

Laboratórna úloha č. 40

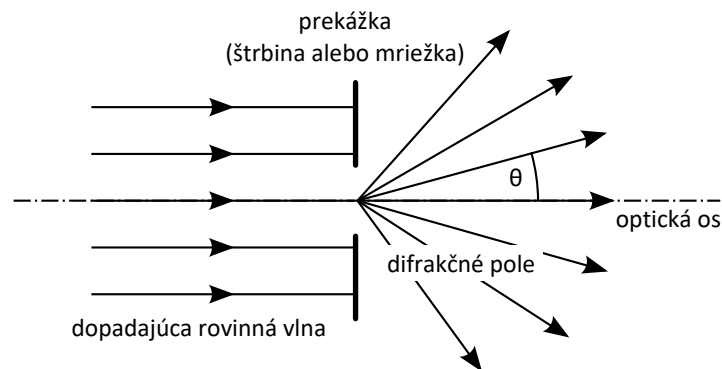
Difrakcia na štrbine a mriežke

Úloha: Určte rozmer obdĺžnikovej štrbiny a mriežkovú konštantu difrakčnej mriežky analýzou difrakčného obrazca. Výsledok overte pomocou optického mikroskopu.

Teoretický úvod

Difrakcia je jav, ktorý nastáva pri dopade vlnenia na prekážku. Ide o ohyb vlny za okraj prekážky do oblasti geometrického tieňa. Difrakcia sa objavuje v prípade všetkých typov vlnení (elektromagnetických, mechanických). Difrakujú aj vlny, ktorými v kvantovej mechanike opisujeme častice hmoty. V tomto laboratórnom cvičení budeme pozorovať difrakciu svetla na štrbine a optickej mriežke.

Mechanizmus difrakcie je priamym dôsledkom Huygensovho-Fresnelovho princípu, podľa ktorého každý bod priestoru, do ktorého sa dostane vlnenie, sa stáva tzv. sekundárnym bodovým zdrojom vlnenia. Výsledná amplitúda vlnenia v ľubovoľnom bode priestoru je potom určená ako superpozícia vln od všetkých takýchto zdrojov. Keďže vzdialenosti sekundárných zdrojov od sledovaného bodu sú rôzne, príspevky od jednotlivých vln sú navzájom fázovo posunuté. To má za následok vznik maxím a miním, ktoré pri zobrazení v rovine tvoria difrakčný obrazec. Pri svetelných vlnách sa v praxi na zobrazenie difrakčného obrazca používa tienidlo umiestnené vo vhodnej vzdialenosti od prekážky.



Obr. 1: Schematické znázornenie princípu difrakcie rovinatej vlny na tenkej prekážke.

Difrakcia na štrbine

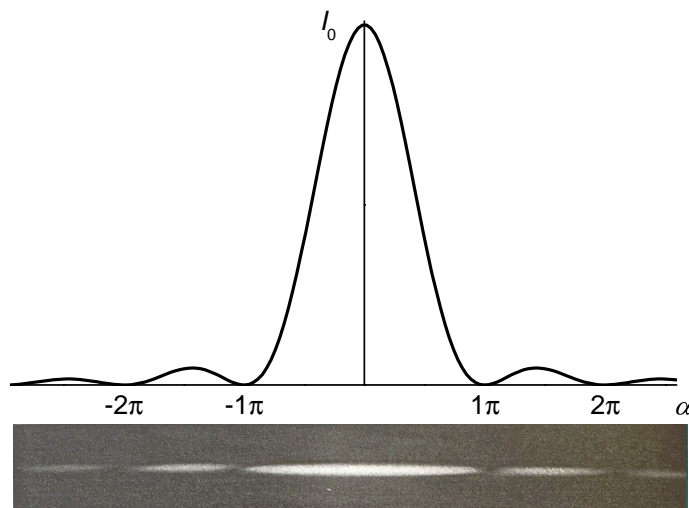
Ak na štrbinu so šírkou a kolmo dopadá rovinná vlna, tak vo veľkej vzdialenosti pozorujeme rozloženie intenzity, ktoré možno vyjadriť nasledujúcim spôsobom:

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \quad (1)$$

kde

$$\alpha = \frac{a\pi}{\lambda} \sin \theta \quad (2)$$

λ je vlnová dĺžka vlny a θ je uhol voči optickej osi, pod ktorým intenzitu pozorujeme (obrázok 1). Priebeh intenzity ako funkcie parametra α je na obrázku 2.



Obr. 2: Priebeh intenzity priečného rezu interferenčného obrazca pri Fraunhoferovej difrakcii na štrbine. Nulové hodnoty intenzity zodpovedajú interferenčným minimám. Na obrázku je tiež zobrazená fotografia reálneho interferenčného obrazca.

Intenzita nadobúda nulové hodnoty, ak $\alpha = m\pi$, pričom $m = \pm 1, \pm 2, \dots$. Pre $m = 0$ je $(\sin \alpha)/\alpha = 1$. Celé číslo m nazývame *řád difrakčného minima*. Minimá pozorujeme pod uhlami, ktoré spĺňajú podmienku:

$$m\lambda = a \sin \theta, \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3)$$

Ak poznáme vlnovú dĺžku svetla, môžeme odmeraním polôh difrakčných miním a určením ich rádu získať rozmer štrbiny a .

Difrakcia na mriežke

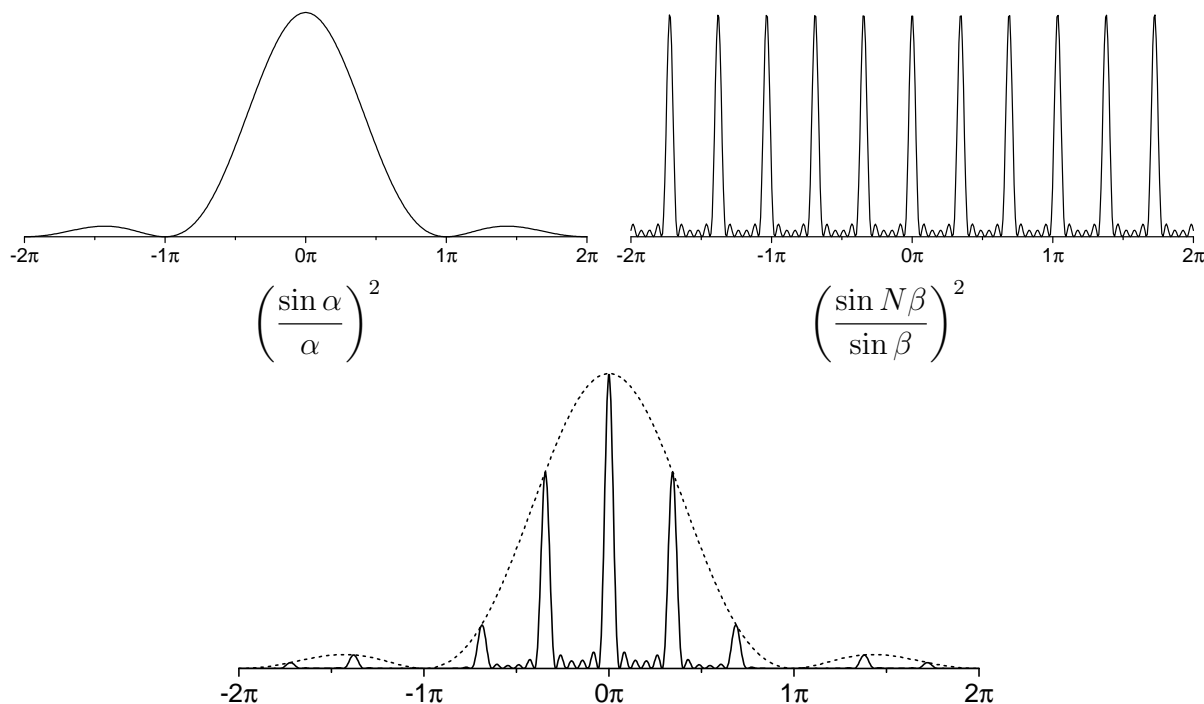
Jednoduchú amplitúdovú mriežku tvorí sústava rovnomerne rozmiestnených rovnobežných štrbín. Vzdialenosť stredov dvoch susedných štrbín sa nazýva *mriežková konštanta*. Ak na mriežku dopadá rovinná vlna s vlnovou dĺžkou λ , pozorujeme za mriežkou typický difrakčný obraz. Priebeh intenzity svetelnej vlny v difrakčnom obraze závisí od mriežkovej konštanty b , šírky štrbiny a a od počtu štrbín mriežky N :

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2 \quad (4)$$

kde

$$\alpha = \frac{a\pi}{\lambda} \sin \theta \quad \text{a} \quad \beta = \frac{b\pi}{\lambda} \sin \theta \quad (5)$$

Intenzitný priebeh difrakčného poľa mriežky je pomerne zložitý (obrázok 3). Výraz (4) je súčinom dvoch členov a konštanty I_0 , ktorá predstavuje intenzitu na optickej osi. Prvý difrakčný člen s parametrom α je známy, pretože je to difrakcia na štrbine so šírkou a . Mriežka pozostáva z N rovnakých rovnomerne rozmiestnených paralelných štrbín. Vlna dopadajúca na mriežku difraguje na každej jednej štrbine a jednotlivé difrakčné polia potom za mriežkou navzájom interferujú. Tento fakt je zhrnutý v druhom difrakčnom člene intenzity (4). Môžeme povedať, že Fraunhoferova difrakcia na mriežke je mnohovýzková interferencia modulovaná difrakčnou krivkou jednej štrbiny.



Obr. 3: Priebeh intenzity pričného rezu interferenčného obrazca pri Fraunhoferovej difrakcii na mriežke. Vľavo hore je difrakcia na jednej štrbine, vpravo hore je mnohovýzková interferencia N štrbín a dole je kompletný priebeh intenzity.

Zo vzťahu (4) vyplýva, že hlavné interferenčné maximá vznikajú tam, kde parameter β spĺňa podmienku

$$\beta = m\pi, \quad m \in \mathcal{Z} \quad (6)$$

a použitím definičného vzťahu (5) dostávame tzv. *mriežkovú rovnicu*

$$m\lambda = b \sin \theta, \quad m \in \mathcal{Z} \quad (7)$$

kde m je celé číslo a nazýva sa *řád difrakčného maxima*. V prípade použitia laserového zväzku pozorujeme tieto maximá na tienidle vo veľkej vzdialenosti za mriežkou ako svietiace body. Nultý rád sa nachádza na optickej osi, napravo od neho sú kladné maximá ($m = 1, 2, \dots$) a naľavo nájdeme maximá záporných rádov ($m = -1, -2, \dots$). Počet maxim, ktoré môžu vzniknúť je obmedzený mriežkovou rovnicou, z ktorej vyplýva, že

$$\frac{|m|\lambda}{b} = |\sin \theta| \leq 1$$

teda

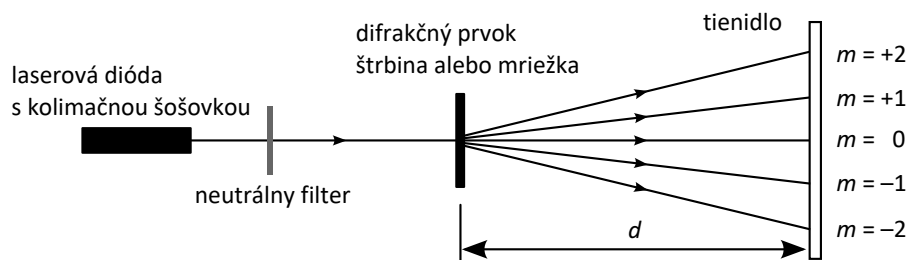
$$|m| \leq \frac{b}{\lambda} \quad (8)$$

Maximá vyšších rádoŧ uvidíme len vtedy, ak je mriežková konštantá väčšia ako vlnová dĺžka vlnenia. Zmenšovaním mriežkovej konštanty dochádza k ubúdaniu difrakčných maxim, ktoré sa zobrazujú pod stále väčšími uhlami. Maximálny difrakčný uhol $\pi/2$ dosiahneme pre prvé, resp. mínus prvé maximum práve vtedy, keď $b = \lambda$.

Úplne rovnako sa správajú aj difrakčné minimá pri difrakcii na štrbine. Ak má štrbina rozmer vlnovej dĺžky vlnenia, prvé a mínus prvé minimum sa objavia pod uhlom $\pm 90^\circ$ voči optickej osi. Pri ďalšom zmenšení štrbiny minimá zmiznú a pozorujeme len nulté maximum rozťahnuté v celom zornom poli. Tento fakt súvisí s tzv. *difrakčným limitom*, ktorý hovorí aj o tom, aké veľké objekty sme schopní pomocou vlnenia (napr. svetla) pozorovať. Pozorovateľný objekt nemôže byť menší než vlnová dĺžka žiarenia. Rozlišovacia schopnosť optických mikroskopov je cca 500 nm. Použitím špeciálnych immerzných olejov s väčším indexom lomu, ktoré efektívne skracujú vlnovú dĺžku svetla sa môžeme dostať až na 200 nm. Menšie objekty v žiadnom optickom mikroskope nevidíme. Elektrónový mikroskop využíva elektrónové vlny s vlnovou dĺžkou menšou ako 0,1 nm, preto ním môžeme vidieť atómy.

Opis aparatury a metóda merania

Optická schéma merania je na obrázku 4. Základom experimentálnej zostavy je optická latica, na ktorej sú umiestnené posúvateľné stojany, v ktorých sú vsunuté nožičky držiakov jednotlivých prvkov. Výška držiakov je nastaviteľná zasunutím nožičky do stojana a prichytením aretovacou skrutkou na samopružnom kónickom závite. Jednotlivé držiaky sú prispôbené pre konkrétny optický prvok. Držiak laserového modulu je navyše vybavený skrutkami umožňujúcimi uhlové nastavenie optickej osi. Neutrálny filter použijeme v prípade, ak je svetlo príliš silné a sťažuje presné merania. Na tienidlo je pripevnené dĺžkové meradlo s milimetrovou stupnicou.



Obr. 4: Meranie Fraunhoferovej difrakcie na štrbine alebo na mriežke.

Počas merania použijeme dve laserové diódy s rôznou vlnovou dĺžkou. K dispozícii máme dva červené lasery (635 nm a 650 nm) a zelený laser (532 nm). Moduly majú na výstupe kolimačnú šošovku, ktorá zabezpečuje takmer rovnobežný optický zväzok. Červené lasery sú lineárne polarizované a stopa je eliptická. Zelený laser je nepolarizovaný s kruhovou stopou zväzku.

Difrakčný prvok umiestnime do držiaka tak, aby bol difrakčný obrazec na tienidle rozložený v horizontálnom smere. Vzdialenosť d tienidla od difrakčného prvku by mala byť taká, aby sme mohli pri vyhodnotení použiť priblíženie $\sin \theta \approx x/d$, kde x je poloha maximálneho difrakčného rádu, ktorý budeme merať na tienidle.

Postup pri meraní

Meranie polôh difrakčných miním štrbiny

Šírku štrbiny nastavíme pomocou justážnej skrutky. Do štrbiny vsunieme planžetu a štrbinu uzavrieme tak, aby ju tesne obopínala. Hrúbku planžety odmeriame mikrometrom a údaj zapíšeme do tabuľky. Štrbinu potom vložíme do držiaka na optickej lavici. Potom vykonáme nasledujúci postup:

1. Laserovú diódu vložíme do držiaka, nastavíme výšku tak, aby svetlo dopadalo približne do stredu štrbiny. Justážnymi skrutkami náklonu a výškovým nastavením zabezpečíme, aby bol optický zväzok rovnobežný s optickou lavicou a aby prechádzal stredom štrbiny.
2. Tienidlo umiestnime do vzdialenosti minimálne 30 cm od štrbiny. Presnú vzdialenosť odmeriame dĺžkovým meradlom.
3. Identifikujeme optickú os, v ktorej sa nachádza nulté difrakčné maximum.
4. Zaznamenávame polohy difrakčných miním na tienidle pomocou pripevneného dĺžkového meradla a zapisujeme ich do tabuľky spolu s príslušnými číslami rádov.
5. Vymeníme modul laserovej diódy a postup zopakujeme od kroku 1.

Meranie polôh difrakčných maxím mriežky

1. Mriežku vložíme do držiaka na optickej lavici.
2. Upevníme laserovú diódu a nastavíme optický zväzok podobným spôsobom, ako v prípade štrbiny.
3. Tienidlo umiestnime do vzdialenosti minimálne 30 cm od štrbiny. Presnú vzdialenosť odmeriame dĺžkovým meradlom.
4. Identifikujeme optickú os, v ktorej sa nachádza nulté difrakčné maximum. Jeho polohu odmeriame a zapíšeme do tabuľky.
5. Zaznamenávame polohy difrakčných maxím na tienidle pomocou pripevneného dĺžkového meradla a zapisujeme ich do tabuľky spolu s príslušnými číslami rádov.
6. Vymeníme modul laserovej diódy a postup zopakujeme od kroku 1.

Meranie mriežkovej konštanty pomocou meracieho mikroskopu

Mriežku umiestnime pod merací mikroskop. Pomocou okuláru zaostríme čiary zámerného kríža. Okulár podľa potreby otočíme tak, aby jedna z čiar kríža bola kolmá na pohyb meracej mikrometrickej lavice. Potom nastavíme výšku tubusu výškovou skrutkou tak, aby sme videli ostro štrbiny mriežky. Jemným natočením zabezpečíme rovnobežnosť štrbín mriežky so zvislou čiarou zámerného kríža. Otáčaním skrutky na meracej lavici prekryjeme vybranú čiaru mriežky so zámerným krížom. Odčítame polohu x_1 meracej lavice na mikrometrickej stupnici a údaj zapíšeme do tabuľky. Ďalším posúvaním skrutky posunieme mikroskop o n mriežkových štrbín, minimálne 10. Odčítame polohu x_2 na mikrometrickej stupnici a zapíšeme ju do tabuľky. Vypočítame mriežkovú konštantu pomocou vzťahu

$$b = \frac{|x_2 - x_1|}{n} \quad (9)$$

Vyhodnotenie difrakčných meraní

Rovnica (3) opisujúca polohy miním pri difrakcii na štrbine a mriežková rovnica (7) majú matematicky rovnaký zápis. Budeme sa preto venovať vyhodnoteniu merania na mriežke.

Ak je tienidlo dostatočne ďaleko, môžeme v rovnici mriežky (7) nahradiť sínus pozorovacieho uhla jeho tangensom:

$$\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{x - x_0}{d}$$

kde x je poloha na tienidle a x_0 je poloha nultého maxima, čím rovnica nadobudne tvar

$$m\lambda = b \frac{x - x_0}{d}$$

Dostávame lineárny vzťah medzi difrakčným rádom m a jeho polohou na tienidle x :

$$m = \frac{b}{\lambda d}(x - x_0) = kx + q$$

so smernicou $k = b/\lambda d$. Namerané údaje spracujeme metódou lineárnej regresie a zo získanej smernice určíme mriežkovú konštantu:

$$b = k\lambda d \quad (10)$$

Difrakciu na štrbine vyhodnotíme rovnakým spôsobom, ak mriežkovú konštantu b nahradíme šírkou štrbiny a .

Meno:

Krúžok:

Dátum merania:

Protokol laboratórnej úlohy č. 40

Difrakcia na štrbine a mriežke

Stručný opis metódy merania

Vzťahy, ktoré sa používajú pri meraní

Prístroje a pomôcky

Schéma experimentu

Záznam merania, výpočty a výsledky

Difrakcia na štrbine

Vzdialenosť tienidla a štrbiny $d =$				
$\lambda_1 =$			$\lambda_2 =$	
Meranie	m	x (mm)	m	x (mm)
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Výsledky pre vlnovú dĺžku $\lambda_1 =$

smernica závislosti $m(x)$	$k =$
smerodajná odchýlka smernice	$s_k =$
šírka štrbiny	$a =$
smerodajná odchýlka šírky štrbiny	$s_a =$

Výsledky pre vlnovú dĺžku $\lambda_2 =$

smernica závislosti $m(x)$	$k =$
smerodajná odchýlka smernice	$s_k =$
šírka štrbiny	$a =$
smerodajná odchýlka šírky štrbiny	$s_a =$

Meranie šírky štrbiny pomocou planžety a mikrometra

šírka štrbiny	$a =$
smerodajná odchýlka	$s_a =$

Difrakcia na mriežke

Vzdialenosť tienidla a mriežky $d =$				
	$\lambda_1 =$		$\lambda_2 =$	
Meranie	m	x (mm)	m	x (mm)
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Výsledky pre vlnovú dĺžku $\lambda_1 =$

smernica závislosti $m(x)$	$k =$
smerodajná odchýlka smernice	$s_k =$
mriežková konštanta	$b =$
smerodajná odchýlka mriežkovej konštanty	$s_b =$

Výsledky pre vlnovú dĺžku $\lambda_2 =$

smernica závislosti $m(x)$	$k =$
smerodajná odchýlka smernice	$s_k =$
mriežková konštanta	$b =$
smerodajná odchýlka mriežkovej konštanty	$s_b =$

Meranie mriežkovej konštanty pomocou meracieho mikroskopu

poloha 1	$x_1 =$
poloha 2	$x_2 =$
počet štrbín mriežky	$n =$
mriežková konštanta podľa (9)	$b =$
smerodajná odchýlka mriežkovej konštanty	$s_b =$

Prílohy

- Grafy závislosti rádu difrakčných miním štrbiny a ich polôh na tienidle.
Grafy závislosti rádu hlavných difrakčných maxím mriežky a ich polôh na tienidle.

Zhodnotenie výsledkov

Dátum odovzdania protokolu:

Podpis študenta:

Hodnotenie a podpis učiteľa: