Posledná aktualizácia: 8. apríla 2010. Čo bolo aktualizované (oproti predošlej verzii zo 6. 3. 2009): Oprava riešenia príkladu 11 (o aute idúcom hore naklonenou rovinou; číselná hodnota výkonu bola dobre, ale všeobecné vyjadrenie obsahovalo chyby, najmä chýbal člen ma). Pridané záhlavie s týmito informáciami.

DYNAMIKA HMOTNÉHO BODU

1. Ťahač hmotnosti $m = 2 \times 10^3$ kg sa s pripojenou vlečkou hmotnosti $m_1 = 5 \times 10^3$ kg pohybuje zrýchlením $a_1 = 0{,}9$ m s^{-2}. Ak ťahač bude pôsobiť na cestu tou istou silou, akým zrýchlením a_2 sa bude pohybovať, keď vlečka bude mať hmotnosť $m_2 = 15 \times 10^3$ kg?
$\left[a_2 = \dfrac{m + m_1}{m + m_2} a_1 \; ; \quad a_2 = 0{,}37 \text{ m s}^{-2} \right]$

2. Elektrón hmotnosti $m = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg má počiatočnú rýchlosť $v_0 = 3 \times 10^5$ m/s. Pohybuje sa po priamke a na vzdialenosti $\ell = 0{,}05$ m vzrastie jeho rýchlosť na $v_1 = 7 \times 10^5$ m/s. Predpokladajte, že zrýchlenie elektrónu je konštantné. Určte silu pôsobiacu na elektrón a porovnajte túto silu s tiažou elektrónu.
$\left[F = m\dfrac{v_1^2 - v_0^2}{2\ell} = 3{,}64 \times 10^{-18} \text{ N}; \quad \dfrac{F}{G} = 4{,}07 \times 10^{11} \right]$

3. Horizontálna sila $F = A + Bt^3$ pôsobí na teleso hmotnosti $m = 3{,}5$ kg, pričom $A = 8{,}6$ N, $B = 2{,}5$ N s^{-3}. Aká je horizontálna rýchlosť telesa v čase $t_1 = 3$ s od okamihu, keď sa teleso začalo pohybovať?
$[\; v_1 = (At_1 + Bt_1^4/4)/m = 21{,}84 \text{ m/s} \;]$

4. Teleso hmotnosti $m = 3$ kg sa z pokoja začne kĺzať po naklonenej rovine, ktorá má uhol sklonu $\alpha = 30°$. Za čas $t = 1{,}5$ s prejde dráhu $\ell = 2$ m. Určte:
a) zrýchlenie telesa,
b) rýchlosť telesa po prejdení uvažovanej dráhy $\ell = 2$ m,
c) koeficient kinetického trenia medzi telesom a naklonenou rovinou,
d) silu trenia F_T pôsobiacu na teleso,
$\Big[$ a) $a = \sqrt{2\ell/t} = 1{,}78$ m s^{-2}; b) $v = at = 2{,}67$ m s; c) $\mu_K = \tan\alpha - \dfrac{a}{g\cos\alpha} = 0{,}368$;
d) $F_T = \mu_k mg\cos\alpha = 9{,}37$ N $\Big]$

5. Ako súčasť laboratórneho cvičenia študent chce zmerať koeficienty trenia medzi kovovým telesom a drevenou doskou. Doska má dĺžku ℓ a teleso je položené na jej jednom konci. Potom študent dvíha tento koniec a teleso sa začne kĺzať, keď teleso je vo výške h vzhľadom na koniec dosky. Pri tomto uhle sklonu skĺzne teleso na dolný okraj dosky za čas t. Určte:
a) zrýchlenie telesa,
b) koeficient statického trenia medzi telesom a doskou,
c) koeficient kinetického trenia medzi telesom a doskou.
$\left[\text{a) } a = \dfrac{2\ell}{t^2}; \text{ b) } \mu_S = \dfrac{h}{(\ell^2 - h^2)^{1/2}} \; ; \text{ c) } \mu_K = \dfrac{h - 2\ell^2/(gt^2)}{(\ell^2 - h^2)^{1/2}} \right]$

6. Tarzan hmotnosti $m = 85$ kg sa pokúša prekonať rieku prehúpnutím sa pomocou liany, visiacej zo stromu, nakloneného nad riekou. Liana má dĺžku $\ell = 10$ m. Rýchlosť Tarzana v najnižšej polohe prehúpnutia je $v = 8$ m/s. Tarzan nevie, že liana sa pretrhne pri napínaní silou $F = 1000$ N. Dostane sa Tarzan bezpečne na druhú stranu rieky?
$\left[\text{Nie. } F = mg + \dfrac{mv^2}{\ell} = 1378 \text{ N} \right]$

7. Detský kolotoč, rovnomerne sa otáčajúci, spraví jednu otáčku za čas $T = 12$ s. Ak dieťa hmotnosti $m = 45$ kg sedí na vodorovnej plošine kolotoča vo vzdialenosti $R = 3$ m od stredu, určte:
a) zrýchlenie a dieťaťa,
b) horizontálnu silu trenia, pôsobiacu na dieťa,
c) aká je minimálna hodnota koeficienta statického trenia, aby sa dieťa po plošine nezačalo šmýkať.
$\left[\text{ a) } a = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R = 0{,}822 \text{ m/s}^2\text{; b) } F = ma = 37 \text{ N; c) } \mu_s = F/(mg) = 0{,}0838 \right]$

8. Osoba stojí vo výťahu na pružinovej váhe. Maximálna a minimálna hodnota nameraná váhou sú $F_{\max} = 591$ N, a $F_{\min} = 391$ N. Predpokladajte, že veľkosť zrýchlenia je taká istá počas rozbiehania sa i počas zastavovania sa výťahu. Určte:
a) tiaž osoby, b) hmotnosť osoby, c) zrýchlenie výťahu.
[a) $G = 491$ N; b) $m = 50{,}1$ kg; c) $a = 2$ m/s^2]

9. Predpokladajte, že odporová sila, pôsobiaca na rýchlokorčuliara, je $F = -kmv^2$, kde k je konštanta, m hmotnosť, a v rýchlosť korčuliara. Pri prechode cieľom má rýchlokorčuliar rýchlosť v_1 a potom sa pohybuje už len zotrvačnosťou. Určte jeho rýchlosť v ako funkciu času, uplynulého od prejdenia cieľom.
$\left[v(t) = \frac{v_1}{1 + ktv_1} \right]$

10. Automobil hmotnosti $m = 1800$ kg prechádza cez vyvýšeninu cesty (kopček) ktorá má tvar časti oblúka kružnice polomeru $R = 42$ m. Akou silou F pôsobí cesta na automobil, keď tento prechádza najvyššou časťou vyvýšeniny rýchlosťou $v = 16$ m/s? Aká je maximálna hodnota rýchlosti, pri ktorej automobil nestratí kontakt s cestou?
[$F = mg - \frac{mv^2}{R} = 6{,}68$ kN; $v_{\max} = 20{,}3$ m/s]

11. Automobil hmotnosti $m = 1450$ kg sa pohybuje zrýchlením $a = 1$ m s^{-2} nahor po naklonenej rovine zvierajúcej s vodorovnou rovinou uhol $\alpha = 10°$. Veľkosť odporovej sily (v dôsledku trenia a odporu vzduchu) vyjadrenej v newtonoch je $F_t = 218 + 0{,}7v^2$, kde v je okamžitá rýchlosť automobilu vyjadrená v metroch za sekundu. Aký musí byť výkon motora P, keď rýchlosť automobilu je práve $v = 27$ m/s ?
[$P = (ma + mg \sin\alpha + F_t)\, v = 125{,}5$ kW]

12. Sila (vyjadrená v Newtonoch) $\vec{F} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ pôsobí na časticu, ktorá sa pohybuje v smere osi x od počiatku do $x_1 = 5$ m. Určte prácu vykonanú silou, pôsobiacou na časticu.
[$A = F_x x_1 = 20$ J]

13. Lukostrelec napol tetivu luku tak, že sa šíp posunul o $\ell = 0{,}4$ m, pričom sila, priamo úmerná posunutiu šípu, vzrástla rovnomerne od nuly do $F = 230$ N. Akú prácu vykonal lukostrelec?
[$A = \frac{1}{2}F\ell = 46$ J]

14. Opravár roztlačil automobil hmotnosti $m = 2500$ kg z pokoja na rýchlosť v, pričom vykonal prácu $W = 5000$ J. Automobil sa pritom posunul o $\ell = 25$ m. Zanedbajte trenie medzi automobilom a cestou. Aká je konečná rýchlosť automobilu v? Ako veľká je konštantná horizontálna sila F, ktorou opravár roztláčal automobil?
[$v = \sqrt{2W/m} = 2$ m/s; $F = W/\ell = 200$ N]

15. Sane hmotnosti m sú na zamrznutom jazere postrčené tak, že získajú rýchlosť $v = 2$ m/s. Koeficient kinetického trenia medzi saňami a ľadom je $\mu_k = 0{,}1$. Použitím zákona zachovania

energie určte vzdialenosť ℓ, ktorú prejdú sane až do zastavenia.
$\left[\ell = \dfrac{v^2}{2\mu_k g} = 2{,}04 \text{ m}\right]$

16. Automobil hmotnosti $m = 1500$ kg sa po rovine pohybuje konštantným zrýchlením z pokoja do získania rýchlosti $v_2 = 10$ m/s v čase $t_2 = 3$ s. Určte:
a) prácu A vykonanú automobilom,
b) priemerný výkon $\overline{P}$ automobilu za tento čas,
c) okamžitý výkon $P(t_1)$ v čase $t_1 = 2$ s.
[a) $A = \frac{1}{2}mv^2 = 75$ kJ; b) $\overline{P} = A/t = 25$ kW, c) $P(t_1) = 33{,}3$ kW]

17. Teleso hmotnosti $m = 4$ kg sa pohybuje pozdĺž osi x. Jeho poloha sa mení od času podľa vzťahu $x = t + 2t^3$, kde x je vyjadrené v metroch a t v sekundách. Určte:
a) kinetickú energiu $W_k(t)$ ako funkciu času t,
b) zrýchlenie a telesa a silu F pôsobiacu na teleso v čase t,
c) výkon P dodaný telesu v čase t,
d) prácu A vykonanú v časovom rozpätí 0 až 2 s.
[a) $W_k(t) = (2{+}24t^2{+}72t^4)$ J; b) $a = 12t$ m/s^2; $F = 48t$ N; c) $P = (48t{+}288t^3)$ W; d) $A = 1{,}25$ kJ]

18. Kladivo buchara hmotnosti M padá z výšky h na masívnu kovovú platňu. Deformácia kovu prebehne za čas Δt. Keď predpokladáme, že kladivo padá voľným pádom ($g = 9{,}81$ m/s^2), určte, aká bude hodnota priemernej sily F_p, ktorá pôsobí na platňu! ($M = 2000$ kg, $h = 1$ m, $\Delta t = 0{,}01$ s).
$\left[\ F_p = \dfrac{M\Delta v}{\Delta t} = 905{,}5 \text{ kN}\right]$

19. Na strope výťahovej kabíny hmotnosti M je zavesené závažie hmotnosti M_1. Sila F spôsobuje, že výťah sa pohybuje nahor rovnomerne zrýchlene. Závažie M_1 sa nachádza vo výške s od dna kabíny. Vypočítajte:
a) zrýchlenie a_1 výťahu,
b) akou ťahovou silou je namáhané lano, na ktorom visí závažie.
c) lano na ktorom visí závažie M_1 sa počas pohybu odtrhne. Aké bude zrýchlenie výťahu a_1' a závažia a_2 teraz?
d) za aký čas dopadne závažie na dno kabíny?
[a) $a_1 = F/(M_1 + M) - g$; b) $T = M_1F/(M_1 + M)$; c) $a_1' = F/M - g$; $a_2 = g$;
d) $t = (2sM/F)^{1/2}$]

20. Gulôčka hmotnosti m, ktorá získala počiatočnú rýchlosť v_0 sa pohybuje v prostredí, ktorého odporová sila F proti pohybu rastie lineárne s rýchlosťou hmotného bodu, t.j. $F = -kv$. Akú dráhu až do zastavenia gulôčka prejde, ak okrem odporu prostredia nepôsobí na ňu žiadna iná sila?
[$s = mv_0/k$]

21. Matematické kyvadlo dĺžky ℓ s hmotnosťou hmotného bodu m vychýlime zo svojej rovnovážnej polohy tak, že mu udelíme impulz I vo vodorovnom smere. Aký bude maximálny uhol ϕ výchylky závesu ? Riešte tú istú úlohu, ak je impulz I veľmi malý.
$\left[\cos\phi_{\max} = 1 - \dfrac{I^2}{2m^2g\ell}\ ;\ \phi_{\max} = \dfrac{I}{m\sqrt{g\ell}}\right]$

22. Teleso hmotnosti $m = 10$ kg sa pohybuje účinkom sily $F = A(B - t)$, kde A a B sú konštanty, $A = 98{,}1$ N/s, $B = 1$ s. Nakreslite časovú závislosť rýchlosti telesa. Za aký čas sa teleso

zastaví, ak v čase $t_0 = 0$ malo rýchlosť $v_0 = 0{,}2$ m/s? Akú dráhu ℓ prejde teleso do zastavenia?
$\left[\ v(t) = v_0 + \frac{A}{m}\left(Bt - \frac{t^2}{2}\right);\quad t = 2{,}02\ \mathrm{s}\ ;\quad \ell = 6{,}94\ \mathrm{m}\right]$

23. Kameň je na vrchole telesa vypuklého polguľového tvaru s polomerom R. Kameňu udelíme počiatočnú rýchlosť v_0 vo vodorovnom smere. Treba určiť miesto, v ktorom kameň opustí povrch polguľového telesa. Pri akých hodnotách v_0 kameň opustí povrch v začiatočnom okamihu?
[$\cos(\phi) = 2/3 + v_0^2/3Rg$; $v_0 \geq \sqrt{Rg}$]

24. Stála sila $\vec{F}$ pôsobí na teleso hmotnosti m v smere jeho začiatočnej rýchlosti $\vec{v_0}$. Za aký čas sa pritom zväčší rýchlosť telesa na n-násobok rýchlosti v_0?
[$t = mv_0(n-1)/F$]

25. Teleso sa dáva do pohybu pôsobením sily $F = 0{,}02$ N a za prvé štyri sekundy svojho pohybu prejde dráhu $s = 3{,}2$ m. Ako veľká je jeho hmotnosť a akú rýchlosť má na konci piatej sekundy svojho pohybu?
[$m = Ft^2/(2s) = 0{,}05$ kg; $v = 2$ m/s]

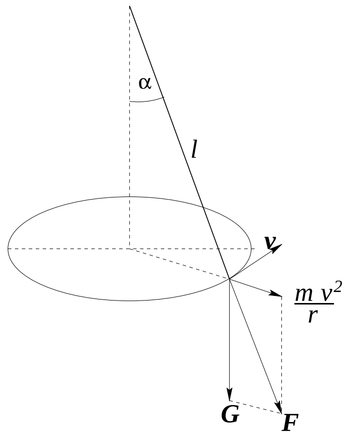
26. Strela hmotnosti $m = 5$ kg opúšťa hlaveň dela rýchlosťou $v = 1200$ m/s. Ako veľká sila pôsobila na strelu, keď predpokladáme, že pohyb v hlavni bol rovnomerne zrýchlený a trval čas $\tau = 0{,}01$ s? Akú prácu pritom táto sila vykonala?
[$F = mv/\tau = 6 \times 10^5$ N; $W = mv^2/2 = 3{,}6 \times 10^6$ J]

27. Železničný vozeň sa pohybuje po vodorovnej priamej trati a brzdíme ho silou, ktorá sa rovná 0,1 tiaže vozňa. Vypočítajte čas, meraný od začiatku brzdenia, za ktorý sa vozeň zastaví, ako aj dráhu ℓ, ktorú od začiatku brzdenia až do zastavenia prejde, ak v okamihu začiatku brzdenia mal vozeň rýchlosť $v_0 = 72$ km/hod.
[$t = 20{,}4$ s; $\ell = 204$ m]

28. Aká je zdanlivá tiaž osoby (sila, ktorou pôsobí osoba na podlahu výťahu) hmotnosti $m = 75$ kg vo výťahu, ktorý sa pohybuje
a) nahor spomalením $a_1 = 0{,}2$ m s^{-2} a nadol zrýchlením $a_1' = 0{,}2$ m s^{-2},
b) nahor zrýchlením $a_2 = 0{,}15$ m s^{-2} a nadol spomalením $a_2' = 0{,}15$ m s^{-2} ?
[a) $G_1 = 720{,}75$ N v oboch prípadoch ; b) $G_2 = 747$ N v oboch prípadoch]

29. Kameň hmotnosti $m = 3$ kg, priviazaný na niti dĺžky $\ell = 1$ m koná pohyb po kružnici vo vertikálnej rovine. Treba určiť najmenšiu uhlovú rýchlosť obiehania kameňa po kružnici, pri ktorej by sa niť roztrhla, keď sme experimentálne zistili, že je na to potrebná sila $F = 90$ N.
[$\omega = \sqrt{(F-G)/m\ell} \simeq 4{,}5$ s^{-1}]

30. Teleso hmotnosti $m = 1$ kg je zavesené na niti dĺžky $\ell = 0{,}3$ m, ktorej druhý koniec je upevnený podľa obrázku. Hmotný bod sa pohybuje tak, že konštantnou rýchlosťou v opisuje kružnicu vo vodorovnej rovine, pričom niť zviera so zvislým smerom uhol $\alpha = 60°$. Určte hodnotu rýchlosti v, periódu T obiehania hmotného bodu po uvedenej kružnici, ako aj silu F, ktorá pri tomto pohybe napína niť.
$\left[\ v = \sqrt{\ell g \frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}} = 2{,}1\ \mathrm{m/s};\ T = 2\pi R/v = 0{,}78\ \mathrm{s};\ F = 19{,}6\ \mathrm{N}\right]$



31. Na 45° zemepisnej šírky dopadá na zemský povrch rýchlosťou $v = 100$ m/s teleso hmotnosti $m = 10$ kg. Aká je hodnota zotrvačnej odstredivej sily F_{od} a Coriolisovej sily F_{c}, ktoré na teleso pôsobia pri jeho dopade na zemský povrch? Polomer Zeme $R_Z = 6380$ km.
[$F_{\mathrm{od}} = 0{,}239$ N; $F_{\mathrm{c}} = 0{,}103$ N]

32. Motor automobilu celkovej hmotnosti $M = 960$ kg má ťažnú silu $F = 1600$ N. Za aký čas t_1 dosiahne automobil rýchlosť $v_1 = 54$ km/h?
[$t_1 = 9$ s]

33. Častica hmotnosti m pohybuje sa v priestore, kde na ňu pôsobí sila úmerná rýchlosti častice ($F = bv$) a kolmá súčasne na dva smery - na smer rýchlosti a na smer osi z. Na začiatku pohybu je rýchlosť častice v_0 a leží v rovine x,y. Dokážte, že častica sa pohybuje po kruhovej dráhe a určte jej rýchlosť.
[$R = mv_0/b$]

34. Aká je napínacia sila f vlákna matematického kyvadla hmotnosti m v závislosti od uhla φ, ktorý zviera vlákno so zvislicou, ak jeho amplitúda je φ_0 ?
[$f = mg(3\cos\varphi - 2\cos\varphi_0)$]

35. [1]Častica sa pohybuje v smere osi o_x podľa vzťahu $x = \alpha t^2 - \beta t^3$, kde $\alpha > 0, \beta > 0$ sú konštanty. V momente $t = 0$ na časticu pôsobí sila F_0. Nájdite hodnoty sily F_r v bode obratu a v okamihu, keď sa častica znovu ocitne v bode $x = 0$.
[$F_r = -F_0, \quad -2F_0$]

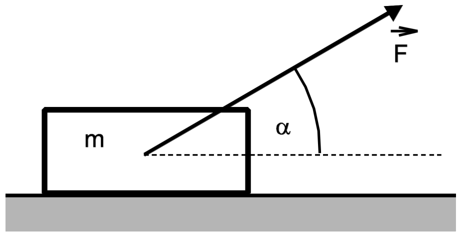
36. Nájdite silu $\vec{F}$ pôsobiacu na časticu o hmotnosti m pri jej pohybe v rovine XY podľa vzťahov $x = B\sin\omega t$, $y = B\cos\omega t$, kde A, B, ω sú konštanty.
[$\vec{F} = -m\omega^2\vec{r}$]

37. Na naklonenú rovinu s uhlom odklonu α od horizontálnej roviny položíme kváder a udelíme mu počiatočnú rýchlosť v_0 smerom nahor a paralelne s naklonenou rovinou. Zistite, pri akom uhle α prejde kváder smerom nahor najmenšiu vzdialenosť a vypočítajte ju, keď koeficient trenia medzi kvádrom a rovinou je k ?
[$\tan\alpha = \frac{1}{k}, \quad s = s(\alpha) = \frac{v_0^2}{2g(k^2+1)}$]

38. Na teleso hmotnosti m ležiace na hladkej horizontálnej rovine, začala v čase $t = 0$ pôsobiť sila závisiaca od času podľa vzťahu $F = kt$, kde $k > 0$ je konštanta (obrázok). Nájdite:
a) rýchlosť telesa v okamihu odtrhu telesa od roviny,

[1]Tento a všetky nasledovné príklady podľa rôznych zdrojov spracoval doc. O. Budke.

b) dráhu, ktorú teleso prejde do tohto okamihu, keď viete, že uhol α sa s časom nemení.
[a) $v = \frac{mg^2 \cos\alpha}{2k \sin^2\alpha}$, b) $s = \frac{m^2 g^3 \cos\alpha}{6k^2 \sin^3\alpha}$]



39. Na kvádrik s hmotnosťou m ležiaci na hladkej horizontálnej rovine pôsobíme silou so stálou veľkosťou $F = mg/3$. Počas jeho priamočiareho pohybu sa mení uhol α medzi smerom tejto sily a horizontom podľa vzťahu $\alpha = ks$, kde $k > 0$ je konštanta a s je dráha, ktorú kvádrik prešiel (od začiatku pohybu). Nájdite rýchlosť kvádrika ako funkciu uhla α.
[$v = \sqrt{\frac{2g}{3k} \sin\alpha}$]

40. Na stojacu časticu o hmotnosti m začala v čase $t = 0$ pôsobiť sila závisiaca na čase podľa vzťahu $F = b(\tau - t)/t$, kde $\vec{b}$ je konštantný vektor a τ je doba, v priebehu ktorej sila pôsobí. Nájdite:
a) hybnosť častice na konci pôsobenia sily,
b) dráhu, ktorú častica prešla za dobu pôsobenia sily.
[a) $\vec{p} = \frac{1}{6}\tau^3 \vec{b}$, b) $s = \frac{1}{12m}\tau^4 b$]

41. Guľôčka s hmotnosťou m je zavesená na niti a odchýlená do strany tak, aby napnutá niť zvierala pravý uhol s vertikálov. Guľôčku potom voľne pustíme (t.j. bez udelenia počiatočnej rýchlosti). Treba nájsť: a) veľkosť zrýchlenia guľôčky a silu napínania nite T v závislosti od uhla θ medzi niťou a vertikálou,
b) silu napnutia nite v momente, keď je vertikálna zložka rýchlosti maximálna,
c) uhol θ v momente, keď má vektor zrýchlenia horizontálny smer.
[a) $a = g\sqrt{1 + 3\cos^2\theta}$, $T = 3mg\cos\theta$ b) $T = mg\sqrt{3}$, c) $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\theta = 54{,}7°$]

42. Guľôčka, zavesená na niti, kmitá vo vertikálnej rovine tak, že jej zrýchlenia sa v najvyššej a najnižšej polohe čo do veľkosti rovnajú. Nájdite uhol θ odklonenia nite od vertikály, keď je guľôčka v najvyššej polohe.
[$\tan\frac{1}{2}\theta = 0{,}5$, $\theta = 53°$]

43. Cyklista jazdí po horizontálnej kruhovej plošine s polomerom R. Plošina je špeciálne upravená tak, že koeficient trenia závisí na nej iba od vzdialenosti r od stredu plošiny ako $k = k_0(1 - r/R)$, kde k_0 je konštanta. Vypočítajte taký polomer r dráhy, po ktorej cyklista môže jazdiť najväčšou rýchlosťou. Aká je táto rýchlosť?
[$r = R/2$, $v = \frac{1}{2}\sqrt{gk_0R}$]

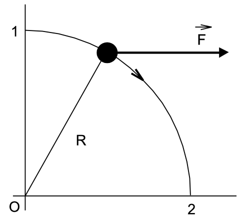
44. Automobil sa pohybuje po horizontálnej kruhovej dráhe s polomerom $R = 40$ m s konštantným tangenciálnym zrýchlením $a_\tau = 0{,}62$ m s^{-2}. Koeficient kinetického trenia medzi pneumatikami a dráhou je $k = 0{,}2$. Akú dráhu s prejde automobil do okamihu šmyku, keď počiatočnú rýchlosť mal nulovú?
[$s = \frac{R}{2}\sqrt{(\frac{gk}{a_\tau})^2 - 1} = 60{,}0$ m]

45. Na rovníku z výšky $h = 500$ m padá na Zem teleso s nulovou počiatočnou rýchlosťou. Pri zanedbaní odporu vzduchu vypočítajte, o akú vzdialenosť s a na ktorú stranu dopadne teleso

na Zem od vertikály. Pri vyčíslení výsledku použite pre zrýchlenie voľného pádu na rovníku hodnotu $g = 978{,}16$ cm s^{-2}
[na východ, $s = 24{,}5$ cm]

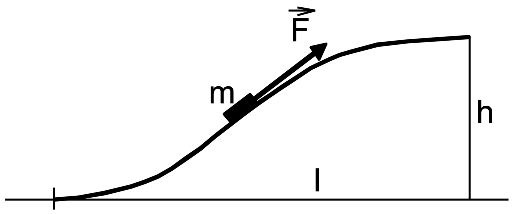
46. Častica sa premiestnila po nejakej trajektórii v rovine XY z bodu 1 s polohovým vektorom $\vec{r_1} = \vec{i} + 2\vec{j}$ do bodu 2 s polohovým vektorom $\vec{r_2} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$. Pri pohybe na ňu pôsobili isté sily, z ktorých jedna bola $\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$. Nájdite prácu, ktorú sila $\vec{F}$ pri tom vykonala. V zadaní sú veličiny zadané v základných jednotkách sústavy SI.
[$A_{12} = -17$ J]

47. Malý krúžok o hmotnosti $m = 0{,}15$ kg sa pohybuje v horizontálnej rovine (bez trenia) po hladkom drôte ohnutom do tvaru oblúka kružnice s polomerom $R = 50$ cm (obrázok, pohľad zhora). V bode 1, kde rýchlosť krúžku bola $v_1 = 7{,}50$ m/s, začala naň pôsobiť konštantná sila s veľkosťou $F = 30$ N. Nájdite rýchlosť v_2 v bode 2.
[$V_2 = 16$ m/s]



48. Kinetická energia častice, pohybujúcej sa po kružnici s polomerom R závisí od prejdenej dráhy s ako $T = \alpha s^2$, kde α je konštanta. Nájdite veľkosť sily, pôsobiacej na časticu, ako funkciu s.
[$F = 2\alpha s\sqrt{1 + \left(\frac{s}{R}\right)^2}$]

49. Teleso o hmotnosti m sme pomaly vytiahli na kopček (obrázok), pôsobiac silou $\vec{F}$ pôsobiacou vždy v smere dotyčnice k trajektórii. Nájdite prácu tejto sily, ak výška kopčeka je h, dĺžka jeho základne je ℓ a koeficient trenia medzi telesom a podložkou je k.
[$a = mg(h + k\ell)$]

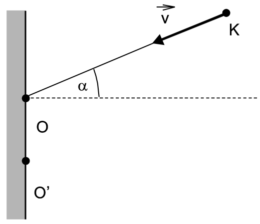


50. Sústava pozostáva z dvoch za sebou spojených pružín s tuhosťami k_1 a k_2. Vypočítajte prácu, ktorú treba vynaložiť na predĺženie tejto sústavy o $\Delta\ell$.
[$A = \frac{1}{2}\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}(\Delta\ell)^2$]

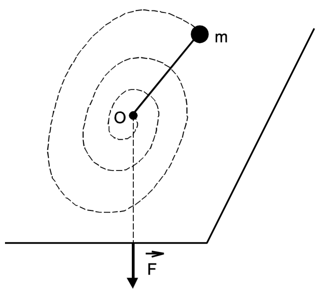
51. Hladká gumka o dĺžke ℓ sa chová ako pružina s tuhosťou k Jedným koncom je zavesená v určitom bode O a na spodnom konci je vybavená zarážkou. Z bodu O pustíme krúžok o hmotnosti m navlečený na gumku, ktorý môže po nej padať bez trenia. Zanedbajte hmotnosť gumky a zarážky a vypočítajte maximálne predĺženie gumky $\Delta\ell$.
[$\Delta\ell = \frac{mg}{k}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2k\ell}{mg}}\right)$]

52. Moment hybnosti častice vzhľadom na počiatok vzťažnej sústavy sa mení s časom podľa vzťahu $\vec{L} = \vec{a} + \vec{b}t^2$, kde $\vec{a}, \vec{b}$ sú konštantné vektory, pričom $\vec{a} \perp \vec{b}$. Nájdite moment sily $\vec{M}$ vzhľadom na O, ktorá pôsobí na časticu v okamihu, keď uhol medzi vektormi $\vec{M}$ a $\vec{L}$ je 45°.
$\left[\ \vec{M} = 2\sqrt{\frac{a}{b}}\ \vec{b}\ \right]$

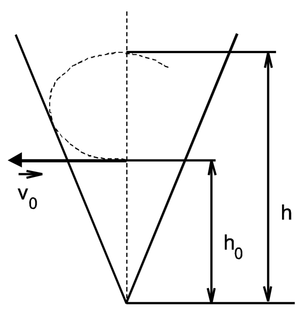
53. Kotúč K hmotnosti m sa šmýka po hladkej horizontálnej rovine rýchlosťou v a v bode O (obrázok) sa pružne odrazí od hladkej pevnej steny. Uhol medzi smerom pohybu kotúča a normálou ku stene je α. Nájdite:
a) body, vzhľadom na ktoré zostane moment hybnosti kotúča v uvedenom procese konštantný,
b) veľkosť prírastku momentu hybnosti kotúča vzhľadom na bod O', ktorý sa nachádza v rovine pohybu kotúča vo vzdialenosti s od bodu O.
[a) Hľadané body všetky ležia na priamke kolmej na rovinu odrazu a idúcu bodom O, b) $|\Delta \vec{L}_{O'}| = 2msv\cos\alpha$]



54. Na hladkej horizontálnej rovine sa pohybuje malé teleso s hmotnoťoui m, priviazané k pevnej niti, ktorej druhý koniec vťahujeme cez dierku O v rovine smerom nadol konštantnou rýchlosťou (obrázok). Vypočítajte silu napnutia nite v závislosti od vzdialenosti r telesa od dierky, ak pri $r = r_0$ bola uhlová rýchlosť nite rovná ω_0.
[$F = m\omega_0^2 r_0^4/r^3$]



55. Na vnútornej strane kužela, stojaceho vertikálne s vrcholom dole, kĺže malá guľôčka (obrázok) z toho dôvodu, že sme jej vo vertikálnej výške h_0 nad rovinou, v ktorej leží vrchol, udelili v horizontálnom smere rýchlosť $\vec{v_0}$. Na akú najväčšiu výšku h sa guľôčka dostane pri svojom pohybe?
$\left[\ h = \frac{v_0^2}{4g}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{8gh_0}{v_0^2}}\right)\ \right]$



56. K bodu s polohovým vektorom $\vec{r} = a\vec{i} + b\vec{j}$ vzhľadom na začiatok vzťažnej súradnej sústavy je priložená sila $\vec{F} = A\vec{i} + B\vec{j}$, pričom a, b, A, B sú konštanty. Nájdite moment sily $\vec{d_0}$ a rameno r_F sily $\vec{F}$ vzhľadom na počiatok súradnej sústavy.
[$\vec{d_0} = (aB - bA)\vec{k},\ \ r_F = \frac{|aB-bA|}{\sqrt{A^2+B^2}}$]