Jeden je vyrobený zo železa ($\alpha_{\text{Fe}} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, $\rho_{0\text{Fe}} = 1,2 \cdot 10^{-7} \Omega\text{m}$), druhý z uhlíka ($\alpha_{\text{C}} = -8 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, $\rho_{0\text{C}} = 4 \cdot 10^{-5} \Omega\text{m}$). Pri akom pomere ich dĺžok nebude odpor tejto kombinácie závisieť od teploty?

$$\left[\frac{L_{\text{Fe}}}{L_{\text{C}}} = -\frac{\alpha_{\text{C}} \rho_{0\text{C}}}{\alpha_{\text{Fe}} \rho_{0\text{Fe}}} = 444,4 \right]$$

PRÍKLAD 10.18

☆☆★★★ (B)

Drôt v poistke s priemerom d_1 sa roztaví, ak ním prechádza prúd I_1 . Pri akom prúde I_2 sa roztaví drôt s priemerom d_2 ? Predpokladáme, že tepelné straty sú priamoúmerné ploche povrchu drôtu a straty na koncoch drôtu môžeme zanedbať.

$$\left[I_2 = I_1 \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$$

PRÍKLAD 10.19

☆☆☆☆ (B)

Elektrická odporová pec vyžaruje výkon $P = AT^4$ ($A = \text{konšt.}$). Jej odpor R závisí od teploty T podľa vzťahu $R = R_0 + BT^2$ ($B = \text{konšt.}$). Aké musí byť napätie zdroja U_1 , ak má pec vyžarovať výkon P_1 ? Aký prúd I_1 pritom tečie pecou? Prepokladáme, že pec stráca energiu len vyžarovaním.

$$\left[U_1 = \sqrt{P_1} \sqrt{R_0 + \frac{B}{\sqrt{A}} \sqrt{P_1}}; \quad I_1 = \sqrt{\frac{P_1}{R_0 + \frac{B}{\sqrt{A}} \sqrt{P_1}}} \right]$$

PRÍKLAD 10.20

☆☆☆☆ (C)

Vypočítajte vnútorný odpor R_i galvanického článku, ktorého napätie v nezaťaženom stave je $U_0 = 1,5 \text{ V}$, ak pri jeho zaťažení odporom $R = 7 \Omega$ je na zdroji svorkové napätie $U_S = 1,3 \text{ V}$.

$$\left[R_i = \left(\frac{U_0}{U_S} - 1 \right) R = 1,08 \Omega \right]$$

PRÍKLAD 10.21

☆☆☆☆ (B)

Kondenzátor s kapacitou $C = 100 \mu\text{F}$ bol nabitý na napätie $U_0 = 100 \text{ V}$. Dosky kondenzátora spojíme vodičom s odporom $R = 10 \text{ k}\Omega$. Určte veľkosť prúdu I , ktorý prechádza vodičom v čase $t = 2 \text{ s}$ po pripojení na kondenzátor.

$$\left[I(t) = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}; \quad I = 6,8 \text{ mA} \right]$$

PRÍKLAD 10.22

☆☆☆☆ (B)

Kondenzátor s kapacitou $C = 1 \mu\text{F}$ so začiatočným napätím $U_0 = 100 \text{ V}$ sa vybíja cez odpor $R = 0,5 \text{ M}\Omega$. Za aký čas t_1 klesne jeho náboj na veľkosť náboja elektrónu? Porovnajme túto hodnotu s časovou konštantou vybíjacieho procesu $\tau = RC$.

$$\left[t_1 = \tau \ln \frac{CU_0}{e} = 17 \text{ s}; \quad \frac{t_1}{\tau} = 34 \right]$$