

Laboratórna úloha č. 100

Millikanov experiment

Úlohy: A Meraním rýchlosti olejových kvapôčiek určte veľkosť náboja elektrónu

Teoretický úvod

Koncom 19. storočia J. J. Thomson skúmaním elektrického prúdu v plynch a pozorovaním vlastností kadótového žiarenia objavil časticu - rádovo tisíckrát ľahšiu ako najľahšie atómy - a že nesú nenulový elektrický náboj. K presnému určeniu veľkosti tohto náboja významne prispel americký fyzik R. Millikan sledovaním pohybu malých olejových kvapôčiek v homogénnom gravitačnom a elektrickom poli. Ukázal, že kvapôčky s polomerom zhruba jeden mikrometer dokážu zachytiť malý počet ionizovaných molekúl vzduchu, čím sa nabijú na malý, celočíselný násobok elementárneho kvanta elektrického náboja e . Porovnaním pohybu mnohých kvapôčiek, s rôznym celkovým nábojom, našiel v roku 1909 hodnotu náboja elektrónu, ktorá sa líši od dnes udávanej hodnoty náboja elektrónu len o 1%. S zjednodušenou verziou Millikanovej metódy sa oboznámime v tejto laboratórnej úlohe.

Kvapôčka oleja v homogénnom gravitačnom poli. Na kvapôčku oleja, nachádzajúcu sa v homogénnom gravitačnom poli pôsobí tiažová sila

$$F_g = mg = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g, \quad (1)$$

kde $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ je tiažové zrýchlenie, ρ hustota oleja a r polomer kvapôčky. V dôsledku tejto sily nadobúda kvapôčka nenulové zrýchlenie smerom k zemi, jej rýchlosť rastie.

S rastúcou rýchlosťou narastá aj sila odporu prostredia pôsobiaca proti pohybu kvapôčky. V prípade malých rýchlostí telesa v tvare guľičky možno silu odporu prostredia dobre popísať Stokesovým vzťahom

$$F = 6\pi\eta r v, \quad (2)$$

kde v je rýchlosť kvapôčky, r jej polomer a η dynamická viskozita prostredia v ktorom sa kvapôčka pohybuje. V prípade vzduchu pri izobvej teplote je $\eta = 1,83 \cdot 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\text{s}^{-1}$.

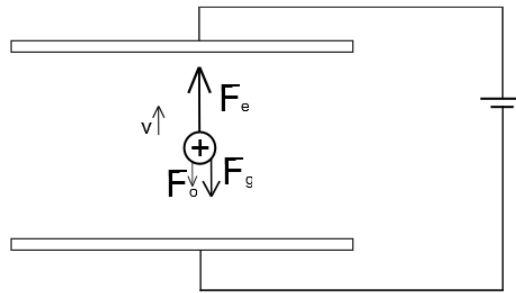
Rýchlosť kvapôčky rastie dovtedy, kým sila odporu prostredia nenarastie tak, že akurát kompenzuje pôsobenie ťiažovej sily. Od tohto okamihu sa kvapôčka pohybuje konštantnou rýchlosťou danou rovnováhou týchto dvoch síl,

$$0 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - 6\pi\eta r v, \quad (3)$$

kde symbolom v_g označujeme konštantnú rýchlosť padania kvapôčky v gravitačnom poli. Pretože olejové kvapôčky sú veľmi malé, ich rýchlosť nebude úplne stabilná, ale bude náhodne fluktuovať okolo hodnoty v_g v dôsledku nárazov molekúl vzduchu, podobne ako je to v prípade Brownovho pohybu.

Pomocou rovnice (3) dokážeme určiť polomer olejovej guľôčky r z rýchlosti jej padania v_g ,

$$r = 3 \left(\sqrt{\frac{\eta v_g}{2g\rho}} \right) \quad (4)$$



Obr. 1: Na kvapôčku oleja, na ktorej je zachytený celkový elektrický náboj Q , ktorá sa nachádza medzi doskami rovinného kondenzátora, pôsobí tiažová sila, elektická sila a sila odporu prostredia. V prípade jej rovnomerného pohybu je súčet všetkých týchto síl nulový.

Kvapôčka oleja v homogénnom gravitačnom a elektrickom poli. Malé olejové kvapôčky dokážu zachytiť ionizované molekuly vzduchu, čím získajú nenulový kladný alebo záporný elektrický náboj. Ak takúto nabitú kvapôčku umiestnime do elektrického poľa, pridá sa k tiažovej sile a sile odporu prostredia aj sila elektrická. V rovinnom kondenzátore s elektródami v horizontálnom smere vzniká homogénne elektrické pole, ktorého silové pôsobenie môže pôsobiť buď v smere pôsobenia tiažovej sily alebo v smere opačnom - podľa znamienka náboja na kvapôčke a polarity napätia na kondenzátore.

V prípade, že elektrická sila pôsobí v smere opačnom ako tiažová, dokáže zapnuté elektrické pole zmeniť veľkosť ale aj smer kvapôčky, takže namiesto padania k zemi kvapôčka stúpa. V situácii, keď je súčet všetkých síl nulový, t.j.

$$\frac{4}{3}\pi r^3 g + 6\pi\eta r v_e - Q(U/d) = 0, \quad (5)$$

kde U je napätie a d vzdialenosť medzi doskami kondenzátora (t.j. veľkosť intenzity elektrického poľa bude $E = U/d$), bude rýchlosť kvapôčky v_e konštantná. Z rovnice (5) dokážeme určiť elektrický náboj kvapôčky

$$Q = 6\pi\eta r(v_g + v_e)(d/U), \quad (6)$$

ak poznáme jej polomer r (rovnica 2), rýchlosť padania v gravitačnom poli v_g a rýchlosť jej stúpania v_e v homogénnom elektrickom poli $E = U/d$.

Metóda merania

Experiment spočíva v meraní času klesania a stúpania nabitých kvapôčiek, za pôsobenia gravitačného a elektrického poľa. Toto meranie budeme realizovať na zariadení, ktoré má komôrku s kvapôčkami, regulovaný zdroj napätia a aj mikroskop, integrované do jedného celku. Na prednom paleli prístroja je okrem regulátora napätia aj prepínač polarita napätia. Keď je prepínač v strednej polohe, dosky kondenzátora sú odpojené od zdroja. Čas bude meraný digitálnymi stopkami.

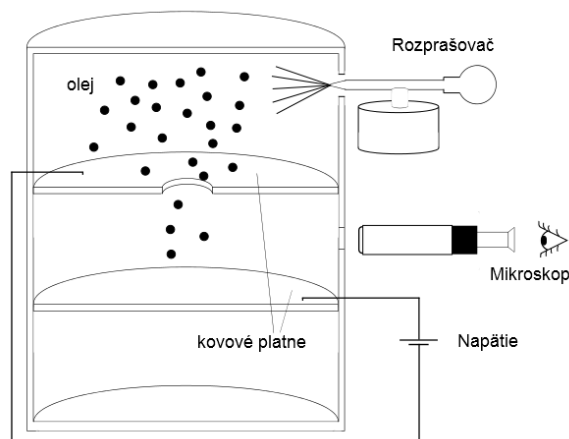
Schématický nákres komôrky v ktorej sa budú pozorovať olejové kvapôčky je na Obr. 2. Kovové platne sú vzájomne vzdialené $d = 5\text{mm}$). Vo vrchnej platni je malá dierka, cez ktorú kvapky oleja padajú do priestoru, ktorý pozorujeme. V okulári vidieť mriežku, ktorej rozmer je $\ell = 2\text{mm}$.

Do komory cez malý otvor strekneme pomocou rozprašovača olej, a otvor upcháme, aby prúdenie vzduchu v miestosti nepôsobilo na kvapôčky oleja. Pri rozprášení sa molekuly vzduchu zrážajú s kvapkami oleja, ktoré sa vplyvom toho ionizujú. Pri pohľade do mikroskopu môžeme vidieť nabitú (kladne aj záporne) kvapôčky oleja, pohybujúce sa medzi kovovými platňami

V prvej časti experimentu sa zameriame iba na pád kvapôčiek v gravitačnom poli. V okulári mikroskopu je to pohyb nahor, pretože obraz vznikajúci v mikroskope je prevrátený.

V druhej časti budeme pozorovať vplyv elektrického poľa. Najskôr nastavíme veľkosť napätia medzi platňami a potom prepínačom polarita zapneme elektrické pole. Kvapôčky, ktoré sú nabitú, sú urýchľované poľom podľa veľkosti a znamienka svojho náboja. Môžeme vidieť, ako sa vplyvom poľa začali kvapôčky rýchlejšie pohybovať, poprípade aj zmenili smer pohybu. Niekoľko násobným menením polarita napätia vyradíme veľmi rýchle kvapky, pri ktorých by vznikla veľká chyba merania. Pri meraní sa zameriame na tie kvapôčky, ktoré sa pod vplyvom elektrického poľa pohybujú dostatočne pomaly - čas za ktorý prejdú celou mriežkou, pri napätí 200V, nech je približne 10 až 50 sekúnd. Je tiež dôležité, aby sa medzi nameranými kvapkami nachádzala aspoň jedna, ktorej prechod mriežkou trvá minimálne 200 sekúnd. Takáto kvapôčka bude relatívne malých rozmerov a preto bude niesť len malý náboj. Význam tejto požiadavky si priblížime v časti Vyhodnotenie merania. Ak sa nám takéto kvapôčky nepodarí nájsť, vstreknutie oleja do komôrky znovu zopakujeme.

Vyhliadneme si jednu kvapôčku a odmeriame čas prechodu celou mriežkou, zmenením polarita túto kvapôčku vrátime na počiatočnú polohu a meranie opakujeme aspoň 3 krát. Meranie prevedieme aspoň pre 6 rôznych kvapiek.



Obr. 2: Časť oleja rozprášeného v komôrke sa dostane cez dierku medzi kovové platne pripojené k regulovateľnému zdroju napätia. Pomocou mikroskopu dokážeme sledovať pohyb jednotlivých kvapiek.

Postup práce

1.) **DAJTE POZOR ABY BOLO NAPÄTIE VYPNUTÉ**, t.j. prepínač polaroty napätia nech je v strednej polohe!

Zapneme prístroj a otvoríme komôrku. Do dierky vo vrchnej platničke vložíme špendlík. Pozrieme sa cez okulár a zaostríme, tak aby bol obraz špendlíka ostrý.

2.) Vytiahneme špendlík a zatvoríme komoru. Do komory pomocou rozprašovateľa nastriekame olej a otvor opatrne uzatvoríme.

3.) Nastavíme napätia na nami zvolenú hodnotu. Odporúčame $U = 200\text{V}$.

4.) Pozeráme sa do mikroskopu a natrénujeme si ovládanie kvapky pomocou zmeny polaroty. Potom vyradíme príliš rýchle kvapôčky a vyberieme si jednu konkrétnu.

5.) Pomocou priložených stopiek zmeriame čas prechodu cez celú mriežku. Čas zapíšeme do tabuľky.

6.) Pri zvolenej hodnote napätia, zapneme elektrické pole a vynulujeme stopky. Znova odmeriame čas prechodu tej istej dráhy a čas zapíšeme do tabuľky.

7.) Krok 4.) a 5.) opakuje s tou istou kvapku aspoň tri krát. Celé meranie robíme aspoň pre 6 vybraných kvapiek.

Vyhodnotenie a presnosť merania

Namerané hodnoty časov pádu t_g a vzostupu t_e olejových kvapôčiek po dráhe $\ell = 2\text{mm}$ vpisujeme do Tabuľky 1. Do posledného riadku uvedieme stredné hodnoty týchto časov, čím redukuje náhodný vplyv Brownovho pohybu, resp. náhodné nepresnosti merania časov.

Ustálené rýchlosti kvapôčiek budú potom dané jednoduchým vzťahom pre rovnomerný

pohyb,

$$v_g = \frac{\ell}{t_g}, \quad v_e = \frac{\ell}{t_e}, \quad (7)$$

kde ℓ je dráha kvapôčiek.

Náboj kvapky je celočíselným násobkom elementárneho náboja - náboja elektrónu - $Q = Ne$. Podľa vzťahu (6) možno tento náboj vyjadriť v tvare

$$Q = 6\pi\eta \left(3\sqrt{\frac{\eta}{2g\rho}} \sqrt{\frac{\ell}{t_g}} \right) \left(\frac{\ell}{t_g} + \frac{\ell}{t_e} \right) \frac{d}{U} = cx, \quad (8)$$

kde

$$c = \frac{18\pi d(\eta\ell)^{\frac{3}{2}}}{U\sqrt{2g\rho}} \quad (9)$$

a

$$x = \frac{1}{\sqrt{t_g}} \left(\frac{1}{t_g} + \frac{1}{t_e} \right) \quad (10)$$

Rozdelenie náboja na súčin veličiny c a x nám uľahčí spracovanie merania, nakoľko veličina c je pre všetky kvapôčky rovnaká (pokiaľ nemeníme veľkosť napätia pri meraní). Hodnotu x vypočítame pre každú kvapôčku a zapíšeme do 1. stĺpca Tabuľky 2.

Kvapôčka s najmenšou hodnotou x , ktorú označíme ako x_{min} , má najmenší elektrický náboj spomedzi všetkých meraných kvapôčiek. V nasledovnom budeme testovať hypotézu, že tento náboj je $N_{min}e$, kde N_{min} je malé celé číslo a e je zatiaľ neznáma hodnota jedného kvanta elektrického náboja.

Ak x_i je hodnota x pre i -tu kvapôčku, potom pomer x_i/x_{min} by mal byť pomer počtu elementárnych nábojov na i -tej kvapôčke a kvapôčke s najmenším nábojom,

$$x_i/x_{min} = N_i/N_{min}. \quad (11)$$

Na základe našej hypotézy je N_{min} malé číslo, ktoré na základe predchádzajúcej rovnice musí dať po presnásobení s zlomkom x_i/x_{min} iné celé číslo - počet elementárnych nábojov na i -tej kvapôčke N_i , pričom toto musí platiť pre všetky merané kvapôčky.

V tabuľke 2 postupne testujeme hypotézu, že $N_{min} = 1, \dots, 5$. V stĺpcoch označených N_i uvádzame výsledok predchádzajúceho stĺpca, zaokrúhlene na celé číslo, čo predstavuje odhad počtu elementárnych nábojov na i -tej kvapôčke, za predpokladu že na kvapôčke s najmenším nábojom je počet nábojov N_{min} daného stĺpca. V nasledovnom stĺpci, $|\Delta| = |(x_i/x_{min})N_{min} - N_i|$, čo predstavuje absolútnu hodnotu rozdielu čísla, ktoré na základe hypotézy má byť celé, od jeho skutočnej, neceločíselnej hodnoty. Súčet týchto rozdielov predstavuje kritérium na prijímanie hypotézy o počte elementárnych nábojov na kvapôčke s najmenším nábojom - prijmeme tú hypotézu, pre ktorú je tento súčet najmenší spomedzi všetkých možností (t.j. $N_{min} = 1, \dots, 5$).

Uvedenú metodiku ešte raz zhrňme do niekoľkých krokov (viď tabuľka 2):

- 1.) Všetky čísla x_i/x_{min} vynásobíme postupne číslami N_{min} od 1 po 5.
- 2.) Každému číslu priradíme zaokrúhlené číslo N_i .

- 3.) Pre každé číslo 1 až 5 sčítame všetky absolútne hodnoty rozdielu zaokrúhlených a nezaokrúhlených čísel.
- 4.) Najmenšia suma by mala byť ukazovateľom hľadaného počtu elementárnych nábojov N_{min} na kvapôčke snajmenším nábojom.
- 5.) Podľa vzťahu (6), vypočítame náboj každej kvapôčky.
- 6.) Každý náboj vydelíme prislúchajúcim zaokrúhleným číslom z bodu (2.) a dostaneme veľkosť elementárneho náboja na danej kvapôčke.

Pozn.: Metóda vyhodnotenia výsledkov vzhľadom na presnosť merania a vzniknuté chyby nemusí zaručene viesť k správne výsledku. Ak sa Vám takto získané číslo N_{min} nezdá byť správne, alebo Vám pri výpočte e výjde dvoj-, resp. iný násobok tabuľkovej hodnoty, spomeňte to v zhodnotení výsledkov aj s uvedením upravenej hodnoty e .

Úlohy

- 1.) Vypočítajte hodnotu x pre kvapôčku, ktorá nesie elementárny náboj pri napätí 200 V ($e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{C}$).
- 2.) Akú elektrostatickú energiu bude mať kvapôčka s polomerom $r = 1 \mu\text{m}$ na ktorej sa nachádza $N = 2,4$ alebo 8 elementárnych nábojov? Porovnajte ju s energiou tepelných fluktuácií pri izbovej teplote $k_B T = 4 \cdot 10^{-21} \text{J}$. Čo z tohto porovnania vyplýva pre kvapôčky s $N > 8$?

Meno:

Krúžok:

Dátum merania:

Protokol laboratórnej úlohy č. 100

Millikanov experiment

Stručný opis metódy merania

Vzťahy, ktoré sa používajú pri meraní

Prístroje a pomôcky

Záznam merania, výpočty a výsledky**Výpočet c**

Parametre meracej sady:

$$\ell = 0,002\text{m} \quad d = 0,005\text{m} \quad g = 9,81\text{m}\cdot\text{s}^{-2} \quad \eta = 1,83\cdot 10^{-5}\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1} \quad \rho = 981\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$$

$$U = \quad \quad \quad \text{V}$$

$$c = \frac{18\pi d(\eta\ell)^{\frac{3}{2}}}{U\sqrt{2g\rho}} =$$

Meranie časov

Tabuľka 1:

Kvapka \ Meranie	1		2		3	
	t_g	t_e	t_g	t_e	t_g	t_e
1						
2						
3						
Priemer						

Kvapka \ Meranie	4		5		6	
	t_g	t_e	t_g	t_e	t_g	t_e
1						
2						
3						
Priemer						

Vzorový výpočet x

$$x = \frac{1}{\sqrt{t_g}} \left(\frac{1}{t_g} + \frac{1}{t_e} \right) =$$

Vyhodnotenie merania

Tabuľka 2:

Kv.	x	$\frac{x}{x_{min}}$	$N_{min} = 1$			$N_{min} = 2$		
			$\frac{x}{x_{min}} N_{min}$	N_i	$ \Delta $	$\times 2$	\doteq	$ \Delta $
1.								
2.								
3.								
4.								
5.								
6.								
			$\sum \Delta =$			$\sum \Delta =$		

Kv.	$N_{min} = 3$			$N_{min} = 4$			$N_{min} = 5$		
	$\times 3$	\doteq	$ \Delta $	$\times 4$	\doteq	$ \Delta $	$\times 5$	\doteq	$ \Delta $
1.									
2.									
3.									
4.									
5.									
6.									
$\sum \Delta =$			$\sum \Delta =$			$\sum \Delta =$			

Vypočet elementárneho náboja

Tabuľka 3:

Kvapka	$r[\mu m]$	$Q = cx[10^{-19}C]$	$e[10^{-19}C]$
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
6.			
			$\bar{e} =$

Zhrnutie

Tabuľková hodnota elem. náboja [10^{-19}C]	
Vypočítaná hodnota elem. náboja [10^{-19}C]	
Relatívna odchýlka merania [%]	

Zhodnotenie výsledkov**Dátum odovzdania protokolu:****Podpis študenta:****Hodnotenie a podpis učiteľa:**