Laboratórna úloha č. 24

Magnetický moment tyčového magnetu

Úloha: Určiť magnetický moment permanentného tyčového magnetu pomocou buzoly a metódou torzných kmitov.

Teoretický úvod

Magnetické pole charakterizujeme vektorovou veličinou nazývanou *magnetická indukcia* $\vec{B}$. Magnetické pole býva vytvárané pohybom elektrických nábojov, napr. pohybom elektrónov v atómoch alebo prúdom vo vodiči. *Magnetický moment* $\vec{m}_\mathrm{m}$ je vektorová veličina slúžiaca na kvantifikáciu objektu ako zdroja magnetického poľa. Objektom s magnetickým momentom (stručne magnetom) môže byť tyčový alebo inak tvarovaný magnet alebo aj cievka s prúdom. Čím silnejšie pole magnet vo svojom okolí vytvára, tým väčší magnetický moment mu prisudzujeme. A ak sa objekt s magnetickým momentom nachádza v danom (hovoríme aj vonkajšom) magnetickom poli, potom účinok poľa na objekt závisí od veľkosti magnetického momentu objektu. Pri úvahách o magnetickom poli si teda musíme uvedomiť, či hovoríme o magnetickom poli *vytváranom* magnetom, alebo či ide o dané *vonkajšie* pole (o ktorého pôvod sa primárne nemusíme zaujímať, ale skúmame len jeho pôsobenie na objekty s magnetickým momentom).

V homogénnom magnetickom poli s indukciou $\vec{B}$ pôsobí na objekt s magnetickým momentom m_m moment sily $\vec{M}$ podľa vzťahu

$$\vec{M} = \vec{m}_\mathrm{m} \times \vec{B} \tag{1}$$

Tento vzťah sa všeobecne považuje za definičný vzťah magnetického momentu bez ohľadu na to, či ide o cievku alebo permanentný magnet. Podľa tohto vzťahu sa magnet vo vonkajšom magnetickom poli snaží natočiť tak, aby jeho magnetický moment bol súhlasne rovnobežný s magnetickou indukciou. Ešte jednoduchšie sa to dá vidieť z energetickej úvahy. Potenciálna energia magnetu s momentom $\vec{m}_\mathrm{m}$ vo vonkajšom magnetickom poli $\vec{B}$ je daná výrazom

$$E_m = -\vec{m}_\mathrm{m} \,.\, \vec{B} = -m_\mathrm{m} B \cos\varphi \tag{2}$$

kde φ je uhol zvieraný vektormi $\vec{m}_\mathrm{m}$ a $\vec{B}$. Magnet sa snaží dostať do polohy, v ktorej má túto energiu minimálnu, a to je vtedy, keď sú vektory $\vec{m}_\mathrm{m}$ a $\vec{B}$ rovnobežné a súhlasne orientované ($\cos\varphi = 1$).

Magnetický moment ako vektorová veličina je v prípade kruhovej cievky rovnobežný s jej geometrickou osou, pri tyčovom magnete s jeho magnetickou osou, čiže spojnicou južného a severného pólu. Zo vzťahu (1) alebo aj (2) získame fyzikálny rozmer magnetického momentu, teda aj jednotku tejto veličiny. Uvedomíme si, že rozmer momentu sily (ako aj energie) je N . m = kg . m^2/s^2 a jednotkou magnetickej indukcie je tesla, pričom 1 T = 1 N/(A . m) = 1 kg/(A . s^2). S prihliadnutím na vzťah (1) alebo (2) pre rozmer magnetického momentu získame výsledok

$$[m_\mathrm{m}] = \frac{M}{B} = \frac{\mathrm{N}\ .\ \mathrm{m}}{\dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}\ .\ \mathrm{m}}} = \mathrm{A}\ .\ \mathrm{m}^2 \tag{3}$$

Tento výsledok je v súlade aj s iným vzťahom pre magnetický moment $m_\mathrm{m} = IS$ prúdovej slučky s plochou S, ktorou prechádza prúd I.

Objekt s magnetickým momentom $\vec{m}_\mathrm{m}$ vytvára vo svojom okolí magnetické pole, ktorého magnetická indukcia sa vyjadruje vzťahom

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{3\,(\vec{m}_\mathrm{m}\ .\ \vec{r})\,\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{m}_\mathrm{m}}{r^3}\right] \tag{4}$$

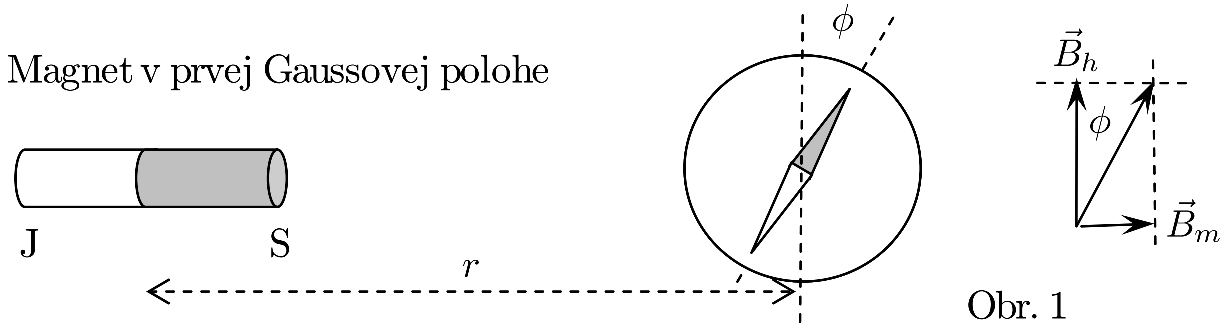
v ktorom $\vec{r}$ je polohový vektor miesta, v ktorom určujeme magnetickú indukciu $\vec{B}$ vzhľadom na stred objektu s magnetickým momentom (tu stred tyčového magnetu). Vzťah je analógiou vyjadrenia intenzity elektrického poľa v okolí elektrického dipólu. Tento vzťah nie je dostatočne presný v malých vzdialenostiach od magnetu. Platí tým presnejšie, čím je táto vzdialenosť r vzhľadom na veľkosť magnetu väčšia.

Vzťahy (4) a (1) sa dajú využiť na meranie magnetického momentu tyčového magnetu. **V prvom prípade (A)** sa využíva vplyv magnetického poľa magnetu na magnetku tangentovej buzoly. Pritom sa pole magnetu skladá so zemským poľom, ktoré považujeme za známe, a z výchylky magnetky po priblížení magnetu sa vypočíta magnetický moment magnetu. **V druhom prípade (B)** bude zdrojom magnetického poľa Zem. Magnet zavesený na dlhšom tenkom závese bude vplyvom magnetického poľa Zeme torzne kmitať v horizontálnej rovine. Doba kmitu magnetu závisí od veľkosti magnetického momentu.

A Meranie magnetického momentu tangentovou buzolou

Základným vzťahom používaným pri tejto metóde je vzťah (4). V dvoch špeciálnych prípadoch, v tzv. Gaussových polohách, nadobúda zjednodušený tvar. V prvej Gaussovej polohe, ktorá sa najčastejšie používa, ide o prípad, keď je vektor $\vec{r}$ rovnobežný s vektorom magnetického momentu $\vec{m}_\mathrm{m}$ (teda s osou tyčového magnetu). Ak zvolíme jednotkový vektor $\vec{u}$ tak, aby bol s týmito vektormi súhlasne rovnobežný, potom vektory môžeme vyjadriť ako jeho skalárne násobky: $\vec{m}_m = m_\mathrm{m}\vec{u}$, $\vec{r} = r\vec{u}$. Vtedy sa vzťah (4) dá upraviť takto:

$$\vec{B}_\mathrm{GI} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{3\,(\vec{m}_\mathrm{m}\ .\ \vec{r})\,\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{m}_\mathrm{m}}{r^3}\right] = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{3\,(m_\mathrm{m}r)\,r\,\vec{u}}{r^5} - \frac{\vec{m}_\mathrm{m}}{r^3}\right] = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{3\,r^2 m_\mathrm{m}\vec{u}}{r^5} - \frac{\vec{m}_\mathrm{m}}{r^3}\right] =$$
$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{3\,\vec{m}_\mathrm{m}}{r^3} - \frac{\vec{m}_\mathrm{m}}{r^3}\right] = \frac{\mu_0\,\vec{m}_\mathrm{m}}{2\pi r^3}$$



Obr. 1

Pre indukciu magnetického poľa v prvej Gaussovej polohe preto platí vzťah

$$\vec{B}_{\mathrm{GI}} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\vec{m}_{\mathrm{m}}}{r^3} \tag{5}$$

Vektor magnetickej indukcie $\vec{B}_{\mathrm{GI}}$ má v tomto prípade smer magnetického momentu, teda smer spojnice južného a severného pólu magnetu.

Metóda merania

Tyčový magnet umiestnime v horizontálnej rovine do istej vzdialenosti od buzoly tak, aby vektor magnetickej indukcie $\vec{B}_{\mathrm{m}}$ poľa vytvoreného magnetom bol kolmý na horizontálnu zložku zemského magnetického poľa $\vec{B}_{\mathrm{h}}$. Buzola sa vtedy nachádza v prvej Gaussovej polohe magnetu. Magnetka sa ustáli v polohe ukazujúcej smer výsledného magnetického poľa, od magnetického poludníka sa odchýli o uhol ϕ. Z obrázku 1 vidno, že $\operatorname{tg}\phi = B_{\mathrm{m}}/B_{\mathrm{h}}$. Po dosadení hodnoty B_{GI} za B_{m} zo vzťahu (5) dostaneme výsledok

$$\operatorname{tg}\phi = \frac{B_{\mathrm{m}}}{B_{\mathrm{h}}} = \frac{\mu_0 m_{\mathrm{m}}}{2\pi r^3}\frac{1}{B_{\mathrm{h}}} \tag{6}$$

Z tohto vzťahu sa dá vypočítať magnetický moment, ak poznáme veľkosť horizontálnej zložky magnetickej indukcie zemského poľa B_{h} a zmeriame výchylku ϕ magnetky v istej vzdialenosti r magnetu od buzoly. Zmeraním výchylky pri viacerých vzdialenostiach magnetu zaručíme vyššiu presnosť merania.

Postup práce

Základnú dosku uložíme tak, aby magnetkou indikovaný severo-južný smer bol kolmý na žliabok, do ktorého sa vkladá tyčový magnet. Potom do žliabku vložíme magnet tak, aby bol jeho stred od stredu buzoly vo vzdialenosti r. Odmeriame uhol ϕ_+, o ktorý sa magnetka odchýli od magnetického poludníka vplyvom poľa magnetu. Meriame pri rôznych vzdialenostiach r_i a údaje zapisujeme do tabuľky 1. Potom magnet otočíme, aby bol k buzole bližšie jeho druhý pól a meriame výchylky ϕ_- (na opačnú stranu), a to pri rovnakých vzdialenostiach r_i ako v predošlom prípade. Z výchyliek ϕ_+ a ϕ_- vypočítame aritmetický priemer $\phi = (\phi_+ + \phi_-)/2$. Uhly ϕ_+ a ϕ_- pritom chápeme v zmysle veľkostí výchyliek z nulovej polohy.

Ako vyplýva zo vzťahu (6), závislosť $\mathrm{tg}\,\phi$ od hodnoty $1/r^3$ je lineárna,

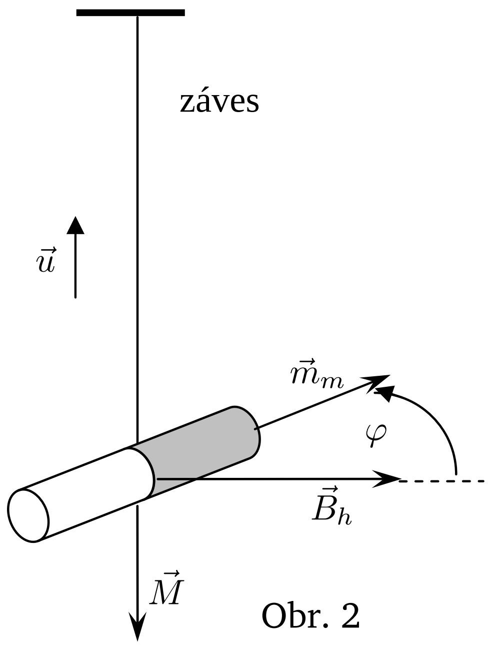
$$\mathrm{tg}\,\phi = K\,\frac{1}{r^3} \tag{7}$$

pričom smernicou tejto závislosti je

$$K = \frac{\mu_0 m_\mathrm{m}}{2\pi B_\mathrm{h}} \tag{8}$$

Pripravíme graf závislosti $\mathrm{tg}\,\phi$ od $1/r^3$ podľa inštrukcií v príslušnom odseku a spravíme lineárnu regresiu tejto závislosti. Regresný výpočet robíme pre lineárnu závislosť typu $y = Kx$, teda s danou nulovou hodnotou konštantného člena Q, pretože tak to vyplýva z teoretického modelu (7). Po získaní hodnoty smernice vypočítame veľkosť magnetického momentu m_m použitím vzťahu (8) a hodnoty B_h, ktorú pre úlohu **A** považujeme za vopred známu.

B Meranie magnetického momentu metódou torzného kyvadla



Obr. 2

Ako bolo uvedené v prvej časti textu, v homogénnom magnetickom poli s indukciou $\vec{B}$ pôsobí na objekt s magnetickým momentom $\vec{m}_\mathrm{m}$ moment sily

$$\vec{M} = \vec{m}_\mathrm{m} \times \vec{B} \tag{9}$$

Ak v laboratóriu voľne zavesíme tyčový magnet na dlhší záves tak, aby os magnetu bola vodorovná, horizontálna zložka zemského magnetického poľa bude otáčať magnet do takej polohy, aby os magnetu bola rovnobežná a súhlasne orientovaná s lokálnym magnetickým poludníkom, t.j. s lokálnym vektorom $\vec{B}_\mathrm{h}$. Ak je os magnetu od poludníka vychýlená o uhol φ, potom veľkosť momentu sily pôsobiaceho na magnet má hodnotu

$$M = m_\mathrm{m} B \sin\varphi \tag{10}$$

Voľne zavesený magnet sa začne otáčať, pričom na tento pohyb sa vzťahuje pohybová rovnica telesa otáčajúceho sa okolo pevnej osi:

$$\vec{M} = J\,\frac{\mathrm{d}^2\vec{\varphi}}{\mathrm{d}t^2} \tag{11}$$

v ktorom J je moment zotrvačnosti magnetu vzhľadom na vertikálnu os zhodnú so závesom. V poslednej rovnici vyjadríme vektory $\vec{M}$ a $\vec{\varphi}$ ako skalárne násobky jednotkového vektora

$\vec{u}$. Pritom si uvedomíme, že uhol φ meriame smerom od vektora $\vec{B}_\mathrm{h}$, takže vektor $\vec{\varphi}$ je súhlasne orientovaný s vektorom $\vec{u}$, ale vektor $\vec{M}$ má opačný smer:

$$\vec{M} = -\vec{u}\, m_\mathrm{m}\, B_\mathrm{h}\, \sin\varphi\,, \quad \vec{\varphi} = \varphi\,\vec{u}$$

Po dosadení do pohybovej rovnice (11) dostaneme:

$$-\vec{u}\, m_\mathrm{m}\, B_\mathrm{h}\, \sin\varphi = \vec{u}\, J\, \frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2} \quad \Longrightarrow \quad \frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2} + \frac{m_\mathrm{m} B_\mathrm{h}}{J}\sin\varphi = 0$$

Ak budeme merať iba pri malých výchylkách, pri ktorých funkciu $\sin\varphi$ možno s dostatočnou presnosťou nahradiť priamo uhlom φ (vyjadreným v radiánoch), potom pohybová rovnica získa tvar

$$\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2} + \frac{m_\mathrm{m} B_\mathrm{h}}{J}\varphi = 0 \tag{12}$$

čo je pohybová rovnica netlmeného harmonického oscilátora. Ak v čase $t = 0\,\mathrm{s}$ kyvadlo vychýlime o uhol φ_amp a vzápätí necháme kmitať, tak riešením pohybovej rovnice (12) bude funkcia času $\varphi = \varphi(t)$ vyjadrená vzťahom

$$\varphi(t) = \varphi_\mathrm{a} \cos\frac{2\pi}{T_0}t \tag{13}$$

čo predstavuje kmity s uhlovou amplitúdou (maximálnou výchylkou) φ_a. Doba kmitu T_0 magnetu ako torzného kyvadla je pritom vyjadrená vzťahom

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{m_\mathrm{m} B_\mathrm{h}}} \tag{14}$$

Z posledného vzťahu môžeme vypočítať magnetický moment m_m, ak zmeriame dobu kmitu T_0 a poznáme horizontálnu zložku indukcie zemského magnetického poľa B_h a moment zotrvačnosti J.

Postup práce

Magnet vložíme do objímky zavesenej na dlhšom tenkom vlákne a nasmerujeme ho pozdĺž magnetického poludníka. Po ustálení polohy ho vychýlime o uhol $\varphi_1 = 30°$ a necháme kmitať ako torzné kyvadlo. Stopkami zmeriame dobu dostatočného počtu kmitov (napr. 10) výsledok prepočítame na dobu jedného kmitu. Potom merania opakujeme pri začiatočných uhloch postupne sa zväčšujúcich o 10°.[1]

V teoretickej časti pri zápise a riešení pohybovej rovnice kmitov sme symbolom φ značili uhol výchylky ako funkciu času. V ďalších postupoch a zápisoch budeme tento symbol používať už len v zmysle amplitúdy φ_a uhlovej výchylky, a nie ako funkciu času. Pre jednoduchosť zápisu nebudeme uvádzať index a.

Výsledky meraní pri aspoň piatich rôznych uhloch zapíšeme do tabuľky 2 a vynesieme do grafu, kde na osi x bude premenná φ^2. Inštrukcie pre prípravu grafu sú popísané nižšie.

[1] Mohli by sme merať aj pri menších uhloch, ale pri tých sa ťažšie dosahuje, aby prevládajúcim typom pohybu boli torzné kmity. Navyše pri malých uhloch je značne vyššia relatívna neistota ich hodnôt.

Namerané doby kmitu extrapolujeme k nulovému uhlu φ podľa návodu v ďalšom odseku. Takto extrapoláciou získanú dobu kmitu T_0 dosadíme do vzťahu (14) a vypočítame magnetický moment magnetu.

Na záver tohto merania overíme, že torzné kmity tyčového magnetu sú spôsobené prevažne vplyvom pôsobenia zemského magnetického poľa, a nie torznou silou vlákna. Na to v laboratóriu slúži mosadzná tyč, ktorá je nemagnetická. Vložíme mosadznú tyč do závesu a pozorujeme kmity. Zmeriame približnú dobu kmitu τ mosadznej tyče (pre jednu výchylku, okolo 50°). Odhadneme moment zotrvačnosti $\mathcal{J}$ mosadznej tyče. Tieto približné údaje (τ a $\mathcal{J}$) uvedieme len do slovného zhrnutia ako dodatočné údaje. Zanedbanie torznej sily vlákna vnáša do výsledkov systematickú chybu, ktorú by bolo možné pomocou nich odhadnúť.

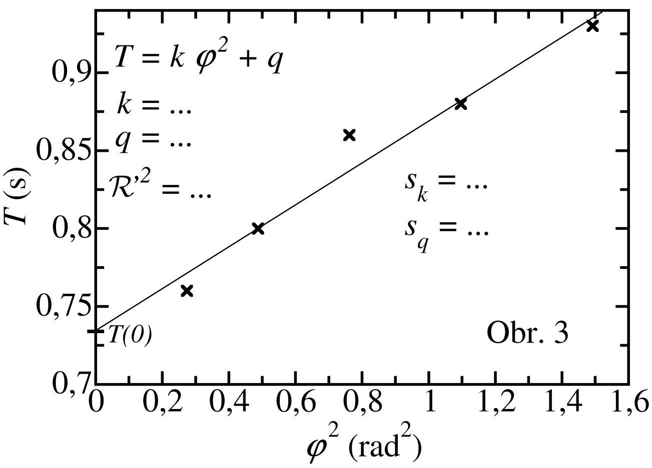
Extrapolácia funkcie $T(\varphi)$

Doba kmitu kyvadla v závislosti od uhla výchylky (amplitúdy) φ sa dá vyjadriť nasledovne:

$$T(\varphi) = T_0 + \frac{T_0}{16}\varphi^2 + \dots \tag{15}$$

kde $T_0 \equiv T(0) \equiv T(\varphi = 0)$ je perióda pre nekonečne malé kmity daná výrazom (14). Bodkami sú znázornené ďalšie členy, ktoré zanedbáme[2].

V úlohe **B** je potrebné z nameraných hodnôt $T(\varphi_1)$, $T(\varphi_2)$, …, $T(\varphi_5)$ nájsť hodnotu T_0. Postup:



Obr. 3

1. Namiesto kvadratickej funkcie $T(\varphi)$ budeme uvažovať lineárnu funkciu $T(x)$ tým, že zavedieme premennú $x = \varphi^2$. V tomto zmysle potom môžme na vzťah (15) pozerať ako na lineárnu funkciu typu $y = kx + q$, a preto je možné pre namerané hodnoty spraviť lineárnu regresiu. Pomocou fyzikálnych symbolov modelovú rovnicu zapíšeme

$$T(\varphi^2) = k\varphi^2 + q \tag{16}$$

2. Zostrojíme graf podľa ilustračného obrázku 3 (ale s údajmi z tabuľky 2 nameranými na cvičení); na os x budeme vynášať hodnoty φ^2. Pozri aj odsek *Inštrukcie pre zostrojenie grafov.*

3. Z hodnôt v tabuľke 2 vypočítame regresné parametre k, q aj $\mathcal{R}'$ a aj smerodajné

[2]Všetky tie členy majú *párne* mocniny φ. To preto, lebo perióda kmitu musí byť párnou funkciou výchylky φ, ako to vyplýva z povahy problému. Tak isto sa dá vidieť, že $T(\varphi)$ musí mať extrém, konkrétne mimimum, pre $\varphi = 0$.

odchýlky s_k a s_q. Pritom k je smernica, q je konštantný člen a $\mathcal{R}'$ je koefiecient korelácie v lineárnej regresii.

4. Je zrejmé, že hľadaným T_0 je práve parameter q.

Prečo sme tento postup určenia T_0 nazvali extrapoláciou? Pretože sme získali hodnotu periódy pre taký uhol (nulový), ktorý leží mimo (*extra*) intervalu experimentálne meraných uhlov. (Ten interval je napr. $\langle 30°, 70°\rangle$.)

C Kombinácia úloh A a B

Metódy merania magnetického momentu uvedené v úlohách **A** a **B** sa dajú využiť na súčasné stanovenie veľkosti magnetického momentu tyčového magnetu a horizontálnej zložky indukcie zemského magnetického poľa. Zo vzťahu (8) získame podiel magnetického momentu a veľkosti horizontálnej zložky:

$$\frac{m_\mathrm{m}}{B_\mathrm{h}} = \frac{2\pi K}{\mu_0} \equiv a \tag{17}$$

pričom sme zaviedli označenie a pre výraz $2\pi K/\mu_0$. Zo vzťahu (14) zasa vypočítame súčin

$$m_\mathrm{m} B_\mathrm{h} = \frac{4\pi^2 J}{T_0^2} \equiv b \tag{18}$$

kde sme podobným spôsobom zaviedli označenie b. Súčinom vzťahov (17) a (18) získame druhú mocninu magnetického momentu:

$$m_\mathrm{m}^2 = ab = \frac{8\pi^3 KJ}{\mu_0 T_0^2} \quad\Longrightarrow\quad \boxed{m_\mathrm{m} = \sqrt{\frac{8\pi^3 KJ}{\mu_0 T_0^2}}} \tag{19}$$

ich podielom druhú mocninu horizontálnej zložky:

$$B_\mathrm{h}^2 = \frac{b}{a} = \frac{2\pi\mu_0 J}{KT_0^2} \quad\Longrightarrow\quad \boxed{B_\mathrm{h} = \sqrt{\frac{2\pi\mu_0 J}{KT_0^2}}} \tag{20}$$

Inštrukcie pre zostrojenie grafov

K protokolu pripojte grafy s príslušnými popismi požadované ako prílohy protokolu. Grafy je potrebné nakresliť ručne na milimetrový papier. Namerané hodnoty zakreslite napr. krížikmi a pravítkom preložte priamku tak, aby prechádzala počiatkom a optimálne pomedzi namerané body. Parametre priamok vypočítajte lineárnou regresiou.

Pre úlohu **A** do grafu zapíšte rovnicu teoretického modelu, ktorá je pre tento prípad $\mathrm{tg}\,\phi = K\,(1/r^3)$. Na iné vhodné miesto v grafe vpíšte hodnotu smernice K, príslušnú smerodajnú odchýlku s_K a koeficient determinovanosti $\mathcal{R}^2$ z lineárnej regresie. Číselné údaje uvádzajte na dostatočný počet desatinných miest v súlade s určenými smerodajnými odchýlkami. Hodnotu $\mathcal{R}$ uveďte na toľko desatinných miest, aby posledné dve boli odlišné od cifry 9.

Pre úlohu **B** do grafu zapíšte modelovú rovnicu $T(\varphi) = k\varphi^2 + q$. Aj do tohto grafu vpíšte obdobné údaje ako v úlohe **A**, teda hodnotu smernice k, smerodajnú odchýlku smernice s_k, aj koeficient determinovanosti z lineárnej regresie, tentoraz pre odlíšenie označený $\mathcal{R}'^2$. Oproti úlohe **A** je tu navyše aj konštantný člen q, čiže do grafu treba uviesť aj jeho hodnotu a hodnotu jeho smerodajnej odchýlky s_q. Zatiaľ čo v grafe používame symboly q a s_q, v protokole použijeme už zodpovedajúce fyzikálne symboly T_0 a s_{T_0} a ich číselné hodnoty vhodne zaokrúhlime. Hodnoty φ^2 nanášané na vodorovnú os tohto grafu môže byť praktickejšie vyjadrovať pomocou radiánov než stupňov.

Pre vyššiu prehľadnosť práce dodržiavame odlišné značenie smerníc z úloh **A** a **B** (symboly K a k) a čiarkou odlišujeme aj koeficienty determinovanosti $\mathcal{R}^2$ a $\mathcal{R}'^2$. Posledne uvedené symboly majú v rukopise zodpovedať veľkému písanému R.

Presnosť merania

Neistoty Δm_m aj ΔB_h veličín m_m aj B_h ohodnotíme len pre úlohu **C**. (V úlohách **A** a **B** bol výsledok priamo ovplyvnený hodnotou B_h, ktorú sme mali zadanú bez smerodajnej odchýlky.)

Z matematických zápisov (19) a (20) vyplýva, že pre výpočet smerodajných odchýlok s_m a s_B veličín m_m a B_h budeme potrebovať smerodajnú odchýlku s_K smernice K z úlohy **A**, smerodajnú odchýlku s_T periódy T_0 z úlohy **B** a neistotu ΔJ hodnoty momentu zotrvačnosti J. Smerodajné odchýlky parametrov z regresie sa určujú v súlade s postupmi uvedenými v samostatnom dokumente ku praktickým cvičeniam. Ich hodnoty nám vypočíta aj program, ktorý použijeme na regresné výpočty. Smerodajnú odchýlku momentu zotrvačnosti určíme odhadom zo zadanej hodnoty J.

Na získanie smerodajnej odchýlky výsledku m_m a aj pomocného výsledku B_h použijeme pravidlo o skladaní smerodajných odchýlok. Z neho vyplývajú pre relatívne smerodajné odchýlky nameraných výsledkov vzťahy

$$\left(\frac{s_m}{m_\mathrm{m}}\right)^2 = \left(\frac{s_B}{B_\mathrm{h}}\right)^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{\Delta J}{J}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{s_K}{K}\right)^2 + \left(\frac{s_{T_0}}{T_0}\right)^2 \tag{21}$$

To znamená, že hlavný výsledok m_m aj pomocný výsledok B_h sú určené s rovnakými relatívnymi smerodajnými odchýlkami.

Neistota výsledku, napr. Δm_m, je vo všeobecnosti rôzna od smerodajnej ochýlky s_m. Precízne určenie neistoty by však bolo nad rámec týchto praktických cvičení. Pre naše účely preto položíme odhad neistotu výsledku rovný smerodajnej odchýlke a výsledok v zhrnutí môžme zapísať v tvare

$$m_\mathrm{m} = (\text{číselná hodnota } m_\mathrm{m} \pm \text{číselná hodnota } \Delta m_\mathrm{m}) \text{ fyzikálna jednotka} \tag{22}$$

Meno: Krúžok: Dátum merania:

Protokol laboratórnej úlohy č. 24

Magnetický moment tyčového magnetu

Stručný opis metódy merania

Vzťahy, ktoré sa používajú pri meraní

Prístroje a pomôcky

Záznam merania, výpočty a výsledky

Úloha A

Tabuľka 1

i	r_i (m)	ϕ_+	ϕ_-	$\phi = \dfrac{\phi_+ + \phi_-}{2}$	$\dfrac{1}{r^3}$ (m^{-3})	$\mathrm{tg}\,\phi$
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

Výpočty a výsledky

Potrebné údaje: $B_\mathrm{h} = 20\,\mu\mathrm{T}$, $\mu_0 = 4\pi \,.\, 10^{-7}\,\mathrm{H/m}$.

Výpočet magnetického momentu m_m s uvedením hodnôt a rozmerov veličín, bez zaokrúhlení:

$$m_\mathrm{m} = \frac{2\pi K B_\mathrm{h}}{\mu_0} =$$

Prehľad údajov a výsledkov; m_m zaokrúhlite:

Smernica závislosti $\mathrm{tg}\,\phi = K\,\dfrac{1}{r^3}$	$K =$
Smerodajná odchýlka smernice	$s_K =$
Koeficient determinovanosti z lineárnej regresie	$\mathcal{R}^2 =$
Magnetický moment magnetu $m_\mathrm{m} = \dfrac{2\pi K B_\mathrm{h}}{\mu_0}$	$m_\mathrm{m} =$

Úloha B

Tabuľka 2

uhol	$\varphi_1 =$	$\varphi_2 =$	$\varphi_3 =$	$\varphi_4 =$	$\varphi_5 =$	extrapolácia k $\varphi \to 0$
T_{10} (s)						
T_1 (s)						

Výpočty a výsledky

Potrebný údaj: $B_\mathrm{h} = 20\,\mu\mathrm{T}$.

Výpočet magnetického momentu m_m s uvedením hodnôt a rozmerov veličín, bez zaokrúhlení:

$$m_\mathrm{m} = \frac{4\pi^2 J}{B_\mathrm{h} T_0^2} =$$

Prehľad údajov a výsledkov; T_0 nezaokrúhľujte:

Moment zotrvačnosti magnetu	$J =$
Neistota momentu zotrvačnosti	$\Delta J =$
Extrapolovaná doba kmitu magnetu	$T_0 =$
Smerodajná odchýlka doby kmitu	$s_{T_0} =$
Koeficient determinovanosti z lineárnej regresie	$\mathcal{R}'^2 =$
Magnetický moment magnetu $m_\mathrm{m} = \dfrac{4\pi^2 J}{B_\mathrm{h} T_0^2}$	$m_\mathrm{m} =$

Úloha C

Výpočty a výsledky z kombinácie úloh A a B

Výpočty s uvedením hodnôt a rozmerov veličín, bez zaokrúhlení:

$$a = \frac{2\pi K}{\mu_0} =$$

$$b = \frac{4\pi^2 J}{T_0^2} =$$

$$B_{\mathrm{h}} = \sqrt{\frac{b}{a}} =$$

$$m_{\mathrm{m}} = \sqrt{ab} =$$

$$\left(\frac{s_m}{m_{\mathrm{m}}}\right)^2 = \left(\frac{s_B}{B_{\mathrm{h}}}\right)^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{\Delta J}{J}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{s_K}{K}\right)^2 + \left(\frac{s_{T_0}}{T_0}\right)^2 =$$

Prehľad výsledkov po zaokrúhlení:

Horizontálna zložka $\vec{B}$	$B_{\mathrm{h}} = \sqrt{\frac{b}{a}} =$
Smerodajná odchýlka indukcie	$s_B =$
Magnetický moment tyčového magnetu	$m_{\mathrm{m}} = \sqrt{ab} =$
Smerodajná odchýlka momentu	$s_m =$

Prílohy

- graf závislosti $\operatorname{tg}\phi$ od $1/r^3$ začiatočnej výchylky ϕ
- graf závislosti doby kmitu tyčového magnetu od druhej mocniny φ
- v prípade vlastného záujmu odhad systematických chýb spôsobených zanedbaním torznej sily vlákna

Zhodnotenie výsledkov

Dátum odovzdania protokolu:

Podpis študenta:

Hodnotenie a podpis učiteľa: