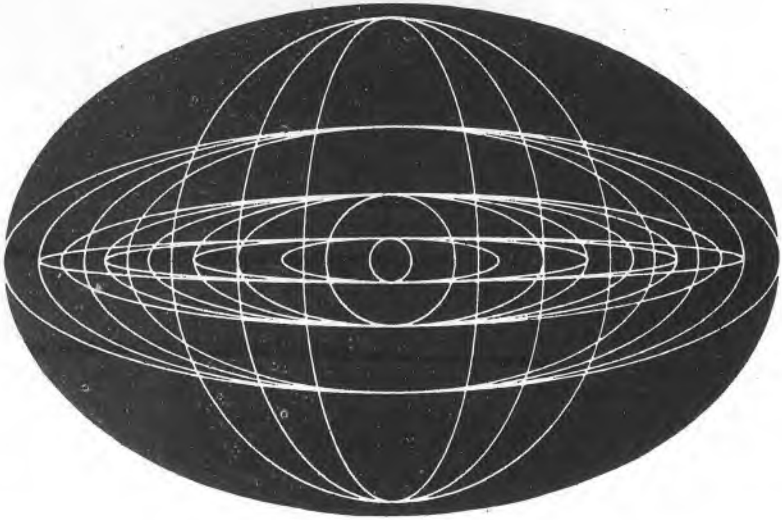
Zbierka úloh z fyziky pre gymnázium

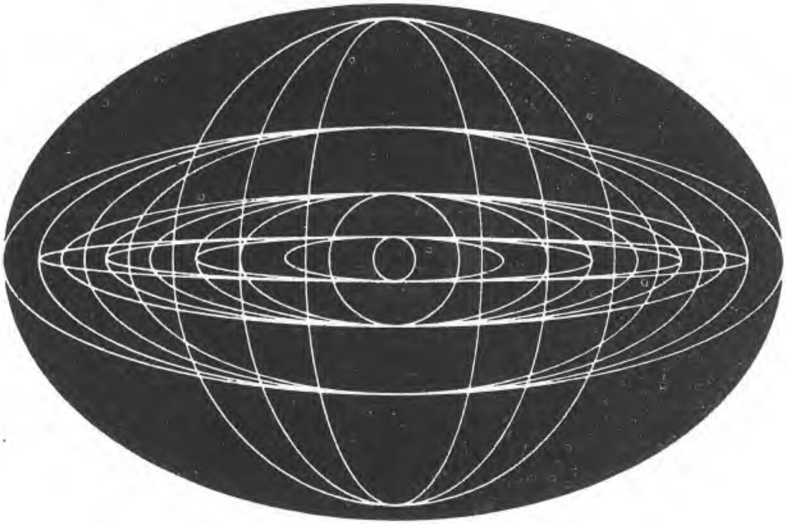
II. časť

SLOVENSKÉ
PEDAGOGICKÉ
NAKLADATEĽSTVO



VÁCLAV KOUBEK, OLDŘICH LEPIL,
JÁN PIŠÚT, MÁRIA RAKOVSKÁ,
JAROMÍR ŠIROKÝ, EVA TOMANOVÁ

BRATISLAVA 1988
SLOVENSKÉ
PEDAGOGICKÉ
NAKLADATEĽSTVO



Zbierka úloh z fyziky pre gymnázium

II. časť

Autori © doc. RNDr. Václav Koubek, CSc., doc. RNDr. Oldřich Lepil, CSc., prof. RNDr. Ján Pišút, DrSc., doc. RNDr. Mária Rakovská, CSc., RNDr. Jaromír Široký, CSc., RNDr. Eva Tomanová, 1988
Lektorovali: prof. RNDr. Emanuel Svoboda, CSc., RNDr. Miroslava Široká, CSc., RNDr. Stanislav Duchoň, Jednota slovenských matematikov a fyzikov
Časti českých spoluautorov preložil © doc. RNDr. Václav Koubek, CSc.

Schválilo Ministerstvo školstva SSR dňa 5. januára 1987 pod číslom 12 408/1986-21 ako prvé vydanie učebnice pre 3. a 4. ročník gymnázia.
Prvé vydanie.

OBSAH

PREDSLOV

Osvojiť si učivo fyziky znamená nielen dôkladne ovládnuť súbor poznatkov, ale vedieť tieto poznatky využiť pri ďalšom štúdiu, na získavanie nových vedomostí, aj v praktickom živote. Schopnosť využívať osvojené poznatky neprichádza sama od seba, treba sa ju špeciálne učiť. Významné miesto pritom zaujíma riešenie úloh ako vhodný prostriedok rozvíjania myslenia, dôvtipu, samostatnosti, úsudku i húževnatosti v prekonávaní ťažkostí.

Táto zbierka úloh je určená žiakom gymnázia, možno ju však využiť aj na ostatných typoch stredných škôl.

Usporiadanie úloh v zbierke sa zhoduje s usporiadaním tém v učebniciach fyziky pre gymnázium. Pred každým tematickým okruhom úloh je teoretický vstup, ktorý v nadväznosti na učebnicu stručne zhŕňa poznatky potrebné na vyriešenie danej skupiny úloh. V každom okruhu sú uvedené vyriešené úlohy na uľahčenie samostatného riešenia ďalších úloh s obdobnou tematikou.

V zbierke sú zaradené úlohy s diferencovanou náročnosťou. Náročnejšie úlohy sú označené hviezdičkou. Nepredpokladáme, že všetci vyriešite všetky z týchto úloh, ale pokúste sa ich vyriešiť čo najviac. V tom vám veľa chuti a pracovného nadšenia želajú

Autori

POZNÁMKY K RIEŠENIU FYZIKÁLNYCH ÚLOH

Ako riešime fyzikálne úlohy

Fyzikálne javy sú veľmi rozmanité, preto sa veľmi odlišujú aj jednotlivé fyzikálne úlohy. Napriek tomu postupujeme pri riešení úloh podobne, t. j. v niekoľkých po sebe nasledujúcich krokoch. Tieto kroky môžeme zoradiť do nasledujúcej postupnosti:

1. Zápis textu úlohy, výpis daných hodnôt veličín a ich vyjadrenie s ohľadom na jednotku veličiny, ktorej hodnotu máme určiť.
2. Čítanie zápisu, objavenie problému a jeho nová slovná formulácia.
3. Vyslovenie domnienky (hypotézy) riešenia.
4. Analýza úlohovej situácie (myšlienkový experiment, náčrt situácie, kreslenie kvalitatívnych grafov).
5. Zhromažďovanie ďalších potrebných údajov a doplnenie daných hodnôt.
6. Všeobecné riešenie.
7. Riešenie s dosadením konkrétnych hodnôt do výsledku všeobecného riešenia.
8. Záver (porovnanie výsledku s hypotézou a výsledkami analýzy) a jeho slovná formulácia.
9. Diskusia o výsledku (a o možnostiach jeho experimentálneho overenia).
10. Hľadanie nových fyzikálnych a iných súvislostí medzi výsledkom úlohy a známymi fyzikálnymi javmi.

Aby sme si ujasnili, ktoré činnosti sú v jednotlivých krokoch riešenia obsiahnuté, budeme riešiť úlohu. Pri riešení by sme si mali povšimnúť, že podstata fyzikálneho problému úlohy a cieľ jej riešenia nie sú vždy vyjadrené v texte zadania.

1. Zápis textu úlohy, výpis daných hodnôt veličín:
   Pomocou jednofázového generátora, poháňaného vodným kolesom, vyrábame striedavé elektrické napätie 12 V. Na prívod elektrickej energie do blízkej chaty používame vodiče s celko-

vým odporom 10 Ω. Žiarovka, ktorou osvetľujeme chatu, má na objímke údaje 12 V, 60 W. Prečo žiarovka v chate nesvieti, hoci rovnaká žiarovka pripojená na svorky generátora svieti plným jasom?

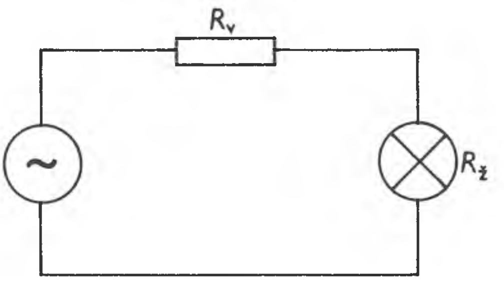
Po zápise textu úlohy vypíšeme dané hodnoty:

$U_1 = 12$ V, $U_ž = 12$ V, $P_ž = 60$ W, $R_v = 10\ \Omega$

Nevieme však, ako a načo by sme tieto hodnoty použili. Preto si čítame znova text úlohy.

2. Čítanie zápisu, objavenie problému a jeho nová slovná formulácia: Pri čítaní zápisu si môžeme utvoriť predstavu o tzv. úlohovej situácii, v ktorej je chatár. Chatár má problém — nevie si poradiť s osvetlením chaty. Z fyzikálneho hľadiska však tento problém treba vyjadriť trochu iným spôsobom, napr.: Čo sa deje s elektrickou energiou, keď žiarovka pripojená na konci vedenia nesvieti?
3. Vyslovenie domnienky (hypotézy) riešenia: Aby sme mohli začať tento problém riešiť, musíme v pamäti nájsť taký poznatok, ktorý by nám umožnil vysloviť domnienku (hypotézu) riešenia, napr.: Je pravdepodobné, že veľká časť energie sa mení na vnútornú energiu vodičov.
V ďalších častiach riešenia by sme mali správnosť tejto domnienky overiť.
4. Analýza úlohovej situácie: K analýze úlohovej situácie je potrebný náčrt (obr. 1.) Napätie U_1 sa vo vonkajšom obvode rozdelí v závislosti od odporov R_v vedenia a $R_ž$ žiarovky

$U_1 = U_v + U_ž = I R_v + I R_ž$



Obr. I

Odpor vodičov vedenia je $R_v = 10\ \Omega$. Odpor $R_ž$ žiarovky určíme na základe údajov o výkone a napätí uvedených na žiarovke.

5. Zhromažďovanie ďalších potrebných údajov a doplnenie daných hodnôt:
Aby sme určili napätie, ktoré pripadá v obvode na žiarovku a prúd, ktorý ňou prechádza, musíme najprv poznať jej odpor. Vypočítame ho z údajov na objímke žiarovky (alebo na jej banke)

$P = 60\ \text{W},\ U = 12;\ R_ž = ?$

Pre príkon žiarovky platí

$$P = R_ž I^2 = \frac{U^2}{R_ž}$$

$$R_ž = \frac{U^2}{P_ž}$$

$$R_ž = \frac{12^2}{60}\ \Omega = 2{,}4\ \Omega$$

6. Všeobecné riešenie:
Žiarovkou bude prechádzať prúd

$$I = \frac{U_1}{R_v + R_ž}$$

a na jej svorkách bude napätie

$$U_ž = I_ž R_ž - \frac{U_ž U_1}{R_v + R_ž}$$

Skutočný príkon $P'_ž$ žiarovky vypočítame zo vzťahov

$$P'_ž = U_ž I = \frac{R_ž U_1}{R_v + R_ž} \cdot \frac{U_1}{R_v + R_ž} = \frac{R_ž U_1^2}{(R_v + R_ž)^2}$$

7. Riešenie s dosadením konkrétnych hodnôt do výsledku všeobecného riešenia:

$R_ž = 2{,}4\ \Omega,\ U_1 = 12\ \text{V},\ R_v = 10\ \Omega;\ P'_ž = ?$

$$P_{\check{z}}' = \frac{2{,}4\,.\,12^2}{(10+2{,}4)^2}\ \mathrm{W} = 2{,}2\ \mathrm{W}$$

8. Záver (porovnanie výsledku s hypotézou a výsledkami analýzy): Skutočný príkon $P_{\check{z}}'$ žiarovky zapojenej na konci vedenia je len 2,2 W, namiesto 60 W. Preto žiarovka nesvieti. Tento výsledok je v súlade s hypotézou, ktorú sme vyslovili v bode 3 nášho postupu.
9. Diskusia o výsledku (a o možnostiach jeho experimentálneho overenia):

   Naša hypotéza o stratách elektrickej energie vo vedení bola teda zrejme správna. Chatár teraz už vie, prečo jeho žiarovka nesvieti. Jeho problém však pokračuje — treba nájsť spôsob, ako využiť generátor na osvetlenie chaty.

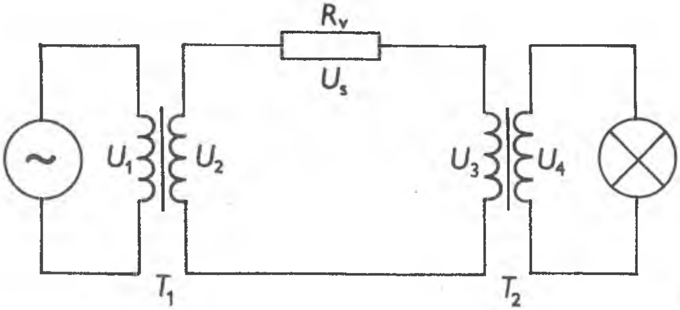
   Aby sme vyriešili aj tento problém, mali by sme sa vrátiť k analýze našej úlohovej situácie (bod 4). V dôsledku rozdelenia napätia U_1 na odporoch R_v a $R_{\check{z}}$

   $$U_1 = I R_{\check{z}} + I R_v$$

   majú napätie na žiarovke a prúd, ktorý ňou prechádza, príliš malé hodnoty a preto ani príkon žiarovky nie je dostatočne veľký na to, aby sa žiarovka rozsvietila. Preto prvá rada, ktorú by sme mohli vysloviť, je: „Treba zväčšiť napätie na takú hodnotu U_2; aby napätie na žiarovke dosiahlo požadovanú (na banke žiarovky uvedenú) hodnotu 12 W". Docielime to tak, že buď použijeme iný generátor, alebo napätie pôvodného generátora transformujeme nahor. Keďže máme vystačiť s pôvodným generátorom, ktorý dáva napätie 12 V, je prvá časť našej rady nepoužiteľná. Pri úvahách o vhodnej transformácii napätia si nakreslíme schému zapojenia s dvoma transformátormi T_1, T_2 (obr. II) a vyslovíme nový záver riešenia našej úlohy:

   „Problém osvetlenia chaty môžeme vyriešiť tak, že medzi generátor a žiarovku zaradíme dva transformátory. Transformátorom T_1 napätie transformujeme nahor, transformátorom T_2 nadol. Koľkokrát sa pri transformácii zväčší napätie, toľkokrát menší bude prúd prechádzajúci vedením ako prúd prechádzajúci primárnou cievkou transformátora T_1, alebo sekundárnou cievkou transformátora T_2.",
   Pretože výkon $P_v = R_v I^2$, ktorý „sa stráca" vo vedení s odporom

R_v, je priamo úmerný druhej mocnine prúdu, transformáciou sa straty energie vo vedení podstatne obmedzia".



Obr. II

10. Hľadanie nových fyzikálnych a iných súvislostí medzi výsledkom úlohy a známymi fyzikálnymi javmi:
Nový záver riešenia, ku ktorému sme dospeli v predchádzajúcom bode, je začiatkom riešenia nového problému, novej fyzikálnej úlohy. Aby sme túto úlohu vyriešili, mali by sme odpovedať na veľa otázok, napr.:
— Aké by mali byť transformačné pomery transformátorov T_1, T_2, aby sa straty vo vedení zmenšili na určitú hodnotu (napr. aby neboli väčšie ako 1 % energie dodanej žiarovke)?
— Aké majú byť počty závitov cievok transformátorov T_1, T_2 a aké budú odpory týchto cievok?
— Budú s hodnotami týchto odporov súvisieť ďalšie zmeny energie vo vedení?
Vidíme, že tieto a ďalšie otázky, ktoré by sme mohli zostaviť, súvisia tak s fyzikálnou, ako aj s technickou stránkou riešenia problému chatára. Každá z nich by mohla byť podkladom na novú fyzikálnu úlohu s technickým zameraním.

Vráťme sa ešte raz k zadaniu úlohy (bod 1), ktorú sme vyriešili. Problém formulovaný v texte jej zadania („prečo žiarovka nesvieti") je iný ako problém, na ktorý sme odpovedali v rámci diskusie („... ako využiť generátor pri osvetlení chaty"). Pri tejto úlohe teda zrejme nebolo treba len odpovedať na otázku „prečo", ktorá je v texte uvedená. Ďalším, ale nemenej dôležitým cieľom riešenia bolo hľadať a položiť si ďalšie otázky, ktoré v texte nie sú. Možno sa niektorému z riešiteľov nepáči fyzikálna úloha, v ktorej si má sám vyhľadávať problémy, riešiť ich, klásť si otázky a na ne odpovedať. Treba si však uvedomiť, že taká je väčšina úloh, pred ktoré nás každodenne stavia život. Ak teda chceme v živote a v povolaní obstáť, nesmieme čakať, že každú úlohu nám niekto napíše, alebo nadiktuje. Preto sa musíme naučiť hľadať v každej situácii jej fyzikálnu podstatu a klásť si otázky o problémoch, ktoré sú s ňou spojené. Len tak sa naučíme uplatňovať naše fyzikálne vedomosti pri poznávaní sveta, ktorý nás obklopuje.

Nakoniec ešte niekoľko praktických rád pre riešiteľov:

a) Pri riešení fyzikálnej úlohy si zapíšte vždy celý text zadania (nielen číslo úlohy v zbierke). Len tak vám vyriešená úloha môže pomôcť aj v budúcnosti, keď si budete chcieť zopakovať postup, ktorý ste pri jej riešení použili.

b) Ak pri všeobecnom riešení úlohy odvodíte taký vzťah medzi fyzikálnymi veličinami, s ktorým ste sa doteraz ešte nestretli, nezabudnite pred jeho ďalším použitím na jeho rozmerovú kontrolu.

c) Pri riešení s dosadením hodnôt do výsledku všeobecného riešenia nezabúdajte na jednotky veličín. Viete, že každá fyzikálna veličina sa zapisuje v tvare $X = \{X\} . [X]$, kde $\{X\}$ je jej číselná hodnota a $[X]$ je jej jednotka. V niektorých prípadoch sa stretávame s výrazmi, ktoré obsahujú súčasne značky fyzikálnych veličín aj číselné hodnoty fyzikálnych veličín. Napríklad veľkosť rýchlosti telesa v závislosti od času vyjadruje vzťah $v = a t + v_0$, v ktorom $a = 2\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$ a $v_0 = 10\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$. Ak zapíšeme túto rovnicu v tvare $v = 2t + 10$, nie je správna, lebo každý člen rovnice má inú meraciu jednotku. Prvý člen zľava jednotku $\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, druhý jednotku s a tretí je len číselná hodnota a ako fyzikálna veličina nemá zmysel. Správny zápis rovnice by sme dostali, keby sme s číselnými hodnotami veličín dosadili aj ich jednotky $v = 2\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}\, t + 10\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$. Pri viacerých členoch v rovnici by zápis tohto druhu mohol byť málo prehľadný. Potom môžeme rovnicu napísať pomocou číselných hodnôt, napríklad: $\{v\} = 2\{t\} + 10$. Musíme však vysvetliť, v akých jednotkách sú číselné hodnoty veličín vyjadrené. Napríklad v danom prípade

pripojíme poznámku: Všetky hodnoty veličín uvedené v rovnici sú vyjadrené pomocou nenásobných jednotiek SI.
Zásadu uvedenú v poslednej poznámke budeme dodržiavať aj v našej zbierke. Tam, kde budeme v zmiešaných vzťahoch uvádzať iné ako nenásobné jednotky SI, výslovne na to upozorníme.

d) V závere riešenia každej úlohy nezabudnite na slovný zápis výsledku.
e) Fyzikálne konštanty potrebné pri riešení úloh nájdete v Matematických, fyzikálnych a chemických tabuľkách (MFChT).

3. ročník

1. STACIONÁRNE MAGNETICKÉ POLE

Magnetické pole nachádzame v okolí permanentných (stálych) magnetov, alebo v okolí vodičov, ktorými prechádza elektrický prúd. Ak sú tieto zdroje poľa v pokoji a ak prúd prechádzajúci vodičom je konštantný, nazýva sa toto pole stacionárne magnetické pole.

Ak do magnetického poľa vložíme permanentný magnet, pôsobia naň sily, ktoré ho orientujú do smeru indukčných čiar.

V magnetickom poli pôsobí sila aj na vodič, ktorým prechádza prúd. Smer tejto sily určuje Flemingovo pravidlo ľavej ruky:

Ak položíme otvorenú ľavú dlaň na priamy vodič tak, aby prsty ukazovali smer prúdu a indukčné čiary vstupovali do dlane, pôsobí na vodič sila v smere palca.

Kvantitatívny opis magnetického poľa umožňuje vektorová fyzikálna veličina magnetická indukcia $\boldsymbol{B}$. Vektor $\boldsymbol{B}$ má v každom bode magnetického poľa smer zhodný s orientáciou dotyčnice k indukčnej čiare.

V homogénnom magnetickom poli pôsobí na priamy vodič s aktívnou dĺžkou l zvierajúci s indukčnými čiarami uhol α, ak ním prechádza prúd I, sila s veľkosťou

$$F_{\mathrm{m}} = B I l \sin \alpha$$

Tento vzťah sa nazýva Ampérov zákon. Z Ampérovho zákona vyplýva definícia veľkosti B magnetickej indukcie

$$B = \frac{F_{\mathrm{m}}}{I l \sin \alpha}$$

Jednotkou tejto veličiny je tesla ($\mathrm{T} = \mathrm{N} \,.\, \mathrm{A}^{-1} \,.\, \mathrm{m}^{-1}$).

Dva navzájom rovnobežné vodiče pôsobia na seba silou, ktorej veľkosť je priamo úmerná ich dĺžke l, súčinu prúdov I_1, I_2, ktoré nimi prechádzajú a nepriamo úmerná ich vzdialenosti d

$$F = k \frac{I_1 I_2}{d} l$$

Konštanta úmernosti k sa vyjadruje v tvare

$$k = \frac{\mu}{2\pi}$$

pomocou inej konštanty, permeability prostredia μ. Permeabilitu prostredia μ môžeme vyjadriť ako súčin

$$\mu = \mu_o \mu_r$$

v ktorom $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{N \cdot A^{-2}}$ je permeabilita vákua. Veličina μ_r je relatívna permeabilita — pomerné číslo, ktoré vyjadruje, koľkokrát je permeabilita istého látkového prostredia väčšia alebo menšia ako permeabilita vákua. Relatívna permeabilita vákua $\mu_r = 1$. Väčšina látok, okrem tzv. feromagnetických, má hodnotu relatívnej permeability blízku 1.

Dôležitým zdrojom magnetického poľa je cievka, ktorou prechádza prúd. Valcová cievka sa skladá z jednej vrstvy kruhových závitov. Podiel počtu N závitov a dĺžky cievky, t. j. $\frac{N}{l}$, je hustota závitov. Vo vákuu, ak prechádza cievkou prúd I, je v strednej časti dutiny veľmi dlhej (nekonečne dlhej) cievky homogénne magnetické pole s magnetickou indukciou, ktorej veľkosť je

$$B_o = \mu_o \frac{NI}{l}$$

Výraz $\frac{NI}{l}$ vyjadruje veľkosť vektorovej veličiny, ktorá sa nazýva intenzita $\boldsymbol{H}$ magnetického poľa cievky

$$H = \frac{NI}{l}$$

Intenzita magnetického poľa má veľkosť H danú podielom $H = \frac{B_o}{\mu_o}$. Jednotkou intenzity magnetického poľa je $\mathrm{A \cdot m^{-1}}$.

Ak dutinu cievky vyplníme prostredím s relatívnou permeabilitou μ_r, zmení sa veľkosť magnetickej indukcie B_0 na hodnotu

$$B = \mu_r B_0 = \mu_r \mu_0 \frac{NI}{l} = \mu_r \mu_0 H$$

Uvedené vzťahy platia len pre veľmi dlhú valcovú cievku, t. j. takú, ktorej dĺžka l je omnoho väčšia ako polomer R jej závitov. Veľkosť intenzity magnetického poľa v strede dutiny kruhovej cievky je

$$H = \frac{NI}{2R}$$

V magnetickom poli pôsobí na vodič, ktorým prechádza prúd, magnetická sila. Každý prúd si predstavujeme ako usmernený pohyb voľných nábojov, napr. častíc s kladným alebo záporným nábojom (protón, elektrón, kladné a záporné ióny a pod.). V magnetickom poli s magnetickou indukciou $\boldsymbol{B}$ pôsobí na časticu, ktorá má náboj Q a ktorá sa pohybuje rýchlosťou $\boldsymbol{v}$, magnetická sila $\boldsymbol{F}_m$ s veľkosťou

$$F_m = Q v B \sin \alpha$$

kde $\alpha = \sphericalangle (\boldsymbol{v}, \boldsymbol{B})$. Smer magnetickej sily určíme pomocou Flemingovho pravidla ľavej ruky, v ktorom smer prúdu nahradíme smerom rýchlosti pohybujúcej sa častice s kladným nábojom. Pri pohybe častice so záporným nábojom treba otvorenú ľavú dlaň položiť na trajektóriu častíc tak, aby natiahnuté prsty ukazovali smer opačný na smer rýchlosti častice. V každom bode trajektórie častice v magnetickom poli je sila $\boldsymbol{F}_m$ kolmo na vektory rýchlosti $\boldsymbol{v}$ a magnetickej indukcie $\boldsymbol{B}$.

Ak cievku, ktorou prechádza prúd I, vložíme do vonkajšieho magnetického poľa s magnetickou indukciou $\boldsymbol{B}$, pôsobí na každý jej závit moment sily $\boldsymbol{M}_1$ s veľkosťou

$$M_1 = B I S \sin \lambda$$

kde λ je uhol zovretý normálou $\boldsymbol{n}$ plochy uzavretej závitom a vektorom $\boldsymbol{B}$; $\varphi = \sphericalangle (\boldsymbol{B}, \boldsymbol{n})$ a S je obsah tejto plochy.

Veličina $m = IS$ je veľkosť vektorovej veličiny $\boldsymbol{m}$ Ampérovho magnetického momentu závitu.

Ak má cievka N závitov, pôsobí na ňu moment sily s veľkosťou

$$M = N M_1 = N B I S \sin \varphi = N B m \sin \varphi$$

Úlohy

1. Nad magnetku, voľne otáčavú okolo zvislej osi, umiestime rovnobežne s magnetkou priamy vodič.
   a) Čo sa stane, ak vodičom bude prechádzať jednosmerný prúd?
   b) Čo sa stane, ak zmeníme smer prúdu?
   c) Čo sa stane, ak pokus opakujeme tak, že vodič je umiestený pod magnetkou?
   d) Vymyslite podobný pokus, pri ktorom bude magnetka umiestená v strede kruhového závitu.
2. Na priamy vodič s dĺžkou 0,50 m, vložený vo vákuu v homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou veľkosti $2{,}0 \cdot 10^{-2}$ T, kolmo na indukčné čiary, pôsobí sila 0,1 N. Vypočítajte prúd prechádzajúci vodičom.
3. Priamy vodič s dĺžkou 0,2 m zviera s vektorom magnetickej indukcie homogénneho magnetického poľa uhol 30°. Veľkosť magnetickej indukcie poľa je 0,1 T a vodičom prechádza prúd 15 A. Určte veľkosť sily pôsobiacej na vodič.
4. Dvoma dlhými priamymi rovnobežnými vodičmi umiestenými vo vzduchu vo vzájomnej vzdialenosti 1 m prechádzajú rovnaké prúdy 1 A. Vypočítajte veľkosť sily, ktorá pôsobí na jednotku dĺžky každého vodiča.
5. Odvoďte vzťah pre veľkosť B magnetickej indukcie vo vzdialenosti d od priameho veľmi dlhého vodiča ($l \gg d$), ktorým prechádza prúd I.

Riešenie

Na obr. 1-1 sú dva rovnobežné vodiče. Na druhý z vodičov pôsobí v bode L sila s veľkosťou

$$F_2 = k\,\frac{I_1 I_2 l}{d}$$

Pretože druhý vodič je v magnetickom poli s indukciou $\boldsymbol{B}_1$, ktorého zdrojom je prvý vodič, platí

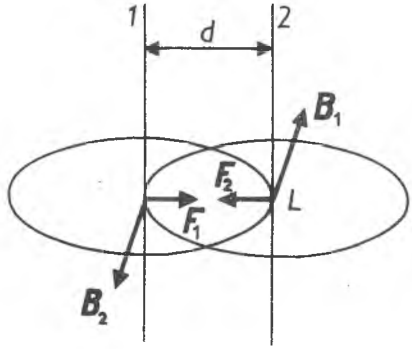
$$F_2 = B_1 I_2 l$$

Porovnaním obidvoch vzťahov pre F_2 vychádza

$$B_1 = k \frac{I_1}{d}$$

Pre veľkosť magnetickej indukcie vo vzdialenosti d od rovného veľmi dlhého vodiča, ktorým prechádza prúd I, teda platí

$$B = \frac{\mu I}{2\pi d}$$



Obr. 1-1

6. Vypočítajte veľkosť magnetickej indukcie magnetického poľa vo vákuu vo vzdialenosti 2 . 10^{-2} m od veľmi dlhého priameho vodiča, ktorým prechádza prúd 5 A.

***7.** Dvoma veľmi dlhými rovnobežnými vodičmi, umiestenými vo vzduchu vo vzájomnej vzdialenosti 16 cm, prechádzajú elektrické prúdy s navzájom rovnajúcimi sa hodnotami 10 A. Vypočítajte veľkosť magnetickej indukcie v bode, ktorý leží uprostred medzi vodičmi:

a) ak vodičmi prechádzajú prúdy rovnakým smerom,

b) ak vodičmi prechádzajú prúdy opačnými smermi.

8. Vo vzťahu N = A . T . m vystupujú namiesto fyzikálnych veličín ich fyzikálne jednotky.

a) Pomenujte tieto jednotky a uveďte veličiny, ktorým patria.

b) Rozhodnite, či uvedený vzťah môže platiť medzi jednotkami a napíšte vzťah medzi príslušnými veličinami.

9. Tri dlhé priame navzájom rovnobežné vodiče sú umiestené vo vákuu v navzájom rovnakých vzdialenostiach 0,40 m. Vodičmi prechádzajú rovnakými smermi rovnaké prúdy 2,0 A.
   a) Určte množinu bodov, v ktorých je indukcia magnetického poľa nulová.
   b) Akou silou treba pôsobiť na vodič s dĺžkou 1 m, aby sa jeho poloha nezmenila?
10. Rovný vodič s dĺžkou 88 cm umiestime v homogénnom magnetickom poli kolmo na jeho indukčné čiary. Keď vodičom prechádza prúd 23 A, pôsobí na vodič sila s veľkosťou 1,6 N. Vypočítajte veľkosť magnetickej indukcie poľa.
11. V homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou s veľkosťou $2{,}0 \,.\, 10^{-4}$ T je vo vzduchu zavesený priamy vodič, kolmý na indukčné čiary. Vodičom prechádza prúd 50 A.
   a) Vypočítajte veľkosť sily, ktorá pôsobí na úsek vodiča s dĺžkou 50 cm.
   b) Určte množinu takých bodov v okolí vodiča, v ktorých bude magnetická indukcia poľa nulová.
12. Priamy vodič s dĺžkou 0,40 m, ktorým prechádza prúd 21 A, leží v homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou s veľkosťou 1,2 T, v polohe kolmej na indukčné čiary. Vypočítajte prácu, ktorú treba vykonať pri premiestení vodiča po dráhe 25 cm v smere kolmom na indukčné čiary.
13. Vypočítajte veľkosť Ampérovho magnetického momentu kruhového závitu s polomerom 30 cm, ktorým prechádza prúd 20 A.
14. Vypočítajte polomer krátkej cievky skladajúcej sa zo 40 závitov, ktorou prechádza prúd 3,5 A, ak sa prejavuje magnetickým momentom s veľkosťou $1{,}33 \text{ A} \,.\, \text{m}^2$.
15. Máme navinúť dlhú valcovú cievku tak, aby v strede jej dutiny bolo magnetické pole s magnetickou indukciou, ktorej veľkosť by nebola menšia ako $8{,}2 \,.\, 10^{-3}$ T, keď cievkou prechádza prúd 4,3 A. Aká má byť hustota závitov cievky?
16. Valcová cievka s dĺžkou 1 m má 500 závitov. Aká je veľkosť intenzity magnetického poľa v strede dutiny cievky, ak cievkou prechádza prúd 6 A?
17. Z vodiča s dĺžkou 10 m zhotovíme valcovú cievku so 100 závitmi a s dĺžkou 16 cm. Cievkou prechádza prúd 3,0 A.

a) Aká je magnetická indukcia v strede dutiny cievky?
b) Z cievky odstrihneme polovicu závitov a upravíme ju pri nezmenenom polomere tak, aby mala dvojnásobok pôvodnej dĺžky. Aký prúd má prechádzať cievkou, aby v strede jej dutiny bola magnetická indukcia znova taká istá?

18. Z medeného drôtu máme zhotoviť takú valcovú cievku, pomocou ktorej by sme získali magnetické pole s magnetickou indukciou, ktorej veľkosť je $5{,}0 \, . \, 10^{-2}$ T. Dovolená hodnota podielu $\frac{I}{S}$, t. j. prúdu I a obsahu S priečneho rezu v medenom vodiči, je $20 \text{ A} \, . \, \text{mm}^{-2}$. Závity cievky majú byť navinuté tesne vedľa seba. K dispozícii máme zdroj jednosmerného napätia 110 V. Koľko medi potrebujeme?

19. Kruhový závit obklopený vzduchom má polomer 1,0 cm. Závitom prechádza prúd 2,0 A. Vypočítajte veľkosť magnetickej indukcie v strede závitu.

20. Prístroj, ktorý sa nazýva „tangentová buzola“, skladá sa z vodiča stočeného do tvaru kruhového závitu s priemerom 20 cm, uloženého vo vertikálnej rovine a z kompasu, ktorého ručička sa môže otáčať v horizontálnej rovine. Kompas je umiestený v strede závitu. Ak závitom neprechádza elektrický prúd, ručička kompasu leží v rovine závitu.
a) Závitom prechádza prúd 5,0 A. Ručička kompasu zviera s rovinou závitu uhol 60°. Vypočítajte veľkosť horizontálnej zložky $\boldsymbol{B}_z$ magnetickej indukcie magnetického poľa Zeme.
b) Urobte náčrt prístroja.
c) Na aký cieľ by sa dal využiť prístroj za predpokladu, že veľkosť horizontálnej zložky magnetickej indukcie magnetického poľa Zeme je známa konštantná hodnota?
d) Načrtnite obrázok znázorňujúci vektor $\boldsymbol{H}_Z$, vektor $\boldsymbol{H}_B$ intenzity magnetického poľa v strede závitu buzoly a vektor $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_Z + \boldsymbol{H}_B$. Určte uhly $\alpha_1 = \sphericalangle (H_Z, H_B)$; $\alpha_2 = \sphericalangle (\boldsymbol{H}_Z, \boldsymbol{H})$.
e) Aké by boli nevýhody takého prístroja?

21. Dlhá valcová cievka, ktorou prechádza prúd 10 A, má 400 závitov a dĺžku 40 cm. V strede jej dutiny je kruhový závit s polomerom 2,0 cm, ktorým prechádza prúd 0,10 A.
a) Aký maximálny moment sily môže pôsobiť na závit?

b) Akú konečnú polohu voči cievke zaujme závit, ak sa môže voľne otáčať?

22. Jeden z historických modelov, ktorým sa znázorňoval atóm vodíka, sa skladal z jedného protónu (nehybné jadro) a z elektrónu, ktorý okolo jadra obieha po kružnici s polomerom $0{,}53 \cdot 10^{-10}$ m.

a) Vypočítajte periódu pohybu elektrónu po kružnici.

b) Vypočítajte veľkosť magnetickej indukcie magnetického poľa vzbudeného pohybom elektrónu po kružnici.

23. V homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou veľkosti 0,20 T je uložený obdĺžnikový závit, ktorým prechádza prúd 4 A. Strany závitu majú dĺžky 3,0 cm a 2,0 cm. Indukčné čiary magnetického poľa sú rovnobežné s kratšou stranou závitu a kolmé na strany s väčšími dĺžkami.

a) Určte veľkosť momentu sily pôsobiaceho na závit.

b) Určte Ampérov magnetický moment závitu s prúdom I.

24. Určte veľkosť momentu sily, ktorý pôsobí na kruhový závit s polomerom 6,0 cm v magnetickom poli s magnetickou indukciou, ktorej veľkosť je 0,60 T, ak závitom prechádza prúd 44 A a ak

a) rovina závitu je rovnobežná so smerom indukčných čiar poľa,

b) normála plochy závitu zviera so smerom poľa uhol 30°.

25. Protón sa pohybuje rýchlosťou s veľkosťou $1{,}0 \cdot 10^{6}$ m . s^{-1} v homogénnom magnetickom poli, kolmo na vektor magnetickej indukcie s veľkosťou 1,0 T.

a) Určte smer sily pôsobiacej na protón.

b) Vypočítajte veľkosť tejto sily.

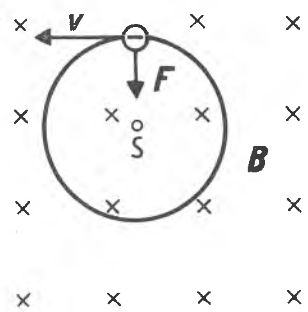
c) Po akej trajektórii sa bude pohybovať protón?

Riešenie

$v = 1{,}0 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $B = 1{,}0\ \mathrm{T}$, $e = 1.6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$,
$m = 1{,}7 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$; $F = ?$

---

a) Lorentzova sila pôsobiaca na protón v magnetickom poli je kolmá na rýchlosť a magnetickú indukciu. Energia protónu, a teda ani veľkosť jeho rýchlosti, sa nemení. Preto v stacionárnom poli naň pôsobí sila s konštantnou veľkosťou, ktorá smeruje stále do toho istého bodu S a zakrivuje jeho trajektóriu. Protón koná rovnomerný pohyb po kružnici (obr. 1-2) so stredom S. (Indukčné čiary vystupujú z nákresne.)



Obr. 1-2

b)
$$F_m = e\,v\,B$$
$$F_m = 1{,}6 \,.\, 10^{-19} \,.\, 1{,}0 \,.\, 10^{6} \,.\, 1{,}0 \text{ N} = 1{,}6 \,.\, 10^{-13} \text{ N}$$

Na protón pôsobí sila s veľkosťou $1{,}6 \,.\, 10^{-13}$ N.

c) Polomer kružnice, po ktorej sa protón pohybuje, určíme pomocou vzťahov

$$F = \frac{m\,v^2}{R}; \; F_m = e\,v\,B$$

v ktorých F je veľkosť dostredivej sily a F_m je veľkosť magnetickej sily.

$$e\,v\,B = \frac{m\,v^2}{R}$$

$$R = \frac{m\,v}{e\,B} = \frac{1{,}7 \,.\, 10^{-27} \,.\, 1{,}0 \,.\, 10^{6}}{1{,}6 \,.\, 10^{-19} \,.\, 1{,}0} \text{ m} = 1{,}1 \,.\, 10^{-2} \text{ m}$$

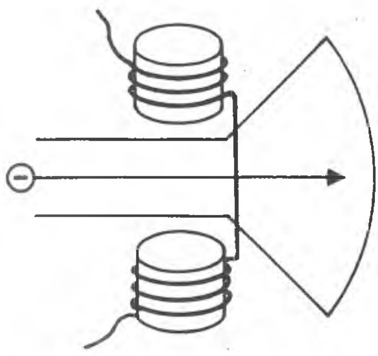
Protón sa pohybuje po kružnici s polomerom 1,1 cm.

26. Elektróny urýchlené v elektrickom poli na dráhe s potenciálovým rozdielom 100 V vletujú do homogénneho magnetického poľa s magnetickou indukciou veľkosti 10^{-4} T, kolmo na indukčné čiary. Aká bude trajektória ich ďalšieho pohybu?

*27. Častica, ktorej elektrický náboj sa rovná náboju elektrónu, vletela vo vákuovej trubici do homogénneho magnetického poľa s magnetickou indukciou veľkosti $1{,}0 \,.\, 10^{-2}$ T. Vektor jej rýchlosti zviera s indukčnými čiarami uhol 45°. V magnetickom poli sa pohybuje po skrutkovici, ktorej závity majú vzájomnú vzdialenosť 20 mm. Určte veľkosť hybnosti častice.

28. Do homogénneho magnetického poľa s magnetickou indukciou veľkosti $2 \,.\, 10^{-5}$ T vo vákuu vletel protón v smere kolmom na indukčné čiary. Aká bude frekvencia jeho pohybu po kružnici?

29. Na obr. 1-3 je náčrt znázorňujúci magnetický vychyľujúci systém televíznej obrazovky. Keď cievkou neprechádza prúd, stopa vznikajúca na tienidle pri dopade elektrónov je práve v strede obrazovky. Určte taký smer prúdu v cievke, pri ktorom sa stopa posunie doľava (ak stojíme tvárou obrátení k obrazovke).



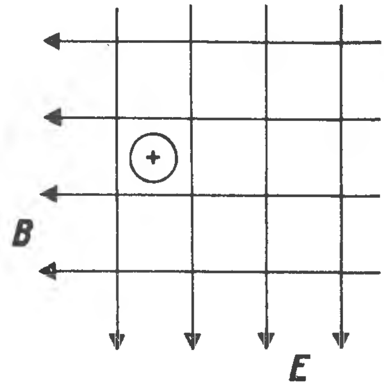
Obr. 1-3

30. Zväzok protónov sa pohybuje vo vákuovej trubici tak, že veľkosť ich rýchlosti sa rovná jednej desatine rýchlosti svetla. V trubici sú homogénne elektrické aj magnetické polia skrížené tak, ako je to znázornené na obr. 1-4. Protóny sa pohybujú smerom k nákresni, kolmo na jej rovinu. Elektrostatická sila pôsobiaca na protón má veľkosť $3 \,.\, 10^{-13}$ N.

a) Akú má mať hodnotu podiel $\frac{E}{B}$ veľkostí intenzity elektrického poľa a magnetickej indukcie, aby výsledná sila pôsobiaca na protón bola nulová?

b) Akú veľkosť má mať magnetická indukcia $\boldsymbol{B}$?

c) Aké budú veľkosť a smer výslednej sily pôsobiacej na časticu s elektrickým nábojom e, ktorá sa pohybuje rýchlosťou veľkosti 0,2 c (c je rýchlosť svetla vo vákuu), za predpokladu, že $\boldsymbol{E}$ a $\boldsymbol{B}$ majú veľkosti ako v častiach a, b tejto úlohy.



Obr. 1-4

2. NESTACIONÁRNE MAGNETICKÉ POLE

Na opis časových zmien magnetického poľa sa zavádza skalárna veličina magnetický indukčný tok ϕ. V homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou $\boldsymbol{B}$, do ktorého sme umiestili rovinnú plochu s obsahom S, je magnetický indukčný tok

$$\phi = B\,S\cos\alpha$$

V tomto vzťahu je α uhol zovretý medzi normálou $\boldsymbol{n}$ rovinnej plochy a vektorom $\boldsymbol{B}$ magnetickej indukcie.

Jednotkou magnetického indukčného toku je weber (Wb).

Ak do magnetického poľa vložíme závit vodiča, pretínajú plochu s obsahom S, ktorú závit ohraničuje, indukčné čiary. Pri každej zmene magnetickej indukcie $\boldsymbol{B}$ alebo pri každej zmene polohy závitu v magnetickom poli, ale aj pri zmene obsahu S plochy ohraničenej závitmi, mení sa aj magnetický indukčný tok ϕ plochou závitu v závislosti od času. Každá časová zmena magnetického indukčného toku závitom sa podľa Faradayovho zákona elektromagnetickej indukcie prejaví vznikom indukovaného napätia, ktoré má strednú hodnotu

$$U_i = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

V tomto vzťahu je $\Delta\phi$ zmena indukčného toku a Δt doba, za ktorú sa táto zmena uskutočnila. Zmeny Δt doby a $\Delta\phi$ magnetického indukčného toku majú konečnú veľkosť, t. j. možno ich vyjadriť pomocou reálnych číselných hodnôt veličín t a ϕ.

Pomocou nekonečne malých zmien $\mathrm{d}t$ času a $\mathrm{d}\phi$ magnetického indukčného toku vyjadrujeme Faradayov zákon elektromagnetickej indukcie v tvare

$$U_i = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$$

Veličina $\frac{d\phi}{dt}$ je derivácia magnetického indukčného toku podľa času.

Zo zákona elektromagnetickej indukcie vyplýva, že indukované napätie vznikne na každom vodiči, ktorý sa pohybuje v magnetickom poli tak, že pretína indukčné čiary poľa. Ak sa v homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou $\boldsymbol{B}$ pohybuje priamy vodič s dĺžkou l rýchlosťou $\boldsymbol{v}$ kolmo na vodič, indukuje sa na vodiči elektromotorické napätie

$$U_i = |v\,B\,l \sin \alpha|$$

kde α je uhol zovretý rýchlosťou $\boldsymbol{v}$ a magnetickou indukciou $\boldsymbol{B}$.

Každý vodič, ktorým prechádza elektrický prúd, tvorí vo svojom okolí magnetické pole. Indukčné čiary magnetického poľa pretínajú plochu uzavretú vodičom a utvárajú magnetický indukčný tok

$$\phi = L\,I$$

priamo úmerný prúdu I, ktorý prechádza vodičom. Súčiniteľ úmernosti L v tomto vzťahu závisí od vlastností vodiča (napr. od jeho tvaru) a od relatívnej permeability μ_r prostredia. Nazýva sa indukčnosť vodiča. Ak sa prúd prechádzajúci vodičom zmení o ΔI, zmení sa magnetický indukčný tok plochou, ktorú vodič uzatvára, o $\Delta\phi = L\,\Delta\,I$ a na vodiči sa indukuje napätie

$$U_i = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Jednotkou indukčnosti vodiča je henry (H).

Magnetické pole predstavuje jednu z foriem hmoty. Energia magnetického poľa

$$E_m = \frac{1}{2}L\,I^2$$

v okolí vodiča je priamo úmerná druhej mocnine prúdu, ktorý prechádza vodičom.

31. Vodič sa pohybuje medzi pólmi magnetu v smere kolmom na indukčné čiary (obr. 2-1). Vodičom prechádza indukovaný prúd (vystupuje z nákresne smerom k pozorovateľovi). Ktorým smerom sa pohybuje vodič?

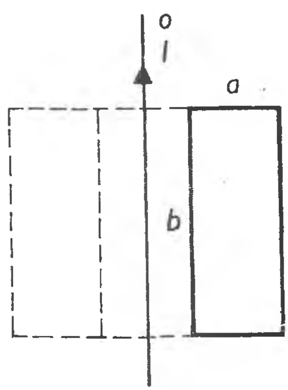
Obr. 2-1

32. Na obr. 2-2 je obdĺžnikový závit vodiča so stranami *a*, *b* a priamy, veľmi dlhý vodič, ktorým prechádza konštantný prúd *I*.

a) Závit koná rovnomerný otáčavý pohyb okolo nehybnej osi *o*, ktorá leží v priamom vodiči. Prechádza závitom indukovaný prúd?

b) Bude prechádzať závitom indukovaný prúd, ak bude jeho otáčanie okolo osi *o* nerovnomerné?

c) Bude prechádzať závitom indukovaný prúd, ak sa bude rovnomerne otáčať okolo niektorej zo svojich strán *a*, *b*?



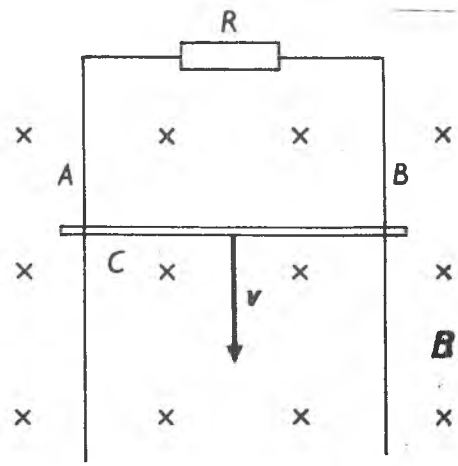
Obr. 2-2

***33.** Lietadlo s kovovou konštrukciou a s rozpätím krídel 20 m pohybuje sa rýchlosťou, ktorej veľkosť je 500 km . h^{-1}, vo vodorovnej rovine po priamke v oblasti, v ktorej vertikálna zložka magnetickej indukcie má veľkosť $0{,}5 \,.\, 10^{-5}$ T. Konce krídel sú vodičmi spojené s citlivým galvanometrom v kabíne lietadla.

a) Aké napätie ukazuje galvanometer?

b) Ako sa zmení údaj galvanometra, ak sa lietadlo začne pohybovať rovnomerne zrýchleným pohybom tak, že za dobu 10 s sa veľkosť jeho rýchlosti zmení na 644 km . h^{-1}?

34. Dva zvislé rovnobežné vodiče A, B so vzájomnou vzdialenosťou 50 cm majú horné konce navzájom spojené rezistorom *R* (obr. 2-3). Vodiče sú uložené v homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou veľkosti 0,10 T. Pozdĺž vodičov A, B smerom nadol, pôsobením vlastnej tiaže, bez trenia, ale rovnomerným pohybom rýchlosťou 1,0 m . s^{-1}, pohybuje sa kovová tyč C, vodivo spájajúca vodiče A, B. Hmotnosť tyče C je 1,0 g. Odpor vodičov A, B, C možno zanedbať. Určte odpor rezistora *R*.



Obr. 2-3

Riešenie

$m = 1{,}0 \,.\, 10^{-3}$ kg, $l = 0{,}50$ m, $B = 1{,}0 \,.\, 10^{-1}$ T, $v = 1{,}0$ m . s^{-1};
$R = ?$

Pri rovnomernom pohybe tyče C zvisle nadol, bez trenia, sú v rovnováhe tiažová sila $F_g = mg$ a sila $F_m = BIl$ pôsobiaca v homogénnom magnetickom poli na pohybujúci sa vodič, ktorým prechádza indukovaný prúd

$$I = \frac{|U_i|}{R}, \text{ kde } U_i = \frac{-\Delta\phi}{\Delta t}$$

Platí teda

$$mg = B\frac{U_i}{R}l$$

$$R = \frac{B|U_i|l}{mg} = B\frac{|\Delta\phi|l}{\Delta t\, mg}$$

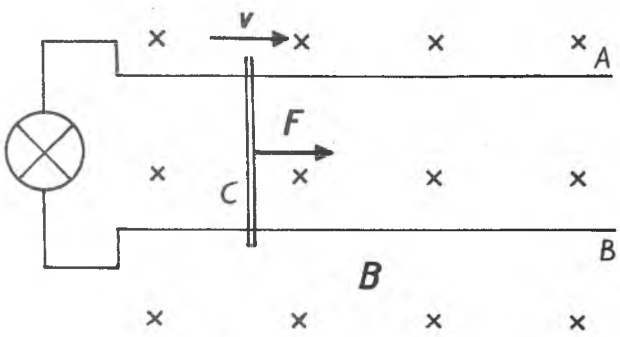
Za dobu Δt vodič C klesne nadol po dráhe $\Delta s = v\,\Delta t$. Magnetický indukčný tok sa teda zmení o $\Delta\phi = B\,l\,\Delta s$.
Preto

$$R = B\frac{B\,l\,l\,\Delta s}{m\,g\,\Delta t} = \frac{B^2 l^2 v}{m\,g}$$

$$R = \frac{1{,}0\,.\,10^{-2}\,.\,0{,}25\,.\,1{,}0}{1{,}0\,.\,10^{-3}\,.\,10}\,\Omega = 0{,}25\,\Omega$$

Rezistor má odpor 0,25 Ω.

*35. Dva rovnobežné vodiče A a B (obr. 2-4) sú uložené vo vodorovnej rovine vo vzájomnej vzdialenosti 1 cm. Medzi konce vodičov A, B je pripojená žiarovka s odporom 5 Ω. Homogénne magnetické pole, s indukčnými čiarami kolmými na rovinu vodičov A, B, má magnetickú indukciu veľkosti 10^{-3} T. Vodič C položený kolmo na



Obr. 2-4

vodiče A, B možno pozdĺž týchto vodičov posúvať so zanedbateľným trením. Vypočítajte veľkosť sily, ktorou treba pôsobiť na vodič C, aby sa pohyboval konštantnou rýchlosťou veľkosti $10 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$.

36. Koľko závitov má mať valcová cievka, aby sa na nej indukovalo napätie so strednou hodnotou 10 V, keď sa v jej dutine zmení magnetický indukčný tok z 0,024 Wb na 0,056 Wb za čas 0,32 s?

37. Valcovou cievkou so 120 závitmi prechádza prúd 7,5 A. Magnetický indukčný tok v dutine cievky je 2,3 mWb. Vypočítajte energiu magnetického poľa cievky.

Riešenie

$I = 7{,}5 \text{ A}, \ \phi = 2{,}3 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}, \ N = 120; \ E_m = ?$

Energiu magnetického poľa cievky určíme zo vzťahu $E_m = \frac{1}{2} L I^2$, v ktorom L (indukčnosť cievky) je súčiniteľ úmernosti medzi prúdom I s celkovým indukčným tokom $N\phi$; $N\phi = LI$.
Preto

$$E_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} N \phi I$$

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot 120 \cdot 2{,}3 \cdot 10^{-3} \cdot 7{,}5 \text{ J} \doteq 1{,}0 \text{ J}$$

Magnetické pole cievky má energiu 1,0 J.

38. Magnetické pole cievky, ktorou prechádza prúd 6,2 A, má energiu 0,32 J. Vypočítajte indukčnosť cievky.

39. Energia magnetického poľa cievky s indukčnosťou 95 mH je 0,19 J. Aký prúd prechádza cievkou?

40. Valcovou cievkou s 500 závitmi a s dĺžkou 1,0 m prechádza prúd 5,0 A. Priečny rez cievky má obsah 50 cm^2. Určte energiu magnetického poľa cievky.

41. Valcovú cievku s dĺžkou 10 cm urobíme tak, že na papierový (dutý) valček s vonkajším priemerom 1,0 cm navinieme tesne vedľa seba závity z izolovaného vodiča s priemerom 0,10 mm.

a) Určte indukčnosť cievky.
b) Vypočítajte dĺžku vodiča potrebného na vyhotovenie valcovej cievky.

Riešenie

a) $l = 0{,}10$, $d = 0{,}01$ m, $d_v = 0{,}10 \, . \, 10^{-3}$ m, $\mu_r = 1$; $L = ?$, $s = ?$

Pre magnetický indukčný tok v dutine cievky s kruhovým priečnym rezom, ktorou prechádza prúd I, platí

$$\phi = LI; \; \phi = NBS = N\frac{\mu_0 N I S}{l}$$

a pre indukčnosť L cievky môžeme písať

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l}$$

Počet závitov N cievky vyjadríme pomocou vzťahu $N = \dfrac{l}{d_v}$

a obsah priečneho rezu $S = \dfrac{\pi d^2}{4}$. Potom

$$L = \frac{\mu_0 N^2 \pi d^2}{4 N d_v} = \frac{\mu_0 \pi d^2 l}{4 d_v^2}$$

$$L = \frac{2 \, . \, \pi \, . \, 10^{-7} \, . \, \pi \, . \, 10^{-4} \, . \, 0{,}1}{4 \, . \, (0{,}10 \, . \, 10^{-3})^2} \doteq 5 \, . \, 10^{-4} \, \mathrm{H} = 0{,}5 \, \mathrm{mH}$$

Indukčnosť cievky je 0,5 mH.

b) Dĺžka vodiča potrebného na vyhotovenie cievky ·
$s = \pi d N = \dfrac{\pi l d}{d_v}$, kde πd je obvod závitu a $\dfrac{l}{d_v}$ je počet závitov cievky. Po dosadení

$$s = \frac{3{,}14 \, . \, 0{,}10 \, . \, 10^{-2}}{0{,}10 \, . \, 10^{-3}} \, \mathrm{m} = 31 \, \mathrm{m}$$

Na vyhotovenie cievky budeme potrebovať vodič dĺžky 31 m.

42. Vypočítajte indukčnosť cievky, v ktorej vznikne magnetický indukčný tok 0,12 Wb, ak ňou prechádza prúd 8,6 A.

43. Vypočítajte magnetický indukčný tok v priečnom reze dutiny valcovej cievky vyplnenej vzduchom. Cievka má dĺžku 1,6 m, polomer 4,8 cm, skladá sa z 1 400 závitov a prechádza ňou prúd 6,3 A.

44. Vo valcovej cievke s indukčnosťou 60 mH, ktorá má dĺžku rovnajúcu sa desaťnásobku jej priemeru, vznikne magnetický indukčný tok 0,015 Wb, ak jej závitmi prechádza prúd 5,0 A. Koľko závitov má cievka?

45. Valcová cievka má N závitov a je umiestená v homogénnom magnetickom poli tak, že roviny závitov sú kolmé na indukčné čiary. Konce cievky sú pripojené k citlivému galvanometru s vnútorným odporom R. Ak rýchlym pohybom vyberieme cievku z magnetického poľa, určíme pomocou maximálnej výchylky galvanometra náboj Q, ktorý prešiel cievkou pri jej pohybe. Za predpokladu, že náboj Q je známa (odmeraná) hodnota, odvoďte vzťah, ktorý by nám umožnil využiť opísaný experiment na určenie veľkosti magnetickej indukcie.

Riešenie

Pri vybratí cievky z magnetického poľa sa za dobu Δt zmenil magnetický indukčný tok každým jej závitom o $\Delta\phi$. Preto sa na nej indukovalo napätie podľa vzťahu

$$U_i = \frac{|-\Delta\phi|}{\Delta t} = \frac{BNS}{\Delta t}$$

v ktorom $\Delta\phi_1 = BS$ je zmena magnetického indukčného toku plochou jedného závitu a N je počet závitov cievky. Galvanometrom prešiel za dobu Δt náboj $Q = I\Delta t$. Ak označíme R odpor galvanometra, platia vzťahy

$$U_i = RI; \; \frac{BNS}{\Delta t} = R\,\frac{Q}{\Delta t}$$

a pre magnetickú indukciu vychádza jej veľkosť v závislosti od náboja Q

3*

$$B = -\frac{RQ}{NS}$$

Skúška: $\left[\frac{RQ}{NS}\right] = \frac{\Omega \,.\, \mathrm{C}}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{V} \,.\, \mathrm{A} \,.\, \mathrm{s}}{\mathrm{A} \,.\, \mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{m}^2} = \frac{[\phi]}{[S]} = [B]$

46. Veľkosť magnetickej indukcie homogénneho magnetického poľa sa mení v závislosti od času podľa vzťahu $B = kt$, kde $k = 1\,\mathrm{T} \,.\, \mathrm{s}^{-1}$. V rovine kolmej na indukčné čiary je uzavretý hliníkový vodič tvaru štvorca so stranou 1,0 m. Obsah plochy priečneho rezu vodiča je 1,0 mm^2 a jeho začiatočná teplota 20 °C. Určte teplo, ktoré vznikne v tomto vodiči za 2,0 s.

47. Valcová cievka vodiča s celkovým odporom 160 Ω má 1 000 závitov a obsah priečneho rezu 40 cm^2. Cievka je uložená v homogénnom magnetickom poli tak, že jej os je rovnobežná s indukčnými čiarami. Veľkosť magnetickej indukcie poľa sa rovnomerne mení v závislosti od času tak, že $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 10^{-3}\,\mathrm{T} \,.\, \mathrm{s}^{-1}$. Určte teplo, ktoré vznikne v cievke za 30 s.

48. Konce rovinného závitu, ktorého plocha má obsah 100 cm^2, sú pripojené na svorky kondenzátora s kapacitou 10 μF. Závit je uložený v magnetickom poli tak, že jeho rovina je kolmá na indukčné čiary. Veľkosť magnetickej indukcie sa rovnomerne mení v závislosti od času tak, že $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 5 \,.\, 10^{-3}\,\mathrm{T} \,.\, \mathrm{s}^{-1}$. Vypočítajte náboj kondenzátora.

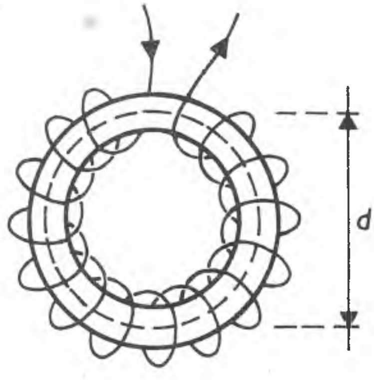
49. Valcová cievka s dĺžkou 40 cm má priemer 30 cm a 50 závitov. Za 20 ms sa otočí v magnetickom poli s magnetickou indukciou 1,0 T z polohy, v ktorej jej os je rovnobežná s indukčnými čiarami, do polohy, v ktorej je na indukčné čiary kolmá. Vypočítajte napätie indukované na cievke.

50. V homogénnom magnetickom poli s neznámou magnetickou indukciou leží rovinný závit, ktorého plocha je kolmá na indukčné čiary a má obsah 10^3 cm^2. Konce závitu sú pripojené na galvanometer s vnútorným odporom 2 Ω. Ak otočíme závit o uhol 90°, galvanometrom prejde náboj 9,5 mC. Určte veľkosť magnetickej indukcie poľa.

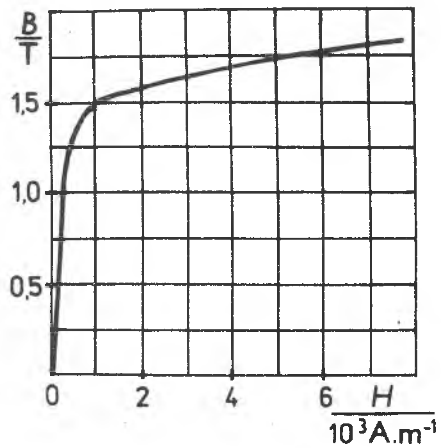
1. Na železnom prstenci s polomerom $R = 3{,}2$ cm a s obsahom plochy priečneho rezu $3{,}1\ \mathrm{cm}^2$ je navinutá cievka s 1 000 závitmi, ktorou prechádza prúd 0,15 A (obr. 2-5). Závislosť veľkosti magnetickej indukcie B v železnom jadre od veľkosti intenzity H magnetického poľa v materiáli jadra je na obr. 2-6.

a) Vypočítajte magnetický indukčný tok v priečnom reze jadra cievky.

b) Ako sa zmení indukčný tok v jadre cievky, ak sa prúd v cievke zväčší na dvojnásobok a potom na štvornásobok pôvodnej hodnoty?



Obr. 2-5



Obr. 2-6

***52.** Na železnom prstenci s priemerom 18 cm, ktorý má kruhový priečny rez s priemerom $2R = 2{,}4$ cm (obr. 2-5), je navinutá cievka s 1 200 závitmi. Závislosť magnetickej indukcie v materiáli prstenca od intenzity magnetického poľa je na obr. 2-6.

a) Aký prúd má prechádzať cievkou, aby v jadre bol magnetický indukčný tok $5{,}4 \,.\, 10^{-4}$ Wb?

b) Ako sa zmení magnetický indukčný tok, ak sa prúd zdvojnásobí?

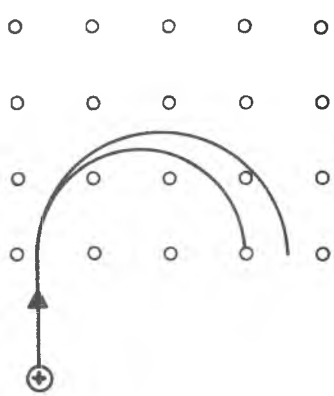
53. Elektrón sa pohybuje rýchlosťou veľkosti $2{,}5 \,.\, 10^{6}$ m . s^{-1} vo vákuu v homogénnom magnetickom poli s intenzitou veľkosti 75 A . m^{-1} tak, že vektor jeho rýchlosti zviera so smerom vektora intenzity magnetického poľa uhol 30°.

a) Vypočítajte polomer kruhového závitu skrutkovice, po ktorej sa pohybuje.

b) Vypočítajte vzdialenosť, ktorú elektrón prejde v smere vektora $\boldsymbol{H}$ za dobu, za ktorú prebehne po troch závitoch tejto skrutkovice.

54. Zväzok iónov izotopu kremíka s hmotnostným číslom 28 a s elektrickým nábojom $+e$ sa v homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou veľkosti 0,18 T vo vákuu pohybuje po kružnici s polomerom 21 cm. Vypočítajte kinetickú energiu iónu.

***55.** Ióny izotopov neónu s hmotnostnými číslami 20 a 22, s elektrickým nábojom $+e$ a s kinetickou energiou $6{,}2 \,.\, 10^{-16}$ J, vletujú do homogénneho magnetického poľa s magnetickou indukciou veľ-



Obr. 2-7

kosti 0,24 T v smere kolmom na indukčné čiary. V magnetickom poli sa pohybujú po polkružnici a vyletujú z neho von v dvoch navzájom rovnobežných zväzkoch (obr. 2-7). Vypočítajte vzájomnú vzdialenosť zväzkov.

3. VLASTNÉ KMITANIE OSCILÁTORA

Periodické deje charakterizuje perióda T a frekvencia f. Tieto veličiny spolu súvisia vzťahom

$$T = \frac{1}{f}$$

Jednotkou frekvencie je hertz (Hz).

Najjednoduchší periodický dej je harmonické kmitanie. Pri mechanickom oscilátore je to jednoduchý kmitavý pohyb alebo harmonický pohyb. Okamžitá výchylka y harmonického pohybu

$$y = y_m \sin(\omega t + \varphi)$$

kde y_m je amplitúda výchylky, $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ je uhlová frekvencia a φ je začiatočná fáza (fázová konštanta).

Rýchlosť harmonického pohybu

$$v = v_m \cos(\omega t + \varphi)$$

kde $v_m = \omega y_m$ je amplitúda rýchlosti. Touto rýchlosťou sa mechanický oscilátor pohybuje pri prechode rovnovážnou polohou.

Zrýchlenie harmonického pohybu

$$a = -a_m \sin(\omega t + \varphi)$$

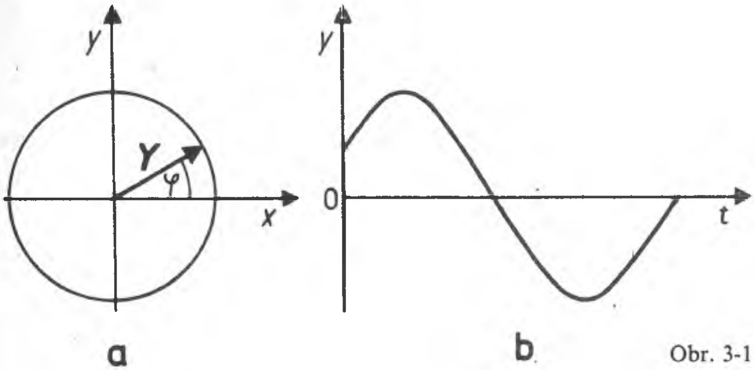
Pretože veľkosť amplitúdy zrýchlenia $a_m = \omega^2 y_m$, je

$$a = -\omega^2 y_m \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 y$$

Skladaním (superpozíciou) kmitaní vzniká zložené kmitanie. Superpozíciou harmonických kmitaní rovnakej frekvencie (izochrónne kmitanie $\omega_1 = \omega_2 = \omega$) vzniká opäť harmonické kmitanie. Ak kmitania majú rovnakú amplitúdu výchylky ($y_{m1} = y_{m2} = y_m$) a odlišujú sa iba začiatočnými fázami φ_1 a φ_2, vzniká harmonické kmitanie, ktorého okamžitá výchylka je

$$y_{12} = 2y_m \cos \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \sin\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)$$

Kmitanie znázorňujeme časovým diagramom alebo fázorovým diagramom. Časový diagram (obr. 3-1b) je grafom okamžitej výchylky ako funkcie času. Fázorový diagram (obr. 3-1a) je symbolickým znázornením veličiny opisujúcej kmitanie fázorom, ktorý má vlastnosti vektora. Veľkosť fázora je určená amplitúdou príslušnej veličiny a jeho smer je určený začiatočnou fázou.



Obr. 3-1

Harmonický pohyb mechanického oscilátora spôsobuje sila veľkosti

$$F = -ky$$

kde $k = \frac{F}{y}$ je tuhosť oscilátora. Táto sila je príčinou vlastného kmitania mechanického oscilátora s uhlovou frekvenciou

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

kde m je hmotnosť oscilátora. Pre periódu T_0 a frekvenciu f_0 vlastného kmitania oscilátora platí

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}};\, f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Najjednoduchším mechanickým oscilátorom je pružina tuhosti k, na ktorej je zavesené teleso hmotnosti m. Častým príkladom mechanického oscilátora je kyvadlo, ktoré vznikne napr. zavesením telesa hmotnosti m na pevné vlákno dĺžky l, ktorého hmotnosť môžeme zanedbať. Pri malej amplitúde výchylky je uhlová frekvencia vlastného kmitania kyvadla

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

Pre periódu T_0 a frekvenciu f_0 vlastného kmitania platí

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}};\, f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$$

Pri harmonickom kmitaní sa mení potenciálna energia E_p oscilátora na kinetickú energiu E_k. Pri netlmenom oscilátore pre celkovú energiu E mechanického oscilátora platí

$$E = E_p + E_k = \frac{1}{2}ky^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}ky_m^2 = \frac{1}{2}mv_m^2$$

Najjednoduchším elektromagnetickým oscilátorom je oscilačný obvod LC. Uhlová frekvencia ω_0 vlastného kmitania oscilačného obvodu je

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Pre periódu T_0 a frekvenciu f_0 vlastného kmitania oscilačného obvodu platí

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC};\, f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Ak je v začiatočnom okamihu náboj kondenzátora oscilačného obvodu najväčší ($q = Q_m$), platí pre okamžitú hodnotu náboja vzťah

$$q = Q_m \cos\omega t$$

Na kondenzátore kapacity C je okamžité napätie

$$u = U_m \cos \omega t$$

kde $U_m = \frac{Q_m}{C}$ je amplitúda napätia.

Okamžitý prúd i v obvode je posunutý vzhľadom na napätie o začiatočnú fázu $\varphi = -\frac{\pi}{2}$, takže

$$i = I_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = I_m \sin \omega t$$

kde I_m je amplitúda prúdu v obvode.

Úlohy

56. Komorné „a" má frekvenciu 440 Hz. Určte periódu tohto kmitania.

57. Zvuk zaznamenaný na gramofónovej platni pri frekvencii otáčania 45 otáčok za minútu má frekvenciu 1,23 kHz. Akú frekvenciu bude mať, ak je reprodukovaný gramofónom, ktorý má frekvenciu otáčania 33,3 otáčok za minútu?

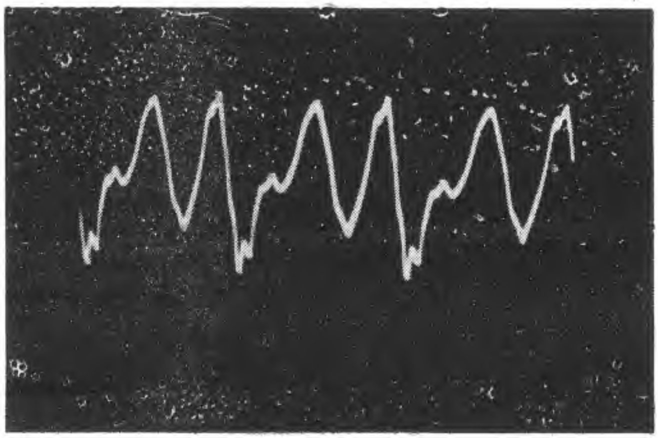
58. Na magnetofónový pásik sme zaznamenali zvuk s frekvenciou 250 Hz záznamovou rýchlosťou veľkosti 9,5 cm . s^{-1}. Určte dĺžku stopy, ktorá na zázname zodpovedá 1 perióde zvukového kmitania.

59. Časová základňa osciloskopu má periódu 10 ms. Koľko period harmonického kmitania s frekvenciou 500 Hz sa zobrazí?

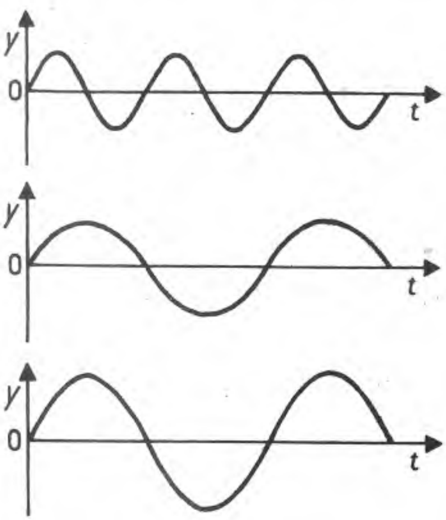
60. Na obrazovke osciloskopu sa zobrazili 3 periódy harmonického kmitania s frekvenciou 15 kHz. Určte periódu časovej základne osciloskopu.

61. Oscilogram hlásky „e" na obr. 3-2 sme získali osciloskopom, ktorého časová základňa má periódu 7,5 ms. Určte frekvenciu hlásky.

62. Skúšobný obrazec na kontrolu funkcie televízneho prijímača sa skladá z ôsmich zvislých pruhov (striedavo čiernych a bielych):



Obr. 3-2



Obr. 3-3

Pruhy vznikajú tak, že na riadiacu elektródu obrazovky sa privádza napätie s obdĺžnikovým priebehom. Kladnej hodnote napätia zodpovedá čierny a zápornej hodnote biely pruh. Určte frekvenciu napätia, ak čas trvania jedného riadku televízneho obrazu je 64 μs.

63. Záznam kmitavého deja sa robí zapisovačom, v ktorom sa registračný papier pohybuje rovnomerne rýchlosťou veľkosti

$2{,}0\ \mathrm{cm\,.\,s^{-1}}$. Jedna perióda kmitavého deja má na zázname dĺžku 8,0 mm. Určte frekvenciu kmitavého deja.

64. Registračný papier v elektrokardiografe sa pohybuje rovnomerne rýchlosťou veľkosti $20\ \mathrm{mm\,.\,s^{-1}}$. Akú dĺžku bude mať záznam jednej periódy činnosti srdca, ktoré vykoná 72 tepov za minútu?

65. Čím sa navzájom líšia kmitania, ktorých časové diagramy sú na obr. 3-3? Mierky na osiach sú rovnaké.

66. Číselná hodnota okamžitej výchylky harmonického kmitania je daná vzťahom $\{y\} = 0{,}2 \sin \frac{5}{2} \pi \{t\}$. V tomto vzťahu číselné hodnoty zodpovedajú hodnotám fyzikálnych veličín vyjadrených v nenásobných jednotkách SI. Určte amplitúdu výchylky, periódu a frekvenciu kmitania.

Riešenie

Rovnicu

$$\{y\} = 0{,}2 \sin \frac{5}{2} \pi \{t\}$$

porovnáme s rovnicou pre okamžitú výchylku harmonického kmitania

$$y = y_{\mathrm{m}} \sin (\omega t + \varphi)$$

Porovnaním určíme $y_{\mathrm{m}} = 0{,}2\ \mathrm{m}$, $\omega = \frac{5}{2}\pi\ \mathrm{s^{-1}}$, $\varphi = 0$. Pretože $\omega = \frac{2\pi}{T}$, platí

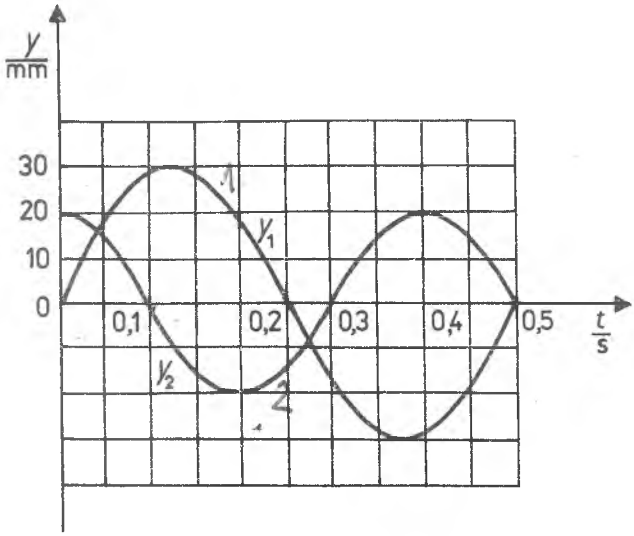
$$\frac{2\pi}{T} = \frac{5\pi}{2}\ \mathrm{s^{-1}}, \quad T = \frac{4}{5}\ \mathrm{s}$$

$$2f = \frac{5}{2}\ \mathrm{s^{-1}}, \quad f = \frac{5}{4}\ \mathrm{s^{-1}}$$

Oscilátor kmitá s amplitúdou výchylky 0,2 m, s frekvenciou $\frac{5}{4}$ Hz a s periódou $\frac{4}{5}$ s.

67. Napíšte rovnicu harmonického kmitania, ak má amplitúdu kmitania 5 cm, periódu 0,5 s a začiatočná fáza sa rovná nule.

68. Hmotný bod harmonicky kmitá podľa rovnice $\{y\} = 0{,}04 \sin\left(10\pi\{t\} + \frac{\pi}{2}\right)$. Určte okamžité výchylky v časoch $t = 0, \frac{1}{4}T, \frac{1}{3}T, \frac{1}{2}T$. Nakreslite časový a fázorový diagram kmitavého pohybu. Napíšte rovnice pre okamžité výchylky hmotných bodov, ktorých časové diagramy sú na obr. 3-4.



Obr. 3-4

69. Napíšte rovnice pre okamžité výchylky hmotných bodov, ktorých fázorové diagramy sú na obr. 3-5. Frekvencia kmitania je 50 Hz.

70. Hmotný bod harmonicky kmitá s frekvenciou 400 Hz a s amplitúdou výchylky 20 mm. Začiatočná fáza kmitania je 30°. Napíšte rovnicu pre okamžitú výchylku hmotného bodu. Určte:

a) okamžitú výchylku hmotného bodu v začiatočnom okamihu,

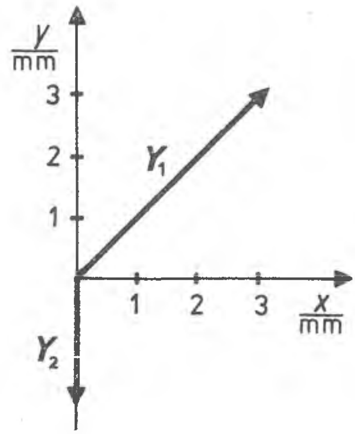
b) čas, za ktorý hmotný bod dospeje do rovnovážnej polohy,

c) rýchlosť hmotného bodu v rovnovážnej polohe.

71. Hmotný bod M_1 kmitá s okamžitou výchylkou $y_1 = y_{m1}$

$\sin\left(2\pi\{t\} + \frac{\pi}{4}\right)$, kde $y_{m1} = 2$ cm, a hmotný bod M_2 kmitá s okamžitou výchylkou $y_2 = y_{m2}\sin\left(4\pi\{t\} - \frac{\pi}{2}\right)$, kde $y_{m2} = 1$ cm. Určte:

a) okamžitú výchylku kmitania oboch bodov v začiatočnom okamihu,
b) okamžitú výchylku bodu M_1 v okamihu, keď $y_2 = 0$,
c) čas za ktorý budú mať obidva hmotné body súčasne okamžitú výchylku nulovú.



Obr. 3-5

Riešenie

a) V začiatočnom okamihu $t = 0$ a preto

$$\{y_1\} = 2 \,.\, 10^{-2}\sin\frac{\pi}{4} = 2 \,.\, 10^{-2}\frac{\sqrt{2}}{2} = 1{,}4 \,.\, 10^{-2}$$

$$y_1 = 1{,}4 \text{ cm}$$

$$\{y_2\} = 10^{-2}\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -10^{-2}$$

$$y_2 = -1 \text{ cm}$$

b) Bod M_2 má okamžitú výchylku nulovú, keď

$$\sin\left(4\pi\{t_2\} - \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

a teda

$$4\pi\{t_2\} = \frac{\pi}{2}$$

Odtiaľ $t_2 = \frac{1}{8}$ s. Pre okamžitú výchylku bodu M_1 potom vychádza

$$\{y_1\} = 2 \,.\, 10^{-2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = 2 \,.\, 10^{-2}$$

$$y_1 = 2 \text{ cm}$$

c) Hmotný bod M_1 má nulovú okamžitú výchylku, keď

$$\sin\left(2\pi\{t_1\} + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

a teda

$$2\pi\{t_1\} = -\frac{\pi}{4}$$

takže $t_1 = -\frac{1}{8}$ s. Pretože hmotný bod prechádza rovnovážnou polohou v každej polperióde, platí $t_1 = -\frac{1}{8} \text{ s} = k_1 \frac{T_1}{2}$, kde $k_1 = 0, 1, 2, \ldots$. Podobne platí pre bod M_2 (pozri b)) $t_2 = \frac{1}{8} \text{ s} + k_2 \frac{T_2}{2}$. Z rovníc pre okamžitú výchylku vyplýva, že bod M_1 kmitá s periódou $T_1 = 1$ s a bod M_2 kmitá s periódou $T_2 = 0{,}5$ s. Obidva body budú mať súčasne nulovú výchylku v čase $t = t_1 = t_2$, t. j. keď

$$-\frac{1}{8} \text{ s} + k_1 \frac{T_1}{2} = \frac{1}{8} \text{ s} + k_2 \frac{T_2}{2}$$

Odtiaľ po dosadení za T_1 a T_2 vychádza podmienka $2k_1 = k_2 + 1$, čiže pri všetkých nepárnych hodnotách k_2. Prvý raz od začiatočného okamihu prejdú obidva hmotné body rovnovážnou polohou pri $k_1 = 1$ a $k_2 = 1$, teda za čas

$$t = -\frac{1}{8}\,\text{s} + \frac{T_1}{2} = \frac{3}{8}\,\text{s}$$

72. Hmotný bod vykoná 150 kmitov za minútu. Určte začiatočnú fázu kmitania, ak hmotný bod dosiahol amplitúdu výchylky za 0,3 s od začiatočného okamihu.

73. Určte amplitúdu výchylky hmotného bodu, ktorý kmitá so začiatočnou fázou $-\frac{1}{3}\pi$, ak jeho okamžitá výchylka v začiatočnom okamihu je 2,6 cm.

74. Pružinový oscilátor kmitá s amplitúdou výchylky 6 cm a s periódou 1,2 s. Určte čas, za ktorý oscilátor prejde vzdialenosť:
a) z jednej krajnej polohy do druhej,
b) z rovnovážnej polohy do polovice amplitúdy výchylky,
c) od polovice amplitúdy výchylky do krajnej polohy.

75. Bod v strede struny huslí kmitá počas 2 s s amplitúdou výchylky 1 mm a s frekvenciou 1 kHz. Akú celkovú dráhu prejde?

76. Hmotný bod kmitá s amplitúdou výchylky 10 cm a s frekvenciou 0,5 MHz. Napíšte rovnicu kmitavého pohybu a zostrojte časový diagram. Určte okamžitú výchylku za 1,5 s od začiatku pohybu. Určte, za aký čas dospeje hmotný bod z rovnovážnej polohy do vzdialenosti 7,1 cm.

77. Hmotný bod harmonicky kmitá s amplitúdou výchylky 50 mm, s periódou 4 s a so začiatočnou fázou $\frac{\pi}{4}$. Určte okamžitú výchylku pri $t_1 = 0$ a $t_2 = 1{,}5$ s. Nakreslite časový a fázorový diagram pohybu.

78. Určte všeobecne okamžitú výchylku harmonického oscilátora za dobu $\frac{T}{4}$ a $\frac{T}{2}$ od začiatočného okamihu, ak začiatočná fáza je $\frac{\pi}{2}$.

79. Hmotný bod kmitá s amplitúdou výchylky 4 cm. Určte okamžitú výchylku zodpovedajúcu hodnote $\omega t = \frac{\pi}{3}$, ak začiatočná fáza kmitania je $\frac{\pi}{2}$.

80. Napíšte rovnice kmitania dvoch izochrónnych harmonických oscilátorov, ktoré za 1 min vykonajú 450 kmitov s amplitúdou výchylky 6 cm a ktorých začiatočné fázy sú $\frac{\pi}{2}$ a $\frac{3}{2}\pi$. V ktorých časových okamihoch je rozdiel okamžitých vzájomných vzdialeností najväčší a najmenší? V ktorom časovom okamihu sa rozdiel okamžitých vzdialeností oscilátorov rovná amplitúde výchylky? Riešte graficky.

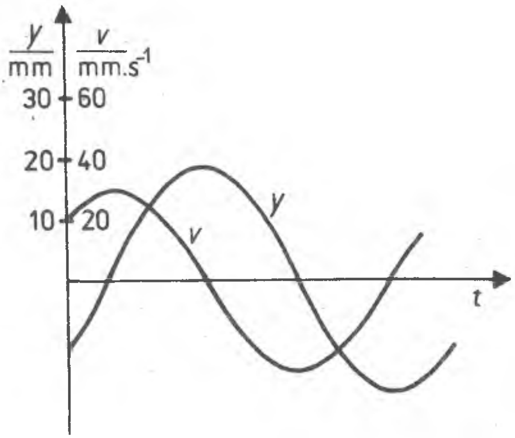
81. Rovnica pre okamžitú výchylku harmonického kmitania má tvar $y = y_m \sin\left(\frac{\pi}{2}\{t\} - \frac{\pi}{4}\right)$, kde $y_m = 0{,}02$ m. Určte čas, za ktorý veľkosť rýchlosti kmitajúceho bodu dosiahne hodnotu veľkosti amplitúdy rýchlosti. Nakreslite časové diagramy okamžitej výchylky a rýchlosti.

Riešenie

Rovnicu v zadaní porovnáme so všeobecnou rovnicou pre okamžitú výchylku a určíme $\omega = \frac{\pi}{2}$ rad . s^{-1}; $\varphi = -\frac{\pi}{4}$.

Pre veľkosť rýchlosti harmonického pohybu platí vzťah $v = \omega y_m \cos(\omega t + \varphi)$, takže rýchlosť dosiahne hodnotu amplitúdy ($v_m = \omega y_m$), keď $\cos(\omega\{t\} + \varphi) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\{t\} - \frac{\pi}{4}\right) = 1$. Odtiaľ $\frac{\pi}{2}\{t\} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ a teda $t = 0{,}5$ s.

Amplitúda rýchlosti $v_m = \omega y_m = \frac{\pi}{2}\, 0{,}02$ m . s^{-1} $\doteq 3 . 10^{-2}$ m . s^{-1}. Časové diagramy sú na obr. 3-6 a je z nich zrejmé, že rýchlosť kmitania je najväčšia v okamihu, keď $y = 0$.



Obr. 3-6

Hmotný bod kmitá s amplitúdou rýchlosti $3 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ a dosiahne ju v časoch $t = 0{,}5\ \mathrm{s} + k\dfrac{T}{2}$, kde $k = 0, 1, 2, \ldots$

82. Hmotný bod harmonicky kmitá s amplitúdou výchylky 1,2 cm a s periódou 0,25 s. Určte amplitúdu rýchlosti a zrýchlenia.

83. Oscilátor harmonicky kmitá, pričom okamžitá výchylka závisí od času podľa vzťahu $\{y\} = y_m \sin\left(\dfrac{\pi}{2}\{t\} + \dfrac{\pi}{4}\right)$, kde $y_m = 0{,}02$ m. Určte periódu kmitania, amplitúdu rýchlosti a amplitúdu zrýchlenia.

84. Rovnica harmonického kmitania má tvar $y = y_m \sin\dfrac{\pi}{6}\{t\}$. Určte časové okamihy, v ktorých dosahujú rýchlosť a zrýchlenie maximálne hodnoty.

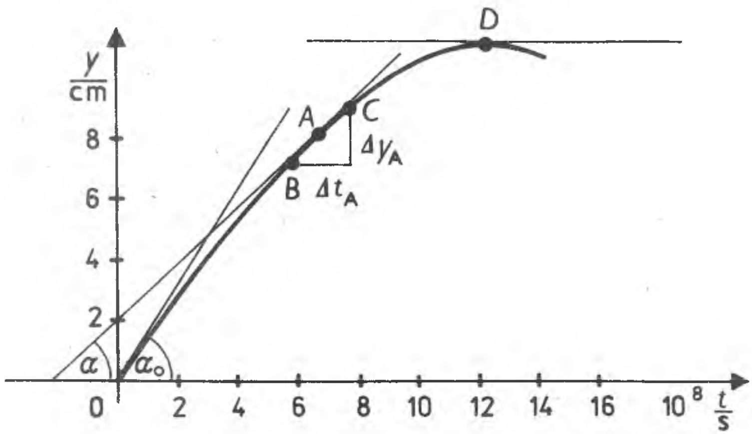
85. Hmotný bod harmonicky kmitá s amplitúdou výchylky 5 cm a s periódou 2 s. Začiatočná fáza kmitania je nulová. Určte veľkosť rýchlosti hmotného bodu v okamihu, keď okamžitá výchylka je 2,5 cm.

86. Hmotný bod harmonicky kmitá. Pri okamžitej výchylke z rovnovážnej polohy 2,4 cm má rýchlosť veľkosti $3\ \mathrm{cm \cdot s^{-1}}$ a pri okamžitej výchylke 2,8 cm má rýchlosť veľkosti $2\ \mathrm{cm \cdot s^{-1}}$. Určte periódu a amplitúdu kmitania.

87. Pre harmonické kmitanie platí rovnica $\{y\} = 0{,}1 \sin 4\pi\{t\}$. Nakreslite časový diagram kmitania a určte z neho veľkosť rýchlosti v rovnovážnej polohe za 0,070 s a 0,125 s po prechode rovnovážnou polohou. Riešenie overte pomocou vzťahu pre rýchlosť.

Riešenie

Časový diagram (obr. 3-7) je nakreslený tak, že na osi času 1 cm ~ 0,02 s a na osi y 1 cm ~ 2,0 cm. Rýchlosť v rovnovážnej polohe má veľkosť $v_{\mathrm{m}} = \dfrac{\Delta y_0}{\Delta t} \approx \dfrac{5{,}0\ \mathrm{cm}}{0{,}04\ \mathrm{s}} \doteq 125\ \mathrm{cm\,.\,s^{-1}}$. Podobne v bode A (pre $t = 0{,}07$ s) určíme rýchlosť tak, že v okolí bodu A zvolíme body B a C, ktorými prechádza priamka, ktorá s osou času zviera uhol α. Platí $v = \dfrac{\Delta y_{\mathrm{A}}}{\Delta t_{\mathrm{A}}} \approx \dfrac{1{,}6\ \mathrm{cm}}{0{,}02\ \mathrm{s}} = 80\ \mathrm{cm\,.\,s^{-1}}$. V bode D (pre $t = 0{,}125$ s) je dotyčnica k časovému diagramu rovnobežná s osou času, čo znamená, že $v_{\mathrm{D}} = 0$.



Obr. 3-7

Výsledky overíme pomocou rovnice pre veľkosť rýchlosti harmonického kmitania

$$v = \omega y_{\mathrm{m}} \cos \omega t = 0{,}4\pi \cos 4\pi\{t\}\ \mathrm{m\,.\,s^{-1}}$$

Odtiaľ $v_m = 0{,}4\pi$ m . s^{-1} $\doteq$ 126 cm . s^{-1} a $v_A \doteq 80{,}3$ cm. s^{-1}. V bode D je veľkosť rýchlosti kmitavého pohybu nulová, čo zodpovedá časovému okamihu, pre ktorý platí $\cos 4\pi\{t\} = 0$ a odtiaľ $4\pi\{t\} = \frac{\pi}{2}$, takže $t = \frac{1}{8}$ s $= 0{,}125$ s.

88. Dve izochrónne harmonické kmitania s frekvenciou 4 Hz majú rovnaké amplitúdy výchylky 2 cm. Určte rozdiel fáz kmitania, ak superpozíciou vzniká tiež kmitanie s amplitúdou 2 cm. Napíšte rovnicu výsledného kmitania, ak jedno kmitanie má začiatočnú fázu nulovú. Riešenie overte pomocou fázorového diagramu.

Riešenie

$f_1 = f_2 = 4$ Hz, $y_{m1} = y_{m2} = 2$ cm, $\varphi_1 = 0$; $\Delta\varphi = ?$, $y_{12} = ?$

Pre amplitúdu výchylky kmitania, ktoré vzniká superpozíciou izochrónnych kmitaní s rovnakou amplitúdou výchylky, platí

$$y_{m12} = 2y_m \cos\frac{\Delta\varphi}{2}$$

kde $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ je rozdiel fáz kmitaní. Odtiaľ

$$\cos\frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{1}{2}$$

takže

$$\frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{\pi}{3}$$

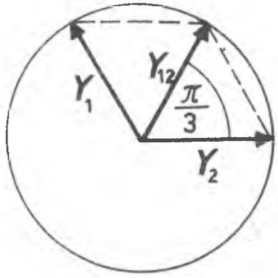
a

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{3}$$

Pretože $\varphi_1 = 0$, je rovnica výsledného kmitania

$$\{y_{12}\} = 0{,}02 \sin\left(8\pi\{t\} + \frac{\pi}{3}\right)$$

Fázorový diagram je na obr. 3-8.



Obr. 3-8

89. Napíšte rovnice výsledného kmitania, ktoré vzniká superpozíciou izochrónnych kmitaní s amplitúdami výchylky 3 cm a 5 cm, ak zložky majú a) rovnakú fázu ($\varphi_1 = \varphi_2$), b) opačnú fázu ($\varphi_2 = \varphi_1 + \pi$).

90. Napíšte rovnicu výsledného kmitania, ktoré vzniká superpozíciou dvoch izochrónnych kmitaní s frekvenciou 8 Hz a s rovnakými amplitúdami výchylky 2 cm. Fázový rozdiel kmitania je $\frac{\pi}{4}$ a začiatočná fáza jednej zložky je nulová.

91. Superpozíciou izochrónnych kmitaní, ktoré majú rovnaké amplitúdy výchylky, vzniká výsledné kmitanie opísané rovnicou

$$\{y_{12}\} = 0{,}14 \sin\left(10\pi\{t\} + \frac{\pi}{4}\right)$$

Určte amplitúdu výchylky zložiek, ich frekvenciu a fázový rozdiel, ak začiatočná fáza jednej zložky je nulová.

92. Určte amplitúdu a začiatočnú fázu harmonického kmitania, ktoré vzniklo superpozíciou kmitaní, pre ktorých okamžité výchylky platia rovnice $\{y_1\} = 0{,}020 \sin\left(\omega\{t\} + \frac{\pi}{2}\right)$ a $\{y_2\} =$ $= 0{,}020 \sin\left(\omega\{t\} + \frac{\pi}{4}\right)$.

93. Mechanický oscilátor sa skladá z pružiny s tuhosťou 10 N . m^{-1} a závažia s hmotnosťou 100 g. Určte periódu kmitania oscilátora.

94. Mechanický oscilátor, ktorý tvorí pružina a závažie s hmotnosťou 5 kg, vykoná 45 kmitov za minútu. Určte tuhosť pružiny.

95. Určte hmotnosť závažia, ktoré na pružine s tuhosťou 250 N . m^{-1} kmitá tak, že za 16 s vykoná 20 kmitov.

96. Ako by sme utvorili pružinový oscilátor v kabíne kozmickej lode, ktorá sa pohybuje po obežnej trajektórii okolo Zeme?

97. Závažie zavesíme na pružné gumené vlákno a utvoríme tak oscilátor, ktorý kmitá s periódou T. Potom odstrihneme 0,75 dĺžky vlákna a utvoríme oscilátor s rovnakým závažím. Ako sa zmení perióda kmitania? Experimentálne overte.

98. Pružina sa po zavesení závažia predĺži o 2,5 cm. Určte frekvenciu vlastného kmitania oscilátora, ktorý tak vznikne.

99. Závažie zavesené na pružine kmitá s periódou 0,5 s. O koľko sa pružina skráti, ak závažie z pružiny odstránime?

100. Mechanický oscilátor tvorí pružina, na ktorej je zavesená miska so závažím. Perióda oscilátora je 0,50 s. Pridaním ďalšieho závažia sa perióda oscilátora zväčší na 0,60 s. Určte, o koľko cm sa pružina po pridaní závažia predĺžila.

Riešenie

$T_1 = 0{,}50$ s, $T_2 = 0{,}60$ s; $\Delta l = ?$

Pred pridaním závažia oscilátor kmital s periódou

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

a po zväčšení hmotnosti závažia o Δm bude perióda oscilátora

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m + \Delta m}{k}}$$

Pre druhé mocniny periód platia vzťahy

$$T_1^2 = 4\pi^2\frac{m}{k};\ T_2^2 = 4\pi^2\frac{m + \Delta m}{k}$$

a pre ich rozdiel dostaneme

$$T_2^2 - T_1^2 = 4\pi^2 \frac{\Delta m}{k}$$

Tuhosť pružiny $k = \dfrac{F}{\Delta l} = \dfrac{\Delta m g}{\Delta l}$, kde F je veľkosť sily, ktorá spôsobila predĺženie pružiny o Δl. Dosadením do vzťahu pre rozdiel druhých mocnín period dostaneme

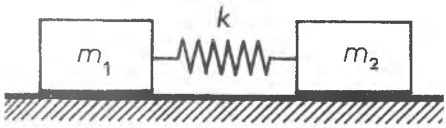
$$T_2^2 - T_1^2 = 4\pi^2 \frac{\Delta l}{g}$$

a odtiaľ

$$\Delta l = \frac{g}{4\pi^2}(T_2^2 - T_1^2) = 2{,}7 \text{ cm}$$

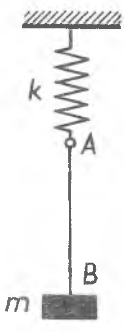
Pridaním závaží sa pružina predĺžila o 2,7 cm.

* **101.** Dva kvádre s hmotnosťami m_1 a m_2 sú spojené pružinou s tuhosťou k a ležia na hladkej vodorovnej platni (obr. 3-9). Určte periódu kmitania vzhľadom na ťažisko sústavy.



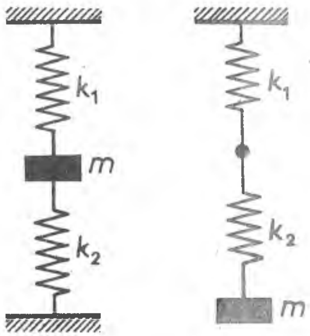
Obr. 3-9

* **102.** Závažie s hmotnosťou 0,1 kg je zavesené na pružine s tuhosťou 160 N . m^{-1} pomocou nite AB (obr. 3-10). Aká musí byť amplitúda výchylky závažia, aby kmitanie závažia bolo harmonické?



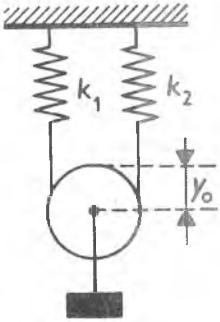
Obr. 3-10

***103.** Určte uhlové frekvencie vlastného kmitania oscilátorov na obr. 3-11. Hmotnosť závažia je m a tuhosť pružín je k_1 a k_2. Hmotnosti pružín sú zanedbateľne malé.



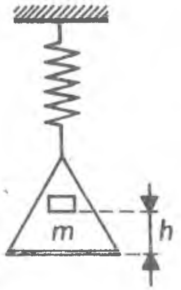
Obr. 3-11

***104.** Kladka je zavesená na dvoch pružinách s tuhosťami k_1 a k_2 (obr. 3-12). V strede kladky visí závažie s hmotnosťou m a stred kladky sa posunie o y_0. Určte periódu kmitania vzniknutého oscilátora.



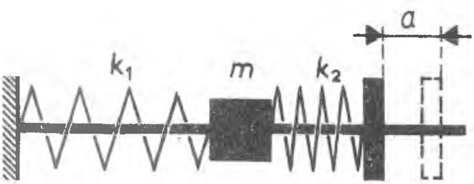
Obr. 3-12

***105.** Na misku zavesenú na pružine s tuhosťou k (obr. 3-13) dopadne z výšky h závažie s hmotnosťou m a zostane na miske (dokonale nepružný ráz). Určte amplitúdu kmitania misky (hmotnosť misky môžeme zanedbať).



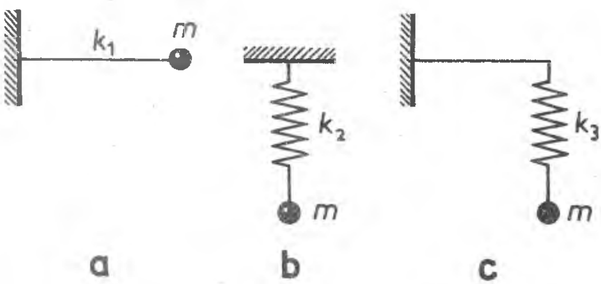
Obr. 3-13

* **106.** Závažie s hmotnosťou $m = 250$ g pripevníme k dvom pružinám s tuhosťami $k_1 = 150\ \mathrm{N\,.\,m^{-1}}$ a $k_2 = 250\ \mathrm{N\,.\,m^{-1}}$ (obr. 3-14). Hmotnosti pružín sú zanedbateľne malé. V začiatočnom okamihu nie sú pružiny stlačené. Potom pravý koniec pružiny s tuhosťou k_2 veľmi rýchlo stlačíme vľavo o dĺžku $a = 4{,}0$ mm a podržíme ho v tejto polohe. Určte veľkosť rýchlosti, ktorou závažie prejde rovnovážnou polohou a amplitúdu kmitania závažia.



Obr. 3-14

* **107.** Ľahká pružná tyčka, na ktorej konci je guľôčka s hmotnosťou m (obr. 3-15a), je upevnená na stene a harmonicky kmitá s frekvenciou f_1. Rovnaká guľôčka na konci pružiny s tuhosťou k_2



Obr. 3-15

(obr. 3-15b) kmitá harmonicky s frekvenciou f_2. S akou frekvenciou bude kmitať sústava tvorená tyčkou, ktorá má na konci pripevnenú pružinu s guľôčkou (obr. 3-15c)?

Riešenie

Príčinou harmonického kmitania tyčky je sila pružnosti s veľkosťou $F_p = k_1 y$, kde k_1 je konštanta závislá od vlastností tyčky. Kmitanie tyčky zodpovedá kmitaniu pružiny s tuhosťou k_1, takže pre frekvenciu tyčky platí

$$f_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1}{m}}$$

V druhom prípade platí

$$f_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_2}{m}}$$

Sústavu na obr. 3-15c možno považovať za dve navzájom spojené pružiny s tuhosťami k_1 a k_2. Pretože výchylka y guľôčky sa rovná súčtu výchyliek konca tyčky (y_1) a konca pružiny (y_2), platí

$$y = y_1 + y_2 = \frac{F_p}{k_1} + \frac{F_p}{k_2} = \frac{F_p}{k}$$

kde k je celková tuhosť sústavy. Po úprave dostaneme

$$k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

a pre frekvenciu f vlastného kmitania sústavy dostaneme

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1 k_2}{m(k_1 + k_2)}}$$

Ak vyjadríme k_1 a k_2 pomocou vzťahov pre frekvencie f_1 a f_2, dostaneme

$$f = \frac{f_1 + f_2}{\sqrt{f_1^2 + f_2^2}}$$

108. Ako sa zmení perióda kmitania detskej hojdačky, ak: a) namiesto jedného dieťaťa sa budú súčasne hojdať dve deti, b) bude dieťa na hojdačke najprv sedieť a potom sa postaví?

109. Kyvadlo je tvorené nádobou s pieskom, zavesenou na pevnom vlákne. Ako sa bude meniť perióda kmitania, keď sa piesok z nádoby postupne sype? O zmene polohy ťažiska pri sypaní piesku neuvažujeme.

110. Kedysi sa na meranie času používali kyvadlové hodiny, ktorých periódu určovalo kyvadlo v tvare tyče na konci so závažím. Prečo nebolo závažie s tyčou spojené pevne, ale mohlo sa presúvať hore a dolu? Aký vplyv to malo na chod hodín? Ako ovplyvňovala chod hodín teplota v miestnosti?

111. Ako by sa zmenil chod kyvadlových hodín pri ich premiestení: a) na vysokú horu, b) z rovníka na pól?

112. Za aký čas by vykonala jeden obeh minútová ručička kyvadlových hodín, keby sme ich umiestili na povrchu Mesiaca? Veľkosť tiažového zrýchlenia na Mesiaci je $1{,}6\ \mathrm{m\,.\,s^{-2}}$.

Riešenie

Ak budeme predpokladať, že pre periódu kyvadla hodín platí na Zemi vzťah

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

a minútová ručička vykoná jeden obeh za čas $t = nT = 1$ h, kde n je počet periód kyvadla, tak na Mesiaci vykoná ručička jeden obeh za rovnaký počet periód a potrebuje na to čas

$$t_M = nT_M = \frac{t}{T}T_M = t\sqrt{\frac{g}{g_M}} \doteq 2{,}5\ \mathrm{h}$$

113. Koľkokrát sa zmení perióda kmitania kyvadla preneseného zo Zeme na Mesiac, ak hmotnosť Mesiaca je 81-krát menšia ako hmotnosť Zeme a polomer Zeme je 3,7-krát väčší ako polomer Mesiaca?

114. Periódy dvoch kyvadiel tvorených pevnými vláknami, na ktorých sú zavesené guľôčky, sú v pomere 3 : 2. Koľkokrát je prvé kyvadlo dlhšie ako druhé?

115. Kyvadlo sa skladá z pevného vlákna, na konci ktorého je zavesená guľôčka. Ako sa má zmeniť dĺžka nite, aby sa frekvencia kyvadla zväčšila na dvojnásobok? Experimentálne overte.

116. Kyvadlo dĺžky 150 cm vykonalo 125 kmitov za 300 s. Určte veľkosť tiažového zrýchlenia.

117. Za istý čas vykoná jedno kyvadlo 50 kmitov, druhé 30 kmitov. Určte dĺžky kyvadiel, ak rozdiel ich dĺžok je 32 cm.

118. Kyvadlo na Zemi kmitá s periódou 1,0 s. Ako sa zmení perióda kyvadla na palube rakety, ktorá sa pohybuje zvisle nahor so zrýchlením veľkosti 3,0 m . s^{-2}?

Riešenie

$T_0 = 1{,}0$ s, $a = 3{,}0$ m . s^{-2}; $T = ?$

Na kyvadlo v rakete pôsobí okrem tiažovej sily s veľkosťou $F_G = mg$ ešte zotrvačná sila, ktorá má rovnaký smer a veľkosť $F_z = ma$, takže celková sila má veľkosť $F = mg + ma = m(g + a)$, a pre periódu kyvadla platí vzťah

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + a}}$$

Ak

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 1{,}0 \text{ s}$$

potom

$$T = T_0\sqrt{\frac{g}{g + a}} \doteq 0{,}87 \text{ s}$$

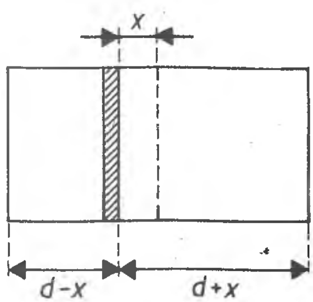
Perióda kyvadla v kabíne rakety je 0,87 s.

119. V kabíne výťahu visí kyvadlo, ktoré kmitá s periódou 1 s. Keď sa kabína pohybuje so stálym zrýchlením, kyvadlo kmitá s periódou 1,2 s. Určte veľkosť zrýchlenia výťahu a smer jeho pohybu.

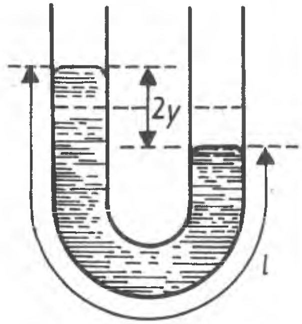
120. Kabína výťahu sa pohybuje nahor najprv za čas t_1 so zrýchlením $\boldsymbol{a}_1$, a potom sa pohybuje za čas t_2 spomalene so zrýchlením $\boldsymbol{a}_2 = -\boldsymbol{a}_1$. Určte všeobecne, koľko kmitov vykoná kyvadlo s dĺžkou l zavesené v kabíne výťahu za čas jeho pohybu. Riešte pre $a_1 = a_2 = 0{,}50\,g$; $t_1 = t_2 = 10$ s; $l = 0{,}50$ m.

121. Raketa štartuje zvislo nahor so zrýchlením veľkosti $3\,g$ (g je veľkosť tiažového zrýchlenia). Koľko celých kmitov vykoná kyvadlo s dĺžkou 1,0 m umiestené v rakete za čas, za ktorý raketa dosiahne výšku 1 480 m? O zmene tiažového zrýchlenia pri pohybe rakety neuvažujte.

*** 122.** Piest s hmotnosťou m rozdeľuje valec s plynom na dve rovnaké časti. Piest posunieme vľavo o vzdialenosť x a pustíme (obr. 3-16). Určte periódu kmitania piesta. Predpokladajte, že dej je izotermický.



Obr. 3-16

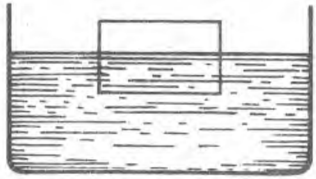


Obr. 3-17

123. Sklená trubica v tvare U je naplnená ortuťou tak, že celková dĺžka stĺpca ortuti je 20 cm (obr. 3-17). Naklonením trubice a jej vrátením do pôvodnej polohy sa stĺpec ortuti rozkmitá. Určte periódu kmitania ortuti.

124. Hranol z dubového dreva s rozmermi 10 cm × 20 cm × 20 cm pláva na hladine vody (obr. 3-18). Zatlačíme ho do vody a pustíme. Určte periódu kmitania hranola. Hustota dubového dreva je 900 kg . m^{-3}.

Obr. 3-18



125. Určte pomer potenciálnej energie harmonického kmitania hmotného bodu a jeho kinetickej energie ako funkciu fázy kmitania.

126. Určte pomer potenciálnej a kinetickej energie pri harmonickom kmitaní hmotného bodu s nulovou začiatočnou fázou v časových okamihoch: a) $\frac{T}{12}$, b) $\frac{T}{8}$, c) $\frac{T}{6}$.

127. Určte pomer kinetickej a potenciálnej energie pri harmonickom kmitaní hmotného bodu v okamihoch, keď okamžitá výchylka je: a) $\frac{y_m}{4}$, b) $\frac{y_m}{2}$, c) y_m.

128. Pre okamžitú výchylku kmitania hmotného bodu platí rovnica $y = y_m \sin\left(2\pi\{t\} + \frac{\pi}{6}\right)$. Určte, v ktorom okamihu sa potenciálna energia hmotného bodu rovná jeho kinetickej energii.

129. Pre okamžitú výchylku hmotného bodu s hmotnosťou 32 g platí rovnica $\{y\} = 0{,}02 \sin\left(\frac{\pi\{t\}}{4} + \frac{\pi}{4}\right)$. Zostrojte časový diagram (pre jednu periódu) kinetickej, potenciálnej a celkovej energie hmotného bodu.

130. Celková energia harmonického oscilátora je $3 \,.\, 10^{-5}$ J a maximálna veľkosť sily, ktorá naň pôsobí, je $1{,}5 \,.\, 10^{-3}$ N. Napíšte rovnicu okamžitej výchylky oscilátora, ak oscilátor kmitá s periódou 2 s a jeho začiatočná fáza je 60°.

Riešenie

$E = 3 \,.\, 10^{-5}$ J, $F_m = 1{,}5 \,.\, 10^{-3}$ N, $T = 2$ s, $\varphi = \frac{\pi}{3}$; $y = ?$

Najväčšia sila F_m pôsobí na oscilátor v okamihu, keď oscilátor dosiahne amplitúdu výchylky. Pre veľkosť sily F_m platí $F_m = k\,y_m$. V tomto okamihu má oscilátor aj najväčšiu potenciálnu energiu, ktorá sa rovná celkovej energii: $E_p = E = \frac{1}{2}k\,y_m^2$. Pretože $k = \frac{F_m}{y_m}$, je $E = \frac{F_m y_m}{2}$ a odtiaľ $y_m = \frac{2E}{F_m} = 4\,.\,10^{-2}$ m. Uhlová frekvencia oscilátora $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi\ \mathrm{rad\,.\,s^{-1}}$ a pre okamžitú výchylku platí rovnica

$$\{y\} = 4\,.\,10^{-2}\sin\left(\pi\{t\} + \frac{\pi}{3}\right)$$

131. Mechanický oscilátor kmitá s amplitúdou výchylky 2,0 cm a jeho celková energia je $3{,}0\,.\,10^{-7}$ J. Určte okamžitú výchylku oscilátora, pri ktorej na oscilátor pôsobí sila s veľkosťou $2{,}25\,.\,10^{-5}$ N.
132. Ako sa bude meniť frekvencia kmitania oscilačného obvodu, keď budeme platne kondenzátora v oscilačnom obvode navzájom približovať?
133. Oscilačný obvod sa skladá z kondenzátora s kapacitou 100 pF a z cievky s indukčnosťou 64 μH. Určte periódu a frekvenciu vlastného kmitania oscilátora.
134. Oscilačné obvody majú parametre $C_1 = 450$ pF, $L_1 = 2$ μH, $C_2 = 1{,}2$ nF, $L_2 = 7{,}5\,.\,10^{-7}$ H. Ktorý obvod kmitá s vyššou frekvenciou?
135. Kondenzátor oscilačného obvodu má kapacitu 1,0 μF. Určte indukčnosť cievky oscilačného obvodu, pri ktorej by frekvencia vlastného kmitania obvodu bola 1,0 kHz. Akú kapacitu bude mať kondenzátor, ktorý musíme spojiť paralelne s pôvodným kondenzátorom, aby sa frekvencia vlastného kmitania obvodu zmenšila na polovicu?

Riešenie

$C_1 = 1{,}0$ μF, $f_1 = 1{,}0$ kHz, $f_2 = 0{,}50\ f_1$; $L = ?$, $C_2 = ?$

Indukčnosť oscilačného obvodu

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f_1^2 C_1} = \frac{1}{4\pi^2 10^6 . 10^{-6}} \text{ H} \doteq 25 \text{ mH}$$

Pri paralelnom spojení kondenzátorov

$$f_2 = \frac{f_1}{2} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C_1 + C_2)}}$$

Odtiaľ

$$\sqrt{\frac{C_2}{C_1} + 1} = 2$$

a

$$C_2 = 3C_1 = 3 . 10^{-6} \text{ F} = 3 \,\mu\text{F}$$

Indukčnosť cievky je približne 25 mH. Paralelne spojený kondenzátor má kapacitu 3 μF.

136. Akú indukčnosť musí mať cievka, ktorá tvorí oscilačný obvod s kondenzátorom kapacity 50 pF, aby frekvencia vlastného kmitania obvodu bola 10 MHz?

137. Oscilačný obvod, ktorého cievka má indukčnosť 0,5 mH, kmitá s frekvenciou vlastného kmitania 1 MHz. Určte kapacitu kondenzátora v obvode.

138. Oscilačný obvod sa skladá z cievky s indukčnosťou 3,0 mH a platňového kondenzátora, ktorého platne majú tvar diskov polomeru 1,2 cm. Vzájomná vzdialenosť platní je 0,30 mm. Určte periódu oscilačného obvodu. Ako sa zmení perióda kmitania obvodu, ak medzi platne vložíme dielektrikum s relatívnou permitivitou 4,0?

139. Oscilačný obvod tvorí kondenzátor s kapacitou 10 μF a cievka s meniteľnou indukčnosťou. V akom intervale sa musí meniť indukčnosť cievky, aby sa frekvencia vlastného kmitania oscilačného obvodu menila v intervale od 400 Hz do 500 Hz?

140. Oscilačný obvod tvorí kondenzátor s kapacitou 24 nF a cievka s indukčnosťou 0,60 H. V začiatočnom okamihu je kondenzátor nabitý na napätie 50 V. Napíšte rovnice pre okamžitú hodnotu náboja na platniach kondenzátora a pre okamžitú hodnotu prúdu v obvode.

Riešenie

$C = 24\ \text{nF},\ L = 0{,}60\ \text{H},\ U_{\text{m}} = 50\ \text{V};\ q = ?,\ i = ?$

Ak je napätie kondenzátora oscilačného obvodu v začiatočnom okamihu U_{m}, platí

$$q = CU_{\text{m}} \cos \omega t$$

kde $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ je uhlová frekvencia vlastného kmitania obvodu. Dosadením číselných hodnôt dostaneme

$$\{q\} = 1{,}2 \,.\, 10^{-6} \cos 8{,}3 \,.\, 10^{3} \{t\}$$

Pre okamžitú hodnotu prúdu v obvode platí vzťah

$$i = I_{\text{m}} \sin \omega t$$

Amplitúdu prúdu I_{m} určíme pomocou zákona zachovania energie v tvare

$$\frac{1}{2} CU_{\text{m}}^2 = \frac{1}{2} LI_{\text{m}}^2$$

Odtiaľ

$$I_{\text{m}} = U_{\text{m}} \sqrt{\frac{C}{L}} = 50 \sqrt{\frac{2{,}4 \,.\, 10^{-8}}{0{,}60}}\ \text{A} = 10^{-2}\ \text{A}$$

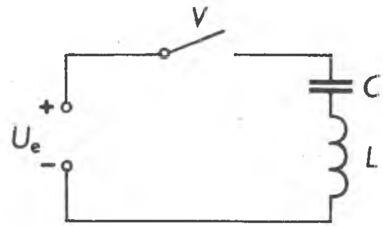
takže

$$\{i\} = 10^{-2} \sin 8{,}3 \,.\, 10^{3} \{t\}$$

141. Pre oscilačný obvod v predchádzajúcej úlohe určte v časových okamihoch $\frac{T}{8}$, $\frac{T}{4}$ a $\frac{T}{2}$: a) napätie na platniach kondenzátora, b) energiu elektrického poľa kondenzátora, c) energiu magnetického poľa cievky.

142. Napätie na platniach kondenzátora v oscilačnom obvode sa mení podľa rovnice $\{u\} = 50 \cos 10^4 \pi \{t\}$. Kapacita kondenzátora je 0,10 μF. Určte a) periódu kmitania obvodu, b) indukčnosť cievky v obvode, c) rovnicu pre okamžitú hodnotu prúdu v obvode.

*** 143.** V obvode na obr. 3-19 zopneme vypínač V. Určte najväčší prúd v obvode a najväčšie napätie na kondenzátore.



Obr. 3-19

Riešenie

Po zopnutí vypínača sa prúd v obvode vplyvom indukčnosti cievky postupne zväčšuje až na najväčšiu hodnotu I_m. Týmto prúdom sa nabíja kondenzátor a v ľubovoľnom okamihu podľa zákona zachovania energie platí

$$\frac{Li^2}{2} + \frac{Cu^2}{2} = qU_e = CuU_e$$

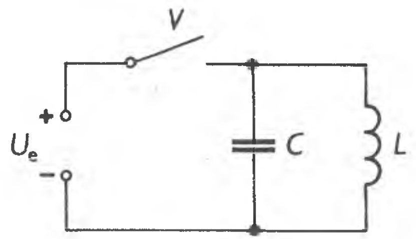
Prúd dosiahne najväčšiu hodnotu v okamihu, keď napätie na kondenzátore sa bude rovnať napätiu zdroja U_e. Od tohto okamihu sa kondenzátor začne nabíjať na úkor energie magnetického poľa cievky a prúd sa začne zmenšovať. Zo zákona zachovania energie pre $u = U_e$ vyplýva, že

$$I_m = U_e\sqrt{\frac{C}{L}}$$

Nabíjanie pokračuje dovtedy, kým obvodom prechádza prúd. Z podmienky $i = 0$ vyplýva podľa zákona zachovania energie pre $u = U_m$, že

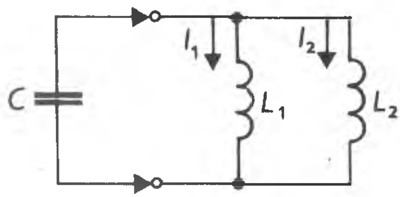
$$U_m = 2U_e$$

***144.** K zdroju jednosmerného napätia 10 V je pripojený oscilačný obvod, ktorý tvorí kondenzátor s kapacitou 20 μF a cievka s indukčnosťou 20 mH (obr. 3-20). Pri zopnutom vypínači prechádza cievkou prúd 2 A. Vypínač rozpojíme. Určte náboj kondenzátora v okamihu, keď cievkou prechádza prúd 1 A. O stratách vznikajúcich premenou energie na vnútornú energiu obvodu neuvažujte.



Obr. 3-20

* **145.** Dve cievky s indukčnosťami L_1 a L_2 sú paralelne spojené a v určitom okamihu k nim pripojíme kondenzátor s kapacitou C nabitý na napätie U (obr. 3-21). Určte amplitúdy prúdov prechádzajúcich cievkami.



Obr. 3-21

4. NÚTENÉ KMITANIE OSCILÁTORA

Nútené kmitanie vzniká pôsobením periodickej sily na mechanický oscilátor, alebo periodicky premenného elektrického napätia na elektromagnetický oscilátor. Keď na oscilátor nepretržite pôsobí harmonická sila veľkosti $F = F_m \sin \omega t$ alebo napätie $u = U_m \sin \omega t$, vzniká netlmené harmonické kmitanie s uhlovou frekvenciou ω. Amplitúda výchylky, resp. napätie nútených kmitov oscilátora sa v závislosti od veľkosti ω mení. Pri oscilátore s malým tlmením je maximálna pri rezonancii, keď $\omega = \omega_0$ (ω_0 je uhlová frekvencia vlastného kmitania oscilátora).

Pri nútenom kmitaní prechádza energia zo zdroja kmitania (oscilátora) do prijímača kmitania (rezonátora). Prenos sa uskutočňuje väzbou medzi oscilátorom a rezonátorom. Pri voľnej väzbe vzniká v rezonátore nútené kmitanie iba pri rezonančnej frekvencii ($f = f_0$).

Z podmienky rezonancie vyplýva, že dva mechanické oscilátory budú v rezonancii, keď

$$\frac{m_1}{k_1} = \frac{m_2}{k_2}$$

kde m_1, m_2 sú hmotnosti a k_1, k_2 sú tuhosti oscilátora a rezonátora. Dve kyvadlá zložené z guľôčok zavesených na tuhých vláknach sú v rezonancii, keď majú vlákna rovnaké dĺžky ($l_1 = l_2$). Dva oscilačné obvody sú v rezonancii, keď

$$L_1 C_1 = L_2 C_2$$

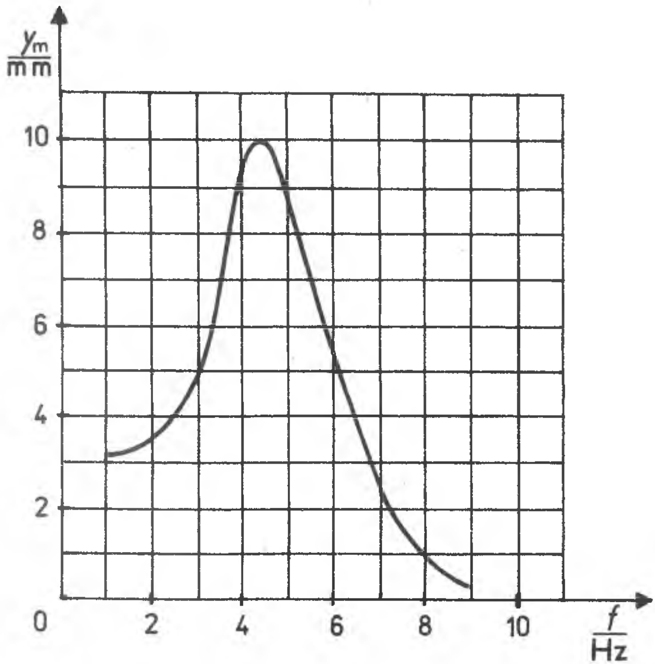
kde L_1, L_2 sú indukčnosti a C_1, C_2 kapacity obvodov.

Úlohy

146. Ťažké závažie zavesené na niti môžeme rozkmitať fúkaním. Navrhnite a objasnite postup a experimentálne ho overte.

147. Niekedy vznikajú na povrchu vozovky pravidelne rozmiestené nerovnosti, ktoré môžu vyvolať rezonančné rozkmitanie automobilu. Ako sa budú odlišovať rýchlosti prázdneho a naloženého automobilu, pri ktorých nastane rezonancia?

148. Na obr. 4-1 je rezonančná krivka nosníka, na ktorom je pripevnený elektromotor. Pri akej frekvencii otáčania elektromotora sa nosník silne rozkmitá?



Obr. 4-1

149. Voda v nádobe, ktorú nesie chlapec, má periódu vlastného kmitania 0,8 s. Pri akej veľkosti rýchlosti pohybu chlapca sa voda značne rozkmitá, ak dĺžka chlapcovho kroku je 60 cm?

150. Pri akej veľkosti rýchlosti vlaku sa vagóny veľmi silne rozkmitajú vplyvom nárazov kolies na spoje medzi koľajnicami? Dĺžka koľajníc je l, perá vagóna sú zaťažené tiažou G a pri zaťažení silou veľkosti F sa stlačia o vzdialenosť h.

151. Perióda vlastného kmitania železničného vagóna je 1,25 s. Pri akej veľkosti rýchlosti dosiahne kmitanie spôsobené nárazmi kolies na spoje medzi koľajnicami maximum, ak dĺžka koľajníc je 25 m?

152. Kvapky vody padajú voľným pádom v pravidelných intervaloch na platničku pripevnenú na pružine. Uhlová frekvencia vlastného kmitania pružiny je ω_0. Určte vzdialenosť medzi práve odkvapkávajúcou kvapkou a najbližšou k nej padajúcou kvapkou v prípade, že kmitanie platničky má najväčšiu amplitúdu výchylky.

*153. Reproduktor má membránu s obsahom plochy 300 cm^2 a s hmotnosťou 50 g. Rezonančná frekvencia membrány je 50 Hz. Ako sa zmení rezonančná frekvencia, keď reproduktor zamontujeme do ozvučnej skrinky s objemom 40 l? O zmene teploty vzduchu neuvažujeme. Atmosferický tlak má hodnotu 100 kPa.

Riešenie

$S = 3{,}0 \,.\, 10^{-2}\ \mathrm{m}^2$, $m = 5{,}0 \,.\, 10^{-3}\ \mathrm{kg}$, $f_0 = 50\ \mathrm{Hz}$,
$V = 4{,}0 \,.\, 10^{-2}\ \mathrm{m}^3$; $f_1 = ?$

Pri voľnej membráne je tlak vzduchu pred aj za membránou rovnaký a pre rezonančnú frekvenciu membrány platí vzťah

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

kde k je tuhosť kmitajúcej sústavy reproduktora.

Keď je reproduktor v ozvučnej skrinke, posunutie membrány o y spôsobuje zmenu tlaku Δp vzduchu v skrinke. Objem vzduchu v skrinke sa zmení o $\Delta V = Sy$ a vzhľadom na stavovú rovnicu $pV = nR_\mathrm{m}T$ môžeme písať

$$(p + \Delta p)(V - \Delta V) = nR_\mathrm{m}T$$

Odtiaľ po úprave (zanedbáme člen $\Delta p \Delta V$) dostaneme

$$p\Delta V = V\Delta p$$

z ktorého vyplýva

$$\Delta p = \frac{p\Delta V}{V} = \frac{pSy}{V}$$

Na membránu pôsobí sila s veľkosťou

$$F = ky + \Delta pS = \left(k + \frac{pS^2}{V}\right)y$$

To zodpovedá zmene tuhosti sústavy reproduktora na hodnotu

$$k_1 = k + \frac{pS^2}{V}$$

Pre pomer tuhosti reproduktora v skrinke a voľného reproduktora platí

$$\frac{k_1}{k} = 1 + \frac{pS^2}{kV} = 1 + \frac{pS^2}{4\pi^2 m f_0^2 V} \doteq 5{,}6$$

To znamená, že rezonančná frekvencia sústavy reproduktora v ozvučnej skrinke sa zväčší na hodnotu

$$f_1 = f_0\sqrt{\frac{k_1}{k}} = 50\sqrt{5{,}5}\ \text{Hz} \doteq 0{,}12\ \text{kHz}$$

Rezonančná frekvencia reproduktora v ozvučnej skrinke sa zmení na 120 Hz.

154. Dva navzájom rovnaké oscilačné obvody spojené väzbou majú rezonančnú frekvenciu f_0. Do cievok obvodov vsunieme oceľové jadrá a ich indukčnosť sa zväčší 4-krát. Ako sa zmení rezonančná frekvencia obvodov? Ako sa zmení energia nútených kmitov, ak maximálne náboje kondenzátora sú navzájom rovnaké?

155. Jeden oscilačný obvod má parametre: indukčnosť cievky 3 mH a kapacitu kondenzátora 2 μF. Druhý oscilačný obvod spojený s ním väzbou má parametre: indukčnosť cievky 4 mH a kapacitu kondenzátora 1 μF. Sú obvody v rezonancii? Ak nie sú, určte, ako treba upraviť parametre druhého obvodu, aby nastala rezonancia?

156. V oscilačnom obvode, ktorého kondenzátor má kapacitu 1,0 μF, nastala rezonancia pri frekvencii 400 Hz. Ak s kondenzátorom paralelne spojíme ďalší kondenzátor, nastane rezonancia pri frekvencii 100 Hz. Určte kapacitu pripojeného kondenzátora. Odpor obvodu zanedbajte.

5. STRIEDAVÝ PRÚD

Striedavý prúd je nútené elektromagnetické kmitanie, ktoré vzniká v elektrickom obvode pripojenom na zdroj striedavého napätia. Okamžitá hodnota striedavého napätia je

$$u = U_m \sin \omega t$$

kde U_m je amplitúda napätia a ω je uhlová frekvencia striedavého napätia.

V jednoduchom obvode striedavého prúdu má obvodový prvok jediný parameter: odpor R, indukčnosť L alebo kapacitu C. Zložený obvod striedavého prúdu obsahuje prvky s viacerými parametrami (napr. obvod s RLC v sérii). Parametre obvodových prvkov ovplyvňujú hodnoty striedavého napätia a prúdu v obvode a spôsobujú fázový posun týchto veličín. Vlastnosti obvodov striedavého prúdu sú uvedené v prehľade na obr. 5-1.

Výkon striedavého prúdu v obvode s odporom

$$P = UI$$

kde

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\, U_m$$

a

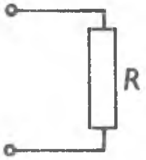
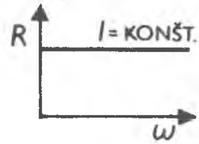
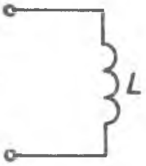
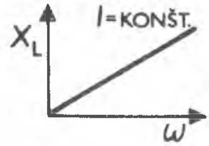
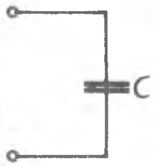
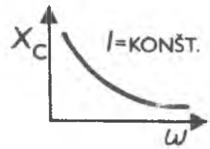
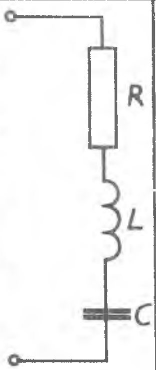
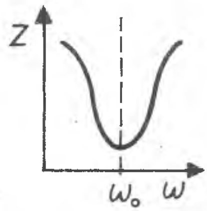
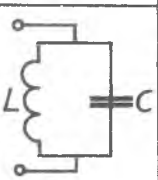
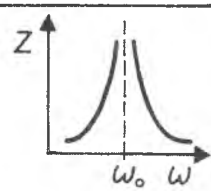
$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\, I_m$$

Veličiny U a I sú efektívne hodnoty striedavého napätia a prúdu (I_m je amplitúda prúdu).

Výkon striedavého prúdu v obvode s impendanciou (činný výkon)

$$P = UI \cos \varphi$$

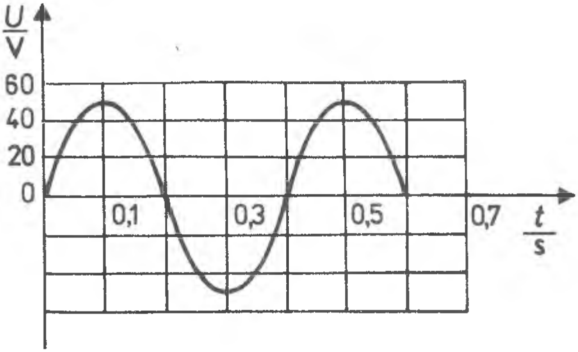
kde $\cos \varphi$ je účinník (φ je fázový rozdiel medzi napätím a prúdom).

OBVOD	ZÁKLADNÁ VLASTNOSŤ	FÁZOVÝ POSUN U VZHĽADOM NA I	$Z = f(\omega)$
	ODPOR R	$\varphi = 0$	
	INDUKTANCIA $X_L = \omega L$	$\varphi = \frac{\pi}{2}$	
	KAPACITANCIA $X_C = \frac{1}{\omega C}$	$\varphi = -\frac{\pi}{2}$	
	IMPEDANCIA $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$ VLASTNÁ FREKVENCIA $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	PRE $\omega < \omega_0$ $-\frac{\pi}{2} < \varphi < 0$ PRE $\omega = \omega_0$ $\varphi = 0$ PRE $\omega > \omega_0$ $0 < \varphi < +\frac{\pi}{2}$	
	$\lvert Z \rvert = \frac{1}{\lvert \omega C - \frac{1}{\omega L} \rvert}$ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	PRE $\omega = \omega_0$ $\varphi = 0$	

Obr. 5-1

157. Prečo sa v tlejivke pripojenej na zdroj jednosmerného napätia tlejivým svetlom pokrýva len jedna elektróda, ale po pripojení na zdroj striedavého napätia svietia obidve elektródy?

158. Na obr. 5-2 je časový diagram striedavého napätia. Z diagramu určte amplitúdu napätia, periódu a frekvenciu napätia a napíšte rovnicu pre okamžitú hodnotu napätia.



Obr. 5-2

159. Striedavé napätie s frekvenciou 50 Hz má amplitúdu napätia 200 V. Napíšte rovnicu pre okamžitú hodnotu striedavého napätia a určte jeho okamžité hodnoty v časoch 2,5 ms, 4,0 ms a 5,0 ms. V čase $t = 0$ je $u = 0$.

160. Na časti obvodu, ktorým prechádza striedavý prúd, je okamžité napätie

$$u = U_{\mathrm{m}} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

V čase $\dfrac{T}{12}$ má okamžité napätie hodnotu 10 V. Určte amplitúdu napätia, uhlovú frekvenciu a frekvenciu striedavého prúdu, ak jeho perióda je 10 ms. Nakreslite časový diagram striedavého napätia.

Riešenie

$t = \dfrac{1}{12} T,\ u = 10\ \text{V},\ T = 10\ \text{ms};\ U_m = ?,\ \omega = ?,\ f = ?$

Pre okamžitú hodnotu striedavého napätia platí

$$u = U_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \frac{\pi}{6}\right) = U_m \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} U_m$$

a odtiaľ

$$U_m = \frac{2u}{\sqrt{3}} = \frac{20}{\sqrt{3}}\ \text{V} \doteq 11\ \text{V}$$

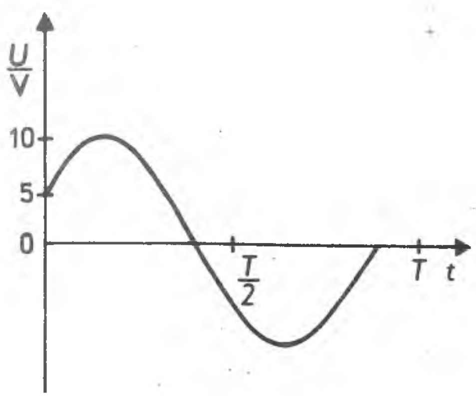
Frekvencia striedavého napätia

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{10^{-2}} = 100\ \text{Hz}$$

a uhlová frekvencia

$$\omega = 2\pi f \doteq 0{,}63 \,.\, 10^{-3}\ \text{rad} \,.\, \text{s}^{-1}$$

Časový diagram striedavého napätia je na obr. 5-3.

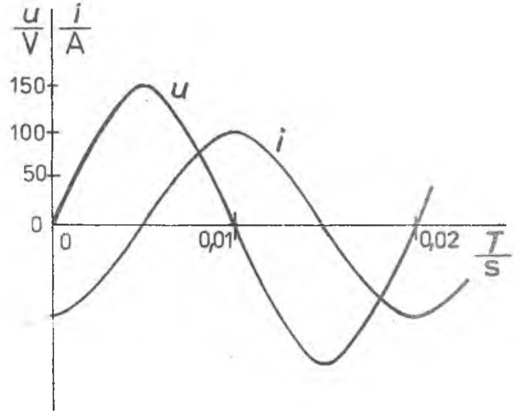


Obr. 5-3

161. Pre striedavý prúd v elektrickom obvode platí rovnica $\{i\} = 5{,}0 \sin 200\pi \{t\}$. Určte amplitúdu prúdu, periódu a frekvenciu prúdu a jeho okamžitú hodnotu v čase 1,25 ms od začiatočného okamihu.

162. Obvod s rezistorom odporu 80 Ω je pripojený na zdroj striedavého napätia s amplitúdou 240 V a s frekvenciou 50 Hz. Napíšte rovnicu pre okamžitú hodnotu prúdu v obvode.

163. Na obr. 5-4 sú časové diagramy striedavého napätia a prúdu s frekvenciou 50 Hz. Určte fázový rozdiel oboch veličín a napíšte rovnice pre okamžité hodnoty napätí a prúdu.



Obr. 5-4

164. Striedavý prúd má amplitúdu 20 mA a frekvenciu 1 kHz. Určte okamžitú hodnotu prúdu za 0,1 ms od začiatočného okamihu, keď $i = 0$.

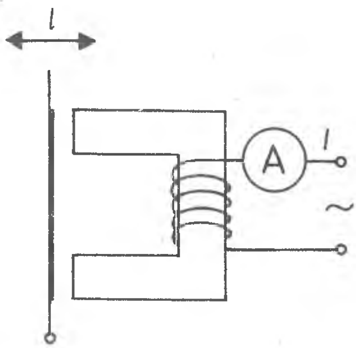
165. Striedavý prúd má amplitúdu 100 mA a frekvenciu 2 MHz. Za aký čas od začiatočného okamihu ($i = 0$) bude okamžitá hodnota prúdu 25 mA?

166. Drôtovým vedením sa súčasne prenáša nízkofrekvenčný a vysokofrekvenčný striedavý prúd. Navrhnite, ako možno obidva signály od seba oddeliť.

167. Ako bude svietiť žiarovka, ak je spojená sériovo s cievkou, do ktorej budeme postupne zasúvať železné jadro? Overte experimentálne.

168. Cievka so zanedbateľne malým odporom je zapojená do obvodu striedavého prúdu s frekvenciou 50 Hz. Pri napätí 24 V prechádza cievkou prúd 0,50 A. Určte indukčnosť cievky.

169. Na obr. 5-5 je schéma indukčného snímača polohy. Na akom princípe je založený? Pokúste sa snímač zostaviť a overiť jeho funkciu.



Obr. 5-5

170. Cievka má indukčnosť 0,20 H. Určte jej induktanciu pri frekvenciách 50 Hz a 400 Hz.

171. Pri frekvencii 500 Hz je induktancia cievky 35 Ω. Určte indukčnosť cievky.

172. Nízkofrekvenčná tlmivka má indukčnosť 1,6 H a vysokofrekvenčná tlmivka má indukčnosť 0,63 mH. Pri akých frekvenciách budú mať rovnaké induktancie 1,0 kΩ?

173. Ak prerušíme obvod jednosmerného prúdu, prúd obvodom neprechádza. Kondenzátor tiež predstavuje prerušenie obvodu, ale striedavý prúd obvodom prechádza. Vysvetlite.

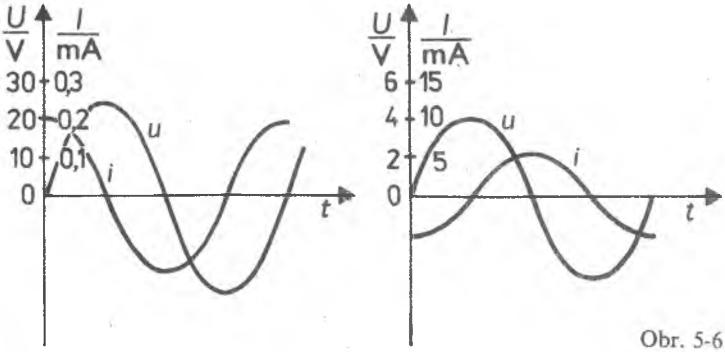
174. Kondenzátor s kapacitou 4,0 μF je pripojený do obvodu striedavého prúdu s frekvenciou 50 Hz. Akú indukčnosť by musela mať cievka, ktorá by v obvode striedavého prúdu mala induktanciu s rovnakou hodnotou, akú má kapacitancia kondenzátora?

175. Kondenzátor s kapacitou 2,0 μF je pripojený do obvodu striedavého prúdu s frekvenciou 500 Hz. Na kondenzátor pripojíme ďalší kondenzátor s rovnakou kapacitou: a) paralelne, b) sériovo. Ako musíme zmeniť frekvenciu striedavého prúdu, aby sa kapacitancia obvodu nezmenila?

176. Kondenzátor je zapojený do obvodu striedavého prúdu s napätím 220 V a s frekvenciou 50 Hz. Obvodom prechádza prúd 2,5 A. Určte kapacitu kondenzátora.

177. Na zdroj striedavého napätia s amplitúdou 24 V a s periódou 2,0 ms je pripojený kondenzátor s kapacitou 16 μF. Určte amplitúdu prúdu v obvode.

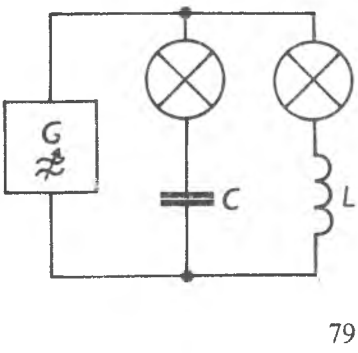
178. Na obr. 5-6 sú časové diagramy napätí a prúdov v dvoch obvodoch. Určte, ktorý diagram prislúcha obvodu s cievkou a ktorý obvodu s kondenzátorom. Určte indukčnosť, resp. kapacitu obvodu, ak frekvencia striedavého prúdu je 50 Hz.



Obr. 5-6

179. Do nepriehľadných skriniek uzavrieme obvodové prvky — rezistor, cievku a kondenzátor tak, aby na povrchu každej skrinky boli iba svorky na pripojenie prvku do elektrického obvodu. Ako pomocou žiarovky a zdrojov jednosmerného a striedavého napätia určíte, ktorý prvok je v skrinke uzavretý?

180. Obvod na obr. 5-7 je pripojený na zdroj meniteľnej frekvencie. Pri určitej frekvencii svietia obidve žiarovky rovnako. Ako budú žiarovky svietiť, ak sa frekvencia napätia: a) zväčší, b) zmenší. Experimentálne overte.



Obr. 5-7

181. Obvod striedavého prúdu zostavíme sériovým spojením rezistora s odporom 40 Ω, cievkou s indukčnosťou 0,40 H a kondenzátora s kapacitou 16 μF. Obvod je pripojený na zdroj striedavého napätia s amplitúdou 12 V a s frekvenciou 50 Hz. Určte amplitúdu prúdu v obvode. Nakreslite fázorový diagram obvodu a určte fázový rozdiel medzi napätím a prúdom v obvode.

Riešenie

$R = 40\ \Omega$, $L = 0{,}40$ H, $C = 16\ \mu$F, $U_m = 12$ V, $f = 50$ Hz;
$I_m = ?$, $\varphi = ?$

Pre impedanciu obvodu platí vzťah

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

a odtiaľ

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} =$$

$$= \frac{12}{\sqrt{40^2 + \left(2\pi\ 50\,.\,0{,}40 - \frac{1}{2\pi\ 50\,.\,16\,.\,10^{-6}}\right)^2}}\ \text{A} = 0{,}14\ \text{A}$$

Amplitúdy napätí na obvodových prvkoch majú hodnoty

$$U_R = I_m R = 0{,}14\,.\,40\ \text{V} = 5{,}6\ \text{V}$$

$$U_L = I_m \omega L = 0{,}14\,.\,314\,.\,0{,}40\ \text{V} = 18\ \text{V}$$

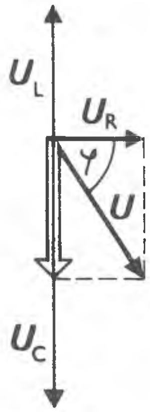
$$U_C = \frac{I_m}{\omega C} = \frac{0{,}14}{314\,.\,16\,.\,10^{-6}}\ \text{V} = 28\ \text{V}$$

Z týchto hodnôt zostrojíme fázorový diagram (obr. 5-8) a určíme fázový rozdiel

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R} \doteq -1{,}8$$

$$\varphi \doteq -61°$$

Amplitúda prúdu v obvode je 0,14 A a celkové napätie na obvode sa za prúdom oneskoruje o 61°. To znamená, že obvod ako celok má vlastnosť kapacitancie.



Obr. 5-8

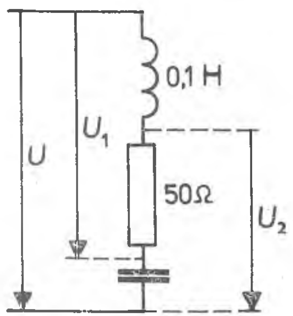
182. Cievka s indukčnosťou 50 mH, ktorej vinutie má odpor 10 Ω, je spojená sériovo s kondenzátorom kapacity 2 μF. Obvodom prechádza striedavý prúd s amplitúdou 100 mA a frekvenciou 0,5 kHz. Určte impedanciu obvodu a amplitúdu napätia na obvode.

183. Sériový obvod striedavého prúdu sa skladá z rezistora s odporom 90 Ω, cievky s indukčnosťou 1,3 H a kondenzátorom s kapacitou 10 μF. Obvod je pripojený na zdroj striedavého napätia s amplitúdou 100 V a frekvenciou 50 Hz. Napíšte rovnice pre okamžité hodnoty napätia a prúdu v obvode.

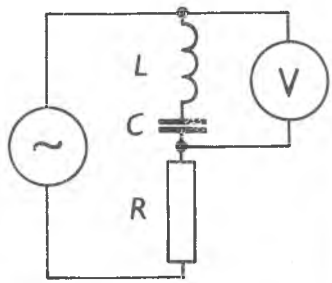
184. Sériový obvod sa skladá z rezistora odporu 1,0 kΩ, cievky s indukčnosťou 0,50 H a kondenzátora s kapacitou 1,0 μF. Určte induktanciu, kapacitanciu a impedanciu obvodu pri frekvenciách 50 Hz a 10 kHz.

185. Sériový obvod sa skladá z rezistora odporu 21 Ω, cievky s indukčnosťou 70 mH a kondenzátora s kapacitou 82 μF. Obvodom prechádza striedavý prúd s frekvenciou 50 Hz a amplitúda napätia na kondenzátore je 310 V. Určte amplitúdy: a) prúdu v obvode, b) napätia na rezistore, c) napätia na cievke, d) napätia na celom obvode.

* **186.** Akú kapacitu musí mať kondenzátor na obr. 5-9, ak pri prechode prúdu s frekvenciou 50 Hz sú napätia U_1 a U_2 v pomere 1 : 2? Aký prúd prechádza obvodom, keď je obvod pripojený na zdroj striedavého napätia 300 V?



Obr. 5-9



Obr. 5-10

187. Určte impedanciu obvodu striedavého prúdu, v ktorom sú sériovo spojené obvodové prvky: a) rezistor s odporom 3 Ω a cievka s induktanciou 4 Ω; b) rezistor s odporom 6 Ω a kondenzátor s kapacitanciou 8 Ω; c) rezistor s odporom 12 Ω, kondenzátor s kapacitanciou 8 Ω a cievka s induktanciou 24 Ω.

188. V obvode s *RLC* sériovo platí, že pri frekvencii 50 Hz je $X_L = 2X_C$. Ako sa musí zmeniť frekvencia, aby nastala rezonancia?

189. Obvodom na obr. 5-10 prechádza striedavý prúd s frekvenciou 50 Hz. Ak kapacita kondenzátora je 15 μF, je výchylka ručičky voltmetra nulová. Určte indukčnosť cievky.

190. Kondenzátor je spojený s cievkou sériovo. Ak obvodom prechádza striedavý prúd s frekvenciou 20 kHz, je induktancia cievky 5,0 kΩ. Akú kapacitu musí mať kondenzátor, aby nastala rezonancia?

191. Cievka s indukčnosťou L je sériovo spojená s kondenzátorom kapacity C. Obvodom prechádza prúd s frekvenciou 50 Hz. Akú hodnotu musí mať súčin LC, aby nastala rezonancia obvodu?

192. Kondenzátor s kapacitou 1,6 μF je sériovo spojený s cievkou. Obvodom prechádza striedavý prúd s frekvenciou 400 Hz. Akú indukčnosť musí mať cievka, aby nastala rezonancia?

193. Obvod striedavého prúdu vznikol sériovým spojením žiarovky, kondenzátora s kapacitou 20 μF a cievky, ktorá má bez jadra indukčnosť 0,1 H a so zasunutým jadrom 1 H. Obvodom prechádza striedavý prúd s frekvenciou 50 Hz. Ako sa bude meniť svietivosť vlákna pri zasúvaní jadra? Pri akej indukčnosti bude svietivosť najväčšia?

194. Cievka s indukčnosťou $3 \,.\, 10^{-5}$ H je sériovo spojená s platňovým kondenzátorom, ktorého platne majú obsah plochy 100 cm^2 a ich vzájomná vzdialenosť je 0,1 mm. Pri prechode striedavého prúdu s frekvenciou 400 kHz nastala rezonancia. Určte relatívnu permitivitu prostredia medzi platňami kondenzátora.

Riešenie

$L = 3 \,.\, 10^{-5}$ H, $S = 10^{-2}$ m^2, $d = 10^{-4}$ m, $f_0 = 4 \,.\, 10^5$ Hz; $\varepsilon_r = ?$

Pri rezonancii pre sériový obvod platí

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Pretože kapacita platňového kondenzátora je

$$C = \frac{\varepsilon S}{d}$$

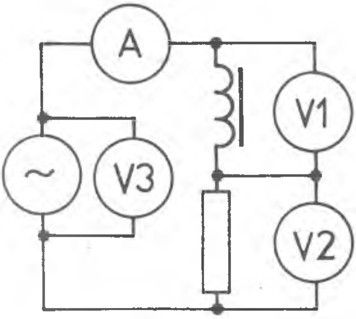
kde $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ (permitivita vákua je $\varepsilon_0 = 8{,}854 \,.\, 10^{-12}$ F . m^{-1}), platí

$$\varepsilon_r = \frac{d}{4\pi^2 f^2 \varepsilon_0 S L} \doteq 6$$

Látka medzi platňami kondenzátora má relatívnu permitivitu 6 (napr. porcelán, sľuda).

195. V obvode na obr. 5-11 má cievka indukčnosť 48 mH a rezistor odpor 8,0 Ω. Aké hodnoty veličín budú ukazovať meracie prístroje, ak voltmeter V3 ukazuje napätie 34 V a frekvencia striedavého prúdu je 50 Hz? Určte fázový rozdiel medzi napätím a prúdom.

196. V obvode na obr. 5-11 je namiesto cievky kondenzátor. Ampérmeter ukazuje prúd 1,0 A, voltmeter V1 ukazuje napätie 160 V a voltmeter V2 napätie 120 V. Určte kapacitu kondenzátora a napätie zdroja (voltmeter V3).



Obr. 5-11

197. Sériový obvod striedavého prúdu sa skladá z reostatu s odporom 240 Ω a dvoch kondenzátorov s kapacitami 16 μF, spojenými paralelne. Koľkokrát sa zmení prúd v obvode, ak jeden kondenzátor odpojíme? Akú časť reostatu musíme vyradiť, aby obvodom prechádzal pôvodný prúd?

* **198.** Kondenzátor je sériovo spojený so žiarovkou. Obvod je pripojený na zdroj striedavého napätia 220 V s frekvenciou 50 Hz. Akú kapacitu musí mať kondenzátor, aby menovité hodnoty napätia a prúdu žiarovky boli 55 V a 0,50 A?

199. Cievkou v obvode jednosmerného prúdu prechádza pri napätí 4,0 V prúd 0,50 A. V obvode striedavého prúdu pri napätí 9,0 V a frekvencii 50 Hz prechádza cievkou prúd 180 mA. Určte indukčnosť cievky.

Riešenie

$U' = 4{,}0\ \mathrm{V}$, $I' = 0{,}50\ \mathrm{A}$, $U = 9{,}0\ \mathrm{V}$, $I = 180\ \mathrm{mA}$, $f \doteq 50\ \mathrm{Hz}$;
$L = ?$

Skutočnú cievku považujeme za sériový obvod RL, pre ktorý platí

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$$

Odpor cievky určíme pomocou hodnôt napätia U' a prúdu I' v obvode jednosmerného prúdu, takže

$$\frac{U}{I} = \sqrt{\left(\frac{U'}{I'}\right)^2 + \omega^2 L^2}$$

Odtiaľ

$$L = \frac{1}{2\pi f}\sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - \left(\frac{U'}{I'}\right)^2} = 0{,}16\ \mathrm{H}$$

Cievka má indukčnosť 0,16 H.

200. Tlmivka s indukčnosťou 2 H a odporom vinutia 20 Ω je pripojená najprv na zdroj jednosmerného napätia 20 V a potom na zdroj striedavého napätia s rovnakou hodnotou a s frekvenciou 50 Hz. Určte prúd v obvode v obidvoch prípadoch.

201. Do obvodu striedavého prúdu s frekvenciou 50 Hz je zapojená tlmivka s indukčnosťou 1,5 H a s odporom 150 Ω. Tlmivkou prechádza prúd 0,45 A. Určte napätie na tlmivke a fázový rozdiel medzi napätím a prúdom.

202. Akú kapacitu musí mať kondenzátor sériovo spojený s tlmivkou z predchádzajúcej úlohy, aby fázový rozdiel napätia a prúdu bol nulový? Aký prúd bude obvodom prechádzať pri napätí 120 V?

203. K tlmivke s indukčnosťou 60 mH a s odporom 10 Ω chceme pripojiť sériovo rezistor s takým odporom, aby vznikol obvod s impedanciou 26 Ω. Frekvencia striedavého prúdu je 50 Hz. Určte odpor rezistora.

204. Žiarovku s menovitými hodnotami napätia a prúdu 55 V/0,15 A chceme pripojiť na zdroj striedavého napätia 220 V frekvencie 50 Hz pomocou tlmivky spojenej so žiarovkou sériovo. Určte indukčnosť tlmivky. O odpore tlmivky neuvažujte.

Riešenie

$U_{\check{z}} = 55\ \mathrm{V}$, $I_{\check{z}} = 0{,}15\ \mathrm{A}$, $U = 220\ \mathrm{V}$, $f = 50\ \mathrm{Hz}$; $L = ?$

Pre napätie v obvode platí

$$U^2 = U_{\check{z}}^2 + U_t^2$$

kde U_t je napätie na tlmivke. Induktancia tlmivky

$$X_L = 2\pi f L = \frac{U_t}{I} = \frac{\sqrt{U^2 - U_{\check{z}}^2}}{I}$$

Odtiaľ

$$L = \frac{\sqrt{U^2 - U_{\check{z}}^2}}{2\pi f I} \doteq 4{,}5\ \mathrm{H}$$

K žiarovke pripojíme sériovo tlmivku s indukčnosťou 4,5 H.

205. Elektrický varič môžeme pripojiť buď na zdroj jednosmerného napätia, alebo na zdroj striedavého napätia. Voltmetrom odmeriame na obidvoch zdrojoch rovnaké napätie. Bude varič hriať v oboch prípadoch rovnako? Odpoveď zdôvodnite. Indukčnosť výhrevnej špirály variča je zanedbateľne malá.

206. V elektrovodnej sieti môžu byť efektívne hodnoty napätí 380 V, 220 V, 120 V. Určte príslušné amplitúdy napätí.

207. Striedavé napätie má efektívnu hodnotu 156 V. Určte amplitúdu napätia. Za aký čas od začiatočného okamihu dosiahne okamžitá hodnota striedavého napätia efektívnu hodnotu, ak jeho frekvencia je 50 Hz? V začiatočnom okamihu je hodnota striedavého napätia nulová.

208. Môžeme do obvodu striedavého prúdu s efektívnym napätím 220 V pripojiť kondenzátor, ktorý je konštruovaný na maximálnu hodnotu napätia 250 V?

209. Na aké napätie musí byť vypočítaná izolácia vedenia, ktorým sa prenáša striedavý prúd s efektívnym napätím 6,0 kV?

210. Rezistor s odporom 20 Ω je pripojený na zdroj striedavého napätia s efektívnou hodnotou 24 V a frekvenciou 50 Hz. Napíšte rovnicu pre okamžitú hodnotu prúdu v obvode. Určte efektívnu hodnotu prúdu v obvode.

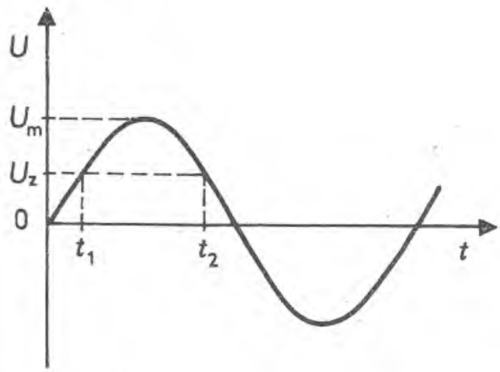
211. Na zdroj striedavého napätia s efektívnou hodnotou 120 V je pripojená tlejivka. Ak napätie medzi elektródami dosiahne hodnotu 85 V, vznikne v tlejivke výboj, a keď napätie na túto hodnotu poklesne, výboj zanikne. Určte dobu, za ktorú tlejivka svieti v priebehu polovice periódy striedavého napätia s frekvenciou 50 Hz.

Riešenie

$U = 120$ V, $U_z = 85$ V, $f = 50$ Hz; $\Delta t = ?$

Amplitúda striedavého napätia $U_m = U\sqrt{2} = 170$ V a jeho perióda $T = \frac{1}{50}$ s $= 0{,}02$ s. V časovom diagrame na obr. 5-12 je vyznačený časový interval, v ktorom tlejivka svieti. Pretože napätie U_z, pri ktorom sa tlejivka zapáli, resp. zhasne, sa rovná polovici U_m, platí pre okamih zapálenia tlejivky

$$\frac{U_z}{U_m} = \sin \omega t = \frac{1}{2}$$



Obr. 5-12

V priebehu prvej polperiódy je táto rovnica splnená v prípadoch

$$\frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{\pi}{6} \quad \text{a} \quad \frac{2\pi}{T} t_2 = \frac{5}{6} \pi$$

Odtiaľ

$$t_1 = \frac{T}{12} \quad \text{a} \quad t_2 = \frac{5}{12} T$$

takže tlejivka svieti v časovom intervale $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{T}{3}$. Po dosadení periódy striedavého napätia dostaneme $\Delta t = \frac{1}{150}$ s.

Tlejivka svieti počas jednej polperiódy $\frac{1}{150}$ s.

212. Okamžité hodnoty striedavého prúdu a napätia v elektrickom obvode sú vyjadrené rovnicami: $\{i\} = 5{,}0 \sin \omega \{t\}$, $\{u\} = 100 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$. Určte efektívne hodnoty napätia a prúdu v obvode, účinník a činný výkon. Má spotrebič v obvode vlastnosť kapacitancie alebo induktancie?

213. Do obvodu s elektromotorom je pripojený voltmeter, ktorý ukazuje napätie 220 V, ampérmeter ukazuje prúd 10 A a wattmeter ukazuje činný výkon 2,0 kW. Určte účinník a fázové posunutie napätia a prúdu v obvode.

214. Určte prúd prechádzajúci spotrebičom pri napätí 220 V, ak je činný výkon 2,20 kW a účinník 0,800.

215. Ako sa bude meniť činný výkon striedavého prúdu v spotrebiči pri zväčšovaní frekvencie, ak spotrebič má vlastnosti: a) induktancie, b) kapacitancie?

216. Spotrebič s vlastnosťami induktancie má v obvode striedavého prúdu s frekvenciou 50 Hz impedanciu 10 Ω a účinník 0,60. Určte odpor a indukčnosť spotrebiča.

217. Spotrebič pripojený na zdroj striedavého napätia 220 V s frekvenciou 50 Hz bol v chode 1 hodinu a prechádzal ním prúd 10 A. Elektromer za tento čas nameral spotrebovanú energiu 1,5 kWh. Určte účinník spotrebiča.

*218. Elektromotorom prechádza pri striedavom napätí 220 V s frekvenciou 50 Hz prúd 2,0 A a účinník je 0,50. Elektromotor pripojíme na zdroj striedavého napätia 120 V cez kondenzátor s takou hodnotou, že elektromotorom prechádza opäť prúd 2,0 A. Určte kapacitu kondenzátora. Ako sa zmení účinník obvodu? Pri akom najmenšom napätí môže motor pracovať?

Riešenie

$U_1 = 220$ V, $I = 2{,}0$ A, $\cos\varphi_1 = 0{,}50$, $U_2 = 120$ V; $C = ?$, $\cos\varphi_2 = ?$, $U_3 = ?$

Činný výkon elektromotora je

$$P = UI\cos\varphi = 220 \text{ W}$$

jeho rezistancia má hodnotu

$$R = \frac{P}{I^2} = 55\ \Omega$$

a impedancia

$$Z_1 = \frac{R}{\cos\varphi} = 110\ \Omega$$

Zo vzťahu pre impedanciu

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$$

určíme reaktanciu elektromotora

$$X_L = \omega L \doteq 95\ \Omega$$

Ak elektromotor spojíme sériovo s kondenzátorom, je impedancia

$$Z_2 = \frac{U_2}{I} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = 60\ \Omega$$

a pre kapacitu kondenzátora platí

$$C = \frac{1}{\omega(\omega L - \sqrt{Z_2^2 - R^2})} \doteq 45\ \mu\text{F}$$

Účinník obvodu

$$\cos \varphi_2 = \frac{R}{Z_2} \doteq 0{,}92$$

Z rovnice

$$\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = \sqrt{Z_2^2 - R^2}$$

vyplýva, že pre reálnu kapacitu musí mať aj výraz pod odmocninou reálnu hodnotu, t. j. že medzná hodnota napätia je určená vzťahom $\frac{U_3}{I} = R$ a odtiaľ $U_3 = 0{,}11$ kV.

Pripojením elektromotora cez kondenzátor s kapacitou 45 μF sa účinník zväčší na 0,92. Zdroj striedavého napätia musí mať hodnotu napätia najmenej 0,11 kV.

6. STRIEDAVÝ PRÚD V ENERGETIKE

V energetike sa na priemyselnú výrobu, rozvod a využitie elektrickej energie používajú rôzne druhy elektrických prístrojov — generátory, transformátory a elektromotory.

V generátoroch striedavého napätia — v alternátoroch, vzniká elektromagnetickou indukciou striedavé elektromotorické napätie v cievkach navinutých na feromagnetickom jadre. Magnetický indukčný tok ϕ sa v každom závite cievky harmonicky mení podľa vzťahu

$$\phi = BS \cos \omega t$$

Na závite sa indukuje v závislosti od času napätie u

$$u = U_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = U_m \sin \omega t$$

Maximálna hodnota napätia indukovaného na cievke s N závitmi je

$$U_m = NBS\omega$$

Alternátory sú elektrické stroje, v ktorých sa opísaný jav využíva na premenu mechanickej energie na elektrickú.

Trojfázový alternátor je elektrický stroj skladajúci sa zo statora, ktorý obsahuje sústavu cievok a z rotora, ktorým môže byť otáčajúci sa magnet. Cievky sú priestorovo usporiadané tak, aby vznikla sústava troch indukovaných striedavých elektromotorických napätí u_1, u_2, u_3 s navzájom rovnako veľkými amplitúdami U_m. Každé z týchto napätí sa odlišuje od predchádzajúceho o fázový rozdiel $\frac{2\pi}{3}$:

$$u_1 = U_m \sin \omega t$$

$$u_2 = U_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

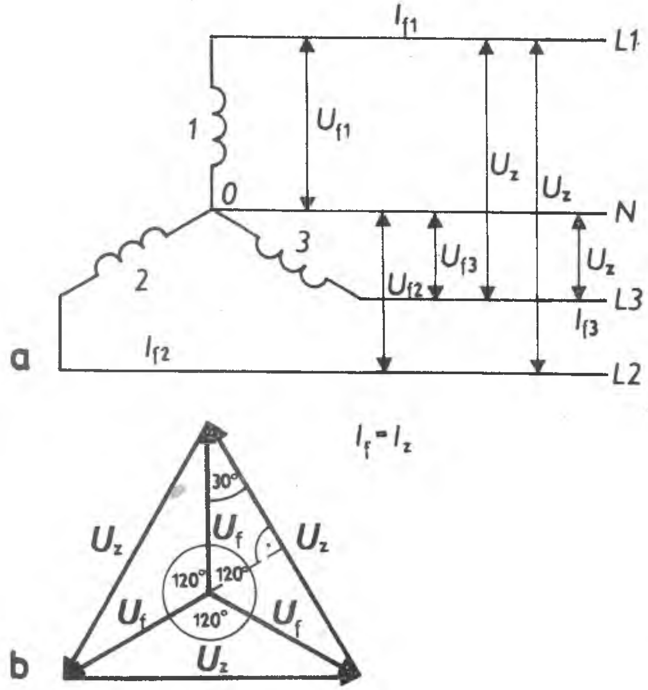
$$u_3 = U_m \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) = U_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

V každom časovom okamihu t sa súčet okamžitých hodnôt týchto napätí rovná nule

$$u_1 + u_2 + u_3 = 0$$

Podľa spojenia sústavy cievok a vodičov rozvodu rozoznávame dva druhy spojenia: a) spojenie do hviezdy, b) spojenie do trojuholníka.

Na obrázkoch 6-1a a 6-2a sú znázornené obidve spojenia spolu s fázorovými diagramami napätí (obr. 6-1b), resp. prúdov (obr. 6-2b).

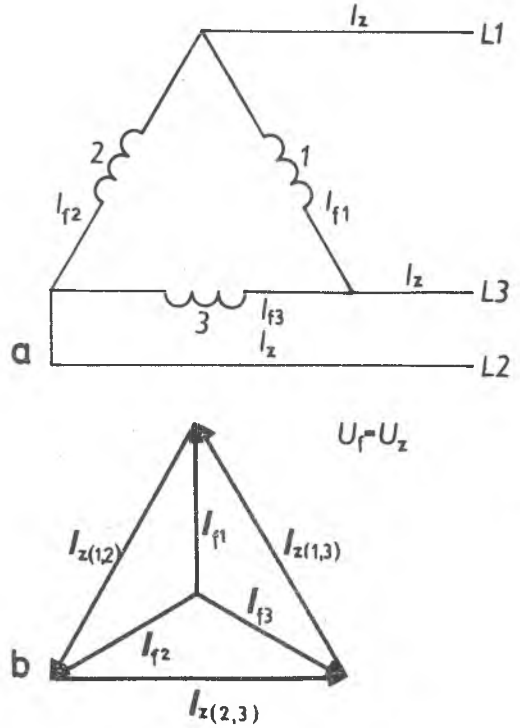


Obr. 6-1

a) **Spojenie do hviezdy**

Ak sú všetky fázy rovnako (súmerne) zaťažené, tak prúdy prechádzajúce fázovými vodičmi $L1$, $L2$, $L3$ sa navzájom rovnajú a nulovacím vodičom N prúd neprechádza.

Obr. 6-2



Medzi združeným a fázovým napätím platí vzťah

$$U_z = \sqrt{3}\, U_f$$

V spotrebiteľskej rozvodnej sieti máva fázové napätie hodnotu 220 V a združené napätie hodnotu $U_z = \sqrt{3} \,.\, 220\ \mathrm{V} = 380\ \mathrm{V}$.

b) **Spojenie do trojuholníka**

Pri tomto spojení sa fázové napätie U_f (na cievke) rovná združenému napätiu U_z (medzi fázovými vodičmi). Každou z cievok prechádza prúd I_f. Každým fázovým vodičom prechádza združený prúd I_z. Platí vzťah

$$I_z = \sqrt{3}\, I_f$$

analogický k vzťahu pre napätie pri spojení do hviezdy.

Transformátor je zariadenie, ktorým sa transformuje striedavé napätie a prúd na iné hodnoty. Jednofázový transformátor sa skladá z primárnej a sekundárnej cievky s počtom závitov N_1, N_2, ktoré sú navinuté na uzavretom jadre z mäkkej ocele. Pomer $k = \frac{N_2}{N_1}$ sa nazýva transformačný pomer transformátora. Pri transformácii nahor je $k > 1$, pri transformácii nadol je $k < 1$.

Ak jednou z cievok (primárnou) prechádza striedavý prúd, na obidvoch cievkach sa indukujú napätia s efektívnymi hodnotami U_1, U_2, pre ktoré platí

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = k$$

Účinnosť transformátora

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2 I_2}{U_1 I_1}$$

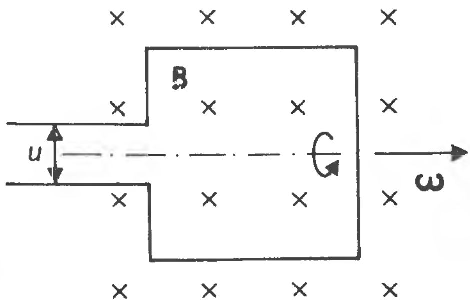
býva veľmi vysoká, až 98 %. Ak možno tepelné straty vo vinutiach cievok zanedbať, tak pre pomer prúdov I_1, I_2 prechádzajúcich primárnou a sekundárnou cievkou zaťaženého transformátora platí (pri $\eta = 1$)

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{U_2}{U_1}$$

Pri prenose elektrickej energie na väčšie vzdialenosti nastávajú straty prenášaného výkonu, ktoré možno vyjadriť vzťahom $P = RI^2$, kde R je odpor $R = \varrho \frac{l}{S}$ vodičov vedenia a I je prúd. Keďže pri transformácii sa pomer prúdov rovná prevrátenej hodnote pomerov napätí, je výhodné elektrickú energiu dopravovať vedením s vysokým napätím.

Úlohy

219. Závit uzatvárajúci plochu s obsahom 100 cm^2 sa otáča v homogénnom magnetickom poli, ktoré má magnetickú indukciu veľkosti 0,050 T, okolo osi kolmej na indukčné čiary tak, že vykoná 300 otáčok za sekundu (obr. 6-3).



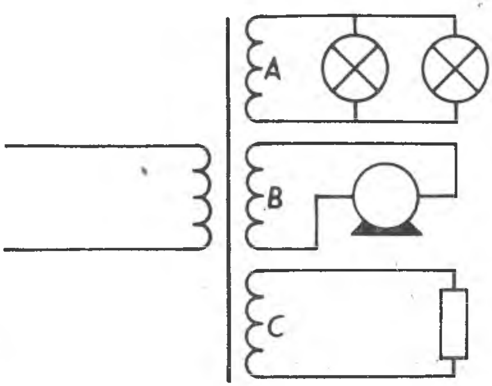
Obr. 6-3

a) Určte okamžité hodnoty u_i indukovaného elektromotorického napätia v polohách, v ktorých normála plochy závitu zviera s vektorom **B** uhly 0°, 45°, 90°, 135°, 180°, 225°, 270°, 315°, 360°.

b) Zobrazte grafom priebeh závislosti $u = u(\omega t)$.

*** 220.** Primárna cievka jednofázového transformátora má 400 závitov a je pripojená na zdroj striedavého napätia 220 V. Sekundárna cievka sa skladá z troch navzájom oddelených častí A, B, C (6-4).

A: K cievke *A* sú pripojené dve žiarovky, na ktorých sú údaje 6 V, 0,5 A. Žiarovky sú navzájom paralelne spojené. Koľko závitov má mať cievka *A*?



Obr. 6-4

B: K cievke B je pripojený elektromotor na napätie 12 V s príkonom 24 W. Koľko závitov má mať cievka B?

C: Cievka C má 64 závitov a je pripojená na spotrebič, ktorý z nej odoberá prúd 2,0 A. Aké napätie je na svorkách spotrebiča?

a) Nakreslite schému zapojenia transformátora.

b) Aký prúd prechádza primárnou cievkou? (Predpokladáme, že tepelné straty v cievkach sú zanedbateľne malé.)

Riešenie

$U = 220$ V, $N = 400$, $U_A = 6{,}0$ V, $I_A = 2I_ž = 2\,.\,0{,}50$ A $= 1{,}0$ A, $U_B = 12$ V, $P_B = 24$ W, $N_C = 64$, $I_C = 2{,}0$ A; $N_A = ?$, $N_B = ?$, $U_C = ?$, $I = ?$

---

a) Obrázok 6-4.

Keď predpokladáme, že transformátor pracuje s účinnosťou 100 %, potom napätie indukované na každom jeho závite možno vyjadriť vzťahom

$$U_0 = \frac{U}{N}$$

A. Pretože na cievke A s N_A závitmi je známe napätie U_A, platí

$$U_A = N_A U_0;\ N_A = \frac{U_A}{U_0} = \frac{U_A}{U} N$$

$$N_A = \frac{6}{220}\,.\,400 = 10{,}9 \doteq 11$$

Cievka A má 11 závitov.

B. Na cievke B s N_B závitmi je známe napätie U_B

$$U_B = N_B U_0;\ N_B = \frac{U_B}{U_0} = \frac{U_B}{U} N$$

$$N_B = \frac{12}{220}\,.\,400 = 21{,}8 \doteq 22$$

Cievka B má 22 závitov.

C. Na cievke C so známym počtom N_C závitov je napätie

$$U_C = N_C U_0 = N_C \frac{U}{N}$$

$$U_C = 64 \cdot \frac{220}{400} \text{ V} = 35{,}2 \text{ V} \doteq 35 \text{ V}$$

Na cievke C je napätie 35 V.

b) Pretože straty považujeme za zanedbateľne malé, bude

$$P = P_A + P_B + P_C; \; UI = P_A + P_B + P_C$$

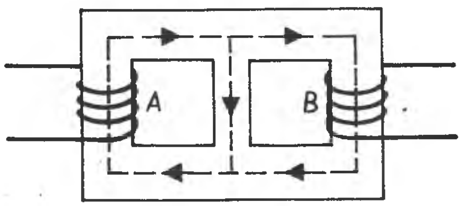
$$I = \frac{P_A + P_B + P_C}{U}$$

$$I = \frac{6 \,.\, 1{,}0 + 24 + 35 \,.\, 2{,}0}{220} \text{ A} \doteq 0{,}45 \text{ A}$$

Primárnou cievkou prechádza prúd 0,45 A.

***221.** Jadro transformátora má tvar, ktorý je znázornený na obr. 6-5. Na jadre sú navinuté dve cievky A, B. Magnetický indukčný tok pochádzajúci z ktorejkoľvek z týchto cievok nevystupuje z jadra, ale rozvetvuje sa v ňom tak, že jeho hodnoty vo vetvách sa navzájom rovnajú. Ak cievku A pripojíme na zdroj striedavého napätia 40 V, indukuje sa na cievke B napätie U. Aké napätie sa bude indukovať na cievke A, ak cievku B pripojíme na zdroj striedavého napätia U?

***222.** Na jadre transformátora znázornenom na obr. 6-5 sú navinuté dve cievky A, B. Ak cievku A pripojíme na zdroj striedavého napätia, odmeriame na cievke B napätie 13,3 V. Ak k tomu istému zdroju pripojíme cievku B, odmeriame na cievke A napätie 120 V. Určte transformačný pomer.



Obr. 6-5

223. Primárna cievka jednofázového transformátora má 880 závitov, sekundárna cievka 1 200 závitov. Aké napätie bude na sekundárnej cievke, ak primárnu cievku pripojíme na striedavé napätie 220 V?

224. Aké maximálne napätie U_m je na svorkách spotrebiča, keď pripojený voltmeter ukazuje hodnotu 120 V?

225. Sekundárnou cievkou transformátora prechádza prúd 200 mA a je na nej napätie 4 V. Primárna cievka je pripojená na striedavé napätie 220 V.

a) Aký prúd prechádza primárnou cievkou?

b) Zmení sa niečo na výsledku riešenia, ak predpokladáme, že účinnosť transformátora je len 90 %?

226. Cievka sa skladá zo 400 obdĺžnikových závitov so stranami 15 cm a 20 cm. Rovnomerne sa otáča 3 000-krát za minútu v homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou veľkosti $50 \cdot 10^{-4}$ T. Vypočítajte maximálnu hodnotu elektromotorického napätia indukovaného na cievke.

227. Cievkami jednofázového transformátora prechádzajú harmonické striedavé prúdy s frekvenciou 50 Hz. Aká je maximálna hodnota magnetického indukčného toku v jadre transformátora, ak sa na jednom závite vinutia indukuje efektívne napätie 0,25 V?

228. Primárnou cievkou jednofázového transformátora prechádza striedavý prúd s frekvenciou 50 Hz. V uzavretom jadre transformátora je magnetický indukčný tok s maximálnou hodnotou $2{,}0 \cdot 10^{-3}$ Wb. Určte efektívnu hodnotu striedavého napätia indukovaného na sekundárnej cievke so 100 závitmi.

229. Cievky trojfázového alternátora sú spojené do hviezdy.

a) Nakreslite fázorový diagram, v ktorom vektormi $\boldsymbol{U}_f$, $\boldsymbol{U}_z$ znázorníte fázové a združené napätie.

b) Odvoďte vzťah pre vzájomnú súvislosť napätí U_f, U_z.

230. Aký prúd odoberá z elektrickej siete jednofázový elektromotor, ktorý pri napätí 220 V a účinníku 0,80 pracuje s výkonom 6,0 kW, ak jeho účinnosť je 82 %?

***231.** Elektromotor z predchádzajúcej úlohy treba pripojiť k zdroju napätia 220 V, ktorý je vo vzdialenosti 1 000 m. Napätie na svorkách elektromotora by nemalo byť menšie ako 210 V.

a) Možno vybudovať vedenie z hliníkového drôtu s priemerom 6,0 mm?

b) Určte najmenší priemer medeného drôtu, z ktorého by sa dalo vybudovať vedenie.

c) Navrhnite inú možnosť pripojenia elektromotora k zdroju napätia.

232. Na primárnom vinutí transformátora je napätie 2,0 kV a prechádza ním prúd 2,0 A. Na sekundárnu cievku transformátora je pripojený elektromotor, ktorý pracuje s účinníkom 0,82 pri napätí 220 V. Aký prúd odoberá elektromotor z transformátora? Aký je príkon elektromotora?

***233.** Na elektrickú rozvodnú sieť striedavého napätia 2,2 kV máme pripojiť spotrebiče s celkovým príkonom 4,0 kW. Spotrebiče sú konštruované na napätie 220 V a keď sú všetky súčasne zapojené, hodnota účinníka je 0,88. Ako vyriešite pripojenie spotrebičov na rozvodnú sieť? Aký prúd bude prechádzať prívodnými vodičmi?

***234.** Počas tretej smeny pracuje v továrni len jedna pätina všetkých elektrických strojov. Celkový príkon týchto strojov je 0,11 MW. V sieti elektrického rozvodu 22 kV, na ktorý je elektráreň pripojená, má účinník hodnotu 0,98. Aký elektrický prúd bude elektráreň odoberať zo siete pri plnej prevádzke a keď sa hodnota účinníka v sieti zmení na 0,86? Aký bude celkový príkon továrne?

7. MECHANICKÉ VLNENIE

Pri opise vlnenia vedieme v smere postupu vlnenia priamku a volíme na nej začiatok. Ak body prostredia kmitajú harmonicky, tak bod, ktorý leží vo vzdialenosti x od začiatku, má v čase t okamžitú výchylku

$$y = y_m \sin \omega\left(t - \frac{x}{v}\right) = y_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

kde v je veľkosť rýchlosti vlnenia v danom prostredí, $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ je uhlová frekvencia, y_m amplitúda výchylky, T perióda a f frekvencia vlnenia a súčasne aj frekvencia kmitavých pohybov bodov prostredia. Vlnová dĺžka $\lambda = vT$ je vzdialenosť takých dvoch najbližších bodov na zvolenej priamke, ktoré kmitajú s rovnakou fázou.

Ak do určitého bodu prostredia dospejú dve vlnenia rovnakého druhu z rôznych zdrojov (alebo z toho istého zdroja po navzájom rôznych trajektóriách), môžu navzájom interferovať. Pri interferencii vlnení postupujúcich rovnakými smermi rozoznávame dva prípady:

1. Interferujúce vlnenia majú v danom prostredí rovnaké rýchlosti a rovnaké frekvencie (a teda aj rovnaké vlnové dĺžky). Ak x_1, x_2 sú dráhy, po ktorých vlnenia dospeli od zdroja vlnenia k bodu, v ktorom interferujú, dráhový rozdiel je $|x_2 - x_1| = d = 2k\frac{\lambda}{2}$ ($k = 0, 1, 2, \ldots$). Výsledná amplitúda sa potom rovná súčtu amplitúd interferujúcich vlnení (podmienka maxima), $y_m = y_{m1} + y_{m2}$. Ak dráhový rozdiel má hodnotu $|x_2 - x_1| = d = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$ ($k = 0,1\ 2, \ldots$), tak výsledná amplitúda sa rovná absolútnej hodnote rozdielu amplitúd interferujúcich vlnení (podmienka minima), $y_m = |y_{m1} - y_{m2}|$.

Pre priečne vlnenia platia uvedené podmienky za predpokladu, že obidve vlnenia sú polarizované v jednej rovine, teda ak kmity bodov pri obidvoch priečnych vlneniach sa konajú v tej istej rovine.

Ak sa stretnú interferujúce vlnenia s rovnakými fázami, je splnená podmienka maxima, pri splnení podmienky interferenčného minima sa stretnú vlnenia s opačnými fázami. Interferencia môže nastať aj vtedy, keď ani jedna z uvedených podmienok nie je presne splnená. Pre amplitúdu y_m výsledného vlnenia potom platí $|y_{m1} - y_{m2}| \leqq y_m \leqq (y_{m1} + y_{m2})$.

2. Interferujúce vlnenia majú rovnaké alebo rôzne rýchlosti a rôzne frekvencie (a teda aj rôzne vlnové dĺžky). Výsledné vlnenie má potom amplitúdu $y_m = y_m(t)$, ktorá je funkciou času. Osobitným druhom tohto prípadu interferencie sú rázy. Rázy pozorujeme pri interferencii vlnení s približne rovnakými amplitúdami $y_{m1} = y_{m2}$ a s frekvenciami f_1, f_2, ktoré sa navzájom odlišujú o relatívne malú hodnotu. Frekvencia, pri ktorej amplitúda rázov nadobúda maximum, rovná sa absolútnej hodnote rozdielu frekvencií interferujúcich vlnení $f = |f_1 - f_2|$.

Stojaté vlnenie je osobitným prípadom interferencie dvoch vlnení s rovnakými frekvenciami, ktoré postupujú proti sebe. Ak sú amplitúdy výchyliek takých vlnení navzájom rovnaké, v prostredí vznikne stav, pri ktorom body prostredia kmitajú s konštantnými amplitúdami. Tieto amplitúdy sú v určitých bodoch nulové (uzly), v iných bodoch majú trvale maximálnu hodnotu (kmitne). Polohy kmitni a uzlov sa nemenia a sú navzájom posunuté o $\frac{\lambda}{4}$.

Stojaté vlnenie vzniká často v pružných telesách. Z bodu telesa, ktorého kmity vynucujeme pôsobením vonkajšej periodicky premennej sily, šíri sa vlnenie až na hranice telesa, odrazí sa a vracia sa späť. Vlnenia postupujúce od zdroja a po odraze späť k nemu interferujú. Vznikajúce stojaté vlnenie máva maximálnu amplitúdu, ak na dĺžku l rovnajúcu sa niektorému z rozmerov telesa pripadne celistvý násobok polvĺn. Pri splnení takejto podmienky je teleso v stave, ktorý nazývame rezonančné chvenie. Chvenie možno dobre pozorovať na telesách tvaru napätých vláken (napr. struny), tyčí, vzduchových stĺpcov alebo plôch (časti strojov a stavebných konštrukcií). V jednoduchších prípadoch, napr. pri napätých vláknach (strunách) s dĺžkou l, nastáva rezonančné chvenie pri základnej frekvencii

$$f_z = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2l}$$

aj pri frekvenciách $f_k = kf_z$ ($k = 1, 2, 3,\ldots$).

Vlnenie šíriace sa prostredím správa sa podľa Huygensovho princípu. Pri dopade vlnenia na rozhranie dvoch prostredí nastáva jednak odraz vlnenia späť do prostredia, z ktorého vlnenie prichádza, jednak lom — prechod vlnenia z prostredia, v ktorom mala jeho rýchlosť veľkosť v_1, do prostredia, v ktorom má rýchlosť veľkosť v_2. Podiel týchto hodnôt

$$n = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

sa nazýva relatívny index lomu n a pre dané prostredie sa rovná podielu hodnoty funkcie sínusu uhla dopadu (α) a hodnoty funkcie sínusu uhla lomu (β). Lomený lúč ostáva v rovine dopadu.

Zvuk sa vo vzduchu šíri ako pozdĺžne vlnenie rýchlosťou veľkosti

$$v = (331{,}82 + 0{,}61\,\{t\})\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$$

kde $\{t\}$ je číselná hodnota teploty vzduchu vyjadrená v °C. Ako pozdĺžne vlnenie sa šíri zvuk aj v kvapalinách.

V tuhých pružných telesách sa môže šíriť pozdĺžne aj priečne vlnenie. Rýchlosť šírenia vlnenia závisí jednak od pružných vlastností látky telesa, vyjadrených zvyčajne pomocou niektorého z modulov pružnosti, jednak od hustoty telesa. Tak napr. pozdĺžne vlnenie sa v tenkej, pružnej, homogénnej tyči šíri v smere jej osi rýchlosťou veľkosti

$$v = \sqrt{\frac{E}{\varrho}}$$

kde E je modul pružnosti v ťahu a φ je hustota látky.

Keď sa pozorovateľ pohybuje rýchlosťou veľkosti u po priamke, na ktorej je zdroj vlnenia v stave pokoja, napr. zdroj zvuku s frekvenciou f, prijíma pozorovateľ vlnenie s frekvenciou

$$f_1 = \frac{v \pm u}{v} f$$

V tomto vzťahu platí znamienko (+) pre pohyb pozorovateľa k zdroju vlnenia, znamienko (−) pre pohyb pozorovateľa v smere od zdroja vlnenia.

Keď sa zdroj vlnenia pohybuje rýchlosťou veľkosti w po priamke, na ktorej je pozorovateľ v stave pokoja, má prijímaná frekvencia hodnotu

$$f_2 = \frac{v}{v \pm w} f$$

Znamienko (−) platí pre pohyb zdroja k pozorovateľovi, znamienko (+) pre pohyb zdroja od pozorovateľa.

Pri súčasnom pohybe zdroja i pozorovateľa po priamke, ktorá spája ich okamžité polohy, prijíma pozorovateľ vlnenie s frekvenciou

$$f' = \frac{v \pm u}{v \mp w} f$$

Úlohy

235. a) Aký je vzťah medzi vlnovou dĺžkou, frekvenciou a veľkosťou rýchlosti vlnenia v danom prostredí?

b) Ktoré z uvedených troch veličín sa menia, keď vlnenie prechádza z jedného prostredia do iného? Vysvetlite.

236. Vlnenie má v danom prostredí dĺžku λ_1 a rýchlosť veľkosti v_1. Po prechode do iného prostredia zmení sa jeho vlnová dĺžka na λ_2. Vyjadrite veľkosť rýchlosti v_2 vlnenia v tomto prostredí.

237. Zo zdroja zvuku sa šíri vo vode vlnenie s periódou 2,0 ms a s vlnovou dĺžkou 2,9 m. Aká je veľkosť rýchlosti zvuku vo vode?

238. Zvuk sa šíri vo vode vlnením s frekvenciou 200 Hz rýchlosťou veľkosti 1 450 m . s^{-1}. Určte vlnovú dĺžku vlnenia.

239. Určte vlnovú dĺžku ultrazvukových vĺn s frekvenciou 10 MHz v hliníku. Veľkosť rýchlosti zvuku v hliníku je 5 100 m . s^{-1}.

240. Vlnenie s periódou T postupuje pozdĺž osi x. Bod so súradnicou $x = 4$ cm má v čase $\frac{T}{6}$ okamžitú výchylku rovnajúcu sa polovici veľkosti amplitúdy. Určte vlnovú dĺžku vlnenia. [Pre $y(t = 0, x = 0)$; $\lambda > x$]

241. Pre okamžitú výchylku kmitajúceho zdroja vlnenia platí vzťah $\{y\} = 0{,}03 \,.\, \sin 20\pi \{t\}$ za predpokladu, že dĺžku vyjadrujeme v metroch a čas v sekundách. Veľkosť fázovej rýchlosti vlnenia je 200 m . s^{-1}. Určte:

a) periódu kmitov,

b) okamžitú výchylku bodu ležiaceho vo vzdialenosti 5,0 m od zdroja v čase 0,10 s od začiatku kmitania zdroja.

242. Vlnenie s frekvenciou 450 Hz sa šíri fázovou rýchlosťou, ktorej veľkosť je 360 m . s^{-1} v smere priamky p. Aký je fázový rozdiel kmitavých pohybov dvoch bodov so vzájomnou vzdialenosťou 20 cm, ktoré ležia na priamke p?

243. V smere priamky sa šíri vlnenie s periódou 0,010 s fázovou rýchlosťou veľkosti 340 m . s^{-1}. Určte fázový rozdiel kmitavých pohybov takých dvoch bodov priamky, ktoré majú vzájomnú vzdialenosť: a) 3,4 m, b) 1,7 m, c) 0,85 m.

244. Vlnenie s frekvenciou 100 Hz sa šíri v smere priamky fázovou rýchlosťou veľkosti 5 000 m . s^{-1}. Akú najmenšiu vzájomnú vzdialenosť môžu mať dva body, ktoré kmitajú s rovnakými fázami?

245. Zo zdroja vlnenia, ktorý kmitá s periódou 1,0 s, šíri sa vlnenie v smere priamky. Dva body tejto priamky, vzdialené od zdroja 12 m a 14,7 m, kmitajú s fázovým rozdielom $\frac{3\pi}{2}$. Určte veľkosť fázovej rýchlosti vlnenia.

246. Rovinné vlnoplochy vlnenia s periódou 0,04 s postupujú v pravouhlej súradnicovej sústave x, y, z v smere osi x rýchlosťou veľkosti 300 m . s^{-1}. S akým fázovým rozdielom kmitajú dva body, ktoré majú súradnice (10 m, 3 m, 0), (16 m, 0, 0)?

247. Vlnenie s frekvenciou 725 Hz sa šíri vo vode fázovou rýchlosťou veľkosti 1 450 m . s^{-1}. Aká je najmenšia vzájomná vzdialenosť (meraná v smere šírenia vlnenia) takých dvoch bodov, ktoré kmitajú s opačnými fázami?

248. Dva body na priamke, pozdĺž ktorej sa šíri vlnenie, majú vzájomnú vzdialenosť 25 mm a kmitajú s fázovým rozdielom $\frac{\pi}{6}$. Určte vlnovú dĺžku vlnenia.

Riešenie

$x = 0{,}025\ \mathrm{m}$, $\varphi = \frac{\pi}{6}$; $\lambda = ?$

Kmity bodov možno opísať rovnicami

$$y_1 = y_\mathrm{m} \sin \omega t;\ y_2 = y_\mathrm{m} \sin \omega\left(t - \frac{x}{v}\right) = y_\mathrm{m} \sin\left(\omega t - \frac{\omega x}{v}\right)$$

kde v je veľkosť fázovej rýchlosti vlnenia a $\varphi = \omega \frac{x}{v}$ je fázový rozdiel oboch vlnení. Platí teda

$$\varphi = \frac{\omega x}{v} = \frac{2\pi x}{vT} = \frac{2\pi x}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{2\pi x}{\varphi}$$

$$\lambda = \frac{2\pi \,.\, 0{,}025}{\frac{\pi}{6}}\ \mathrm{m} = 0{,}3\ \mathrm{m}$$

Vlnenie má vlnovú dĺžku 0,3 m.

249. Aký je rozdiel fáz kmitavých pohybov bodov, ktoré pri stojatom vlnení kmitajú:
a) medzi dvoma susednými uzlami,
b) na navzájom opačných stranách uzla vo vzdialenosti menšej, ako je polovica vlnovej dĺžky od uzla?

250. Spodný koncový bod pružného lana, zaveseného na balkóne výškovej budovy, rozkmitáme rukou. Meraním sme zistili hodnoty 1,2 s pre periódu, 20 cm pre amplitúdu a 15 $\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$ pre veľkosť rýchlosti priečneho vlnenia. Určte veľkosť okamžitej výchylky bodu lana vo výške 45 m, v čase 4,0 s.

251. Pozdĺž priamky postupuje vlnenie s periódou 0,25 rýchlosťou 68 $\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$. V čase 10 s po začiatku kmitania zdroja vlnenia má bod ležiaci vo vzdialenosti 43 m od zdroja okamžitú výchylku 3,0 cm. Aká je v tomto čase okamžitá výchylka bodu, ktorý leží vo vzdialenosti 45 m od zdroja? Aký je fázový rozdiel kmitavých pohybov obidvoch bodov?

252. Vlnenie s periódou T a s vlnovou dĺžkou λ sa šíri zo zdroja pozdĺž priamky. V čase 0,50 T má bod, ktorý leží na priamke vo vzdialenosti $\frac{\lambda}{3}$ od zdroja, okamžitú výchylku 5,0 cm. Určte amplitúdu vlnenia.

253. Zdroj vlnenia koná netlmené kmity, ktoré možno opísať rovnicou $\{y\} = 0{,}05 \sin 500\pi\{t\}$, ak dĺžku vyjadrujeme v metroch a čas v sekundách. Vlnenie sa šíri zo zdroja v smere priamky rýchlosťou, ktorá má veľkosť $300 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Akú okamžitú výchylku má bod vo vzdialenosti 60 cm od zdroja v čase 0,01 s od začiatku kmitania zdroja?

254. Pozdĺž pružného lana sa šíri priečne vlnenie s frekvenciou 3,0 Hz fázovou rýchlosťou veľkosti $2{,}4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. S akým fázovým rozdielom kmitajú dva body lana, ktoré ležia vo vzájomnej vzdialenosti 20 cm?

255. Dva zdroje vlnenia v bodoch S_1, S_2 so vzájomnou vzdialenosťou d kmitajú synchrónne, každý podľa rovnice $y = y_0 \sin \omega t$. Určte rovnicu, ktorá opisuje kmity bodu ležiaceho vo vzdialenosti x od druhého zdroja na priamke S_1S_2 za bodom S_2.

256. Určte vlnovú dĺžku stojatého vlnenia, ak vzdialenosť medzi prvým a tretím uzlom je 0,20 m.

257. Určte vlnovú dĺžku stojatého vlnenia rozloženého na priamke, ak susediace kmitne ležia vo vzájomnej vzdialenosti 20 cm.

258. Interferenciou dvoch vlnení s periódou $21 \cdot 10^{-4}$ s vzniká stojaté vlnenie. Vzájomná vzdialenosť susedných uzlov je 1,5 m. Akou veľkou rýchlosťou sa šíri postupné vlnenie?

259. Dva zdroje priečnych vlnení kmitajú s periódou $1{,}0 \cdot 10^{-1}$ s a s rovnakými fázami. Vlnenia, ktoré sa zo zdrojov šíria rýchlosťou veľkosti $1\,000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ v smere jednej priamky, spolu interferujú. Určte dráhový rozdiel obidvoch vlnení v bodoch, v ktorých má nastať:

a) interferenčné maximum,

b) interferenčné minimum.

260. Interferenciou dvoch postupných, opačnými smermi postupujúcich vlnení, s rovnakými frekvenciami 475 Hz a s rovnakými amplitúdami, vzniká stojaté vlnenie. Vzájomná vzdialenosť uzlov je 1,5 m. Určte veľkosť rýchlosti postupného vlnenia v danom prostredí.

261. Medzi dvoma rovnakými zdrojmi zvuku, ktoré vydávajú tóny s frekvenciami 435 Hz, pohybuje sa pozorovateľ po ich vzájomnej spojnici rýchlosťou veľkosti 0,34 m . s^{-1}. Rýchlosť zvuku vo vzduchu má veľkosť 340 m . s^{-1}. Akú frekvenciu majú rázy, ktoré vníma pozorovateľ?

Riešenie

$f_0 = 435$ Hz, $u = 0{,}34$ m . s^{-1}, $v = 340$ m . s^{-1}; $f' = ?$

Pozorovateľ prijíma súčasne tóny s frekvenciami

$$f_1 = f_0 \frac{v-u}{v}; \quad f_2 = f_0 \frac{v+u}{v}$$

Vznikajúce rázy majú frekvenciu

$$f' = f_2 - f_1 = f_0\left(\frac{v+u}{v} - \frac{v-u}{v}\right) = \frac{2u}{v} f_0$$

$$f' = \frac{2 \,.\, 0{,}34}{340}\, 435 \text{ Hz} = 0{,}87 \text{ Hz}$$

Pozorovateľ počuje rázy s frekvenciou 0,87 Hz.

262. Tón píšťaly rušňa, ktorý sa pohybuje rýchlosťou veľkosti 20 m . s^{-1}, má frekvenciu 576 Hz. Akú absolútnu výšku má tón, ktorý počuje pozorovateľ stojaci pri trati?

263. Zdroj zvuku vysiela tón s absolútnou výškou 500 Hz a pohybuje sa smerom k pozorovateľovi rýchlosťou veľkosti 5,0 m . s^{-1}. Zvuk sa šíri rýchlosťou veľkosti 340 m . s^{-1}. Akou veľkou rýchlosťou sa pohybuje pozorovateľ, ktorý počuje tón s absolútnou výškou 522 Hz?

264. Dve ladičky s rovnakými frekvenciami 435 Hz sú umiestnené v protiľahlých rohoch miestnosti. Akou veľkou rýchlosťou by sa mal pohybovať pozorovateľ po ich spojnici, aby počul rázy s frekvenciou 2 Hz?

265. Pozorovateľ a zdroj zvuku sa navzájom k sebe približujú tak, že sa pohybujú rovnomerne po tej istej priamke. Zdroj sa pohybuje rýchlosťou veľkosti $5{,}00\ \mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, pozorovateľ rýchlosťou veľkosti $10{,}0\ \mathrm{m\,.\,s^{-1}}$. Zvuk, ktorý počuje pozorovateľ, má absolútnu výšku 522 Hz. Teplota vzduchu je 13,0 °C. Určte frekvenciu tónu vydávaného zdrojom zvuku.

266. Siréna rušňa vydáva tón s frekvenciou 400 Hz. Aký tón počuje pozorovateľ, ku ktorému sa rušeň najprv približuje a od ktorého sa potom vzďaľuje rýchlosťou veľkosti $72{,}0\ \mathrm{km\,.\,h^{-1}}$? Rýchlosť zvuku vo vzduchu je $340\ \mathrm{m\,.\,s^{-1}}$.

267. Zvuk sa šíri v kove s hustotou $8{,}6\,.\,10^3\ \mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$ ako pozdĺžne vlnenie rýchlosťou veľkosti $4\,750\ \mathrm{m\,.\,s^{-1}}$. Určte modul pružnosti v ťahu pre kov.

Riešenie

$\varrho = 8{,}6\,.\,10^3\ \mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$, $v = 4\,750\ \mathrm{m\,.\,s^{-1}}$; $E = ?$

$$v = \sqrt{\frac{E}{\varrho}}$$

$$E = \varrho v^2$$

$$E = 8{,}6\,.\,10^3\,.\,4\,750^2\ \mathrm{Pa} = 1{,}9\,.\,10^{11}\ \mathrm{Pa}$$

Modul pružnosti v ťahu kovu má hodnotu $1{,}9\,.\,10^{11}$ Pa.

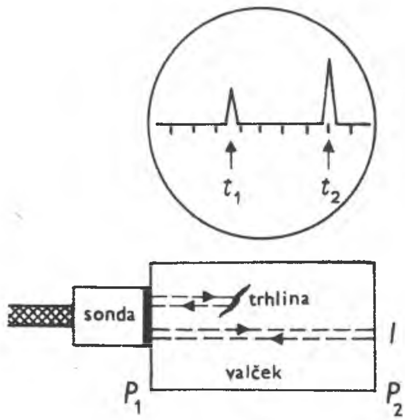
268. V oceli s hustotou $7{,}8\,.\,10^3\ \mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$ by zvukový signál prešiel za čas 30 s dráhu 153 km. Určte modul pružnosti v ťahu pre oceľ.

269. Rovná oceľová homogénna tyč, v strede upevnená, má kruhový priečny rez s polomerom 5,0 mm a dĺžkou 1,0 m. Keď ju uvádzame do pozdĺžneho chvenia, zistíme, že najmenšia frekvencia, pri ktorej jej koncové body kmitajú s maximálnou amplitúdou, je 2,75 kHz. Vypočítajte veľkosť rýchlosti pozdĺžneho vlnenia v tyči.

270. Ak skrátime dĺžku struny pri nezmenenej napínajúcej sile o 0,10 m, zmení sa jej pôvodná základná frekvencia 1,5-krát. Určte pôvodnú dĺžku struny.

271. Pozorovateľ, ktorý stojí vo vzdialenosti 4 000 m od strelca, zistí, že medzi zábleskom a zvukovým vnemom pri výstrele uplynie čas 12,0 s. Určte veľkosť rýchlosti zvuku vo vzduchu.

***272.** Veľkosť rýchlosti ultrazvuku v oceľovom valčeku je 5 200 m . s^{-1}. Kvalita valčeka sa skúma ultrazvukovým defektoskopom. Ultrazvuk zo sondy defektoskopu, priloženej na podstavu P_1 valčeka, postupuje v smere jeho osi a odráža sa jednak na trhline (defekte) a na druhej podstave P_2 valčeka. Po odraze sa opäť vracia na sondu. Na obrazovke defektoskopu sa na časovej osi zobrazia dve maximá zodpovedajúce časom medzi vyslaním signálu sondou a jeho opätovným prijatím po odraze. Určte vzdialenosť trhliny od podstavy P_2, ak $t_2 - t_1 = 1{,}0 \,.\, 10^{-5}$ s (obr. 7-1).



Obr. 7-1

273. Turista, ktorý stojí na okraji priepasti, počuje zvuk vzbudený dopadom kameňa na jej dno po uplynutí času 4,0 s od začiatku pádu kameňa. Veľkosť rýchlosti zvuku vo vzduchu je 330 m . s^{-1}. Aká je hĺbka priepasti?

Riešenie

$t = 4{,}0$ s, $v = 330$ m . s^{-1}; $h = ?$

Celkový čas t vyjadríme ako súčet $t = t_1 + t_2$ času voľného pádu kameňa (t_1) po dráhe h a času (t_2), za ktorý zvuk dospeje k turistovi od dna priepasti po dráhe h. Dráhu h možno vyjadriť vzťahmi

$$h = \frac{1}{2} g t_1^2; \; h = v t_2$$

Pre časy t_1, t_2 platí

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}};\ t_2 = \frac{h}{v};\ t = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v}$$

Z posledného vzťahu vychádza kvadratická rovnica pre hĺbku h

$$\frac{h^2}{v^2} - \left(\frac{2t}{v} + \frac{2}{g}\right)h + t^2 = 0$$

Po dosadení číselných hodnôt veličín ($\{h\}$ je číselná hodnota hĺbky h) vychádza kvadratická rovnica pre premennú $\{h\}$

$$\{h\}^2 - 24\,864\,\{h\} + 1\,742\,400 = 0$$

$$\{h\}_{1,2} = \frac{24\,864 \pm 24\,723}{2} = \left|\begin{matrix}(1)\ 24\,793\\(2)\ 70\end{matrix}\right.$$

Z vypočítaných koreňov má reálny význam len druhý (70). Priepasť je hlboká 70 m.

274. Netopier sa pohybuje smerom k prekážke konštantnou rýchlosťou veľkosti 10,0 m . s^{-1}. Zvukový signál, ktorý vyslal smerom dopredu, sa po odraze vráti k netopierovi za čas 0,15 s od vyslania. Teplota vzduchu je 26 °C. Koľko času netopierovi ostáva, aby sa prekážke vyhol?

275. Ponorka sa pohybuje pod hladinou mora konštantnou rýchlosťou veľkosti 18 km . h^{-1}. Zvukový signál, ktorý vyslala smerom dopredu, šíri sa vo vode rýchlosťou veľkosti 1 400 m . s^{-1} a po odraze od prekážky sa k ponorke vráti. Od vyslania signálu až po jeho prijatie po odraze uplynie čas 50 ms. Na zmenu smeru ponorky je potrebný čas 5,0 s. Narazí ponorka na prekážku?

276. Veľkosť konštantnej rýchlosti motorového člna je 36 km . h^{-1}. Čln nechává za sebou stopu (brázdu) v tvare písmena V, ktorého vrchol leží na prednej časti člna (obr. 7-2) a ramená sú vlnoplochy vlnenia postupujúceho po vodnej hladine. Vlnoplochy zvierajú uhol 90°. Určte rýchlosť, ktorou vlnoplochy postupujú po povrchu vody.

Riešenie

$u = 36\ \mathrm{km \,.\, h^{-1}} = 10\ \mathrm{m \,.\, s^{-1}}$, $\alpha = 90°$; $v = ?$

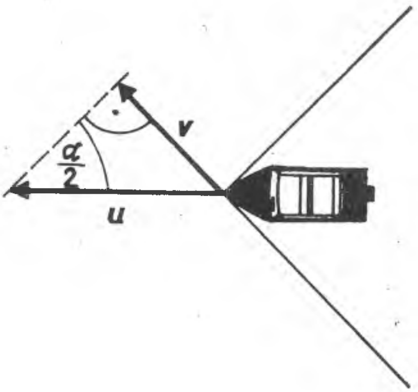
Z rozboru situácie znázornenej na obr. 7-2 vyplýva, že uhol α zovretý vlnoplochami závisí od pomeru veľkostí rýchlostí u, v

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{v}{u}$$

$$v = u \sin\frac{\alpha}{2}$$

$$v = 10 \sin 45°\ \mathrm{m \,.\, s^{-1}} = 10 \frac{\sqrt{2}}{2}\ \mathrm{m \,.\, s^{-1}} = 7{,}1\ \mathrm{m \,.\, s^{-1}}$$

Vlnoplochy postupujú po povrchu vody rýchlosťou veľkosti $7{,}1\ \mathrm{m \,.\, s^{-1}}$.



Obr. 7-2

277. Lietadlo sa pri vodorovnom lete vo výške 1,5 km pohybuje po priamke konštantnou rýchlosťou. Od preletu lietadla nad pozorovateľom až do času, v ktorom pozorovateľ počuje jeho zvuk, uplynie čas 3,0 s. Teplota vzduchu je 13 °C. Aká je veľkosť rýchlosti lietadla? Aký zvuk bude počuť pozorovateľ?

8. ELEKTROMAGNETICKÉ VLNENIE

V okolí elektromagnetického oscilátora vzniká premenné elektromagnetické pole, v ktorom sa energia prenáša postupným elektromagnetickým vlnením s vlnovou dĺžkou

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

kde $c \doteq 3 \cdot 10^8 \mathrm{~m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$ je rýchlosť elektromagnetického vlnenia vo vákuu a f je frekvencia kmitania oscilátora.

Medzi vodičmi dvojvodičového vedenia, ktoré je pripojené na zdroj striedavého napätia $u = U_\mathrm{m} \sin \omega t$, je vo vzdialenosti x od zdroja napätie určené rovnicou

$$u = U_\mathrm{m} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Medzi vodičmi vzniká postupné elektromagnetické vlnenie. Ak sa na konci vedenia toto vlnenie odráža, vzniká stojaté elektromagnetické vlnenie. Ak je vedenie na konci otvorené (vedenie naprázdno; $R \to \infty$), platí pre stojatú vlnu napätia medzi vodičmi rovnica

$$u = 2U_\mathrm{m} \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \sin \omega t = U_0 \sin \omega t$$

Veličina $U_0 = 2U_\mathrm{m} \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}$ je amplitúda napätia v stojatej vlne. V kmitni $U_0 = 2U_\mathrm{m}$.

Do priestoru sa elektromagnetické vlnenie vyžaruje elektromagnetickým dipólom. V najjednoduchšom prípade je to polvlnový dipól s dĺžkou

$$l = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f}$$

Elektromagnetické vlnenie vyžiarené dipólom sa na prekážkach odráža. Ak priame a odrazené vlnenia spolu interferujú, vzniká znovu stojaté elektromagnetické vlnenie.

V prostredí s relatívnou permitivitou ε_r a relatívnou permeabilitou μ_r je rýchlosť elektromagnetického vlnenia

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}}$$

Úlohy

278. Rádiokomunikačné pásmo VKV (OIRT) má frekvenčný rozsah 66 MHz až 73 MHz. Určte najväčšiu a najmenšiu vlnovú dĺžku elektromagnetického vlnenia v tomto pásme.

279. Podľa medzinárodnej dohody vysielajú lode núdzové volanie SOS na vlnovej dĺžke 600 m. Určte frekvenciu tohto elektromagnetického vlnenia.

280. Televízny vysielač v I. televíznom pásme pracuje s frekvenciou 50 MHz. Určte dĺžku polvlnového dipólu pre príjem tohto vysielania.

281. Anténový dipól na príjem televízneho vysielania má dĺžku 0,90 m. Pre akú frekvenciu televízneho vysielania je určený?

282. Oscilačný obvod prijímača je naladený na príjem vysielania prenášaného elektromagnetickým vlnením s vlnovou dĺžkou 5,0 m. Určte indukčnosť cievky oscilačného obvodu, ak jeho kapacita je 20 pF.

Riešenie

$\lambda = 5{,}0$ m, $C = 20$ pF; $L = ?$

Oscilačný obvod je naladený na rezonančnú frekvenciu

$$f_0 = \frac{c}{\lambda} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Odtiaľ

$$L = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 C c^2} = 3{,}5 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{H}$$

Cievka oscilačného obvodu má indukčnosť 0,35 μH.

283. Na akú vlnovú dĺžku je naladený oscilačný obvod prijímača, ktorý je zložený z cievky s indukčnosťou 2,0 mH a platňového kondenzátora? Platne kondenzátora majú vzájomnú vzdialenosť 1,0 cm, obsah plochy platní je 800 cm^2 a relatívna permitivita dielektrika medzi platňami je 11.

284. Určte kapacitu kondenzátora oscilačného obvodu, ktorého cievka má indukčnosť 50 μH, ak je obvod naladený na príjem elektromagnetického vlnenia s vlnovou dĺžkou 300 m.

285. Oscilačný obvod oscilátora vysielača sa skladá z cievky s indukčnosťou 50 μH a kondenzátora, ktorého kapacitu možno meniť od 60 pF do 240 pF. Určte interval vlnových dĺžok elektromagnetického vlnenia, v ktorom pracuje vysielač.

286. Rozhlasový prijímač ladíme najčastejšie zmenou obsahu plochy medzi rotorom a statorom ladiaceho kondenzátora. Ako sa zmení obsah tejto plochy pri preladení prijímača na signál vysielača, ktorý vysiela elektromagnetické vlnenie s väčšou vlnovou dĺžkou?

287. Kapacita ladiaceho kondenzátora prijímača sa mení v rozsahu od C_1 do $C_2 = 9C_1$. Určte rozsah vlnových dĺžok, na príjem ktorých možno rozhlasový prijímač naladiť, ak pri kapacite C_1 kmitá oscilačný obvod prijímača s frekvenciou 100 MHz.

288. Veľmi dlhé dvojvodičové vedenie je pripojené na zdroj striedavého napätia s amplitúdou 1,0 V a frekvenciou 75 MHz. Určte napätie medzi vodičmi vo vzdialenosti 5,5 m od zdroja v okamihu, keď napätie zdroja je nulové.

Riešenie

$U_m = 1{,}0$ V, $f = 75$ MHz, $x = 5{,}5$ m; $u = ?$

Vedením sa šíri postupná elektromagnetická vlna s vlnovou dĺžkou

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{7{,}5 \cdot 10^7}\ \mathrm{m} = 4\ \mathrm{m}$$

Ak v začiatočnom okamihu ($t = 0$) je napätie zdroja nulové, je medzi vodičmi vo vzdialenosti x od zdroja okamžité napätie

$$u_1 = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = 1 \sin 2\pi \left(-\frac{5{,}5}{4}\right) \mathrm{V} =$$

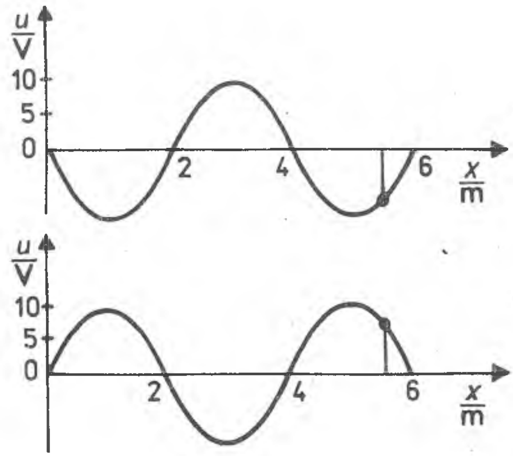
$$= -1 \sin 2{,}75\pi\ \mathrm{V} \doteq -0{,}71\ \mathrm{V}$$

Napätie zdroja však má nulovú hodnotu aj v okamihu $t = \dfrac{T}{2}$.

V tomto okamihu je v uvažovanej vzdialenosti od zdroja napätie

$$u_2 = 1 \sin 2\pi \left(0{,}5 - \frac{5{,}5}{4}\right) \mathrm{V} = -1 \sin 1{,}75\pi\ \mathrm{V} \doteq 0{,}71\ \mathrm{V}$$

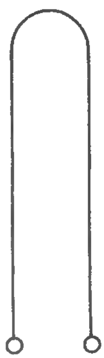
Vo vzdialenosti x od zdroja elektromagnetického vlnenia je medzi vodičmi napätie $-7{,}1$ V alebo $+7{,}1$ V. Obidva prípady sú znázornené na obr. 8-1. Hodnoty napätia s periódou T sa opakujú.



Obr. 8-1

289. Veľmi dlhé dvojvodičové vedenie je pripojené na zdroj striedavého napätia s amplitúdou 2,0 V a frekvenciou 150 MHz. Určte vzdialenosť od zdroja, v ktorej napätie medzi vodičmi je 1,0 V, ak v danom okamihu je napätie zdroja 2,0 V.

290. Prečo vodič tvaru slučky (obr. 8-2), pripojený na zdroj vysokofrekvenčného napätia, nevyžaruje elektromagnetické vlnenie?



Obr. 8-2

*** 291.** Dvojvodičovým vedením naprázdno prechádza striedavý prúd, pre ktorý platí

$$i_1 = I_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$$

kde x je vzdialenosť od konca vedenia. Na konci vedenia nastáva odraz s opačnou fázou a pre prúd v odrazenej vlne platí

$$i_2 = -I_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Odvoďte vzťah pre stojatú vlnu prúdu a výsledok porovnajte so vzťahom pre stojatú vlnu napätia. Určte, v akej vzdialenosti od konca vedenia má prúd kmitne a uzly.

*** 292.** V úlohe 288 sa rieši prípad stojatého elektromagnetického vlnenia vo vedení naprázdno. Aký priebeh bude mať stojaté elektromagnetické vlnenie vo vedení, ktoré má konce vodivo spojené (vedenie nakrátko; $R = 0$)? Odvoďte vzťah pre napätie a prúd vo vedení.

*** 293.** Dvojvodičové vedenie naprázdno má dĺžku 12 m. Určte, koľkokrát menšie sú amplitúdy napätia a prúdu v stojatej vlne vo vzdialenosti 5,0 m od konca vedenia vzhľadom na amplitúdu napätia a prúdu v miestach, v ktorých sú kmitne. Riešte pre základnú frekvenciu vedenia $\left(\text{dĺžka } l = \frac{\lambda}{2}\right)$. Využite riešenie úlohy 288.

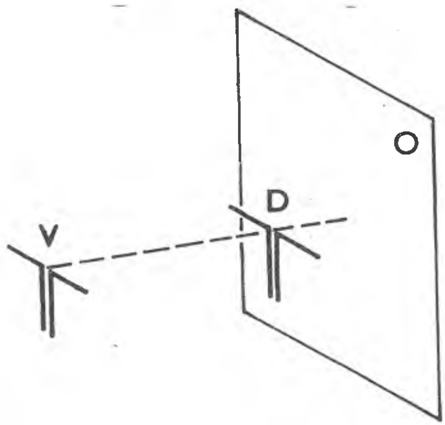
***294.** Ako sa zmenia výsledky predchádzajúcej úlohy pri vedení nakrátko? Riešte opäť pre základnú frekvenciu vedenia $\left(\text{dĺžka } l = \frac{\lambda}{4}\right)$.

***295.** Dvojvodičové vedenie naprázdno je pripojené na zdroj vysokofrekvenčného napätia s frekvenciou 400 MHz. Akú dĺžku musí mať vedenie, aby na ňom vznikli štyri uzly napätia (v mieste, v ktorom je pripojený zdroj, je kmitňa napätia)?

296. Ak umiestime pred dipól vysielača kovovú platňu, vznikne stojaté vlnenie, ktorého susedné kmitne majú vzájomnú vzdialenosť 15 cm. Určte frekvenciu vysielača.

297. Elektromagnetické vlnenie s frekvenciou 375 MHz dopadá kolmo na odrazovú plochu a v priestore pred odrazovou plochou vzniká stojaté vlnenie. V akej vzdialenosti od odrazovej plochy musíme umiestiť prijímací dipól, aby sa dipól rozkmital s maximálnou amplitúdou? V mieste dopadu elektromagnetického vlnenia má stojatá vlna uzol.

298. Pokusný vysielač V vyžaruje elektromagnetické vlnenie s frekvenciou 428 MHz. Vo vzdialenosti 3,7 m od dipólu vysielača je umiestená odrazová plocha O (obr. 8-3). Pozdĺž spojnice odrazo-



Obr. 8-3

vej plochy a dipólu vysielača premiesťujeme dipól D prijímača. Koľkokrát sa pri premiesťovaní signál zosilní a opäť zoslabí?

299. Prečo sa pri rádiolokácii elektromagnetické vlny vysielajú v krátkych impulzoch, a nie nepretržite?

300. Rádiolokátor vysiela 2 000 impulzov za sekundu. Do akej vzdialenosti možno týmto rádiolokátorom zisťovať sledované objekty?

301. Určte najväčšiu vzdialenosť, do ktorej možno zisťovať sledované objekty rádiolokátorom, ak stopa elektrónového lúča na obrazovke rádiolokátora sa pohybuje s periódou 4 ms.

302. Nakreslite do zošita stupnicu vzdialeností pre obrazovku rádiolokátora s priemerom 20 cm, ak sa stopa na obrazovke pohybuje s periódou 4 ms.

303. V akej vzdialenosti od antény rádiolokátora je sledovaný objekt, ak sa odrazený signál vrátil za 200 μs? Určte maximálnu frekvenciu impulzov rádiolokátora.

Riešenie

$t = 2 \, . \, 10^{-4}$ s; $s = ?$, $f = ?$

Vzdialenosť sledovaného objektu

$$s = \frac{t}{2} c = \frac{2 \, . \, 10^{-4}}{2} \, . \, 3 \, . \, 10^{8} \text{ m} = 3 \, . \, 10^{4} \text{ m}$$

Frekvencia impulzov rádiolokátora môže byť maximálne taká, aby sa signál vrátil práve v okamihu, keď sa vyšle nový impulz. To znamená, že

$$f = \frac{1}{t} = \frac{1}{2 \, . \, 10^{-4}} \text{ Hz} = 5 \, . \, 10^{3} \text{ Hz}$$

Sledovaný objekt je vo vzdialenosti 30 km a maximálna frekvencia impulzov rádiolokátora je 5 kHz.

304. Rádiolokátor vysiela za sekundu 5 000 impulzov elektromagnetického vlnenia s vlnovou dĺžkou 20 cm. Každý impulz tvorí 60 kmitov oscilátora. Určte najväčšiu vzdialenosť, do ktorej možno rádiolokátorom sledovať objekty. Určte čas trvania jedného impulzu.

305. Elektromagnetický dipól na príjem vysielania vo vzduchu má dĺžku 180 cm. Určte jeho dĺžku na príjem elektromagnetického vlnenia s rovnakou frekvenciou vo vode (relatívna permitivita vody je 81, relatívna permeabilita vody je 1).

306. Elektromagnetické vlnenie s vlnovou dĺžkou 90 cm prechádza zo vzduchu do prostredia, v ktorom sa šíri rýchlosťou $2{,}4 \cdot 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Určte dĺžku dipólu na príjem vlnenia v tomto prostredí.

307. Určte základnú frekvenciu stojatého elektromagnetického vlnenia v dvojvodičovom vedení naprázdno dĺžky 1,5 m, ktoré je ponorené do petroleja (relatívna permitivita petroleja je 2,0 a relatívna permeabilita je 1,0).

*** 308.** Koaxiálny kábel je tvorený vodičom, ktorý prechádza stredom vodivého valca. Ak sa priestor medzi vodičom a valcom vyplní dielektrikom, zníži sa rýchlosť elektromagnetického vlnenia prenášaného káblom o 20 %. Určte relatívnu permitivitu dielektrika.

4. ročník

1. OPTIKA

Optika je náuka o svetle. Vo vákuu a v rovnorodom prostredí sa svetlo šíri priamočiaro. Veľkosť rýchlosti svetla vo vákuu $c = 299\,792\,458 \text{ m} \,.\, \text{s}^{-1}$, v iných prostrediach závisí rýchlosť svetla v od vlastností prostredia a od frekvencie svetla, pričom platí $v < c$ (veľkosť rýchlosti svetla vo vzduchu je približne $3 \,.\, 10^8 \text{ m} \,.\, \text{s}^{-1}$).

Na rozhraní dvoch optických prostredí, napr. vzduch — voda, nastáva odraz a lom svetla. Časť svetla sa pohltí v prostrediach. Pri odraze svetla odrazený lúč zostáva v rovine dopadu a uhol odrazu α' rovná sa uhlu dopadu α; $\alpha' = \alpha$ (zákon odrazu). Uhol dopadu α (odrazu α') je uhol, ktorý zviera dopadajúci (odrazený) lúč s kolmicou dopadu, vztýčenou v mieste dopadu svetelného lúča na rozhranie dvoch optických prostredí. Rovina dopadu je určená dopadajúcim lúčom a kolmicou dopadu.

Pri lome svetla lomený lúč prechádza optickým rozhraním do iného optického prostredia. Lomený lúč zostáva v rovine dopadu a pre pomer uhla dopadu svetla α a uhla lomu β platí vzťah $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \text{konšt.}$ (zákon lomu). Absolútny index lomu n (index lomu) udáva, koľkokrát je rýchlosť svetla v v látke menšia ako rýchlosť svetla c vo vákuu: $n = \dfrac{c}{v}$. Index lomu je veličina s rozmerom 1. Index lomu vákua $n_{\text{vákuum}} = 1$, index lomu vzduchu $n_{\text{vzduch}} = 1{,}000\,292 \doteq \dfrac{c}{v}$. Keď svetlo prechádza z prostredia 1 s indexom lomu n_1 do prostredia 2 s indexom lomu n_2, môžeme zákon lomu svetla vyjadriť v tvare

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}, \text{ alebo } n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$$

Keď svetelný lúč dopadá na optické rozhranie kolmo, uhol dopadu $\alpha = 0$, potom aj uhol lomu $\beta = 0$ a lúč postupuje v tom istom smere, v ktorom dopadol na rozhranie. Keď svetelný lúč dopadá na optické rozhranie šikmo, nastane lom ku kolmici ($n_2 > n_1$, svetelný lúč vstúpil do prostredia opticky hustejšieho). Pri lome svetla z prostredia opticky hustejšieho (napr. sklo) do prostredia opticky redšieho (napr. vzduch) nastáva lom od kolmice a platí $n_1 > n_2$, $\beta > \alpha$. Uhol dopadu α_m, pri ktorom uhol lomu $\beta = 90°$, nazýva sa medzný uhol. Keď uhol dopadu $\alpha > \alpha_m$, svetlo sa neláme do opticky redšieho prostredia, ale na rozhraní nastáva úplný odraz. Podľa zákona lomu platí $n_1 \sin \alpha_m = n_2 \sin 90°$, alebo ak opticky redším prostredím je vzduch ($n_2 = 1$), potom pre medzný uhol platí $\sin \alpha_m = \frac{1}{n_1}$. Na tomto princípe sú založené refraktometre, prístroje na meranie indexu lomu kvapalných a tuhých látok.

Úlohy

309. Človek vníma elektromagnetické žiarenie s vlnovými dĺžkami (vo vákuu) od 380 nm do 780 nm ako svetlo. Určte frekvencie prislúchajúce uvedeným vlnovým dĺžkam svetla.

310. Do oka človeka vniká elektromagnetické žiarenie s frekvenciou $9{,}50 \cdot 10^{14}$ Hz. Vníma človek toto žiarenie ako svetlo? Aká je jeho vlnová dĺžka vo vákuu?

311. Máme dve sklené platničky — červenú a zelenú. Cez ktorú z nich treba pozerať na nápis „fyzika", napísaný červenou tužkou, aby bol viditeľný? Odpoveď odôvodnite.

312. Svetlo prejde vo vákuu vzdialenosť rovnajúcu sa dĺžke rovníka Zeme za 0,134 s. Určte polomer Zeme.

313. Na obrázku (obr. 1-1) je schéma Michelsonovho pokusu na určenie rýchlosti svetla. Aký počet otáčok za sekundu musí urobiť zrkadlo v tvare osembokého hranola, aby bol zdroj svetla pozorovaný v ďalekohľade D? Svetelný lúč prejde dráhu približne 71 km.

314. Z projekčného zdroja vystupuje vo vodorovnom smere zväzok rovnobežných lúčov.

a) Pod akým uhlom k vodorovnej rovine treba umiestiť rovinné zrkadlo, aby po odraze zväzok lúčov postupoval v zvislej rovine?

b) Bude zväzok lúčov aj po odraze rovnobežný?

315. Lúč vystupujúci z bodového zdroja S sa odráža na rovinnom zrkadle a dopadá do bodu B. Dokážte, že keby pri odraze lúča na zrkadle nebol splnený zákon odrazu, dráha, ktorú prejde svetlo z bodu S do bodu B, by bola dlhšia.

316. Rovinné zrkadlo sa pootočí o uhol 27°. O aký uhol sa pootočí lúč odrazený od zrkadla?

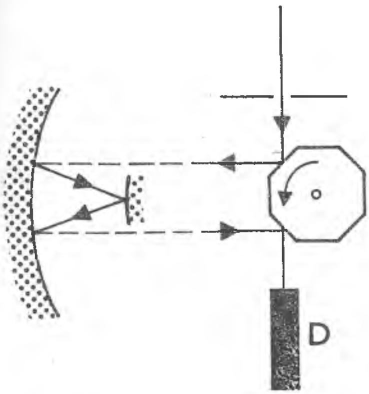
317. Na rovinné zrkadlo dopadá svetelný lúč pod uhlom dopadu 20°. Ako sa zmení uhol medzi dopadajúcim a odrazeným lúčom, ak lúč bude dopadať na zrkadlo pod uhlom dopadu 35°?

318. Rovinné zrkadlo sa pootočí okolo osi prechádzajúcej bodom dopadu lúča na zrkadlo, kolmo k rovine dopadu.

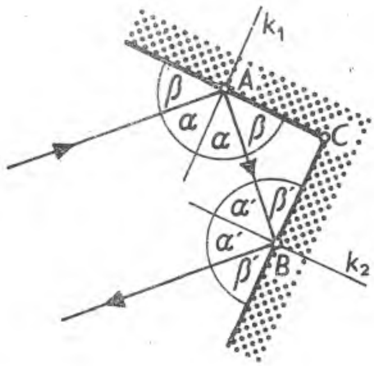
a) O aký uhol sa pootočilo zrkadlo, ak sa uhol odrazu zväčšil o 42°?

b) Ako sa zmenil uhol, ktorý zviera dopadajúci a odrazený lúč?

319. Dve rovinné zrkadlá sú umiestené tak, že tvoria pravouhlý klin (obr. 1-2). Dokážte, že po dvojnásobnom odraze svetelného lúča na oboch zrkadlách sú dopadajúci a odrazený lúč vždy vzájomne rovnobežné.



Obr. 1-1



Obr. 1-2

Riešenie

Podľa obrázka pre uhly, ktoré zviera dopadajúci a odrazený lúč na oboch zrkadlách, platia rovnice

$$2\alpha + 2\beta + 2\alpha' + 2\beta' = 360°$$

$$2\alpha + 2\alpha' + 2(\beta + \beta') = 360°$$

Pre ostré uhly β, β' pravouhlého trojuholníka ABC platí

$$\beta + \beta' = 90°$$

preto

$$2(\alpha + \alpha') = 180°$$

čo znamená, že dopadajúci a odrazený lúč sú navzájom rovnobežné.

320. Dve malé rovinné zrkadlá sú jedno od druhého i od zdroja svetla umiestené v rovnakých vzdialenostiach. Aký uhol zvierajú zrkadlá, ak lúč po dvoch odrazoch:
a) smeruje k zdroju,
b) vracia sa po tej istej trajektórii späť k zdroju?

321. Dve rovinné zrkadlá zvierajú uhol $\varphi < \pi$. Na prvé zrkadlo dopadá svetelný lúč v rovine dopadu pod uhlom dopadu α. Dokážte, že uhol γ, ktorý zviera lúč dopadajúci na prvé zrkadlo s lúčom odrazeným na druhom zrkadle, nezávisí od uhla dopadu α lúča. Načrtnite obrázok.

322. Zväzok rovnobežných lúčov dopadá pod uhlom 45° na nepravidelne zvlnenú odrazovú plochu. Ako bude postupovať zväzok lúčov po odraze? Načrtnite obrázok a uveďte príklady, kde by sa dal tento jav použiť v praxi.

323. Pre väčšie osvetlenie oka používa lekár zrkadlo v tvare zakrivenej odrazovej plochy nastavenej k oku. Cez otvor uprostred zrkadla lekár pozoruje oko. Načrtnite chod svetelných lúčov.

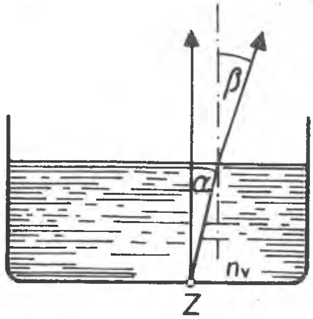
324. Určte index lomu n terpentínu a rýchlosť šírenia svetla v tomto prostredí, ak vieme, že pri dopade svetla zo vzduchu na rozhranie pod uhlom 45° je uhol lomu svetla 30°. Vysvetlite fyzikálny význam indexu lomu.

325. Určte relatívny index vody vzhľadom na diamant a sírouhlíka vzhľadom na ľad.

326. Relatívny index lomu prostredí sklo — voda je 1,182, glycerín — voda je 1,105. Aký je relatívny index lomu skla vzhľadom na glycerín?

327. Prečo sa hĺbka rieky javí pozorovateľovi na brehu značne menšia, ako je skutočná hĺbka? Načrtnite obrázok.

328. Bodový svetelný zdroj je umiestený na dne nádoby naplnenej vodou (obr. 1-3). Určte uhol lomu β lúča vystupujúceho nad hladinu, keď vo vode bol lúč odklonený od zvislého smeru o 5,0° (index lomu vody je 1,33).



Obr. 1-3

Riešenie

$\alpha = 5°$, $n_v = 1{,}33$; $\beta = ?$

Podľa zákona lomu platí

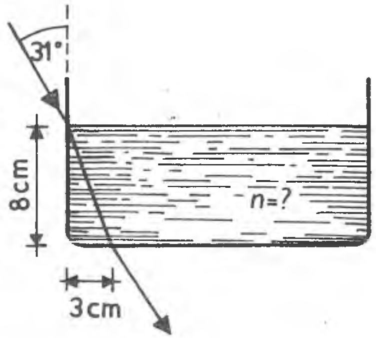
$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{1}{n_v}$$

$$\sin\beta = n_v \sin\alpha$$

$$\beta \doteq 8°40'$$

Lúč vystupuje nad hladinu vody odklonený od kolmice dopadu o 8°40′.

329. Zväzok svetelných lúčov dopadá na hladinu kvapaliny pri okraji nádoby podľa obrázka (obr. 1-4). Určte index lomu kvapaliny v nádobe.

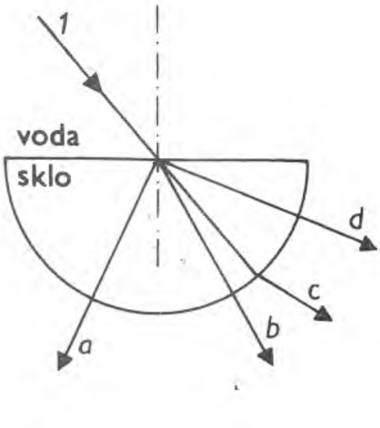


Obr. 1-4

330. Na dne potoka leží kamienok. Chlapec sa ho chce dotknúť palicou. Palicu drží vo vzduchu nad kamienkom pod uhlom 45°. V akej vzdialenosti od kamienka sa po ponorení do vody dotkne palica dna potoka? Hĺbka potoka je 32 cm.

331. V nádrži so sírouhlíkom v hĺbke 26 cm pod jeho hladinou je umiestený bodový zdroj svetla. Určte obsah kruhu na povrchu kvapaliny, ktorým môžu vystúpiť lúče zo zdroja do vzduchu. Index lomu sírouhlíka je 1,64.

332. Na sklený polvalec dopadá zväzok lúčov 1 (do stredu krivosti rovinnej plochy; obr. 1-5). Určte z lomených lúčov a—d na obrázku, ako postupuje zväzok lúčov 1 po lome na rozhraní prostredí.



Obr. 1-5

333. V kvapaline s indexom lomu 1,80 je umiestený bodový zdroj svetla. V akej najväčšej vzdialenosti h nad zdrojom treba umiestiť disk s priemerom 2,0 cm, aby svetlo nevystúpilo z kvapaliny do vzduchu?

334. Na vodorovnom dne vodojemu leží zrkadlo. V akej vzdialenosti l od miesta dopadu lúča na hladinu vody po odraze na zrkadle vystúpi tento lúč znovu na hladinu vody? Uhol dopadu lúča je 30°, index lomu vody je 1, 33, hĺbka h vodojemu je 1,2 m.

Riešenie

$\alpha = 30°$, $n = 1{,}33$, $h = 1{,}2$ m; $l = ?$

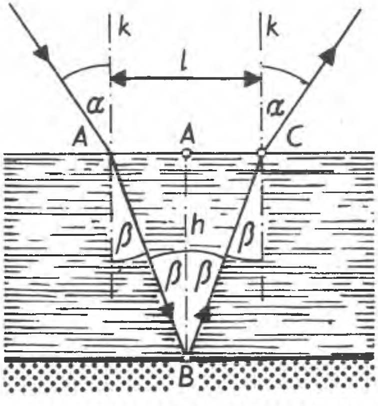
Z trojuholníka ABC podľa obrázka 1-6 platí

$$\mathrm{tg}\,\beta = \frac{l}{2h}$$

Zo zákona lomu $\sin\beta = \dfrac{\sin\alpha}{n}$, potom $\mathrm{tg}\,\beta = \dfrac{\sin\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$

$$l \doteq \frac{2h\sin\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} = 0{,}97 \text{ m}$$

Lúč vystúpi na hladinu vody vo vzdialenosti 0,97 m od miesta dopadu na hladinu, v rovine dopadu lúča.



Obr. 1-6

335. Na hladine jazera je plť kruhového tvaru polomeru 8,0 m, hĺbka je 2,0 m. Určte polomer plného tieňa plte na dne jazera pri osvetlení vody prirodzeným svetlom. $\left(\text{Index lomu vody je } \frac{4}{3}.\right)$

336. Lomený lúč zviera s odrazeným lúčom uhol 90°. Určte relatívny index lomu látky, keď sínus uhla dopadu lúča je 0,800.

337. Určte medzný uhol pri prechode svetla z diamantu do vody. Index lomu diamantu a vody vyhľadajte v MFChT.

338. Môže nastať úplný odraz pri prechode svetelného lúča z vody do skla? Odpoveď odôvodnite.

339. Určte medzný uhol pri dopade lúča na rozhranie korunové sklo--voda, korunové sklo-glycerín. Index lomu uvedených prostredí vyhľadajte v MFChT.

340. Svetelný lúč prechádza metylalkoholom a dopadá na rozhranie so vzduchom pod uhlom lomu 45°. Vystúpi lúč do vzduchu, alebo sa úplne odráža v metylalkohole? (Index lomu metylalkoholu je 1,329).

2. OPTICKÉ SÚSTAVY A OPTICKÉ ZOBRAZOVANIE

Optickými sústavami (napr. zrkadlo, šošovka, oko, mikroskop) sa utvárajú obrazy predmetov, ktoré možno pozorovať okom, alebo zachytiť na tienidle, filme. Obraz predmetu zostrojíme tak, že nájdeme obraz každého bodu predmetu.

Zrkadlá. Lúče odrazené na rovinnom zrkadle sú rozbiehavé, preto obraz utvorený rovinným zrkadlom je vždy neskutočný, priamy, rovnako veľký ako predmet a symetricky združený vzhľadom na rovinu zrkadla.

Pre guľové zrkadlá platí zobrazovacia rovnica

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{2}{r} = \frac{1}{f}$$

kde a je predmetová vzdialenosť, a' je obrazová vzdialenosť, r je polomer krivosti zrkadla a f je ohnisková vzdialenosť guľového zrkadla. Pri dosadzovaní hodnôt do zobrazovacej rovnice platí znamienková konvencia, podľa ktorej a, a', r, f majú pred zrkadlom kladnú hodnotu, za zrkadlom zápornú (napr. pre vypuklé zrkadlo $f < 0$, $r < 0$, keď $a' > 0$, obraz je skutočný, keď $a' < 0$, obraz je neskutočný). Pre priečne zväčšenie Z guľového zrkadla, ktoré udáva pomer výšky obrazu y' a výšky predmetu y, platí vzťah

$$Z = \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a} = -\frac{a'-f}{f} = -\frac{f}{a-f}$$

pričom výške predmetu (obrazu) nad osou prisudzujeme kladnú a pod osou zápornú hodnotu. Ak $Z < 0$, obraz je prevrátený, ak $Z > 0$, obraz je priamy. Pri $|Z| = 1$ obraz je rovnako veľký ako predmet, pri $|Z| > 1$ je zväčšený a pri $|Z| < 1$ je zmenšený. Obrazy vo vypuklom zrkadle sú vždy zmenšené, priame a neskutočné.

Šošovky. Šošovkami sa zobrazuje v dôsledku lomu svetla na dvoch optických rozhraniach. Ak sú pred a za šošovkou rovnaké prostredia, predmetová ohnisková vzdialenosť f a obrazová ohnisková vzdialenosť f' sú rovnaké, platí $f = f'$. Pre ohniskovú vzdialenosť (predmetovú a obrazovú) možno odvodiť vzťah

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

kde n_2 je index lomu šošovky, n_1 index lomu prostredia obklopujúceho šošovku (väčšinou vzduch, $n_1 = 1$), r_1 a r_2 sú polomery krivosti optických plôch šošovky. Znamienková konvencia: polomery krivosti r_1, r_2 sú kladné (záporné), keď sú príslušné guľové plochy vypuklé (duté). Pre spojky je ohnisková vzdialenosť kladná, pre rozptylky záporná. Prevrátená hodnota ohniskovej vzdialenosti šošovky je optická mohutnosť $\phi = \frac{1}{f}$. Jednotkou ohniskovej vzdialenosti je meter, jednotkou optickej mohutnosti je dioptria D. Dioptria je optická mohutnosť šošovky s ohniskovou vzdialenosťou 1 m. Pre spojky je optická mohutnosť kladná, pre rozptylky záporná.

Zobrazovacia rovnica šošovky je

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$$

kde a je predmetová vzdialenosť, a' obrazová vzdialenosť. Pri dosadzovaní hodnôt do rovnice sa riadime znamienkovou konvenciou: hodnota a je kladná pred šošovkou (vľavo), záporná za šošovkou (vpravo), hodnota a' je kladná za šošovkou, záporná pred šošovkou. Keď a' je kladné, obraz je skutočný, keď a' je záporné, obraz je neskutočný. Pre priečne zväčšenie šošovky platí

$$Z = \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a} = -\frac{a' - f}{f} = -\frac{f}{a - f}$$

Optické prístroje. Lupa a mikroskop zväčšujú zorný uhol malých blízkych predmetov. Zorný uhol je určený vzťahom $\operatorname{tg} \tau = \frac{y}{d}$, kde d je konvenčná zraková vzdialenosť, $d = 25$ cm. Lupa je spojná šošovka alebo sústava šošoviek s ohniskovou vzdialenosťou $f < d$. Pre uhlové zväčšenie lupy platí

$$\gamma = \frac{\tau'}{\tau} \doteq \frac{\operatorname{tg}\tau'}{\operatorname{tg}\tau} \doteq \frac{d}{a}$$

Obraz utvorený lupou je neskutočný, zväčšený a priamy.

Mikroskop je centrovaná optická sústava zložená z objektívu (s malou ohniskovou vzdialenosťou f_1) a okulára (s väčšou ohniskovou vzdialenosťou f_2). Pre uhlové zväčšenie mikroskopu platí

$$\gamma \doteq \frac{\Delta}{f_1}\,\frac{d}{f_2} = Z\gamma_2$$

kde Δ je optický interval mikroskopu, $\frac{\Delta}{f_1} = Z$ je priečne zväčšenie objektívu a $\frac{d}{f_2} = \gamma_2$ uhlové zväčšenie okulára. Najväčšie zväčšenie optického mikroskopu je asi 2 000.

Keplerov (hvezdársky) ďalekohľad tvoria dve spojné optické sústavy. Ohnisková vzdialenosť objektívu f_1 je omnoho väčšia ako okulára f_2. Objektív a okulár sú vo vzájomnej vzdialenosti $f_1 + f_2$; takáto sústava sa nazýva afokálna (teleskopická). Pre uhlové zväčšenie Keplerovho ďalekohľadu platí $\gamma \doteq \frac{f_1}{f_2}$.

V Galileiho (pozemskom) ďalekohľade je objektívom spojná sústava, okulárom rozptylná sústava. Galileiho ďalekohľad tvorí tiež teleskopickú sústavu. Pre uhlové zväčšenie platí vzťah

$$\gamma \doteq \frac{f_1}{f_2}$$

Úlohy

341. Načrtnite obraz svojho mena v rovinnom zrkadle, keď je zrkadlo umiestené: a) vodorovne pod menom, b) zvisle vpravo od mena.

342. Možno osvetliť ručnou lampou obraz knihy v zrkadle, keď za zrkadlom nie je skutočný obraz? Odpoveď odôvodnite nákresom.

343. Načrtnite obrazy vtáka, ktorý letí nad jazerom a je postupne v troch rôznych vzdialenostiach od hladiny jazera. Majú obrazy utvorené odrazom svetla na hladine jazera rovnaké vlastnosti?

344. Možno navrhnúť taký systém rovinných zrkadiel, prípadne hranolov, cez ktorý by jeden pozorovateľ videl druhého a druhý pozorovateľ by nevidel prvého? Odpoveď odôvodnite.

345. V akej vzdialenosti od tváre treba pri holení podržať guľové zrkadlo s ohniskovou vzdialenosťou 50 m, aby obraz tváre bol päťnásobne zväčšený?

Riešenie

$f = 50\ \text{cm} = 0{,}50\ \text{m},\ Z = 5;\ a = ?$

Zo vzťahu pre zväčšenie

$$Z = -\frac{f}{a-f}$$

$$a = \frac{f(Z-1)}{Z}$$

Po dosadení daných hodnôt vzdialenosť zrkadla od tváre

$$a = \frac{2{,}50\ \text{m} - 0{,}50\ \text{m}}{5} = 0{,}40\ \text{m}$$

Duté guľové zrkadlo treba umiestiť 0,40 m od tváre.

346. Vzdialenosti predmetu a jeho obrazu od vrcholu guľového zrkadla sú v pomere 1 : 4. Určte polomer krivosti r zrkadla, ak predmet je vo vzdialenosti 0,5 m od vrcholu guľového zrkadla.

347. Predmet je umiestený kolmo na optickú os vo vzdialenosti 0,14 m od vrcholu dutého guľového zrkadla. Jeho výška je 0,06 m. Určte výšku jeho obrazu, ak ohnisková vzdialenosť zrkadla je 0,11 m.

348. Guľové zrkadlo má ohniskovú vzdialenosť 1 m. V akej vzdialenosti od zrkadla treba umiestiť zdroj svetla, aby sa utvoril obraz v mieste zdroja?

349. Chlapec vysoký 150 cm stojí pred guľovým zrkadlom vo vzdialenosti 6,0 m od neho. Jeho obraz sa utvoril vo vzdialenosti 0,60 m pred zrkadlom.

a) Aká je ohnisková vzdialenosť zrkadla?
b) Aká je výška obrazu chlapca? Úlohu doplňte aj náčrtom.

350. Ohnisko guľového zrkadla je umiestené vo vzdialenosti 0,24 m od svietiaceho predmetu a vo vzdialenosti 0,54 m od jeho obrazu. Určte:
a) ohniskovú vzdialenosť zrkadla,
b) priečne zväčšenie obrazu.

Riešenie

$x = 0{,}24$ m, $x' = 0{,}54$ m; $f = ?$, $Z = ?$

---

1. Uvažujme o dvoch prípadoch: Keď je predmet umiestený ďalej od vrcholu zrkadla ako ohnisko, potom $x = a - f$, $x' = a' - f$. Zobrazovacia rovnica zrkadla je $\dfrac{1}{x+f} + \dfrac{1}{x'+f} = \dfrac{1}{f}$.

Po úprave tejto rovnice $xx' = f^2$ a $f = \sqrt{xx'} \doteq 0{,}36$ m. Pre zväčšenie Z zrkadla platí vzťah $Z = -\dfrac{a'}{a} = -\sqrt{\dfrac{x'}{x}} = -1{,}5$.

Ohnisková vzdialenosť guľového zrkadla je 0,36 m a zväčšenie obrazu je $-1{,}5$.
2. Ak je predmet umiestený medzi vrcholom zrkadla a jeho ohniskom, tak $x = f - a$, $x' = a' - f$. Aj v tomto prípade má zobrazovacia rovnica zrkadla tvar $xx' = f^2$.
Ohnisková vzdialenosť je $f = \sqrt{xx'} = 0{,}36$ m a zväčšenie obrazu $Z = \sqrt{\dfrac{x'}{x}} = 1{,}5$.

351. Obraz predmetu umiesteného vo vzdialenosti 0,48 m od vrcholu guľového zrkadla je štvornásobne zmenšený a prevrátený. Aký je polomer krivosti zrkadla?

352. Aká je ohnisková vzdialenosť guľového zrkadla, keď obraz predmetu po zobrazení na tomto zrkadle je skutočný, 4-krát väčší ako predmet a je vo vzdialenosti 1,5 m od predmetu.

353. Obraz utvorený guľovým zrkadlom je 5-krát väčší ako predmet. Keď priblížime zrkadlo o 12 cm bližšie k predmetu, obraz sa stane skutočný a 7-krát väčší ako predmet. Určte ohniskovú vzdialenosť zrkadla.

354. Bodový zdroj svetla je umiestený na optickej osi dutého guľového zrkadla vo vzdialenosti od vrcholu zrkadla, ktorá sa rovná dvojnásobnej veľkosti polomeru krivosti. Kde je umiestený obraz zdroja a aké má vlastnosti? Úlohu riešte graficky aj výpočtom.

355. Guľové zrkadlo je postavené proti zbiehavému zväzku lúčov tak, že bod, v ktorom sa lúče pretínajú, leží za zrkadlom vo vzdialenosti 20 cm od jeho vrcholu. Po odraze sa lúče pretínajú v jednom bode vo vzdialenosti, ktorá sa rovná $\frac{1}{5}$ ohniskovej vzdialenosti zrkadla. Určte polomer krivosti zrkadla.

356. Guľovým zrkadlom sa utvoril skutočný obraz predmetu, päťnásobne zväčšený. Ak sa predmet premiesti pozdĺž optickej osi o ľubovoľnú vzdialenosť x, aj obraz sa premiesti pozdĺž optickej osi o takú istú vzdialenosť x. Určte zväčšenie po premiestení predmetu.

Riešenie

Zobrazovacia rovnica zrkadla a vzťah pre zväčšenie zrkadla sú

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}; \; Z = -\frac{a'}{a}$$

Po premiestení bude zobrazovacia rovnica zrkadla a jeho zväčšenie mať tvar

$$\frac{1}{a+x} + \frac{1}{a'-x} = \frac{1}{f}; \; Z' = -\frac{a'-x}{a+x} = -\frac{a}{a'}$$

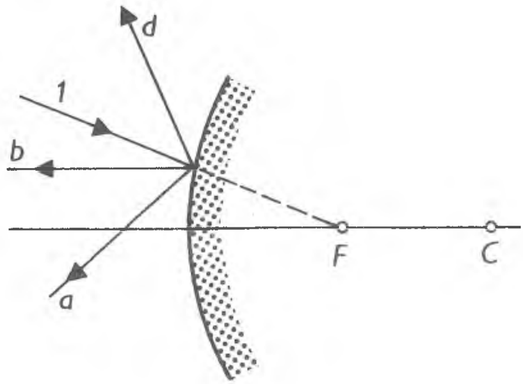
$$a'(a'-x) = a(a+x)$$

$$x = a' - a$$

$$Z' = \frac{1}{Z} = -\frac{1}{5} = -0{,}2$$

Predmet a obraz si vymenili miesto. Zväčšenie Z' po premiestení predmetu je $-0{,}2$.

357. Na vypuklé zrkadlo dopadá zväzok lúčov 1 (obr. 2-1). Ktorý zo zväzkov lúčov *a*, *b*, *c* vyznačených na obrázku zodpovedá zväzku lúčov 1 po odraze?



Obr. 2-1

358. Zostrojte obraz *S′* svietiaceho bodu *S* umiesteného na optickej osi vypuklého zrkadla. Poloha stredu krivosti, ohniska a vrcholu zrkadla sú známe.

359. Vypuklým zrkadlom sa získal neskutočný a priamy obraz predmetu vo vzdialenosti 12 cm od vrcholu zrkadla. V akej vzdialenosti je umiestený predmet, ak polomer krivosti zrkadla je 40 cm? $f = \frac{v}{2}$

360. V akej vzdialenosti od vypuklého zrkadla treba umiestiť zdroj svetla, aby jeho obraz bol vo vzdialenosti 60 cm od zrkadla? (Ohnisková vzdialenosť zrkadla je 90 cm.) $-\frac{1}{5} = \frac{1}{-a'} + \frac{1}{a}$

361. Človek sa pozerá na postriebrenú sklenú guľu priemeru 0,60 m, ktorá je od neho vo vzdialenosti 0,25 m. V akej vzdialenosti od človeka sa nachádza jeho obraz?

362. Vypuklé dopravné zrkadlo má ohniskovú vzdialenosť 0,45 m. Automobil je od neho vzdialený 9 m.

a) V akej vzdialenosti od zrkadla je obraz automobilu?

b) Bude utvorený obraz pred, alebo za zrkadlom? (0,9)

363. V akej vzdialenosti od vypuklého zrkadla s ohniskovou vzdialenosťou 0,2 m sa nachádza predmet, ak jeho obraz je neskutočný a dvakrát menší ako predmet? Úlohu riešte graficky a výpočtom. $z = +\frac{1}{2}$

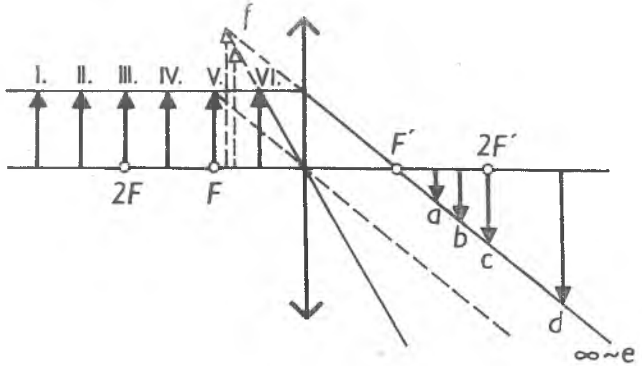
364. Aký veľký je obraz plameňa sviečky v porovnaní s veľkosťou plameňa, ak je sviečka umiestená vo vzdialenosti 1,5 m od vrcholu vypuklého zrkadla s ohniskovou vzdialenosťou 0,5 m? (0,12)

365. Určte ohniskovú vzdialenosť štyroch šošoviek, ak ich optické mohutnosti sú 2 D, 16 D, −4 D, −12 D.

366. Dvojvypuklá šošovka s rovnakými polomermi krivosti 20 cm je vyrobená zo skla, ktorého index lomu je 1,50. Akú ohniskovú vzdialenosť má šošovka?

367. Určte optickú mohutnosť dvojvypuklej šošovky s rovnakými polomermi krivosti 40 cm, vyrobenú z kamennej soli, ak je: a) vo vzduchu, b) sírouhlíku. Indexy lomu látok nájdite v MFChT.

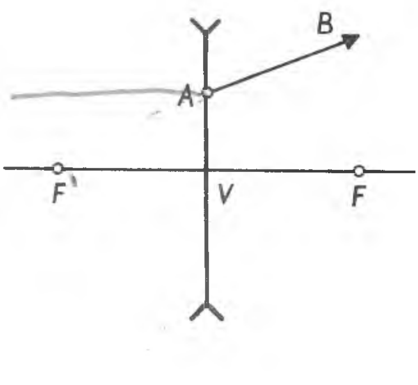
368. Priraďte na obrázku 2-2 predmetom I. až VI. ich obrazy *a—f* a určte ich vlastnosti.



Obr. 2-2

369. Dvojvypuklou šošovkou možno získať zväčšený obraz predmetu. Ktoré prvky predmetu zostanú nezväčšené?

370. Na obrázku 2-3 je zobrazený lúč *AB*, ktorý prešiel rozptylnou šošovkou. Zostrojte chod lúčov pred jeho dopadom na rozptylku, keď je známa poloha ohnísk rozptylky.

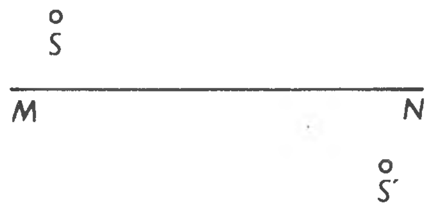


Obr. 2-3

371. Na obrázku 2-4 je zobrazená poloha optickej osi MN šošovky, poloha bodového zdroja svetla S a jeho obrazu S'. Zostrojte optický stred šošovky a jej ohniska. Určte:

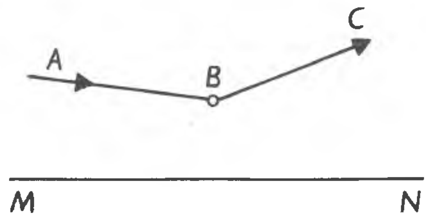
a) či je šošovka spojná alebo rozptylná,

b) či je obraz S' bodového zdroja skutočný alebo neskutočný.



Obr. 2-4

372. Je daná poloha optickej osi MN šošovky a chod lúča AB, dopadajúceho na šošovku, a jeho postup po lome (lúč BC na obr. 2-5). Nájdite konštrukciou polohu ohnísk šošovky.

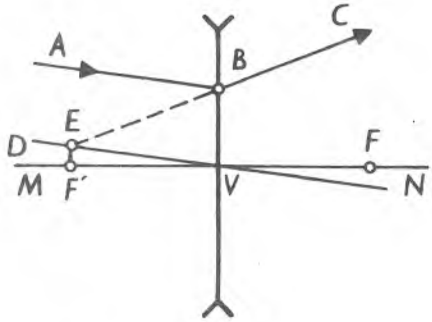


Obr. 2-5

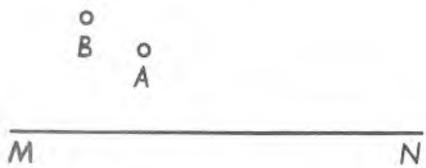
Riešenie

V bode B zostrojíme kolmicu na optickú os šošovky (obr. 2-6) a nájdeme optický stred šošovky. Zostrojíme lúč DV rovnobežný s lúčom AB prechádzajúci optickým stredom. Tento lúč nemení svoj smer. Predĺžime lúč BC až po lúč DV, v priesečníku E zostrojíme kolmicu na optickú os a nájdeme ohnisko F rozptylky. Druhé ohnisko rozptylky leží na optickej osi v takej istej vzdialenosti za rozptylkou.

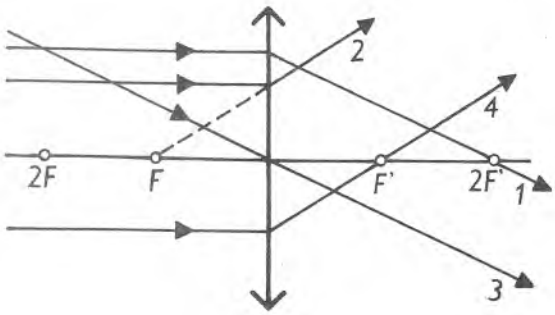
373. Na obrázku 2-7 je zobrazený svietiaci bod A a jeho obraz B utvorený šošovkou, ktorej optická os je MN. Nájdite polohu šošovky a jej ohniská.



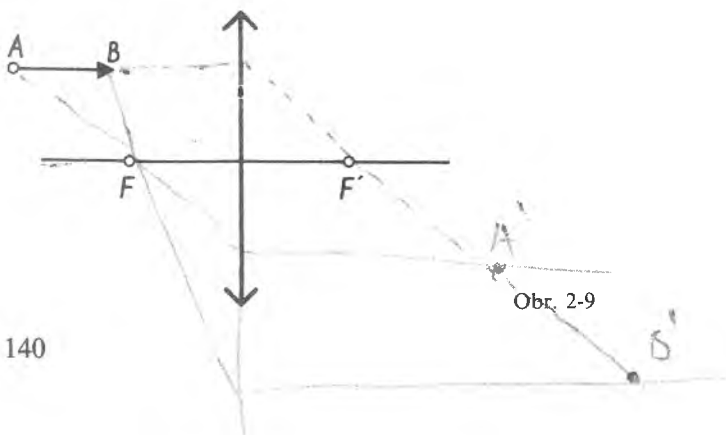
Obr. 2-6



Obr. 2-7



Obr. 2-8



Obr. 2-9

374. Na spojnú šošovku dopadajú 4 lúče (obr. 2-8). Určte na obrázku lomené lúče 1 až 4, ktorých konštrukcia je nesprávna.

375. Zostrojte obraz predmetu umiesteného medzi ohniskom a vrcholom spojnej šošovky.

376. Zostrojte obraz úsečky *AB* rovnobežnej s optickou osou spojnej šošovky (obr. 2-9).

377. Obraz jedného dielika milimetrovej stupnice, umiestenej pred šošovkou vo vzdialenosti 12,5 cm, má na tienidle dĺžku 2,4 cm. Aká je ohnisková vzdialenosť šošovky?

378. Z akej vzdialenosti bola zhotovená fotografická snímka stromu s výškou 6,0 m, ak má na obrázku výšku 12 mm? Ohnisková vzdialenosť objektívu je 0,2 m.

Riešenie

$f = 0{,}2$ m, $y = 6{,}0$ m, $y' = -0{,}012$ m; $a = ?$

Pre zväčšenie objektívu platí rovnica

$$Z = -\frac{f}{a - f}$$

Po úprave z rovnice vyjadríme vzdialenosť predmetu od objektívu

$$a = \frac{Z - 1}{Z} f$$

Po dosadení daných hodnôt do tejto rovnice $a \doteq$ $= 100{,}2$ m $\doteq 10^2$ m.

Vzdialenosť stromu od objektívu je asi 0,1 km.

379. Pred spojnou šošovkou je umiestená sviečka, ktorej plameň je vysoký 5 cm. Šošovka utvorila na tienidle obraz plameňa, ktorého výška je 15 cm. Keď sa sviečka vzdialila od šošovky o 1,5 cm, opäť sa na tienidle utvoril ostrý obraz plameňa s výškou 10 cm. Určte ohniskovú vzdialenosť šošovky.

$Z = -\frac{f}{a - f}$

$Z' = \frac{-f}{(a + \Delta a) - f}$

380. Dokážte, že ohniskové vzdialenosti guľového lomeného rozhrania sú vo vzťahu $\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}$, kde $n\,(n')$ je index lomu prvého (druhého) prostredia a $f(f')$ ohnisková vzdialenosť guľového rozhrania v prvom (v druhom) prostredí.

381. Dvojvypuklá šošovka, zhotovená zo skla s indexom lomu 1,60, má ohniskovú vzdialenosť 10 cm. Aká bude ohnisková vzdialenosť, keď sa umiesti šošovka do priezračného prostredia: a) s indexom lomu 1,50, b) s indexom lomu 1,70?

Riešenie

$f = 10{,}0$ cm, $n = 1{,}60$, $n_1 = 1{,}50$, $n_2 = 1{,}70$; $f_1 = ?$, $f_2 = ?$

---

a) Šošovka v prostredí s indexom lomu n_1:
Vo vákuu je ohnisková vzdialenosť šošovky daná rovnicou

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

V prostredí s indexom lomu n_1 sa ohnisková vzdialenosť zmení na f_1, pre ktorú platí rovnica

$$\frac{1}{f_1} = \left(\frac{n}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

Pre ohniskovú vzdialenosť f_1 po úprave platí

$$f_1 = \frac{(n - 1)f}{\dfrac{n}{n_1} - 1} = 0{,}900 \text{ m}$$

Ohnisková vzdialenosť šošovky je 900 mm. Šošovka je spojná.
b) Analogicky podľa a) pre ohniskovú vzdialenosť f_2 v prostredí n_2 platí vzťah

$$f_2 = \frac{(n - 1)f}{\dfrac{n}{n_2} - 1}$$

Po dosadení daných hodnôt do tohto vzťahu $f_2 = -1{,}02$ m. Ohnisková vzdialenosť šošovky je $-1{,}02$ m. Šošovka je rozptylná.

382. Tenká sklená spojná šošovka má optickú mohutnosť 5,0 D. Ak šošovku ponoríme do kvapaliny s indexom lomu n_2, správa sa ako rozptylka, ktorej ohnisková vzdialenosť je +1,0 m. Určte index lomu kvapaliny, ak index lomu skla šošovky je $n_1 = 1{,}50$.

383. Zistite, ako sa menia vlastnosti obrazu (poloha a veľkosť) pri zmene polohy predmetu v prípade zobrazenia: a) spojnou šošovkou, b) rozptylnou šošovkou, c) dutým zrkadlom, d) vypuklým zrkadlom. Odpovede doplňte konštrukciou obrazu.

384. Vzdialenosť predmetu od šošovky a šošovky od obrazu je rovnaká, rovná sa dvojnásobnej ohniskovej vzdialenosti šošovky. Aké je zväčšenie obrazu, ak sa predmet posunie o 20 cm smerom k šošovke? Ohnisková vzdialenosť šošovky je 25 cm.

* 385. Stred guľôčky sa posunul po optickej osi z bodu A k vrcholu šošovky do bodu B. Šošovka utvorí postupne dva skutočné obrazy guľôčky so zväčšeniami Z_A a Z_B. Určte vzdialenosť $A'B'$ medzi obrazmi guľôčky.

386. Pred optickou osou tenkej spojnej šošovky s ohniskovou vzdialenosťou 12 cm je umiestený predmet rovnobežne s optickou osou. Jeden koniec predmetu je vo vzdialenosti 17,9 cm od šošovky, druhý vo vzdialenosti 18,1 cm. Zostrojte obraz predmetu a určte jeho zväčšenie.

387. V akej vzdialenosti a' od objektívu projekčného prístroja treba umiestiť projekčné plátno, aby obraz predmetu bol 50-krát zväčšený? Ohnisková vzdialenosť objektívu je 10 cm.

* 388. Na optickej osi spojnej šošovky s ohniskovou vzdialenosťou 6 cm je umiestený bodový zdroj svetla vo vzdialenosti 4 cm od vrcholu šošovky. V akej vzdialenosti od šošovky (na tej istej strane, kde je aj bodový zdroj) treba umiestiť rovinné zrkadlo, aby sa utvoril za šošovkou, vo vzdialenosti 12 cm, skutočný obraz zdroja?

389. Šošovka s ohniskovou vzdialenosťou 5,0 cm je tesne umiestená do kruhového otvoru v platni. Priemer otvoru je 3,0 cm. Na optickej osi šošovky, vo vzdialenosti 15 cm od šošovky, je bodový zdroj svetla. Na opačnej strane šošovky je list papiera v polohe kolmej na optickú os. Na liste sa utvoril obraz zdroja. Aký priemer bude mať osvetlený kruh na papieri, ak sa šošovka z otvoru v platni vyberie?

390. Rozžeravené vlákno žiarovky a jeho obraz utvorený šošovkou

s optickou mohutnosťou +8 D sú rovnakej veľkosti. Ako treba zmeniť vzdialenosť medzi šošovkou a žiarovkou, aby sa obraz trojnásobne zmenšil?

391. Pri fotografovaní automobilu, ktorého dĺžka je 4,0 m, je film vo fotografickom aparáte vo vzdialenosti 6,0 cm od objektívu. V akej vzdialenosti bol automobil od objektívu, keď na negatíve mal dĺžku 3,2 cm?

392. Stĺp elektrického vedenia s výškou 5,4 m je vo vzdialenosti 120 m od človeka. Pod akým zorným uhlom vidí človek tento stĺp?

393. Človek vidí dom s výškou 10,5 m pod uhlom 9°30′. V akej vzdialenosti od domu je človek?

394. Ako sa môže meniť ohnisková vzdialenosť normálneho oka, ak jeho optická mohutnosť sa mení od 58,6 D do 70,6 D?

395. Človek s normálnym zrakom môže akomodovať oko v rozsahu od 25 cm do nekonečna. V akom rozsahu vzdialenosti by mohol vidieť zreteľne predmet, keby nosil okuliare s optickou mohutnosťou: a) +4 D, b) −3 D?

396. Študent si navykol čítať knihy zo vzdialenosti 20 cm od očí. Akú optickú mohutnosť by mali mať okuliare, ktoré študent potrebuje, aby čítal knihy v dohodnutej vzdialenosti 25 cm?

Riešenie

$a = 20$ cm, $d = 25$ cm; $\phi = ?$

Optická mohutnosť oka bez okuliarov

$$\phi_0 = \frac{1}{a} + \frac{1}{a'}$$

kde a' je vzdialenosť sietnice od očnej šošovky.
Optická mohutnosť s okuliarmi je

$$\phi + \phi_0 = \frac{1}{d} + \frac{1}{a'}$$

kde ϕ je optická mohutnosť okuliarov.
Porovnaním oboch rovníc pre optickú mohutnosť okuliarov platí

$$\phi = \frac{1}{d} - \frac{1}{a}$$

Po dosadení daných hodnôt je optická mohutnosť okuliarov

$$\phi = -1\,\mathrm{D}$$

Študent potrebuje okuliare s rozptylkami s optickou mohutnosťou -1 D.

397. Ďalekozraký človek môže zaostrene čítať knihu zo vzdialenosti 80 cm od očí. Akú optickú mohutnosť majú mať okuliare, aby videl zaostrene písmeno vo vzdialenosti 25 cm?

398. Žiak pri kontrole svojich okuliarov utvoril na dlážke učebne skutočný obraz žiarovky, ktorá visela vo výške 3,0 m nad podlahou. Okuliare držal pod žiarovkou vo vzdialenosti 1,0 m od podlahy. Aká je optická mohutnosť šošovky v žiakových okuliaroch?

399. Číselník hodiniek má priemer 12 cm. Človek pozoruje číselník vo vzdialenosti 1,7 m od oka, ktorého šošovka má ohniskovú vzdialenosť 1,7 cm. Určte priemer obrazu číselníka na sietnici oka.

400. Ako lupa sa použila šošovka z okuliarov s optickou mohutnosťou $+8$ D. Aké je zväčšenie lupy, ktorú držíme tesne pri oku, ak je oko akomodované na dohodnutú vzdialenosť 25 cm?

401. Lupou sa utvorí 5-násobné zväčšenie pozorovaného predmetu umiesteného v ohnisku v rovine kolmej na optickú os lupy. Túto lupu treba použiť ako objektív v projekčnom prístroji. V akej vzdialenosti od objektívu treba umiestiť diapozitív, aby sa na projekčnom plátne utvoril jeho obraz 10-krát zväčšený?

*** 402.** Pri pozorovaní objektu treba použiť mikroskop, ktorého objektív sa nemôže priblížiť k objektu bližšie ako na vzdialenosť 4 cm. Akú ohniskovú vzdialenosť má mať objektív, ak má byť celkové zväčšenie mikroskopu 180 a zväčšenie okulára je 40?

403. Aká je ohnisková vzdialenosť okulára mikroskopu, ak ohnisková vzdialenosť objektívu je 0,3 cm, optický interval mikroskopu je 15 cm a jeho zväčšenie je 500?

404. Mikroskop so 7-násobne zväčšujúcim okulárom má celkové zväčšenie 140. Aké zväčšenie bude mať mikroskop, ak v ňom zameníme okulár za iný, ktorého ohnisková vzdialenosť je 1,0 cm?

405. Ako treba uložiť dve spojné šošovky s ohniskovými vzdialenosťami 3 cm a 15 cm, aby vznikol ďalekohľad? Ktorá zo šošoviek bude objektívom? Aké zväčšenie bude mať ďalekohľad, ak šošovky umiestime vo vzdialenosti 18 cm od seba?

406. Aké šošovky sú potrebné na zostrojenie Galileiho ďalekohľadu, ktorý má dĺžku tubusu 22 cm, aby zväčšoval 12-krát?

3. VLNOVÉ VLASTNOSTI SVETLA

Medzi optické javy, ktoré potvrdzujú vlnovú povahu svetla, patria interferencia, ohyb a polarizácia svetla. S vlnovou povahou svetla súvisí i disperzia.

Vo vákuu je rýchlosť svetla konštantná, nezávisí od frekvencie zdroja. V rôznych optických prostrediach je fázová rýchlosť v svetla ako aj index lomu n daného optického prostredia funkciou frekvencie. Tento fyzikálny jav sa volá disperzia svetla.

Pri odraze na opticky hustejšej tenkej vrstve nastáva v odrazenom svetle interferencia vlnení s celkovým dráhovým rozdielom $2nd + \frac{\lambda}{2}$ (d je hrúbka tenkej vrstvy, n je jej index lomu a λ je vlnová dĺžka svetla). Najväčšie zosilnenie (maximum) svetla pri odraze je v miestach, pre ktoré je dráhový rozdiel $2nd + \frac{\lambda}{2} = 2k\frac{\lambda}{2}$, alebo $2nd = (2k - 1)\frac{\lambda}{2}$. Najväčšie zoslabenie (minimum) svetla pri odraze nastane v miestach, pre ktoré platí $2nd + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$. V uvedených vzťahoch $k = 1, 2, 3, \ldots$ určuje rád interferenčného maxima (minima). Interferenčné javy možno pozorovať aj v svetle prepustenom tenkou vrstvou.

Ohyb svetla možno pozorovať pri úzkych štrbinách, malých otvoroch alebo tenkých vláknach (napr. na vlase, drôte), s rozmermi porovnateľnými s vlnovou dĺžkou svetla. Pri dopade svetla na dvojštrbinu nastane v dvojštrbine rozdelenie koherentného zväzku lúčov. Vlnenia dopadajúce na tienidlo v priamom smere sa navzájom zosilňujú, lebo ich dráhový rozdiel je nulový. Lúče odchýlené o uhol α_k od priameho smeru sa budú zosilňovať, keď pre dráhový rozdiel interferujúcich vlnení platí $\Delta s_k = b \sin \alpha_k = k\lambda$, kde b je vzdialenosť stredov dvoch štrbín a $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$ je podmienka maxima. Číslo k určuje rád maxima, ktoré prislúcha uhlu α_k. V smeroch, pre ktoré dráhový rozdiel dvoch vlnení sa rovná nepárnemu počtu polvĺn, vznikne zoslabenie (minimum).

Ak dopadá na optickú mriežku biele svetlo, nastáva rozklad svetla na farebné zložky ohybom a v svetlom pruhu možno na tienidle za štrbinami pozorovať spektrum. Rozloženie svetlých pruhov (maxím) na tienidle pri ohybe svetla na optickej mriežke vyplýva z podmienky pre maximum: a) maximum nultého rádu ($k = 0$) vzniká v smere dopadajúcich lúčov ($\alpha_0 = 0°$), nenastáva rozklad bieleho svetla; b) maximum prvého rádu ($k = 1$) vzniká po oboch stranách nultého maxima, v bielom svetle sa utvoria spektrá ($\alpha_č > \alpha_f$); c) maximá druhého rádu ($k = 2$) a tretieho rádu ($k = 3$) vznikajú po oboch stranách nultého maxima v smeroch α_2, α_3. Sú širšie ako predchádzajúce a spektrum 2. rádu sa čiastočne prekrýva so spektrom 3. rádu. Spektrá vyšších rádov sú stále širšie, prekrývajú sa a postupne slabnú.

Svetlo možno polarizovať odrazom, lomom a dvojlomom. Pri odraze sa prirodzené svetlo súčasne aj čiastočne polarizuje. Úplná polarizácia svetla nastane pri istom uhle dopadu, ktorý sa nazýva polarizačný uhol α_p. Svetlo sa čiastočne polarizuje aj lomom. Úplnú polarizáciu možno dosiahnuť dvojlomom, ak svetlo prechádza anizotropným kryštálom (napr. islandským vápencom) v ľubovoľnom smere. Vzniká riadny a mimoriadny lúč, ktoré sú úplne polarizované. Výnimkou je smer optickej osi kryštálu, v ktorom dvojlom svetla nenastáva.

Úlohy

407. Ako ďaleko jeden od druhého sú dvaja ľudia, keď ich oko pozorovateľa môže rozlíšiť zo vzdialenosti 11 km? Rozlišovacia schopnosť oka je približne 1′.

408. Vlnová dĺžka spektrálnej čiary vodíka H_α vo vzduchu je 656,4 nm. Aká je jej vlnová dĺžka vo vode?

Riešenie

$\lambda = 656{,}4$ nm, $n_v = 1{,}33$; $\lambda_v = ?$

Pri prechode lúčov rôznymi prostrediami nemení sa frekvencia f svetla. Rýchlosť svetla vo vákuu $c = f\lambda$, vo vode $v = f\lambda_v$, preto $\dfrac{c}{v} = \dfrac{\lambda}{\lambda_v}$. Vlnová dĺžka svetla vo vode je

$$\lambda_v = \frac{\lambda}{n_v}$$

kde $n_v = \frac{c}{v}$ je index lomu vody. Po dosadení daných hodnôt

$$\lambda_v = \frac{656{,}4 \text{ nm}}{1{,}33} = 494 \text{ nm}$$

Vlnová dĺžka spektrálnej čiary H_α vo vode je 494 nm.

409. Vlnová dĺžka červeného svetla vo vode sa rovná vlnovej dĺžke zeleného svetla vo vzduchu. Akú farbu svetla bude vidieť človek pod hladinou vody, ak je voda osvetlená zeleným svetlom?

410. Závisí rýchlosť, ktorou sa šíri svetlo, od jeho frekvencie?

411. Diamantová platnička je osvetlená fialovou zložkou svetla (frekvencia fialovej zložky svetla je $0{,}75 \,.\, 10^{15}$ Hz). Určte vlnovú dĺžku fialovej zložky svetla vo vákuu a v diamante (index lomu diamantu je 2,465).

412. Žlté svetlo má vo vákuu vlnovú dĺžku 600 nm. Aká je jeho vlnová dĺžka v mydlinovej blane s indexom lomu 1,33?

413. Vo výške 1,5 m nad povrchom vody vo vzduchu je bodový zdroj svetla. V akej vzdialenosti od povrchu vody pozoruje pozorovateľ obraz tohto zdroja, ktorý je vo vode zvisle pod zdrojom svetla?

414. Prečo má Mesiac cez deň čistú bielu farbu a po západe Slnka žltkastý odtieň?

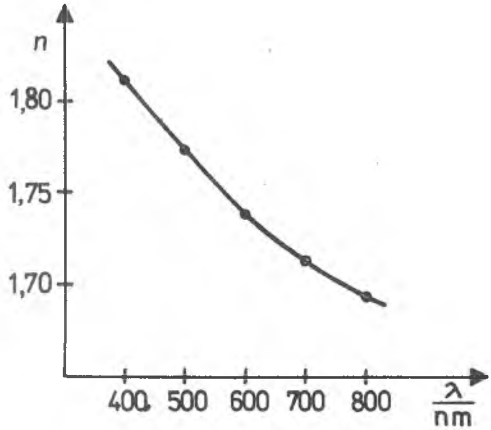
415. Na dvojvypuklú šošovku s polomerom krivosti $r_1 = r_2 = 40$ cm dopadá biele svetlo z bodového zdroja umiesteného na optickej osi šošovky vo vzdialenosti 50 cm od šošovky. Pred šošovkou je štrbina s priemerom 1,0 cm ohraničujúca prierez vstupujúcich lúčov. Indexy lomov pre krajné lúče viditeľnej oblasti spektra sú $n_č = 1{,}74$ a $n_f = 1{,}80$. Aký obraz možno pozorovať na tienidle umiestenom vo vzdialenosti 50 cm od šošovky kolmo na jej optickú os?

416. Na obrázku 3-1 je znázornený graf závislosti indexu lomu skla od vlnovej dĺžky svetla:

a) Bude disperzia svetla v skle rovnaká pre červenú aj pre fialovú farbu?

b) V ktorej oblasti vlnových dĺžok svetla sa rýchlejšie mení index lomu skla?

c) Ako sa táto závislosť indexu lomu od vlnovej dĺžky dopadajúceho svetla prejavuje na vzhľade spektra, získaného pomocou skleného hranola?



Obr. 3-1

417. Prečo možno pozorovať na tenkej vrstve petroleja na povrchu vody dúhové sfarbenie?

418. Oceľ sa pri teplote 220 °C až 350 °C pokrýva tenkou vrstvou oxid-hydridu železitého. Hrúbka tejto vrstvy závisí od teploty zohriatia. Prečo pozorujeme pri zohriatí žiletky liehovým kahanom jej dúhové sfarbenie?

419. Ako možno vysvetliť sfarbenie krídel hmyzu (vážok, múch, chrústov a pod.)?

420. Aby sa zmenšil súčiniteľ odrazivosti svetla od optického skla, nanáša sa na sklo tenká vrstva priehľadnej látky s indexom lomu n, menším ako má sklo. Určte najmenšiu hrúbku tenkej vrstvy, ktorú treba naniesť na optické sklo za predpokladu, že svetelné lúče dopadajú na optické sklo kolmo.

Riešenie

Aby sa zmenšil súčiniteľ odrazivosti, treba, aby sa lúče odrazené na prvom a druhom rozhraní tenkej vrstvy nanesenej na optické sklo navzájom rušili, preto možno napísať podmienku $2dn = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$, kde $k = 0, 1, 2, \ldots$ Z podmienky pre minimum interferencie lúčov $k = 0$ platí pre najmenšiu hrúbku tenkej vrstvy $d_{\min} = \frac{\lambda}{4n}$. Ak nie je dopadajúce svetlo monochromatické, možno upraviť podmienku tak, aby nastalo oslabenie svetla v strednej časti spektra.

421. Prečo je index lomu antireflexnej vrstvy v optických prístrojoch menší ako index lomu skla?

***422.** Normálne oko je schopné rozlíšiť odtiene vo farbe s rozdielom vlnových dĺžok 10 nm. Aká by mala byť maximálna hrúbka vzduchovej vrstvy, pri ktorej by bolo možné pozorovať v bielom svetle interferenčný obraz, vzniknutý odrazom lúčov na rozhraniach tejto vrstvy?

423. Z dvoch koherentných zdrojov svetla S_1 a S_2 dopadá na tienidlo svetlo s vlnovou dĺžkou $5 \cdot 10^{-5}$ cm. Zdroje sú od neho vzdialené o 1,0 mm. Tienidlo je vo vzdialenosti 6 m od zdrojov. Aká je vzájomná vzdialenosť dvoch susedných interferenčných prúžkov, ktoré vzniknú na tienidle?

424. Dva koherentné zdroje svetla S_1 a S_2 sú vo vzájomnej vzdialenosti d a vysielajú svetlo s vlnovou dĺžkou λ. Vo vzdialenosti $l \gg d$ od zdrojov sa postavilo tienidlo. Určte vzdialenosť medzi susednými interferenčnými prúžkami v blízkosti stredu tienidla.

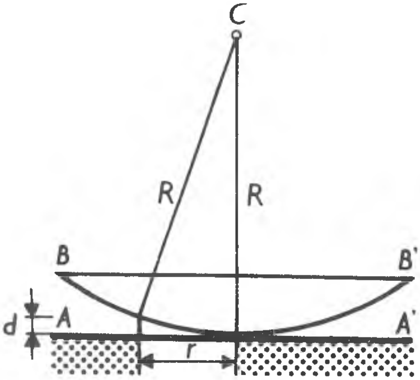
425. Vzdialenosť dvoch koherentných svetelných zdrojov (tvoria ich dve štrbiny) je 0,45 mm. Určte:

a) v akej vzdialenosti od maxima nultého rádu je prvý jasný pruh červenej farby ($\lambda = 700$ nm), ak je tienidlo vzdialené od zdrojov 0,5 m,

b) ako sa zmení vzdialenosť medzi týmito maximami, ak sa posunie tienidlo do vzdialenosti 1,0 m?

426. Mydlinová blana ($n = 1{,}33$) pri kolmom dopade svetla sa javila v odrazenom svetle modrá ($\lambda \doteq 450$ nm). Určte jej hrúbku.

427. Na rovinnej sklenej ploche AA' leží ploskovypuklá šošovka BB' s polomerom krivosti R (obr. 3-2). Medzi šošovkou a rovinou vznikne tenká vzduchová vrstva (Newtonove sklá). Určte tvar kriviek interferenčných maxím v odrazenom svetle, ak svetlo dopadá na šošovku kolmo.



Obr. 3-2

Riešenie

Interferenčné maximá nastanú v miestach s rovnakou hrúbkou vzduchovej medzery, rovnako vzdialené od stredu krivosti O, kde sa šošovka dotýka plochy AA'. Preto budú mať tvar kružníc s polomerom r. Polomer krivosti šošovky $R \gg r$. Index lomu vzduchu $n \doteq 1$. Potom pre dráhový rozdiel platí podmienka interferenčného maxima $2d + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$, pretože nastáva zmena fázy pri odraze na ploche AA', čomu zodpovedá dráhový rozdiel $\frac{\lambda}{2}$, a

$$d = \left(k - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}$$

Podľa obrázku 3-2 platí $(R - d)^2 + r^2 = R^2$. Ak $R \gg d$, tak

$$d = \frac{r^2}{2R}$$

preto

$$\frac{r^2}{2R} = \left(k - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}$$

z čoho

$$r = \sqrt{\left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda R}$$

Interferenčné krivky majú tvar sústredných kružníc s polomerom

$$r = \sqrt{\left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda R}$$

428. Polomer krivosti guľovej plochy ploskovypuklej šošovky je 0,3 m. Šošovka je položená vypuklou plochou na rovinnú sklenú platňu a je osvetlená kolmo zhora červeným svetlom s vlnovou dĺžkou 650 nm. Určte polomer tretieho svetlého interferenčného prúžka v odrazenom svetle.

429. Newtonove krúžky sú lepšie viditeľné v odrazenom alebo prepustenom svetle? Odpoveď zdôvodnite.

430. Ploskovypuklá šošovka položená na rovinnej sklenej platni sa osvetlila kolmo monochromatickým svetlom. Na plochej strane šošovky sú pozorovateľné Newtonove interferenčné krúžky s polomerom prvého krúžka 1,00 mm. Polomer krivosti šošovky je 4,002 m. Aká je vlnová dĺžka dopadajúceho monochromatického svetla?

431. Prečo v mikroskope nemožno rozlíšiť časti s rozmerom 300 nm?

432. Keď sa na povrch gramofónovej platne dívame pod malým zorným uhlom, vidíme farebné pruhy. Vysvetlite tento jav.

433. Uvážte, ako by pri výrobe gombíkov bolo možné využiť ohybový jav, aby získali perleťové sfarbenie.

434. Zdroj bodového svetla, ohybová mriežka a tienidlo sa premiestili zo vzduchu do vody. Aké zmeny sú pozorovateľné na ohybovom obraze? (Uhly ohybu svetelných lúčov na mriežke zanedbáme.)

435. Na ohybovú mriežku s mriežkovou konštantou 4,0 μm dopadá kolmo monochromatické svetlo. Určte jeho vlnovú dĺžku, ak uhol medzi spektrami druhého a tretieho rádu je 2°30′. (Uhly ohybu sú zanedbateľne malé.)

Riešenie

$\varphi_3 = \varphi_2 = 2°30'$; $\lambda = ?$

Uhly odklonu možno zistiť zo vzťahu pre maximum druhého a tretieho rádu

$$d \sin \varphi_2 = 2\lambda$$

$$d \sin \varphi_3 = 3\lambda$$

odkiaľ

$$\lambda = d(\sin \varphi_3 - \sin \varphi_2) = 2d \cos \frac{(\varphi_2 + \varphi_3)}{2} \sin \frac{(\varphi_3 - \varphi_2)}{2}$$

$$\lambda \doteq d(\varphi_3 - \varphi_2)$$

$$\lambda \doteq 1{,}7 \,.\, 10^{-7}\ \mathrm{mm}$$

Vlnová dĺžka monochromatického svetla je $1{,}7 \,.\, 10^{-7}$ m.

436. Koľko vrypov na 1 mm má optická mriežka, ak sa svetlo s vlnovou dĺžkou 589,6 nm v druhom maxime odchyľuje od smeru kolmého na rovinu mriežky o uhol 43°15'?

*** 437.** Na ohybovú mriežku s mriežkovou konštantou $4 \,.\, 10^{-4}$ cm dopadá kolmo monochromatické svetlo. Za mriežkou je umiestená šošovka s ohniskovou vzdialenosťou 40 cm, ktorá utvorila obraz mriežky na tienidle. Aká je vlnová dĺžka monochromatického svetla, ak sa prvé maximum utvorilo vo vzdialenosti 5 cm od hlavného maxima?

438. Aká je mriežková konštanta ohybovej mriežky schopnej analyzovať infračervené svetlo s vlnovou dĺžkou do $2 \,.\, 10^{-2}$ cm? Svetlo dopadá na mriežku kolmo.

439. Na ohybovú mriežku, ktorá má 100 vrypov na 1 mm, dopadá kolmo rovnobežný zväzok červenej zložky spektra ($\lambda_č = 700$ nm). Určte, v akej vzájomnej vzdialenosti budú prvý a tretí svetlý pás na tienidle umiestenom vo vzdialenosti 100 cm od mriežky.

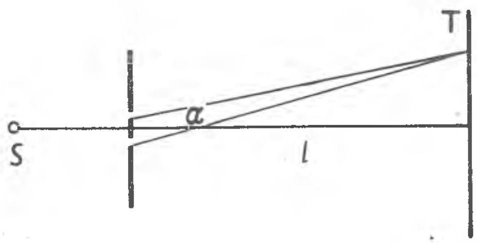
440. Na ohybovú mriežku, ktorá má 500 vrypov na 1 mm, dopadá monochromatické svetlo s vlnovou dĺžkou $5 \,.\, 10^{-7}$ m. Určte najvyšší rád spektra, ktorý možno pozorovať pri kolmom dopade lúča na mriežku.

441. Monochromatické svetlo s vlnovou dĺžkou 589 nm dopadá na ohybovú mriežku, ktorá má 300 vrypov na 1 milimeter.

a) Pod akým uhlom sa zobrazí na tienidle prvý, druhý a tretí rád spektrálnej čiary?

b) Ako by sa zmenili tieto uhly, keby sa použila mriežka s 900 vrypmi na 1 milimeter?

442. Clonka s dvoma veľmi malými otvormi (obr. 3-3), ktorých stredy sú vo vzájomnej vzdialenosti 1,00 mm, je umiestená kolmo pred monochromatickým zdrojom svetla s vlnovou dĺžkou 500 nm. Aká je vzájomná vzdialenosť tmavých infračervených prúžkov, ktoré vzniknú na tienidle? Vzdialenosť otvorov od tienidla je 2,50 m.



Obr. 3-3

443. Pri akom uhle dopadu α svetla nastane úplná polarizácia pri odraze na rozhraní ľadu a vody? (Index lomu ľadu je 1,308, index lomu vody je 1,333, polarizačný uhol určíme zo vzťahu tg $\alpha_p = \frac{n_v}{n_l}$.

444. Uhol úplnej polarizácie pre nepriehľadný email je 58°. Aký je index lomu emailu?

445. Dve planparalelné platničky z islandského vápenca sú postavené rovnobežne za sebou. Platničky sú vybrúsené tak, že ich optická os zviera s prednou stenou platničky uhol $\frac{\pi}{4}$. Koľko a aké lúče vyjdú z druhej platničky, ak dopadajúce svetlo je prirodzené a ak:

a) optické osi sú v obidvoch platničkách rovnobežné,

b) druhú platničku otočíme o uhol π?

4. ELEKTROMAGNETICKÉ ŽIARENIE A JEHO ENERGIA

Elektromagnetické žiarenie má veľký rozsah vlnových dĺžok (od 10^4 m pri dlhých rozhlasových vlnách až po 10^{-11} m pri žiarení gama), preto ich vlastnosti a použitie sú rôzne. Svetelné zdroje vysielajú žiarenie so spojitým alebo čiarovým spektrom. Možno ich pozorovať spektroskopom ako emisné alebo absorpčné spektrá metódou nazvanou spektrálna analýza.

Pre tepelné žiarenie čierneho telesa platí Wienov posunovací zákon: Vlnová dĺžka λ_{max}, na ktorú pripadá maximum vyžarovania čierneho telesa, je nepriamo úmerná jeho termodynamickej teplote T

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}$$

kde konštanta $b = 2{,}9 \,.\, 10^{-3}$ m . K.

So zvyšujúcou sa teplotou čierneho telesa sa maximá posúvajú k menším vlnovým dĺžkam. Pre intenzitu vyžarovania čierneho telesa platí Stefanov-Boltzmannov zákon: Celková energia M_e vyžiarená čiernym telesom sa zväčšuje so štvrtou mocninou termodynamickej teploty T

$$M_e = \tau T^4$$

kde $\sigma = 5{,}67 \,.\, 10^{-8}$ W . m^{-2} . K^{-4}.

Pri elektromagnetickom žiarení sa priestorom šíri energia, ktorú posudzujeme podľa rádiometrických (pri svetlách fotometrických) hodnôt. Najdôležitejšie rádiometrické veličiny sú:

Žiarivý tok $\phi_e = \dfrac{\Delta E}{\Delta t}$; je vyjadrený energiou vyžiarenou zdrojom za 1 s. Pretože skutočné zdroje nevysielajú žiarivý tok rovnomerne všetkými smermi, zavádzame energetickú veličinu nazvanú žiarivosť. Jednotkou žiarivého toku je watt (W).

Žiarivosť zdroja $I_e = \frac{\Delta\phi_e}{\Delta\Omega}$; číselne sa rovná žiarivému toku $\Delta\phi_e$, ktorý zdroj vysiela do jednotkového priestorového uhla $\Delta\Omega$. Jednotkou žiarivosti je watt na steradián ($W \, . \, sr^{-1}$).

Hustota žiarivého toku $J_e = \frac{\Delta\phi_e}{\Delta S}$; rovná sa podielu žiarivého toku prechádzajúceho plochou s obsahom ΔS postavenou kolmo na smer, v ktorom sa žiarenie šíri a obsahu tejto plochy. Jednotkou hustoty žiarivého toku je watt na meter štvorcový ($W \, . \, m^{-2}$).

Intenzita vyžarovania $M_e = \frac{\Delta\phi_e}{\Delta S}$; rovná sa žiarivému toku vysielanému z plochy s obsahom 1 m^2 telesa. Jednotkou je watt na meter štvorcový ($W \, . \, m^{-2}$).

Fotometrické veličiny sú analogické zavedeným rádiometrickým veličinám:

Svetelný tok $\phi = \frac{\Delta E}{\Delta t}$; určuje sa ako pomer svetelnej energie a doby, za ktorú sa energia vyžiarila zo zdroja do priestoru. Jednotkou svetelného toku je lumen (lm).

Svietivosť bodového zdroja v danom smere $I = \frac{\Delta\phi}{\Delta\Omega}$; je určená ako podiel svetelného toku $\Delta\phi$ vyžiareného do malého priestorového uhla $\Delta\Omega$ a jeho veľkosti. Jednotkou svietivosti je kandela (cd).

Osvetlenie $E_0 = \frac{\Delta\phi}{\Delta S}$; je definované ako podiel svetelného toku $\Delta\phi$ a obsahu ΔS plochy ožiarenej svetelným tokom. Jednotkou osvetlenia je lux (lx). Ak je vzdialenosť svetelného zdroja od osvetlenej plochy r, tak osvetlenie $E_0 = \frac{\Delta\phi}{r^2\Delta\Omega} = \frac{I}{r^2}$. Osvetlenie plochy pri kolmom dopade svetla je priamo úmerné svietivosti zdroja a nepriamo úmerné druhej mocnine vzdialenosti zdroja od plochy.

446. Prečo je v oblačných dňoch v zime teplejšie ako v slnečných?
447. Prečo lampa vyžarujúca prevažne ultrafialové žiarenie sa nazýva „horské slnko“?
448. Prečo na fotografiách získaných v infračervených lúčoch sú dobre viditeľné všetky predmety až po horizont?
449. Na akú vlnovú dĺžku pripadá maximum vyžarovania čierneho telesa s teplotou 5 000 K?
450. Aká je vlnová dĺžka, na ktorú pripadá maximum vyžarovania, a intenzita vyžarovania hviezdy, ktorá má teplotu 30 000 K?
451. Koľkokrát je intenzita vyžarovania čierneho telesa väčšia pri teplote 100 °C ako pri 0 °C?
452. Aká je intenzita vyžarovania čierneho telesa pri teplote: a) 300 K, b) 600 K, c) 900 K? Zostrojte graf závislosti intenzity vyžarovania od teploty v danom intervale teplôt.
453. Ako sa zmení maximálna vlnová dĺžka, ktorú vyžiari čierne teleso, keď termodynamická teplota poklesne z 5 000 K na 3 500 K?
454. Ľudské oko je najcitlivejšie na vlnovú dĺžku 555 nm. Pri akej teplote pripadá na túto vlnovú dĺžku maximum vyžarovania čierneho telesa?
455. Koľko energie za sekundu sa vyžiari otvorenými dvierkami pece, v ktorej je teplota 800 °C? Rozmery dvierok sú 22 cm^2 × 15 cm^2. Predpokladáme, že pec vyžaruje ako čierne teleso.
456. Rozžeravené vlákno žiarovky má teplotu 2 000 °C. Aká je vlnová dĺžka žiarenia, na ktoré pripadá maximum energie v spektre vyžiarenom touto žiarovkou?
*457. Aký prúd musí prechádzať vláknom žiarovky s priemerom 0,10 mm, aby sa jeho teplota udržovala na 2 500 K? Predpokladajte, že vlákno vyžaruje energiu ako čierne teleso (merný elektrický odpor vlákna je $2{,}5 \,.\, 10^{-4}\ \Omega \,.\, \mathrm{cm}$).
458. Aký výkon je potrebný na to, aby sa udržala roztopená platina na teplote 1 773 °C, ak obsah povrchu platiny je 1,0 cm^2 (predpokladajte, že vyžaruje ako čierne teleso a vydáva energiu len žiarením).

Riešenie

$t = 1\,773\ °C$, $T = 2\,046\ K$, $S = 1{,}0 \,.\, 10^{-4}\ m^2$,
$\sigma = 5{,}67 \,.\, 10^{-8}\ W \,.\, m^{-2} \,.\, K^{-4}$; $P = ?$

Výkon P určíme z rovnice $P = \frac{E}{\tau}$, kde E je energia vyžiarená platinou z povrchu obsahom S za čas τ s intenzitou M_e. Preto

$$E = M_e S \tau$$

Podľa Stefanovho-Boltzmannovho zákona je intenzita vyžiarená čiernym telesom daná vzťahom $M_e = \sigma T^4$ a výkon

$$P = \frac{M_e S \tau}{\tau} = M_e S$$

$$P = \sigma T^4 S$$

Po dosadení daných hodnôt určíme výkon

$$P = 5{,}67 \,.\, 10^{-8}\ W \,.\, m^{-2} \,.\, K^{-4} \,.\, 2\,046^4\ K^4 \,.\, 1{,}0 \,.\, 10^{-4}\ m^2 \doteq 99\ W$$

Výkon potrebný na to, aby sa udržala roztopená platina na teplote 1 773 °C za daných podmienok, je 99 W.

459. Na knihu osvetlenú kolmo slnečnými lúčmi dopadá žiarenie svetelného toku 36 lm. Aký svetelný tok bude dopadať na knihu, ak ju pootočíme o 30° okolo osi kolmej na lúče?

460. Stena je osvetlená dvoma rovnakými sviečkami postavenými tesne vedľa seba vo vzdialenosti 80 cm od steny. O akú vzdialenosť treba priblížiť k stene sviečku, ak jedna zhasne, aby stena bola rovnako osvetlená ako predtým?

Riešenie

$r = 80\ cm = 0{,}80\ m$; $r_x = ?$

Keď svietia obe sviečky, ktoré sú vedľa seba a majú rovnakú svietivosť, celkové osvetlenie pri kolmom dopade lúčov na stenu sa bude rovnať súčtu osvetlení každej sviečky

$$E_s = E_{s1} + E_{s2}$$

$$E_s = 2\frac{I}{r^2}$$

Ak jedna sviečka zhasne a osvetlenie steny má zostať rovnaké, platí

$$\frac{2I}{r^2} = \frac{I}{r_x^2}$$

$$r_x = \frac{r\sqrt{2}}{2}$$

Po dosadení daných hodnôt

$$r_x = \frac{0{,}80\sqrt{2}}{2}\,\mathrm{m} = 0{,}56\,\mathrm{m}$$

Posunutie sviečky $r - r_x = 0{,}24$ m. Sviečku treba posunúť k stene o 0,24 m.

461. Uhlíkový oblúk utvoril na tienidle vzdialenej od neho 4,0 m osvetlenie 1 000 lx. Aká je svietivosť oblúka?

462. Vo výške 4,0 m nad vodorovnou rovinou podlahy je bodový zdroj svetla svietivosti 100 cd. Určte osvetlenie roviny v bode A, ktorý je vo vzdialenosti 20 m od stopy lúča, ktorý dopadol zo zdroja na rovinu kolmo.

Riešenie

$I = 100$ cd, $h = 4{,}0$ m, $l = 20$ m; $E_s = ?$

Podľa obr. 4-1 pre osvetlenie platí

$$E_s = \frac{I\cos\alpha}{r^2}$$

$$r = \sqrt{h^2 + l^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{h}{r} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + l^2}}$$

$$E_s = \frac{Ih}{\sqrt{(h^2 + l^2)^3}}$$

V mieste kolmého dopadu lúčov (v bode A) bude osvetlenie

$$E_s = \frac{I}{h^2}$$

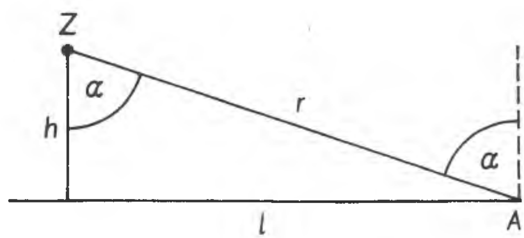
$$E_s = \frac{100}{4^2}\ \text{lx} = 6{,}2\ \text{lx}$$

Ak $l \gg h$

$$E_s \doteq \frac{Ih}{l^3}$$

$$E_s = \frac{400}{8\,000}\ \text{lx} = 0{,}05$$

Osvetlenie v bode A je 0,05 lx.



Obr. 4-1

463. Osvetlenie vodorovného povrchu Zeme pri výške Slnka nad horizontom 45° je 80 000 lx. Určte osvetlenie povrchu Zeme pri výške Slnka nad horizontom 25°.

464. Nad stredom štvorcového stola s hranou a visí lampa vo výške h. Koľkokrát menšie osvetlenie bude v strede stola, ak túto lampu zavesíme v tej istej výške nad jedným rohom stola? (Riešte pre hodnoty $a = 1{,}5$ m, $h = 1{,}0$ m.)

465. Dve žiarovky so svietivosťou 80 cd a 200 cd sú umiestené vo výške 2,5 m nad vodorovnou doskou stola. Ich vzájomná vzdialenosť je 3,0 m. Aké je osvetlenie stola v mieste, kde dopadajú lúče z prvej žiarovky kolmo?

466. Prečo sa röntgenová lampa pripája na veľmi vysoké napätie rádovo desiatky až stovky kilovoltov?

5. ZÁKLADY ŠPECIÁLNEJ TEÓRIE RELATIVITY

Špeciálna teória relativity vychádza z dvoch postulátov, ktoré sú zovšeobecnením mnohých experimentálnych i teoretických poznatkov. Sú to:

1. Princíp relativity: Vo všetkých inerciálnych sústavách platia rovnaké fyzikálne zákony.

Podľa tohto princípu sú všetky inerciálne vzťažné sústavy fyzikálne úplne rovnocenné. Neexistuje žiadna význačná „absolútna" inerciálna sústava. Preto nemožno nijakými fyzikálnymi pokusmi (mechanickými, optickými ani inými) uskutočňovanými vnútri inerciálnej sústavy zistiť, či je táto sústava vzhľadom na inú sústavu v pokoji, alebo sa vzhľadom na ňu pohybuje rovnomerne priamočiaro.

2. Princíp konštantnej rýchlosti svetla. Vo všetkých inerciálnych sústavách má rýchlosť svetla vo vákuu rovnakú veľkosť. Táto rýchlosť nezávisí od smeru, v ktorom sa svetlo šíri ani od vzájomného pohybu svetelného zdroja a vzťažnej sústavy. Z týchto dvoch princípov vyplýva veľa závažných dôsledkov.

Súčasnosť dvoch udalostí je relatívna. Dve udalosti, ktoré v inerciálnej sústave S' nastali súčasne v dvoch rôznych miestach, už nebudú súčasné v inerciálnej sústave S, pohybujúcej sa vzhľadom na S' rovnomerným a priamočiarym pohybom. Každá inerciálna sústava má „svoju" synchronizáciu hodín.

Dilatácia času

Trvanie určitého deja závisí od sústavy, v ktorej tento dej pozorujeme. Nech Δt_0 je časový interval, ktorý nameriame v pokojovej sústave S' určitého deja (telesá, na ktorých dej prebieha, sú v S' v pokoji). Ak sa sústava S pohybuje rýchlosťou veľkosti v vzhľadom na sústavu S', potom v sústave S bude dej trvať Δt, pričom

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Kontrakcia dĺžok

Vzdialenosť dvoch bodov (dĺžka tyče) už nie je absolútna veličina, ako to predpokladala klasická mechanika, ale závisí od sústavy, v ktorej túto vzdialenosť meriame. Pri určovaní dĺžky tyče je podstatné to, že polohu oboch koncov tyče určujeme súčasne vzhľadom na sústavu, v ktorej dĺžku tyče meriame.

Čím rýchlejšie sa tyč vzhľadom na istú sústavu pohybuje, tým je jej dĺžka menšia. Ak l_0 je dĺžka tyče v jej pokojovej sústave, potom v sústave, vzhľadom na ktorú sa tyč (v smere svojej dĺžky) pohybuje rýchlosťou $\boldsymbol{v}$, bude dĺžka tyče l daná vzťahom

$$l = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Relativistická hmotnosť

Hmotnosť telesa v teórii relativity závisí od veľkosti jeho rýchlosti vzhľadom na danú vzťažnú sústavu podľa vzťahu

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

kde m_0 je pokojová hmotnosť telesa a m relativistická hmotnosť telesa (je to hmotnosť telesa vzhľadom na vzťažnú sústavu, v ktorej má teleso rýchlosť $\boldsymbol{v}$).

Relativistická hybnosť

Ak sa teleso s hmotnosťou m pohybuje rýchlosťou $\boldsymbol{v}$, jeho hybnosť je

$$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v} = \frac{m_0\boldsymbol{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Súvislosť energie a hmotnosti

Energia E telesa súvisí s jeho hmotnosťou podľa vzťahu

$$E = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

kde m_0 je pokojová hmotnosť telesa. Pokojová energia telesa je m_0c^2. Kinetická energia je rozdiel celkovej a pokojovej energie

$$E_{\mathrm{kin}} = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} - 1\right]$$

Prírastok energie a prírastok hmotnosti sústavy sú viazané vzťahom

$$\Delta E = \Delta mc^2$$

Relativistické skladanie rýchlostí

Nech u' je veľkosť rýchlosti telesa v sústave S' v smere osi x' a nech sa sústava S' pohybuje rýchlosťou veľkosti v vzhľadom na sústavu S, pričom osi x, x' oboch sústav splývajú. Potom sa teleso pohybuje vzhľadom na sústavu S rýchlosťou veľkosti

$$u = \frac{u' + v}{1 + \dfrac{u'v}{c^2}}$$

V klasickej fyzike by platilo $u = u' + v$. Zo vzťahu pre skladanie rýchlosti v teórii relativity vyplýva, že pri $u' < c$, $v < c$ bude aj $u < c$. To znamená, že skladaním dvoch rýchlostí s veľkosťami menšími ako c dostaneme zasa rýchlosť, ktorej veľkosť je menšia ako c.

Úlohy

467. Líška naháňa zajaca. Zajac beží priamo od líšky rýchlosťou veľkosti v, líška beží za ním rýchlosťou veľkosti V, ktorá je väčšia ako v. Začiatočná vzdialenosť líšky a zajaca je l_0. Za aký čas líška dobehne zajaca?

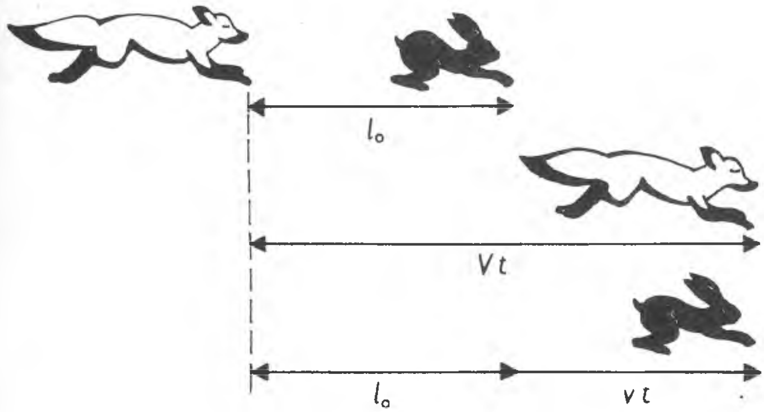
Riešenie

Z obr. 5-1 vidieť, že líška bude na rovnakom mieste ako zajac v čase t, v ktorom platí

$$Vt = l_0 + vt$$

odkiaľ

$$t = \frac{l_0}{V - v}$$



Obr. 5-1

468. Na rieke tečúcej rýchlosťou veľkosti v je „bazén" tvaru štvorca. „Bazén" je tvorený štyrmi drevenými chodníkmi, pod ktorými preteká voda. Voda tečie v smere jednej zo strán bazénu. Dĺžka bazénu je L. Plavec pláva rýchlosťou veľkosti V (vzhľadom na vodu). Za aký čas prepláva zo steny kolmej na smer prúdenia vody na druhú stranu bazénu a späť?

Riešenie

V prvej časti plavec pláva „po prúde" a príde na druhú stranu za čas $t_1 = \dfrac{L}{V + v}$. Po otáčke pláva proti prúdu a vráti sa k pôvodnej stene za čas $t_2 = \dfrac{L}{V - v}$. Výsledný čas plávania je

$$T = t_1 + t_2 = \frac{L}{V - v} + \frac{L}{V + v} = \frac{2LV}{V^2 - v^2}$$

469. Priateľ, ktorý pláva rovnako rýchlo ako vy, vám navrhne pretek na prírodnom kúpalisku opísanom v predchádzajúcej úlohe. Pravidlá sú takéto: jeden z plavcov pláva tam a späť, najprv po prúde, potom proti prúdu. Druhý pláva tiež tam a späť, kolmo na steny bazénu rovnobežné so smerom prúdenia rieky. Každý plavec sa musí vrátiť na miesto, z ktorého štartoval. Môžete si zvoliť jednu z možností. Ktorý plavec bude vo výhode?

470. V špeciálnej teórii relativity je rýchlosť svetla hraničnou rýchlosťou. Prenos signálov rýchlosťou väčšou, ako je rýchlosť svetla, nie je možný. Odporcovia teórie relativity začiatkom tohto storočia uvádzali tento „argument": predstavme si dlhú tyč z dokonale tuhej látky. Do jedného konca tyče udrieme silne kladivom. Pretože tyč je tuhé teleso, celá sa okamžite posunie. Takto prenášame signál z jedného konca tyče na druhý okamžite, a teda nekonečne veľkou rýchlosťou. Nájdite chybu v tomto „argumente".

471. Loď v hmle pláva po mori a v pravidelných intervaloch vysiela signály. Sú vyslania signálov súmiestne udalosti?

472. Elementárna častica — hyperón Λ — má v sústave, v ktorej sa nachádza v pokoji, strednú dobu života $2{,}6 \,.\, 10^{-10}$ s. Aká bude stredná dráha, ktorú preletí hyperón Λ od svojho zrodu po premenu $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$, ak sa pohybuje rýchlosťou $0{,}95\, c$:

a) podľa klasickej fyziky,

b) podľa relativistickej fyziky?

Riešenie

$\tau = 2{,}6 \,.\, 10^{-10}$, $v = 0{,}95\, c$; $l = ?$

---

a) Podľa klasickej fyziky platí $l = \tau v \doteq 7{,}4$ cm.

b) Podľa relativistickej fyziky $l = \dfrac{\tau}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}\,;\ v \doteq 23{,}7$ cm.

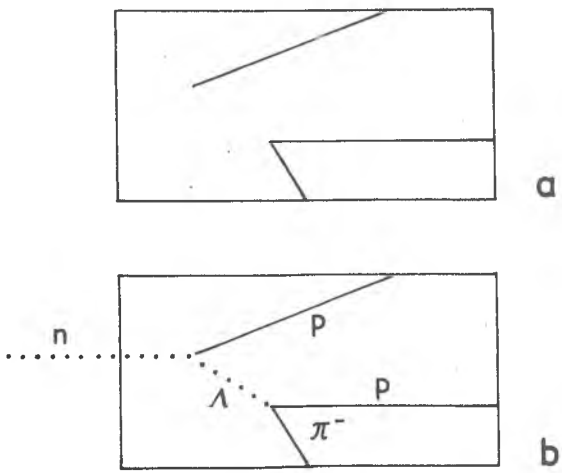
Poznámka: Strednú dĺžku dráhy hyperónu Λ možno pozorovať v bublinovej komore podrobnejšie opísanej v stati 8.1 v učebnici fyziky pre 4. roč. gymnázia. Ak napríklad dopadá na komoru naplnenú tekutým vodíkom zväzok neutrónov, objaví sa na snímke obraz ako na obr. 5-2a. Experimentátor vie, čo sa stalo, a dokreslí na snímku dráhy neutrálnych častíc, ktoré bublinová komora nemôže zaregistrovať. Tak dostane situáciu na obr. 5-2b a dopíše k jednotlivým dráham stopy častíc po neutróne n, protóne p a mezóne π^-. Dopadajúci neutrón narazil na protón (jadro vodíka) a uskutočnila sa reakcia

$$n + p \rightarrow \Lambda + p$$

Po nej nasledoval rozpad

$$\Lambda \rightarrow p + \pi^-$$

Dráhu, ktorú prešla častica Λ, možno priamo odmerať na snímke z bublinovej komory.



Obr. 5-2

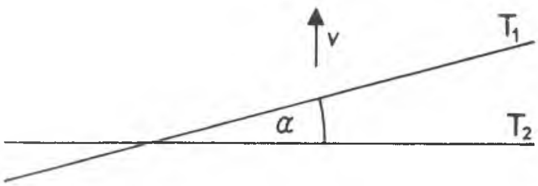
473. Stredná doba života mezónu μ^- je $\tau \doteq 2{,}2 \,.\, 10^{-6}$ s. Vypočítajte dráhu, ktorú prejde μ^- od svojho zrodu až po premenu na elektrón a neutríno: $\mu^- \rightarrow e^- + \nu$, ak sa mezón μ^- pohybuje rýchlosťou 0,96 c.

474. Dlhá tyč je rovnomerne elektricky nabitá, pričom hustota náboja je ϱ_0. Akú dĺžkovú hustotu náboja zistí pozorovateľ, vzhľadom na ktorého sa tyč pohybuje rýchlosťou veľkosti v? Tyč sa pohybuje v smere svojej dĺžky. Náboj elementárnej častice sa pri prechode z jednej inerciálnej sústavy do druhej nemení.

475. Dĺžka vlaku odmeraná v jeho pokojovej sústave je 500 m. Vlak prechádza okolo nástupišťa rýchlosťou veľkosti 144 km . h^{-1}. S akou presnosťou by museli merať jeho dĺžku pozorovatelia na nástupišti, keby chceli dokázať relativistickú kontrakciu dĺžok?

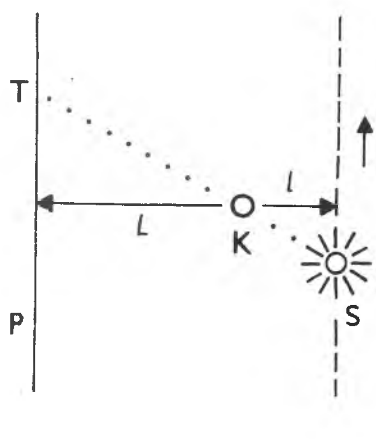
476. Mezón π^0 je nestabilný a rozpadá sa na dva fotóny. Predpokladajme, že letí v kladnom smere osi x vzhľadom na pozorovateľa rýchlosťou 0,99 c a rozpadá sa tak, že jeden fotón vyletí v smere pohybu mezónu π^0, druhý fotón vyletí v opačnom smere. Aké veľkosti rýchlostí fotónov nameria pozorovateľ?

477. Tyč T_1 sa pohybuje vzhľadom na tyč T_2 rýchlosťou veľkosti v o málo menšou, ako je rýchlosť svetla vo vákuu. Akou rýchlosťou sa pohybuje priesečník oboch tyčí? Môže byť jeho rýchlosť väčšia, ako je rýchlosť svetla vo vákuu (obr. 5-3)?



Obr. 5-3

478. Svetelný zdroj S sa pohybuje po priamke naznačenej na obr. 5-4 rýchlosťou s veľkosťou v o málo menšou, ako je rýchlosť svetla vo vákuu. Zdroj vrhá tieň T kolesa K na plot P. Akou veľkou rýchlosťou sa pohybuje tieň po plote, ak vzdialenosti l a L spĺňajú podmienku $l \ll L$? Môže byť veľkosť rýchlosti pohybu tieňa väčšia ako c?



Obr. 5-4

479. Zdroj svetla sa pohybuje rýchlosťou veľkosti v približujúcou sa rýchlosti svetla. Zdroj vyšle v čase $t = 0$ krátky záblesk svetla do všetkých smerov. V sústave spojenej so zdrojom bude vlnoplocha (plocha, do ktorej svetlo dospelo v čase t) povrchom gule s polomerom rovnajúcim sa ct. Aký tvar bude mať vlnoplocha v sústave, vzhľadom na ktorú sa zdroj pohybuje?

480. Ukážte, že pre teleso s pokojovou hmotnosťou m_0 pohybujúce sa rýchlosťou veľkosti v, platí $E^2 = m_0^2c^4 + c^2p^2$, kde E je celková energia a p je veľkosť hybnosti telesa.

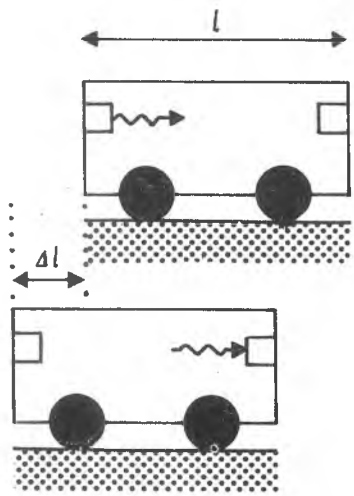
481. Vypočítajte energiu E telesa s hmotnosťou 1 kg a porovnajte ju s celosvetovou produkciou energie E', pričom $E' \doteq 5 \,.\, 10^{12}$ kW . h.

482. V nerelativistickej mechanike platí pre časticu s kinetickou energiou E_k, hybnosťou veľkosti p a pokojovou hmotnosťou m_0 vzťah $p = \sqrt{2mE_k}$. Odvoďte tento vzťah a potom odvoďte vzťah medzi p a E_k v špeciálnej teórii relativity.

483. Relativistická závislosť hmotnosti od rýchlosti sa v súčasnosti preveruje v mnohých experimentoch fyziky elementárnych častíc. Začiatkom nášho storočia jediná informácia pochádzala z meraní vychyľovania elektrónov vo vonkajšom elektrickom alebo magnetickom poli. Ak sa napríklad elektrón s nábojom $-e$ ($e \doteq 1{,}602 \,.\, 10^{-19}$ C) pohybuje v elektrickom poli s intenzitou $\boldsymbol{E}$, pôsobí naň sila $-e\boldsymbol{E}$ a zrýchlenie elektrónu je dané vzťahom $ma = -e\boldsymbol{E}$, odkiaľ $\boldsymbol{a} = -\frac{e}{m}\boldsymbol{E}$. Veľkosť zrýchlenia pri danom $\boldsymbol{E}$ závisí od pomeru $\frac{e}{m}$. Preto z tvaru trajektórie elektrónu vo vonkajšom poli možno určiť pomer $\frac{e}{m}$. Pre pomalý elektrón $m = m_0$, kde m_0 je pokojová hmotnosť elektrónu, pre veľkosti rýchlostí elektrónov, porovnateľné s rýchlosťou svetla, sa už prejaví relativistická závislosť hmotnosti od rýchlosti. Predpokladajte, že v experimente tohto typu bol odmeraný pomer $\frac{e}{m} = 0{,}2110 \,.\, 10^{11}$ C . kg^{-1}. Vypočítajte relativistickú hmotnosť elektrónu a veľkosť jeho rýchlosti.

484. Jednou z elementárnych častíc je fotón (kvantum elektromagnetického žiarenia). Fotón sa pohybuje rýchlosťou svetla a jeho pokojová hmotnosť je nulová. Nájdite vzťah medzi energiou E a veľkosťou hybnosti p fotónu.

* **485.** Einstein odvodil vzťah $\Delta E = \Delta mc^2$ viacerými spôsobmi. Jeden z nich vychádzal z nasledujúceho myšlienkového experimentu: na dokonale hladkých koľajniciach stojí vagón s hmotnosťou M a dĺžkou l (obr. 5-5). Na jednej stene vagóna je zdroj žiarenia, ktorý vyšle fotón smerom k druhej stene vagóna, kde je fotón pohltený. Vyšetrite posun vagóna počas preletu fotónu od jednej steny k druhej. Uvedomte si, že ťažisko izolovanej sústavy (vagóna) sa nemôže posunúť pod vplyvom procesov, ktoré v sústave prebiehajú a odvoďte odtiaľ vzťah $\Delta E = \Delta mc^2$.



Obr. 5-5

Riešenie

Fotón vyslaný zo zdroja má energiu E a veľkosť hybnosti p. Pri vyslaní fotónu platí zákon zachovania hybnosti, a preto sa vagón ako celok začne posúvať smerom „dozadu" a veľkosť jeho hybnosti bude tiež p. Veľkosť rýchlosti vagóna bude $v = \frac{p}{M}$. Fotón preletí z jednej strany vagóna na druhú za čas $t = \frac{l}{c}$ a vagón sa zatiaľ posunie o $\Delta l = vt = \frac{pl}{Mc}$. Vagón sa teda posunul o Δl a

$$M\Delta l = \frac{pl}{c} = \frac{El}{c^2}$$

Zdalo by sa, že aj ťažisko celého vagóna sa posunulo. Tomuto fyzikálne neprijateľnému záveru sa možno vyhnúť, len ak predpokladáme, že aj fotón preniesol od jednej steny vagóna k druhej určitú hmotnosť m. Súčin hmotnosti m prenášanej fotónom a dĺžky, o ktorú bol fotón presunutý, je ml. Ťažisko vagóna sa neposunie, ak platí

$$M\Delta l = ml$$

Odtiaľ vzhľadom na predchádzajúci vzťah dostaneme

$$m = \frac{E}{c^2}$$

E možno považovať za energiu prenesenú z jednej steny vagóna na druhú a m za prenesenú hmotnosť. Potom je vhodnejšie namiesto m písať Δm a namiesto E písať ΔE. Pri tomto význame veličín platí $\Delta E = \Delta mc^2$.

486. Hyperón Λ sa pohybuje v bublinovej komore rýchlosťou 0,80 c a pri premene $\Lambda \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ (protón, elektrón, antineutríno) vyšle v smere svojho pohybu protón, ktorý sa v pokojovej sústave hyperónu Λ pohybuje rýchlosťou 0,30 c. a) Akou rýchlosťou sa bude pohybovať protón vzhľadom na súradnicovú sústavu spojenú s bublinovou komorou? b) Akou rýchlosťou by sa protón pohyboval, keby platil nerelativistický vzťah pre skladanie rýchlostí?

6. ZÁKLADNÉ POJMY KVANTOVEJ FYZIKY

Kvantové vlastnosti žiarenia sa výrazne prejavujú vo fotoelektrickom jave. Ak na povrch kovu dopadá žiarenie s frekvenciou f, uvoľňujú sa z kovu elektróny podobne, ako keby to spôsoboval zväzok kvánt — fotónov — pričom každý fotón má energiu E a veľkosť hybnosti p

$$E = hf, \quad p = \frac{hf}{c} \tag{1}$$

Každý fotón uvoľňuje z kovu jeden elektrón. Zo zákona zachovania energie potom vyplýva Einsteinova rovnica

$$hf = W_v + \frac{1}{2}mv^2 \tag{2}$$

kde $h \doteq 6{,}63 \,.\, 10^{-34}$ J . s je Planckova konštanta. Výraz na ľavej strane je energia fotónu, výstupná práca W_v sa rovná energii potrebnej na uvoľnenie elektrónu z kovu a $\frac{1}{2}mv^2$ je kinetická energia elektrónu. Energia fotónu sa takto spotrebuje na uvoľnenie elektrónu z kovu a na kinetickú energiu elektrónu.

Pripomeňme si niektoré základné vlastnosti atómov: Látkové množstvo 1 mol (napr. 12 g uhlíka ^{12}C) obsahuje N_A atómov, pričom

$$N_A \doteq 6{,}022 \,.\, 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$$

je Avogadrova konštanta.

Rozmery atómov sú rádovo 10^{-10} m. Hmotnosť najľahšieho z atómov — atómu vodíka — je približne $1{,}66 \,.\, 10^{-27}$ kg.

Atómy sa skladajú z jadra s rozmermi rádovo 10^{-15} m, (10^5-krát menšími, ako je rozmer atómu) a z elektrónového obalu. V jadre je sústredený celý kladný náboj a takmer celá hmotnosť atómu.

Energie atómov sú kvantované. Energia atómu môže nadobúdať len určité diskrétne hodnoty E_n, pričom $n = 1, 2, \ldots$ Pri prechode zo stavu s energiou E_n do stavu s menšou energiou E_m vysiela atóm jeden fotón. Frekvencia tohto fotónu f_{nm} je daná vzťahom

$$E_n - E_m = hf_{nm} \tag{3}$$

Vlnová dĺžka tohto fotónu $\lambda_{nm} = \frac{c}{f_{nm}}$. Kvantovanie energie atómu bolo presvedčivo dokázané vo Franckových-Hertzových experimentoch. Energie kvantových stavov atómu vodíka sú dané vzťahom

$$E_n = -\frac{13{,}59\ \text{eV}}{n^2}, \text{ kde } n = 1, 2, 3, \ldots \tag{4}$$

Zdrojmi koherentného a monochromatického žiarenia, ktoré možno sústrediť na veľmi malú plôšku, sú lasery. V laseri sa najprv zväčší počet atómov v excitovanom stave s energiou E_2 a potom atómy stimulovanou emisiou žiarenia prechádzajú zo stavu s energiou E_2 do stavu s nižšou energiou E_1. Pri stimulovanej emisii na atóm dopadá žiarenie s frekvenciou $f_{21} = \frac{E_2 - E_1}{h}$, atóm prechádza do stavu s energiou E_1 a fotón vyslaný pri tomto prechode sa „pridáva“ k dopadajúcemu žiareniu, čím ho zosilňuje.

Podobne ako fotóny majú časticové aj vlnové vlastnosti aj iné častice, napr. elektróny. S elektrónom, ktorý má veľkosť hybnosti $p = mv$, je spojená elektrónová vlna s vlnovou dĺžkou

$$\lambda = \frac{h}{p} \tag{5}$$

Elektrón nie je ani časticou, ani vlnou, je objektom mikrosveta, ktorý má vlnové aj časticové vlastnosti. Elektrón nemožno opísať pomocou zákonov klasickej fyziky, iba zákonmi kvantovej fyziky.

Elektrónovú vlnu charakterizujeme vlnovou funkciou $\psi(\boldsymbol{r}, t)$. Výraz $|\psi(\boldsymbol{r}, t)|^2 \Delta V$ určuje pravdepodobnosť nájdenia elektrónu v priestore s malým objemom ΔV obsahujúcom bod $\boldsymbol{r}$.

487. Žiarovka s príkonom 40 W vysiela zelené svetlo s vlnovou dĺžkou 550 nm. Vypočítajte energiu, veľkosť hybnosti fotónov tohto žiarenia a počet fotónov vysielaných žiarovkou za 1 s. Predpokladajte, že na energiu vyžiarených fotónov pripadá 1 % príkonu.

488. V experimente na štúdium fotoelektrického javu dopadá na katódu monochromatické svetlo s vlnovou dĺžkou $\lambda = 436$ nm (modrá čiara ortuťovej výbojky). Na povrch katódy dopadá žiarivý tok $0{,}10 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1}$. Aký bude prúd prechádzajúci obvodom, ak v priemere 10 % fotónov dopadajúcich na katódu uvoľní elektrón (90 % fotónov sa pohltí hlbšie v kove a neuvoľní elektrón, alebo sa odrazí od povrchu katódy).

489. Experimentálne štúdium fotoelektrického javu ukazuje, že aj pri veľmi malej intenzite žiarenia dopadajúceho na katódu, začína v obvode prechádzať prúd hneď po dopade žiarenia. Posúďte tento výsledok:
a) z hľadiska Einsteinovej teórie fotoelektrického javu,
b) z hľadiska klasických predstáv o žiarení.

Riešenie

a) Menšia intenzita dopadajúceho žiarenia znamená podľa Einsteinovej teórie, že na katódu dopadá za 1 s menej fotónov. Menej fotónov uvoľňuje menej elektrónov a aj prúd v obvode bude mať menšiu hodnotu, ale začne prechádzať v obvode hneď po dopade prvých fotónov, lebo fotón uvoľňuje elektrón okamžite.
b) Podľa klasickej teórie by dopadajúce žiarenie rozkmitávalo elektróny v kove. Keby istý elektrón postupným rozkmitávaním získal dostatočnú energiu, mohol by opustiť povrch kovu. Pri malej intenzite dopadajúceho žiarenia to môže trvať dosť dlho a prúd by začal prechádzať obvodom s veľkým oneskorením za okamihom, v ktorom žiarenie začalo dopadať na katódu.

490. Slnečné žiarenie dopadá na povrch Zeme. Energia dopadajúca na jednotku povrchu kolmého na smer šírenia lúčov za jednotku času je $1{,}4 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. Predpokladajte, že všetky dopadajúce fotóny sú pohltené. Vypočítajte tlak slnečného žiarenia na povrch

Zeme na poludnie na rovníku a porovnajte ho s atmosferickým tlakom.

Riešenie

$M_e = 1{,}4 \,.\, 10^3\ \mathrm{W\,.\,m^{-2}}$; $p = ?$

Veľkosť hybnosti fotónu s energiou E je $\frac{E}{c}$. Na ploche s obsahom ΔS sa za dobu Δt pohltia fotóny, ktorých celková hybnosť má veľkosť

$$\Delta P = \frac{M_e}{c} \Delta S \Delta t \qquad (1)$$

Veľkosť zmeny hybnosti sa však podľa 2. Newtonovho zákona rovná súčinu $F\Delta t$. Veľkosť sily F môžeme zapísať ako súčin tlaku p a obsahu plochy ΔS:

$$\Delta P = F\Delta t = p\Delta S\Delta t \qquad (2)$$

Úpravou z (1) a (2) dostaneme

$$p = \frac{M_e}{c} \doteq 4{,}7 \,.\, 10^{-6}\ \mathrm{Pa}$$

Atmosferický tlak $p_{atm} \doteq 10^5$ Pa. Preto je tlak žiarenia asi $\frac{1}{4{,}7} \cdot 10^{11}$-krát menší ako atmosferický tlak.

***491.** V slnečnej sústave je zrnko prachu s polomerom r a hustotou $3 \,.\, 10^3\ \mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$. Porovnajte gravitačnú silu, ktorou pôsobí Slnko na zrnko, s tlakovou silou, ktorou naň pôsobí slnečné žiarenie. Žiarivý tok Slnka je $3{,}86 \,.\, 10^{26}$ W. Predpokladajte, že zrnko odráža všetko žiarenie, ktoré naň dopadá.

Riešenie

$\varrho = 3 \,.\, 10^3\ \mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$; $L_\odot = 3{,}86 \,.\, 10^{26}$ W; $\frac{F_g}{F_ž} = ?$

Hmotnosť zrnka je $m \frac{4}{3} \pi r^3 \varrho$. Veľkosť gravitačnej sily pôsobiacej na zrnko bude

$$F_g = \frac{\varkappa m M_\odot}{R^2} = \frac{4}{3} \pi r^3 \varrho \frac{\varkappa M_\odot}{R^2} \tag{1}$$

kde R je vzdialenosť zrnka od stredu Slnka. Hustota žiarivého toku vo vzdialenosti R od Slnka je $s = \frac{L_\odot}{4\pi R^2}$. Ak sa žiarenie odráža od zrnka s polomerom r a plochou prierezu $S = \pi r^2$, bude veľkosť zmeny hybnosti Δp žiarenia odrazeného od zrnka za dobu Δt

$$\Delta p = \frac{2}{c} \frac{L_\odot}{4\pi R^2} \pi r^2 \Delta t = \frac{L_\odot}{2c} \frac{r^2}{R^2} \Delta t$$

Podľa 2. Newtonovho zákona veľkosť zmeny hybnosti sa rovná $F_ž \Delta t$. Preto

$$F_ž = \frac{L_\odot}{2c} \frac{r^2}{R^2} \tag{2}$$

Pomocou (1) a (2) dostaneme

$$\frac{F_g}{F_ž} = \frac{\frac{4}{3} \pi r^3 \varrho \frac{\varkappa M_\odot}{R^2}}{\frac{L_\odot}{2c} \frac{r^2}{R^2}} = \frac{8}{3} \frac{\pi \varrho c \varkappa M_\odot}{L_\odot} r = \frac{r}{r_0}$$

kde

$$r_0 = \frac{3L_\odot}{8\pi c \varrho \varkappa M_\odot} \doteq 0{,}4 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}$$

Pre $r > r_0$ prevláda gravitačná sila, $r < r_0$ je väčšia sila spôsobená tlakom žiarenia.

492. Hraničná vlnová dĺžka pri fotoelektrickom jave na platinovej katóde je 198 nm. Po zohriatí platinovej katódy na vysokú teplotu sa hraničná vlnová dĺžka zväčšila na 210 nm. O koľko sa zmenila výstupná práca zohriatím katódy.

493. Na povrch niklu dopadá monochromatické žiarenie s vlnovou dĺžkou 100 nm. Hraničná vlnová dĺžka pri fotoelektrickom jave na nikle je 248 nm. Vypočítajte:
a) energiu E dopadajúcich fotónov,
b) výstupnú prácu,
c) kinetickú energiu uvoľnených elektrónov.

*** 494.** Z veže vysokej 20 m vysielame monochromatické žiarenie s vlnovou dĺžkou λ smerom k povrchu Zeme. Vypočítajte zmenu vlnovej dĺžky žiarenia. Žiarenie chápeme ako prúd fotónov, pričom každý z nich má určitú relativistickú hmotnosť. Zmenu energie fotónu počítame ako zmenu energie častice s určitou relativistickou hmotnosťou v gravitačnom poli Zeme.

Riešenie

$H = 2$ m; $\Delta\lambda = ?$

Energia fotónu pri jeho vyžiarení vo výške h je $E = hf = \dfrac{hc}{\lambda}$. Jeho relativistická hmotnosť $m = \dfrac{E}{c^2}$. Pri páde objektu s hmotnosťou m z výšky H sa jeho energia zväčší o $\Delta E = mgH$. Energia fotónu pri dopade na povrch Zeme bude $E' = \dfrac{hc}{\lambda} + mgH = \dfrac{hc}{\lambda}\left(1 + \dfrac{gH}{c^2}\right)$. Vlnová dĺžka λ' pri dopade fotónu bude daná vzťahom $E' = \dfrac{hc}{\lambda'}$. Preto

$$\frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc}{\lambda}\left(1 + \frac{gH}{c^2}\right)$$

Odtiaľ

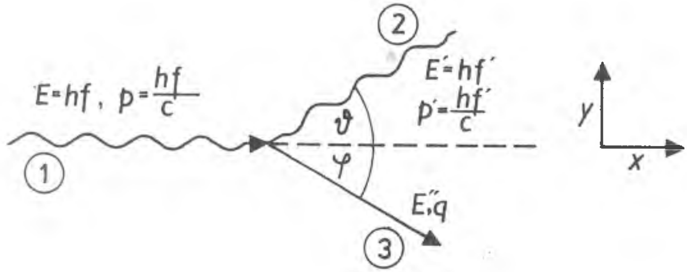
$$\lambda' = \frac{\lambda}{1 + \dfrac{gH}{c^2}} \doteq \lambda\left(1 - \frac{gH}{c^2}\right) = \lambda(1 - 0{,}22 \,.\, 10^{-14})$$

$$\Delta\lambda = 0{,}22 \,.\, 10^{-14}\,\lambda$$

Zmena vlnovej dĺžky bude $0{,}22 \,.\, 10^{-14}\,\lambda$.

Poznámka. Táto takmer neuveriteľne malá zmena vlnovej dĺžky bola skutočne experimentálne pozorovaná. Zmenu vlnovej dĺžky žiarenia v gravitačnom poli predpovedal A. Einstein v období rokov 1907—1911 na základe úvah, ktoré ho priviedli k všeobecnej teórii relativity. Naše odvodenie je zjednodušením postupu používaného v teórii relativity.

*** 495.** Pri Comptonovom jave sa fotón s frekvenciou f a vlnovou dĺžkou λ rozptyľuje na voľnom elektróne. Uhol rozptylu fotónu (obr. 6-1) je ϑ. Nájdite závislosť vlnovej dĺžky λ' rozptýleného fotónu od uhla ϑ.



Obr. 6-1

Riešenie

Závislosť λ' od uhla ϑ získame zo zákonov zachovania energie a hybnosti. Pre veľkosti hybnosti a energie zavedieme takéto označenie:

Fotón pred zrážkou $E = hf$, $p = \dfrac{hf}{c}$,

fotón po zrážke $E' = hf'$, $p' = \dfrac{hf'}{c}$,

elektrón pred zrážkou m_0c^2, 0,

elektrón po zrážke $E'' = \sqrt{q^2c^2 + m_0^2c^4}$, q.

Zákon zachovania energie napíšeme v tvare

$$hf + m_0c^2 = hf' + \sqrt{q^2c^2 + m_0^2c^4} \tag{1}$$

Zákon zachovania hybnosti v smere osi x (pozri obr. 6-1) je

$$\frac{hf}{c} + 0 = \frac{hf'}{c} \cos \vartheta + q \cos \varphi \tag{2}$$

Zákon zachovania hybnosti v smere osi y je

$$0 = \frac{hf'}{c} \sin \vartheta - q \sin \varphi \tag{3}$$

Teraz vylúčime z troch rovníc (1), (2), (3) veličiny q, φ a dostaneme vzťah medzi λ', λ a uhlom ϑ.
Úpravou rovníc (2) a (3) dostaneme

$$\begin{aligned} hf - hf' \cos \vartheta &= qc \cos \varphi \\ hf' \sin \vartheta &= qc \sin \varphi \end{aligned}$$

Obe rovnice umocníme na druhú a sčítame

$$(hf)^2 - 2(hf)(hf')\cos \vartheta + (hf')^2 = q^2c^2 \tag{4}$$

V rovnici (1) presunieme hf' na ľavú stranu a výslednú rovnicu umocníme. Dostaneme

$$(hf - hf' + m_0c^2)^2 = q^2c^2 + m_0^2c^4$$

Úpravou dostaneme

$$(hf)^2 + (hf')^2 - 2(hf)(hf') + 2m_0c^2(hf - hf') = q^2c^2 \tag{5}$$

Od (4) odčítame (5) a bude

$$2(hf)(hf')(1 - \cos \vartheta) = 2m_0c^2(hf - hf')$$

Úpravou dostaneme

$$\frac{h}{m_0c}(1 - \cos \vartheta) = \frac{c}{f'} - \frac{c}{f} = \lambda' - \lambda$$

Teda zmena vlnovej dĺžky bude

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos \vartheta)$$

496. Pri Comptonovom rozptyle má dopadajúci fotón frekvenciu $1{,}50 \,.\, 10^{19}$ Hz, fotón po zrážke má frekvenciu $1{,}10 \,.\, 10^{19}$ Hz. Akú energiu získal elektrón, s ktorým sa fotón zrazil?

497. Akú energiu musí mať fotón röntgenového žiarenia, aby pri Comptonovom rozptyle udelil elektrónu maximálnu energiu 50 KeV? (Pri výpočte je vhodné použiť $m_0c^2 \doteq 511$ keV)

Riešenie

$f = 1{,}10 \,.\, 10^{19}$ Hz, $f' = 1{,}50 \,.\, 10^{19}$ Hz; $E = ?$

Elektrón získa maximálnu energiu, ak sa fotón rozptyľuje „dozadu", t. j. uhol rozptylu elektrónu $\vartheta = 180°$. Potom platí

$$\lambda' = \lambda + \frac{2h}{m_0c}$$

kde λ' je vlnová dĺžka rozptýleného a λ dopadajúceho fotónu. Pretože $\lambda = \dfrac{c}{f} = \dfrac{hc}{hf} = \dfrac{hc}{E}$, podobne pre λ' bude

$$\frac{hc}{E'} = \frac{hc}{E} + \frac{2h}{m_0c}$$

Úpravou dostaneme

$$\frac{1}{E'} - \frac{1}{E} = \frac{2}{m_0c^2}$$

Ak $E - E' = E_{max}$, tak

$$\frac{E - E'}{EE'} = \frac{E_{max}}{E(E - E_{max})} = \frac{2}{m_0c^2}$$

Úpravami $E(E - E_{max}) = \dfrac{m_0c^2}{2} E_{max}$

$$E = \frac{1}{2} E_{max} + \sqrt{\frac{1}{2} m_0c^2 E_{max} + \frac{1}{4} E_{max}^2} \doteq 141 \text{ keV}$$

Dopadajúci fotón röntgenového žiarenia musí mať energiu asi 141 keV.

498. Hustota tekutého vodíka je 0,71 g . cm^{-3}.
a) Aký objem pripadá na 1 atóm vodíka?
b) Ak si atóm predstavíme zjednodušene ako kocku, aká bude veľkosť hrany tejto kocky?

Riešenie

$\varrho = 0{,}71 \,.\, 10^3$ g . cm^{-3}; $V_H = ?$, $d = ?$

Molová hmotnosť vodíka je 2 g . mol^{-1}. Príslušný molový objem je

$$V_m = \frac{M_m}{\varrho}$$

Na tento objem pripadá $2N_A$ atómov vodíka. Na jeden atóm potom pripadá objem

$$V_H = \frac{V_m}{2N_A} = \frac{M_m}{2N_A\varrho} \doteq 2{,}3 \,.\, 10^{-30}\ \mathrm{m}^3$$

Pre hranu kocky d zo vzťahu $V_H = d^3$ dostaneme $d \doteq$ $\doteq 1{,}3 \,.\, 10^{-10}$ m. Skutočný polomer atómu vodíka je o niečo menší, lebo uvedená hustota zodpovedá tekutému vodíku blízko bodu varu (za takýchto podmienok sa tekutý vodík používa napr. v bublinových komorách vo fyzike elementárnych častíc).

499. Pri chemickej reakcii opísanej rovnicou

$$2\,H_2 + 0_2 \rightarrow 2\,H_2O \qquad (1)$$

sa uvoľní 286 kJ energie na jeden mol O_2. Koľko energie sa uvoľní pri vzniku jednej molekuly vody?

500. Pri reakcii opísanej rovnicou

$$C_6H_{12}O_6 + 6\,O_2 \rightarrow 6\,CO_2 + 6\,H_2O \qquad (1)$$

sa uvoľní 2 800 kJ energie na každý mol glukózy. Koľko energie sa uvoľní pri jednej reakcii (1)?

501. Hmotnosť 1,0 l vzduchu za normálnych podmienok je približne 1,3 g. Odhadnite rádovo, akú časť objemu zaberajú molekuly.

Riešenie

$V = 1{,}0\ \mathrm{l}$, $m = 1{,}3\ \mathrm{kg}$; $\dfrac{\Delta V}{V} = ?$

Vzduch sa skladá z molekúl N_2 a O_2. Hmotnosti a rozmer molekúl N_2 a O_2 sú približne rovnaké, $m \doteq 30 \,.\, 1{,}6 \,.\, 10^{-27}\ \mathrm{kg} = 48 \,.\, 10^{-24}\ \mathrm{g}$. Preto v 1 l vzduchu bude približne $1{,}3\ \mathrm{g} : 48 \,.\, 10^{-24}\ \mathrm{g} = 2{,}7 \,.\, 10^{22}$ molekúl. Objem molekuly je rádovo $2 \,.\, 10^{-30}\ \mathrm{m}^3$, preto celkový objem molekúl bude $5{,}4 \,.\, 10^{22} \,.\, 10^{-30}\ \mathrm{m}^3 = 5{,}4 \,.\, 10^{-8}\ \mathrm{m}^3$. Z celkového objemu $10^{-3}\ \mathrm{m}^3$ je to $5{,}4 \,.\, 10^{-5}$. Molekuly teda zaberajú asi jednu stotisícinu z celkového objemu vzduchu.

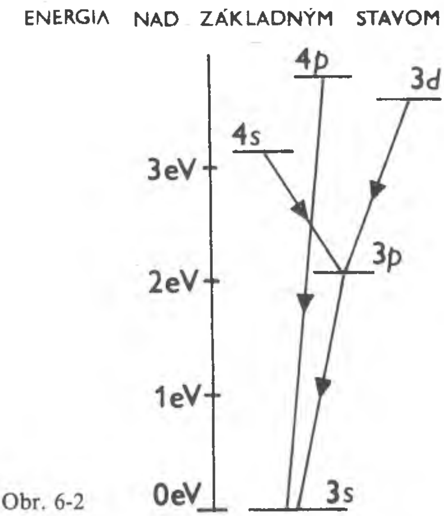
502. Do pohárika sa zmestí 1 mol vody s hmotnosťou 18 g. Odhadnite rádovo, koľko molekúl vody z tohto pohárika by pripadlo na 1 m^2 povrchu Zeme, keby sme tieto molekuly rovnomerne rozdelili po povrchu Zeme.

503. V spektre atómu vodíka sa objavuje aj čiara príslušná k prechodu $E_3 \to E_1$, aj čiara príslušná k prechodu $E_3 \to E_2$. To znamená, že zo stavu s energiou E_3 atóm molekuly „preskočí" do stavu s energiou E_1 a inokedy do stavu s energiou E_2. Keby klasická fyzika vedela vysvetliť kvantovanie energie, očakávali by ste podľa nej takéto správanie sa elektrónu?

504. Na obr. 6-2 je znázornená časť energetických hladín atómu sodíka. Každá hladina je znázornená krátkou vodorovnou čiarou a pri čiarke je naznačený stav, napr. 3*s*. Poloha čiarky spolu so stupnicou vľavo určujú energiu stavu. Základný stav sa volá 3*s* a na stupnici je vyznačený rozdiel energie stavu a energie základného stavu. Doplňte stupnicu a vypočítajte energie a vlnové dĺžky prechodov naznačených šípkou.

Riešenie

Výpočet urobíme pre prechod $3p \to 3s$. Zo stupnice odčítame $E(3p) - E(3s) \doteq 2{,}1\ \mathrm{eV}$. Energia fotónu vyžiareného pri prechode $3p \to 3s$ bude teda $E \doteq 2{,}1\ \mathrm{eV}$ a jeho vlnová dĺžka bude daná vzťahom $\dfrac{hc}{\lambda} = E$. Po dosadení $\lambda \doteq 0{,}59 \,.\, 10^3\ \mathrm{nm}$ (žltá čiara v spektre sodíka).



Obr. 6-2

505. Vo Franckovom-Hertzovom experimente autori zistili, že pokles prúdu nastáva pri napätí v elektrickom poli urýchľujúcom elektróny rovnajúcom sa 4,9 V a že ortuťové pary vysielajú žiarenie s vlnovou dĺžkou 253,6 nm. Vypočítajte z týchto údajov hodnotu Planckovej konštanty.

506. Pri Franckovom-Hertzovom experimente elektróny prechádzajú prostredím so zriedeným atomárnym vodíkom. Pokles prúdu nastáva pri urýchľujúcom napätí 10,20 V a 12,09 V.

a) Vysvetlite tento výsledok.

b) Koľko vlnových dĺžok bude pri tomto experimente vysielať vodík v trubici?

507. Aká je:

a) energia,

b) veľkosť hybnosti,

c) vlnová dĺžka fotónu vyžiareného pri prechode atómu vodíka zo stavu s $n = 6$ do stavu s $n = 1$?

508. Atóm vodíka je v stave s $n = 8$. Akú energiu potrebujeme atómu dodať, aby sme ho ionizovali?

509. Prečo nepozorujeme vlnové vlastnosti častíc v našej každodennej skúsenosti (vlnové vlastnosti letiacich kameňov, jabĺk, atď.)?

510. Aká je de Broglieho vlnová dĺžka protónu s energiou 15 MeV?

511. V najvýkonnejších súčasných urýchľovačoch získavajú elektróny energiu 50,0 GeV (1 GeV = 10^9 eV). Aká je de Broglieho vlnová dĺžka takéhoto elektrónu?

Riešenie

$E = 50{,}0$ GeV; $\lambda = ?$

Pokojová hmotnosť elektrónu $m_0 = 0{,}511\ \mathrm{MeV\,.\,c^{-2}}$. Pokojová energia elektrónu je oveľa menšia ako celková energia ($m_0c^2 \ll E$), preto musíme používať vzťahy z teórie relativity. Pre veľkosť hybnosti, energiu a pokojovú hmotnosť elektrónu platí

$$p^2c^2 = E^2 - m_0^2c^4$$

Pretože $m_0c^2 \ll E$, môžeme druhý člen na pravej strane zanedbať a dostaneme $p = Ec^{-1}$. De Broglieho vlnová dĺžka bude

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{E} = 2{,}5\,.\,10^{-17}\ \mathrm{m}$$

De Broglieho vlnová dĺžka elektrónu je $2{,}5\,.\,10^{-17}$ m.

512. V elektrónovom mikroskope sú elektróny urýchľované napätím 100 kV. Aká je rozlišovacia schopnosť tohto elektrónového mikroskopu? (Rozlišovacia schopnosť mikroskopu sa rovná asi de Broglieho vlnovej dĺžke elektrónov. Pri energii 100 keV je nerelativistický vzťah medzi energiou a hybnosťou elektrónu dobrým priblížením ku skutočnosti.)

513. Mnoho informácií o štruktúre pevných látok sa získalo röntgeno-štruktúrnou analýzou. Pri tejto analýze sa fotóny röntgenového žiarenia rozptyľujú na jednotlivých atómoch mriežky kryštálu a interferenčný obraz dáva informáciu o rozložení atómov v kryštáli. Môžeme podobne využiť aj zväzky neutrónov?

514. Akú energiu má neutrón, ktorého vlnová dĺžka sa rádovo rovná vzdialenosti atómov v mriežke kryštálu?

515. Uveďte niekoľko možností praktického využitia laseru.

516. Vysvetlite, ako sa pri experimente, v ktorom pozorujeme interferenciu elektrónov prechádzajúcich dvoma rovnobežnými štrbinami, prejavujú vlnové a ako časticové vlastnosti elektrónov.

517. Vysvetlite, ako sa pri experimente, v ktorom pozorujeme Comptonov jav, prejavujú časticové a ako vlnové vlastnosti fotónov.

7. ELEKTRÓNOVÝ OBAL ATÓMU

Stacionárne stavy elektrónu v atóme sú stojatými de Broglieho vlnami. Súvislosť medzi stacionárnymi stavmi a stojatými vlnami možno najjednoduchšie analyzovať na prípade elektrónu, ktorý sa môže pohybovať iba v jednom smere a je viazaný na úsečku s dĺžkou L. Stojaté vlny na úsečke s dĺžkou L majú vlnové dĺžky λ_n dané vzťahom

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, \text{ kde } n = 1, 2, 3, \ldots \tag{1}$$

Pre kinetickú energiu voľného elektrónu platí

$$E = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{m^2v^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} \tag{2}$$

Veľkosť hybnosti elektrónu je viazaná s de Broglieho vlnovou dĺžkou vzťahom

$$p = \frac{h}{\lambda} \tag{3}$$

a po dosadení (3) do (2)

$$E = \frac{h^2}{2m\lambda^2} \tag{4}$$

Vzťah (4) platí aj pre elektrón viazaný na úsečku, pričom vlnové dĺžky λ môžu nadobúdať len hodnoty (1) zodpovedajúce stojatým vlnám. Po dosadení (1) do (4) pre energie jednotlivých stacionárnych stavov dostaneme

$$E_n = \frac{h^2n^2}{8mL^2}, \text{ kde } n = 1, 2, 3, \ldots \tag{5}$$

Elektrónová stojatá vlna v atóme vodíka je stojatou vlnou v troch rozmeroch. Takáto stojatá vlna je charakterizovaná tromi kvantovými číslami. Označujeme ich n, l, m; n je hlavné kvantové číslo, l orbitálne kvantové číslo, m je magnetické kvantové číslo. Číslo n nadobúda hodnoty $n = 1, 2, 3, \ldots$. Pri danom n môže l nadobúdať hodnoty $l = 0, 1, 2, \ldots, (n-1)$. Pri danom l môže kvantové číslo m nadobúdať $(2l+1)$ hodnôt, $m = -l, -(l-1), \ldots, l$. Energia základného stavu $(n = 1)$ atómu vodíka je

$$E_1 = -\frac{2\pi^2 m (Ke^2)^2}{h^2} \doteq 13{,}6\ \mathrm{eV} \qquad (1)$$

kde

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

Energia stavov s $n > 1$ je daná vzťahom

$$E_n = \frac{1}{n^2} E_1 \qquad (2)$$

V atóme vodíka závisí energia stavu s danými kvantovými číslami n, l, m iba od hodnoty hlavného kvantového čísla.

Z historických dôvodov označujeme rôzne hodnoty orbitálneho kvantového čísla l písmenami podľa tabuľky

l	:	0	1	2	3
písmeno	:	s	p	d	f

Jednotlivé stacionárne stavy často skrátene označujeme udaním hlavného a orbitálneho kvantového čísla. Napríklad $3p$ je stacionárny stav s $n = 3$, $l = 1$.

Atómy s viacerými elektrónmi sú oveľa zložitejšie sústavy ako atóm vodíka. Každý elektrón sa pohybuje v elektrickom poli budenom nábojom jadra a nábojmi ostatných elektrónov. Stojatá vlna elektrónu v takomto poli je zasa určená tromi kvantovými číslami n, l, m, ale energia už nezávisí iba od n ako v atóme vodíka, ale aj od l.

Podľa Pauliho princípu v každom stacionárnom stave charakterizovanom kvantovými číslami n, l, m môžu byť nanajvýš dva elektróny.

V základnom stave zložitejšieho atómu elektróny obsadia, v súlade s Pauliho princípom, stavy s najnižšími hodnotami energie. Poradie energií stavov elektrónov v ľahších atómoch je

$$1s,\ 2s,\ 2p,\ 3s,\ 3p,\ 4s,\ 3d,\ 4p,\ \ldots$$

Zaujímavé je, že energia stavu $3d$ je väčšia ako energia stavu $4s$.

Chemické väzby možno zhruba rozdeliť na iónové a kovalentné. Príkladom iónovej väzby je molekula NaCl, v ktorej atóm Cl preberie jeden elektrón z atómu Na a chemickú väzbu umožňuje elektrostatická príťažlivá sila medzi „iónmi" Na^+ a Cl^-. Príkladom kovalentnej väzby je molekula vodíka H_2. Väzbu tvoria elektróny, ktorých vlnová funkcia zaberá oblasť priestoru symetricky obsahujúcu obidva protóny.

Úlohy

518. Aká je energia:
a) elektrónu,
b) protónu viazaného na úsečku s dĺžkou rádovo rovnajúcou sa priemeru ťažšieho atómového jadra (10^{-14} m).

519. Akú dĺžku musí mať úsečka, na ktorú je viazaný elektrón, aby rozdiel energií základného a prvého excitovaného stavu bol menší ako 3 eV?

520. Odhadnite rozdiel energií základného a prvého excitovaného stavu elektrónu viazaného na úsečku s dĺžkou 10^{-2} m.

521. Ako sa budú správať rozdiely energetických hladín elektrónu viazaného na úsečku, ak dĺžku úsečky L zväčšujeme, $L \to \infty$. Vysvetlite fyzikálny význam výsledku.

***522.** Elektrón je viazaný na úsečku s dĺžkou L. Koľko kvantových stavov má energiu menšiu (alebo rovnakú), ako je určitá daná hodnota E?

Riešenie

Pre energie kvantových stavov platí

$$E_n = \frac{h^2}{8mL^2} n^2$$

Odkiaľ

$$n = \sqrt{\frac{8mL^2E_n}{h^2}}$$

Počet stavov s energiou menšou ako E alebo rovnajúcou sa E sa rovná celej časti z čísla $\sqrt{8mL^2Eh^{-2}}$.

* **523.** Predstavte si, že elektrón je viazaný na kružnicu s polomerom R. Určte hodnoty energií stacionárnych stavov.

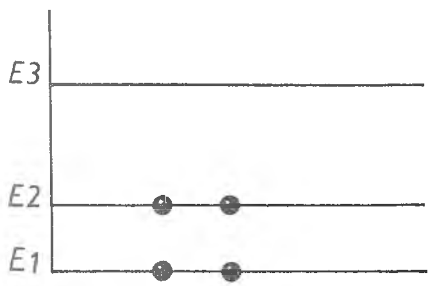
Riešenie

Pri stojatých vlnách na kružnici platí (obr. 7-1)

$$\lambda_n = \frac{2\pi R}{n};\ n = 1, 2, 3, \dots$$

$$E_n = \frac{1}{2m}\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 = \frac{h^2}{8\pi^2 mR^2}n^2$$

kde $n = 1, 2, 3, \dots$.



Obr. 7-1

524. Určte energie a vlnové dĺžky fotónov vyžiarených atómom vodíka pri prechode zo stavov s $n = 4, 5, 6$ do stavu s $n' = 3$.

Poznámka: Skupina spektrálnych čiar v spektre atómu vodíka zodpovedajúca prechodom zo stavov s $n > 3$ do stavu s $n' = 3$ sa nazýva Paschenova (pašenova) séria.

525. Presvedčte sa, že výraz pre energiu základného stavu atómu vodíka

$$E_1 = \frac{2\pi^2 m_e (Ke^2)^2}{h^2}$$

kde $K = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ a m_e je hmotnosť elektrónu, má rozmer energie.

526. Presvedčte sa, že zo všetkých výrazov typu $(Ke^2)^\alpha m_e^\beta h^\gamma$ iba výraz $(Ke^2)^2 m_e h^{-2}$, vyskytujúci sa vo vzťahu pre energiu základného stavu atómu vodíka, môžeme vyjadriť pomocou jednotky joule. Návod: Musí platiť $\mathrm{kg\,.\,m^2\,.\,s^{-2}} = [Ke^2]^\alpha [m_e]^\beta [h]^\gamma = (\mathrm{kg\,.\,m^3\,.\,s^{-2}})^\alpha\, \mathrm{kg}^\beta\, (\mathrm{kg\,.\,m^2\,.\,s^{-1}})^\gamma$.
Porovnaním exponentov dostaneme rovnice $1 = \alpha + \beta + \gamma$; $2 = 3\alpha + 2\gamma$; $-2 = -2\alpha - \gamma$, ktoré majú jedno riešenie $\alpha = 2$, $\beta = 1$, $\gamma = -2$.

527. Elementárna častica mezón μ^- má rovnaký náboj ako elektrón, ale jeho hmotnosť m_μ je 207-krát väčšia ako hmotnosť elektrónu m_e. Mezón μ^- spolu s protónom tvoria viazané stavy podobné atómu vodíka. Tento stav sa nazýva mezoatóm μ. Vypočítajte energie základného a niekoľkých najnižších stavov mezoatómu μ.

528. Určte energie a vlnové dĺžky fotónov čiar „Balmerovej série" v mezoatóme μ pre prechody $3 \to 2$, $4 \to 2$, $5 \to 2$.

529. Aké napätie musí byť v elektrickom poli, ak v ňom máme urýchliť elektrón tak, aby mohol pri zrážke s atómom vodíka previesť atóm zo základného stavu do prvého excitovaného stavu?

530. Fotón ultrafialového žiarenia s vlnovou dĺžkou 50 nm dopadá na atóm vodíka nachádzajúci sa v prvom excitovanom stave a ionizuje ho. Aká bude energia elektrónu ďaleko od jadra (vo vzdialenosti oveľa väčšej, ako je rozmer atómu)?

*531. V atóme sodíka má jadro náboj Ze, kde $Z = 11$. Na najnižšej energetickej hladine sú len dva elektróny, ostatné elektróny sú na vyšších hladinách. Elektróny na vyšších hladinách majú priemerne väčšie vzdialenosti ako elektróny na nižších hladinách. Elektróny na nižších hladinách sú v Coulombovom poli bodového jadra s nábojom Ze, len málo tienenom ostatnými elektrónmi. Pre energie elektrónov na hladinách $n = 1$, $n = 2$ platí približne

$$E_n \doteq -\frac{2\pi^2 m(KZ'e^2)^2}{h^2 n^2}$$

kde $Z'e \doteq 10e$ je odtienený náboj jadra.

a) Akú energiu musia mať fotóny röntgenového žiarenia, ktoré sú schopné vyraziť z atómu sodíka elektrón s $n = 1$?

b) Akú energiu bude mať fotón vyslaný atómom sodíka pri prechode elektrónu zo stavu s hlavným kvantovým číslom $n = 2$ do stavu s $n = 1$?

532. Predstavte si „molekulu" skladajúcu sa zo štyroch elektrónov viazaných na úsečku s dĺžkou L. Pre jednoduchosť predpokladajte, že elektróny navzájom neinteragujú. Určte rozdiel energií základného a prvého excitovaného stavu „molekuly"

a) pri splnení Pauliho princípu,

b) keby Pauliho princíp neplatil.

Riešenie

Energia jedného elektrónu viazaného na úseku s dĺžkou L závisí od kvantového čísla n podľa vzťahu

$$E_n = \frac{h^2 n^2}{8mL^2}$$

a) Podľa Pauliho princípu môžu byť v stave s určitým n nanajvýš dva elektróny. Preto v základnom stave „molekuly" budú 2 elektróny v stave s $n = 1$ a dva elektróny v stave s $n = 2$. Celková energia „molekuly" v základnom stave bude

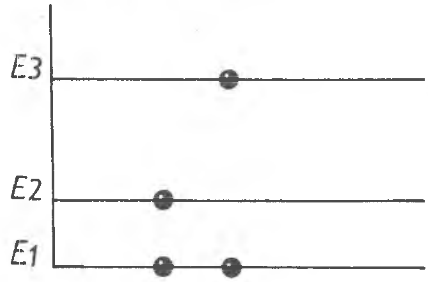
$$E' = \frac{h^2}{8mL^2}(1^2 + 1^2 + 2^2 + 2^2) = \frac{10h^2}{8mL^2}$$

V prvom excitovanom stave prejde jeden z elektrónov zo stavu s $n = 2$ do stavu s $n = 3$ a energia bude

$$E'' = \frac{h^2}{8mL^2}(1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2) = \frac{15h^2}{8mL^2}$$

Obsadenia stavov sú znázornené na obr. 7-2. Rozdiel energií prvého excitovaného a základného stavu „molekuly" je

$$\Delta E = \frac{5h^2}{8mL^2}$$



Obr. 7-2

b) Keby Pauliho princíp neplatil, boli by v základnom stave „molekuly“ všetky elektróny v stave s $n = 1$ a celková energia by bola

$$\tilde{E}' = \frac{h^2}{8mL^2}(1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2) = \frac{4h^2}{8mL^2}$$

V excitovanom stave by boli tri elektróny v stave s $n = 1$ a jeden v stave s $n = 2$. Celková energia

$$\tilde{E}'' = \frac{h^2}{8mL^2}(1^2 + 1^2 + 1^2 + 2^2) = \frac{7h^2}{8mL^2}$$

Rozdiel energií excitovaného a základného stavu by bol

$$\Delta\tilde{E} = \frac{3h^2}{8mL^2}$$

Poznámka: Rozdiel energií excitovaného a základného stavu molekuly sa prejavuje najmä pri pohlcovaní alebo vysielaní žiarenia „molekulou“. Energie fotónov pohlcovaných molekulou v jej základnom stave sa rovnajú ΔE. Pauliho princíp takto podstatne ovplyvňuje interakciu žiarenia s atómami a molekulami.

533. Akú elektrónovú konfiguráciu má atóm kremíka?

534. V Mendelejevovej periodickej sústave prvkov sú lítium a sodík v tom istom stĺpci. Vysvetlite túto skutočnosť.

535. Akú elektrónovú konfiguráciu má atóm striebra $_{47}Ag$ a aká je jeho väzbovosť?

*** 536.** V Mendelejevovej periodickej sústave prvkov je na 57. mieste lantán a ďalšie prvky tzv. lantanidy. Prvým z lantanidov je $_{57}$La, ďalej nasleduje $_{58}$Ce (cér) a posledným je $_{71}$Lu (lutécium). Pokúste sa túto skutočnosť vysvetliť.

Riešenie

Elektrónová konfigurácia lantánu je $(1s)^2\,(2s)^2\,(2p)^6\,(3s)^2\,(3p)^6\,(3d)^{10}\,(4s)^2\,(4p)^6\,(4d)^{10}\,(4f)^0\,(5s)^2\,(5p)^6\,(5d)^1\,(5f)^0\,(5g)^0\,(6s)^2$. Všetky lantanidy majú rovnakú konfiguráciu elektrónov v hladinách s $n = 5$, 6, ale postupne sa v nich zapĺňa hladina $4f$; ^{58}Ce má v hladine $4f$ jeden elektrón, nasledujúci ^{59}Pr (prazeodým) má v nej dva elektróny a posledný lantanid ^{71}Lu má v hladine $4f$ už 14 elektrónov. Chemické vlastnosti lantanidov sú určené elektrónmi v hladine s $n = 6$. Pretože všetky majú na tejto hladine dva elektróny, majú podobné chemické vlastnosti a sú na jednom mieste v periodickej sústave prvkov.

*** 537.** V základnom stave atómu Li sú tri elektróny, pričom konfigurácia elektrónov je $(1s)^2\,(2s)$. Ak jeden z elektrónov nahradíme mezónom μ, vznikne mezoatóm skladajúci sa z jadra Li s nábojom Z = 3e, z dvoch elektrónov a jedného mezónu μ. Aká bude konfigurácia základného stavu týchto častíc?

Riešenie

Dva elektróny budú v konfigurácii $(1s)^2$ a mezón μ bude v stave $1s$. Táto konfigurácia neprotirečí Pauliho princípu, lebo elektrón a mezón μ sú rôzne častice.

*** 538.** Pri elektróne viazanom na úsečku je energia n-tého stacionárneho stavu daná výrazom

$$E_\mathrm{n} = \frac{h^2 n^2}{8mL^2} \qquad (1)$$

Rozdiel energií medzi stavom $(n + 1)$ a stavom n sa so zväčšujúcim n zväčšuje.

V atóme vodíka sa energia stacionárneho stavu s hlavným kvantovým číslom n rovná

$$E_n = -\frac{m(Ke^2)^2}{2h^2n^2} \qquad (2)$$

a rozdiel energií medzi stacionárnymi stavmi s hlavným kvantovým číslom $(n + 1)$ a n klesá so zväčšujúcim sa n. Pokúste sa tento rozdiel vysvetliť.

Riešenie

V prvom prípade je elektrón viazaný na úsečku s dĺžkou L, bez ohľadu na to, aká je jeho energia. Pri elektróne v atóme vodíka je situácia odlišná. Čím je energia elektrónu väčšia, tým ďalej sa môže od jadra nachádzať. V stacionárnych stavoch s vyšším kvantovým číslom n zaberá stojatá vlna väčší objem. Je to podobné, ako keby sa dĺžka úsečky, na ktorú je elektrón viazaný, zväčšovala so zväčšovaním sa n. Vo vzťahu (1) by sa energia E_n pri takejto závislosti zväčšovala oveľa pomalšie a rozdiely $E_{n+1} - E_n$ by sa mohli aj zmenšovať podobne ako v atóme vodíka.

***539.** V organických molekulách, ktoré majú tvar dlhého reťazca, ako napríklad butadién ($CH_2{=}CH{-}CH{=}CH_2$) alebo hexatrién ($CH_2{=}CH{-}CH{=}CH{-}CH{=}CH_2$), je väčšina elektrónov viazaná na jednotlivé atómy a nemôže sa pohybovať po celej dĺžke molekuly. Elektróny z dvojnej väzby, tzv. elektróny π, sa však môžu po celej dĺžke reťazca molekuly pohybovať viac-menej voľne. Na jeden atóm uhlíka v uvedených prípadoch pripadá jeden elektrón π. Pri istom zjednodušení môžeme elektróny π považovať za častice viazané na úsečku dĺžky L, pričom L je dĺžka rovnajúca sa približne súčinu počtu atómov uhlíka v reťazci a konštanty 0,15 nm. Aké energie E_n môže nadobúdať elektrón viazaný na úsečku s dĺžkou zodpovedajúcou: a) molekule butadiénu, b) molekule hexatriénu?

Riešenie

Celková dĺžka molekuly je NL_0, kde $L_0 = 0{,}15$ nm, $N = 4$ pre butadién a $N = 6$ pre hexatrién. Energia elektrónu viazaného na úsečku s dĺžkou $L = NL_0$ je

$$E_n = \frac{h^2}{8mL^2} n^2 = \frac{h^2}{8mL_0^2 N^2} n^2, \text{ kde } n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (1)$$

Vypočítame najprv

$$\frac{h^2}{8mL_0^2} \doteq 16{,}8 \text{ eV}$$

Odtiaľ vychádza

E_n (butadién) $\doteq 1{,}05\,n^2$ eV, E_n (hexatrién) $\doteq 0{,}47\,n^2$ eV.

*** 540.** Vysvetlite, ako budú obsadené v súlade s Pauliho princípom elektrónové stavy v molekule butadiénu a hexatriénu v: a) základnom stave, b) v prvom excitovanom stave. Pri výpočte uvažujte len o elektrónoch π a predpokladajte, že tieto elektróny sa pohybujú ako voľné po celej dĺžke L molekuly. Určte rozdiel energií základného a prvého excitovaného stavu v oboch molekulách.

Riešenie

Postupujeme podobne ako pri úlohe 532. V základnom stave molekuly butadiénu sú dva elektróny v stave s $n = 1$ a dva v stave s $n = 2$. Elektrónovú konfiguráciu zapíšeme stručne ako $(1)^2\,(2)^2$. Celková energia molekuly butadiénu v základnom stave je

$$E' = \frac{h^2}{8mL^2}(1^2 + 1^2 + 2^2 + 2^2) = \frac{10h^2}{8mL^2}$$

Prvý excitovaný stav má elektrónovú konfiguráciu $(1)^2\,(2)^1\,(3)^1$ a celková energia molekuly v tomto stave bude

$$E'' = \frac{h^2}{8mL^2}(1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2) = \frac{15h^2}{8mL^2}$$

S využitím výsledkov predchádzajúcej úlohy dostaneme

$$\Delta E = E'' - E' = \frac{h^2}{8mL^2}(3^2 - 2^2) = \frac{5h^2}{8mL^2} = 5{,}25 \text{ eV}$$

Podobne pre hexatrién platí

$$\Delta E = \frac{h^2}{8mL^2}(4^2 - 3^2) \doteq 3{,}29 \text{ eV}$$

Rozdiel energií prvého excitovaného a základného stavu v molekule butadiénu je 5,25 eV, v molekule hexatriénu 3,29 eV.

***541.** Ukážte, že rozdiel medzi prvým excitovaným a základným stavom molekuly typu

$$CH_2{=}CH{-}CH{=}CH{-}\ldots{=}CH_2 \qquad (1)$$

obsahujúcej N atómov uhlíka, sa so zväčšovaním dĺžky molekuly zmenšuje.

Riešenie

Dĺžku molekuly zapíšeme $L = NL_0$, kde N je počet atómov uhlíka. Energie stavov elektrónu viazaného na úsečku dĺžky L sú

$$E_n = \frac{h^2}{8mL^2} n^2$$

V základnom stave molekuly budú obsadené elektrónové stavy s $n = 1, 2, \ldots, \frac{N}{2}$ (N je párne). V prvom excitovanom stave molekuly jeden z elektrónov s kvantovým číslom $n = \frac{N}{2}$ preskočí do stavu s energiou $\frac{N}{2} + 1$. Rozdiel energií prvého excitovaného a základného stavu bude

$$E'' - E' = \frac{h^2}{8mL_0^2}\left[\left(\frac{N}{2} + 1\right)^2 - \left(\frac{N}{2}\right)^2\right]$$

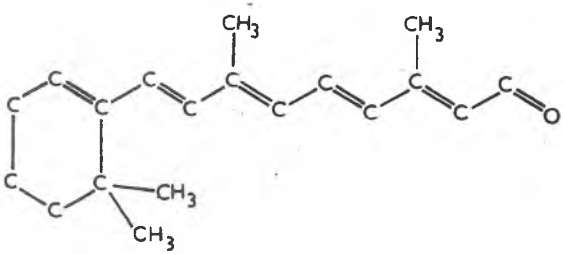
Po využití vzťahu $L = NL_0$ a úprave $E'' - E' = \frac{h^2}{8mL^2}\frac{N+1}{N^2}$.

Hodnota tohto výrazu so zväčšovaním N sa zmenšuje. Ako sme videli v predchádzajúcom príklade, pre butadién sa rozdiel energií rovná 5,25 eV a pre hexatrién 3,29 eV. Pri zväčšovaní N sa rozdiel energií $E'' - E'$ dostane do oblasti energií fotónov viditeľného svetla (1,5 eV—3 eV). Týmto sa dlhé molekuly odlišujú od atómov alebo malých molekúl, kde rozdiel energií prvého excitovaného a základného stavu je väčší, ako sú energie fotónov viditeľného svetla. (Napríklad pre atóm vodíka sa tento rozdiel rovná 10,21 eV.)

*** 542.** Molekuly farbív obsahujú často dlhé reťazce uhľovodíkov. Súvisí táto vlastnosť s tým, že látka má vlastnosti farbiva?

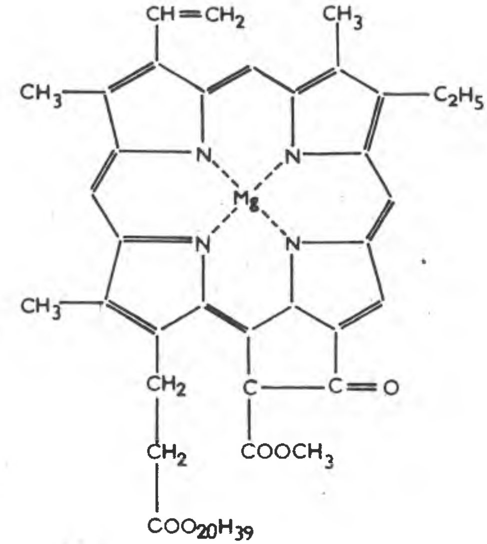
Riešenie

Ako sme videli v úlohe 541, v dlhých organických molekulách sa so zväčšovaním dĺžky molekuly rozdiel medzi prvým excitovaným stavom a základným stavom zmenšuje. Keď sa tento rozdiel zmenší na hodnotu zodpovedajúcu energiám fotónov viditeľného svetla, látka sa stáva farbivom (fotóny červeného svetla majú energiu 1,5 eV, fotóny modrého svetla energiu 3 eV). Pripomeňme si, že látka, ktorá pohlcuje žiarenie určitých vlnových dĺžok a ostatné prepúšťa (alebo odráža), javí sa sfarbená v oblasti vlnových dĺžok prepúšťaného žiarenia.



Obr. 7-3a

543. Na obr. 7-3a je molekula retinínu (vynechali sme niektoré atómy vodíka). Pokúste sa vysvetliť, prečo retinín môže absorbovať svetlo vo viditeľnej oblasti žiarenia. Na obr. 7-3b je znázornená štruktúra molekuly chlorofylu. Vysvetlite, prečo je chlorofyl schopný absorbovať žiarenie vo viditeľnej oblasti.



Obr. 7-3b

Riešenie

Molekula retinínu obsahuje dlhý uhľovodíkový reťazec, ktorý — vďaka svojej dĺžke — pri prechode zo základného stavu do prvého excitovaného stavu absorbuje fotóny viditeľného svetla.

Podobne veľká molekula chlorofylu absorbuje fotóny viditeľného svetla a prechádza pritom zo základného do prvého excitovaného stavu.

544. Molekuly H_2S a H_2O majú podobnú priestorovú štruktúru. Opíšte najprv geometrickú štruktúru molekuly H_2O a potom vysvetlite podobnosť geometrickej štruktúry molekúl H_2S a H_2O.

Riešenie

Elektrónová konfigurácia atómu O je $(1s)^2$ $(2s)^2$ $(2p_x)^2$ $(2p_y)^1$ $(2p_z)^1$. Na väzbe v H_2O sa zúčastňujú elektróny v stavoch $2p_y$ a $2p_z$, ktoré nie sú plne obsadené. Príslušné stojaté vlny pripomínajú činky v smeroch osí y a z. Na tieto stojaté vlny sa viažu atómy vodíka a štruktúra molekuly H_2O bude

$$\begin{array}{l} \mathrm{O{-}H} \\ | \\ \mathrm{H} \end{array}$$

Atóm síry má 16 elektrónov. Ich konfigurácia je $(1s)^2\,(2s)^2\,(2p)^6$ $(3s)^2\,(3p_x)^2\,(3p_y)^1\,(3p_z)^1$. Atómy vodíka sa viažu na stojaté vlny $3p_y$, $3p_z$, ktoré sú pretiahnuté v smere osí y, z. Štruktúra molekuly H_2S bude približne

$$\begin{array}{l} \mathrm{S}\text{—}\mathrm{H} \\ | \\ \mathrm{H} \end{array}$$

teda podobná ako štruktúra molekuly H_2O. Podobnosť oboch molekúl je spôsobená tým, že v oboch prípadoch sa na väzbe zúčastňujú dva elektróny z orbitalov p.

545. Zapíšte elektrónovú konfiguráciu:

a) základného stavu,

b) prvého excitovaného stavu,

c) druhého excitovaného stavu elektrónov π v molekule hexatriénu.

546. Určte rozdiel energie druhého excitovaného stavu a základného stavu sústavy 6 elektrónov π v molekule hexatriénu. Dĺžka molekuly je 0,9 nm.

8. ATÓMOVÉ JADRO A ELEMENTÁRNE ČASTICE

Poznáme tri typy žiarenia vysielaného atómovými jadrami, a to žiarenie α (jadrá hélia), žiarenie β (elektróny), žiarenie γ (fotóny).

Atómové jadrá sa skladajú z protónov a neutrónov. Zápis ľubovoľného atómu prvku X je ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$, kde Z udáva počet protónov, A počet nukleónov (neutrónov a protónov). Z nazývame protónovým číslom, A nukleónovým číslom. Počet neutrónov v jadre je $(A - Z)$.

Premeny jadier spojené s vyžiarením častíc α, β alebo γ, alebo iných častíc (protónov, pozitrónov), nazývame všeobecne jadrovými premenami. Jadrová premena je náhodný proces, ktorý sa uskutočňuje s istou pravdepodobnosťou charakteristickou pre danú premenu. Rýchlosť premeny je opísaná polčasom premeny T. Ak v čase $t = 0$ máme veľký počet $N(0)$ jadier daného nuklidu, po čase T ich ostane nepremenených $\frac{N(0)}{2}$, po čase $2T$ ostane nepremenených $\frac{N(0)}{2^2} = \frac{N(0)}{4}$, po čase $3T$ ich ostane $\frac{N(0)}{2^3} = \frac{N(0)}{8}$. Všeobecne po čase t zostane $N(0).\,2^{-\frac{t}{T}}$ nepremenených jadier. Ak využijeme vzťah $2 = \mathrm{e}^{\ln 2}$ a definujeme premenovú konštantu $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$, dostaneme zákon premeny

$$N(t) = N(0)\,\mathrm{e}^{-\lambda t};\ \lambda = \frac{\ln 2}{T} \doteq \frac{0{,}693}{T}$$

Tento zákon platí pre premenu ľubovoľného nuklidu. Jednotlivé premeny sa však odlišujú hodnotou premenovej konštanty λ.

Príkladom premeny α je vyžiarenie častice α jadrom rádia so súčasnou premenou jadra rádia na jadro radónu ${}^{226}_{88}\mathrm{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$.

Príkladom premeny β je ${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$, kde posledný symbol označuje elektrón.

Merania hmotností atómových jadier hmotnostnými spektrometrami ukázali, že hmotnosť jadra m_j je vždy menšia ako súčet m_j' hmotností nukleónov v jadre; $m_j < m_j' = Zm_p + (A - Z)m_n$, kde m_p je hmotnosť protónu a m_n hmotnosť neutrónu. Hmotnostný úbytok $B = m_j' - m_j > 0$. Veličina B súvisí s väzbovou energiou jadra E_j Einsteinovým vzťahom

$$E_j = Bc^2; \ B = m_j' - m_j$$

Väzbovú energiu pripadajúcu na jeden nukleón v jadre označujeme ε_j a definujeme vzťahom

$$\varepsilon_j = \frac{E_j}{A}$$

Čím je hodnota ε_j väčšia, tým ťažšie možno oddeliť jednotlivé nukleóny od zvyšku jadra. Väzbová energia ε_j dosahuje maximum pri stredne ťažkých jadrách.

Preto pri syntéze dvoch ľahších jadier na ťažšie sa energia uvoľňuje, ak je výsledné jadro ľahké alebo stredne ťažké. Tento mechanizmus uvoľňovania jadrovej energie sa uplatňuje v jadrových reakciách vnútri hviezd aj pri termonukleárnych reakciách na Zemi.

Ťažšie jadrá, napr. ${}^{235}U$, sa môžu štiepiť na dve ľahšie jadrá a niekoľko neutrónov. Proces štiepenia je urýchlený pomalými neutrónmi dopadajúcimi na jadro ${}^{235}U$. Neutróny vznikajúce pri štiepení jedného jadra ${}^{235}U$ (a spomalené pri prechode vhodným materiálom) vyvolávajú štiepenie ďalších jadier ${}^{235}U$. Hovoríme o reťazovej reakcii. Súčet hmotností produktov štiepenia je menší ako súčet hmotností jadra a neutrónu, ktorý štiepenie vyvolal. Uvoľnenú energiu získajú ako kinetickú energiu produkty štiepenia. V jadrovom reaktore sa táto kinetická energia mení na teplo. Pri jadrových reakciách platia niektoré zákony zachovania: zákon zachovania počtu nukleónov, zákon zachovania elektrického náboja, zákon zachovania energie, zákon zachovania hybnosti. Zákon zachovania energie a relativistický vzťah energie a hmotnosti vedie k tomu, že platí aj zákon zachovania relativistickej hmotnosti.

547. Intenzita elektrického poľa v okolí anódy v Geigerovom-Müllerovom počítači má veľkosť $5 \cdot 10^5\ V \cdot m^{-1}$. Nabitá častica, ktorá preletí počítačom, ionizuje atómy plynu. Ionizačná energia plynu býva niekoľko elektrónvoltov. Vznikajúce elektróny sú urýchľované elektrickým poľom v okolí anódy. Odhadnite vzdialenosť, na ktorej získa elektrón dostatočnú energiu na to, aby ionizoval ďalšie atómy alebo molekuly v plyne pri ionizačnej energii 3 eV.

548. Akú energiu získa elektrón, ktorý bol z pokoja urýchlený homogénnym elektrostatickým poľom s intenzitou veľkosti $10\ kV \cdot m^{-1}$ a pohyboval sa v poli po dráhe 10 m?

549. Na akom princípe pracuje bublinová komora?

550. Typický čas narastania bubliniek v bublinovej komore je rádovo 1 ms. V súčasnosti sa používajú bublinové komory, ktorých dĺžka je až 5 m. Ak do komory vletí relativistická častica pohybujúca sa rýchlosťou svetla, začnú rásť bublinky na začiatku komory trochu skôr ako na konci komory. Bude takýto efekt pozorovateľný na fotografiách?

551. Pri väčšine detektorov je dôležitý efekt zosilnenia. Napríklad v Geigerovom-Müllerovom počítači sa pri ionizácii atómu uvoľní energia asi 10 eV. Lavína, ktorá v počítači vznikne, tento efekt mnohonásobne zosilní. Pokúste sa navrhnúť (teoreticky) princíp zariadenia, ktoré by mohlo registrovať pohyb mušky lietajúcej v miestnosti. Muška je pritom taká malá, že ju okom nevidíme. (Stačí, keď navrhnete akékoľvek, hoci nerealistické riešenie.)

*552. Predstavte si, že Geigerovým-Müllerovým počítačom chcete registrovať častice, ktoré vyletujú z istého rádioaktívneho zdroja umiesteného blízko počítača. Pri experimente zistíte, že počítač „šťuká", hoci rádioaktívny preparát, ktorý chcete študovať, ešte nie je v jeho blízkosti. Takéto signály z počítača nazývame pozadím.

a) Čo môže zapríčiňovať toto pozadie?

b) Ako by ste uskutočnili merania, aby ste do efektov, ktoré chcete študovať, nezahrnuli aj efekty od pozadia?

553. Ktorá z nasledujúcich reakcií je zapísaná chybne a prečo:

a) $^2_1H + ^2_1H \rightarrow ^3_1H + ^1_1H$

b) ${}^3_1H + {}^2_1H \rightarrow {}^4_1H + {}^1_1H$

c) ${}^3_1H + {}^2_1H \rightarrow {}^4_1He + {}^1_1H$

d) ${}^3_1H + {}^2_1H \rightarrow {}^3_1H + {}^1_1H$

554. Bór, tak ako sa vyskytuje v prírode, je zmesou dvoch izotopov ${}^{10}_{5}B$ a ${}^{11}_{5}B$. Stredná atómová hmotnosť bóru je 10,82 m_u(m_u je atómová hmotnostná konštanta). Aké percento oboch izotopov je v prirodzenom bóre?

555. Hmotnosť atómu vodíka je 1,007 825 m_u, hmotnosť neutrónu 1,008 665 m_u a hmotnosť atómu deutéria je 2,014 02 m_u. Akú energiu musíme dodať atómu deutéria, ak ho máme rozštiepiť na atóm vodíka a neutrón?

556. Hmotnosť atómu ${}^{20}_{10}Ne$ je 19,992 4 m_u. Hmotnosti atómu vodíka a neutrónu sú dané v predchádzajúcej úlohe. Vypočítajte:

a) väzbovú energiu jadra ${}^{20}_{10}Ne$,

b) väzbovú energiu pripadajúcu na jeden nukleón v tomto jadre.

557. Určte ${}^{A}_{Z}X$ v nasledujúcich reakciách:

a) ${}^2_1H + {}^A_ZX \rightarrow {}^4_2He + {}^4_2He$

b) ${}^{14}_{7}N + {}^A_ZX \rightarrow {}^{17}_{8}O + {}^1_1p$

c) ${}^A_ZX \rightarrow {}^{60}_{27}Co + \gamma$

d) ${}^A_ZX + {}^4_2He \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^1_0n$

*** 558.** Určitý rádionuklid sa rozpadá s premenovou konštantou λ. Ak v čase $t = 0$ je počet nerozpadnutých jadier $N(0)$, potom v čase t bude počet nerozpadnutých jadier daný vzťahom

$$N(t) = N(0)\, e^{-\lambda t} \qquad (1)$$

Ukážte, že zmena počtu jadier za malý časový interval $(t, t + \Delta t)$ je úmerná premenovej konštante.

Riešenie

Zapíšeme vzťah (1) aj pre čas $t + \Delta t$

$$N(t + \Delta t) = N(0)\, e^{-\lambda(t + \Delta t)} \qquad (2)$$

Z rovníc (1) a (2) dostaneme

$$N(t + \Delta t) = N(t)\, e^{-\lambda \Delta t} \qquad (3)$$

Pre dobu Δt spĺňajúcu podmienku $\lambda\Delta t \ll 1$, môžeme využiť vzťah $e^{-x} \doteq 1 - x$, platný pre $x \ll 1$. Z rovnice (3) potom dostaneme

$$N(t + \Delta t) = N(t)[1 - \lambda\Delta t]$$

Po úprave

$$\Delta N \equiv N(t + \Delta t) - N(t) = -\lambda N(t)\Delta t$$

Zmena počtu nerozpadnutých jadier za dobu Δt je

$$\Delta N = -\lambda N(t)\Delta t \qquad (4)$$

Fyzikálny význam podmienky $\lambda\Delta t \ll 1$ je jednoduchý. Premenová konštanta λ je viazaná s polčasom premeny vzťahom $\lambda = \dfrac{\ln 2}{T}$ a podmienka $\lambda\Delta t \ll 1$ znamená $\dfrac{\ln 2}{T}\Delta t \ll 1$, čo je ekvivalentné $\Delta t \ll T$. Dobu Δt môžeme považovať za malú, ak je oveľa menšia ako polčas premeny T. Pre zmenu počtu nerozpadnutých jadier pre malé časové úseky platí vzťah (4).

559. Jadro $^{238}_{92}U$ sa rozpadá premenou α na $^{234}_{88}Th$ (tórium). Premenová konštanta je $0{,}152 \,.\, 10^{-9}\ \text{rok}^{-1}$. Koľko atómov $^{238}_{92}U$ sa rozpadne za 1,0 s vo vzorke s hmotnosťou 1,00 kg?

Riešenie

$m = 1{,}00$ kg, $\lambda = 0{,}152 \,.\, 10^{-9}\ \text{rok}^{-1}$; $\Delta N = ?$

Najprv vypočítame počet jadier ^{238}U vo vzorke s hmotnosťou 1 kg. Hmotnosť M jedného jadra ^{238}U bude približne 238 násobok m_u($m_u = 1{,}66 \,.\, 10^{-27}$ kg), teda $M \doteq 238\, m_u$. Počet jadier ^{238}U vo vzorke s hmotnosťou 1 kg

$$N = \frac{m}{238 m_u}$$

Podľa vzťahu z úlohy 558 vo vzorke s N jadrami za dobu $\Delta t = 1$ s bude $\Delta N = \lambda N \Delta t$ premien. Preto

$$\Delta N = \frac{m}{238 m_u}\lambda\Delta t = \frac{1\ \text{kg}}{238 \,.\, 1{,}66 \,.\, 10^{-27}\ \text{kg}} \,.\, 0{,}152 \,.\, 10^{-9}\ \text{s} \,.\, \text{rok}^{-1} = \\ = 1{,}2 \,.\, 10^{7}$$

Za 1,0 s sa vo vzorke s hmotnosťou 1,0 kg rozpadne $1{,}2 \,.\, 10^7$ atómov.

Poznámka: Pre podobné výpočty si treba pamätať, že rok má približne $\pi \,.\, 10^7$ s (číslo π tu vystupuje len vďaka zhode okolností).

560. Jadro $^{238}_{92}U$ sa postupne mení na iné jadrá (tzv. rozpadový rad). V tomto rade je obsiahnutých 8 premien α a šesť premien β. Aký je konečný produkt tohto rozpadového radu?

561. Nuklid draslíka $^{40}_{19}K$ prechádza premenou β na $^{40}_{20}Ca$ (vápnik). Premenová konštanta je $0{,}46 \,.\, 10^{-9}\ \text{rok}^{-1}$. Koľko týchto premien sa uskutoční v 1,0 g nuklidu $^{40}_{19}K$ za 1,0 s?

Riešenie

$m = 1{,}6$ kg, $\Delta t = 1{,}0$ s, $\lambda = 0{,}46 \,.\, 10^{-9}\ \text{rok}^{-1}$; $\Delta N = ?$

Postupujeme podobne ako v úlohe 558. Počet jadier $^{40}_{19}K$ vo vzorke s hmotnosťou 1,0 g je

$$N = \frac{10^{-3}\ \text{kg}}{40\, m_u} = \frac{10^{-3}\ \text{kg}}{40 \,.\, 1{,}66 \,.\, 10^{-27}\ \text{kg}} = 1{,}51 \,.\, 10^{22}$$

Počet premien za 1,0 s bude

$$\Delta N = \lambda N \Delta t = 1{,}37 \,.\, 10^{22} \,.\, 0{,}46 \,.\, 10^{-9} \frac{1}{3{,}14 \,.\, 10^7} = 2{,}2 \,.\, 10^5$$

Za 1 sekundu sa uskutoční $2{,}2 \,.\, 10^5$ premien.

*** 562.** $^{208}_{82}Pb$ je stálym nuklidom (ďalej sa už nerozpadajúcim) na konci rozpadového radu, na začiatku ktorého je $^{232}_{90}Th$ (tórium). Pre zaujímavosť uvádzame hlavnú vetvu rozpadového radu:

$$^{232}_{90}Th \rightarrow {}^{228}_{88}Ra \rightarrow {}^{228}_{89}Ac \rightarrow {}^{228}_{90}Th \rightarrow {}^{224}_{88}Ra \rightarrow$$

$$^{220}_{86}Am \rightarrow {}^{216}_{84}Po \rightarrow {}^{212}_{82}Pb \rightarrow {}^{212}_{83}Bi \rightarrow {}^{212}_{84}Po \rightarrow {}^{208}_{82}Pb$$

Ak sa rozpad začína s určitým množstvom atómov $^{232}_{90}Th$, po čase sa ustáli „rovnováha" medzi počtami nuklidov jednotlivých členov rozpadového radu, pričom pre každý nuklid platí, že koľko jadier daného nuklidu ubudne, toľko ich premenou predchádzajúceho pribudne.

Začiatočný nuklid $^{232}_{90}Th$ má polčas premeny 1,4 . 10 rokov.

a) Určte poradie jednotlivých premien v uvažovanom rozpadovom rade.

b) Zapíšte podmienku rovnováhy medzi počtami jednotlivých nuklidov v rozpadovom rade.

c) Kúsok minerálu obsahuje 1 000 g $^{232}_{90}Th$ a zároveň 200 g nuklidu $^{208}_{82}Pb$. Predpokladajme, že všetko Pb v mineráli pochádza z rozpadu Th a že neboli nijaké straty Th ani Pb. Odhadnite približne, koľko času uplynulo odvtedy, ako vznikol minerál obsahujúci Th a žiadne Pb.

Riešenie

$m_1 = 1\,000$ g $= 1{,}00$ kg, $m_2 = 0{,}200$ kg; $t = ?$

---

a) Poradie jednotlivých premien je: α, β, β, α, α, α, α, β, β, α.

b) Ak sa ustáli rovnováha, musí z i-tého nuklidu v rozpadovom rade ubúdať za 1 s toľko jadier, koľko ich ubúda rozpadom predchádzajúceho. Ak počet nuklidov i-tého člena radu je N_i, potom za 1 s ubudne $N_i\lambda_i$ jadier a premenou predchádzajúceho pribudne $N_{i-1}\lambda_{i-1}$ jadier, pričom λ_i, λ_{i-1} sú príslušné konštanty premien. (Pozri úlohu 558.) Pre celý rozpadový rad platí $N_1\lambda_1 = N_2\lambda_2 = N_3\lambda_3 = \ldots$

c) Po ustálení rovnováhy sa mení len počet nuklidov prvého a posledného člena rozpadového radu. Koľko jadier prvého nuklidu ubudne, toľko jadier posledného pribudne. Pri určení približného veku minerálu predpokladajme, že rovnováha sa uskutočnila veľmi skoro. V takejto situácii za 1 s vzniká toľko jadier Pb, koľko Th za 1 s zaniká a môžeme si predstaviť, že Th sa rozpadá priamo na Pb. Jeden kg ^{232}Th približne obsahuje $N_1 = \dfrac{1\ \text{kg}}{232\,.\,m_u}$ jadier, kým 200 g olova obsahuje $N_2 = \dfrac{1\ \text{kg}}{208\,.\,m_u}$ jadier. Pôvodný počet jadier Th bol $N_0 = N_1 + N_2$. Pomer počtu nepremenených jadier a pôvodného počtu je

$$\frac{N_1}{N_1 + N_2} = \frac{\frac{1}{232}}{\frac{1}{232} + \frac{0,2}{208}} \doteq 0,82$$

Pretože

$$\frac{N_1}{N_1 + N_2} = 2^{-\frac{t}{T}}$$

dostaneme pre čas t

$$t = -\frac{T}{\ln 2} \ln \frac{N_1}{N_1 + N_2} = 4,04 \,.\, 10^9 \text{ rokov}$$

Od vzniku minerálu uplynulo približne 4,04 . 10^9 rokov.

Poznámka: Touto metódou určujeme čas, ktorý uplynul od vzniku minerálov. Pri presných výpočtoch však nepredpokladáme, že by sa okamžite ustálila rovnováha v rozpadovom rade, ale používame presnejší, hoci komplikovanejší postup. Výsledky získané zjednodušeným postupom sú však približne rovnaké. Z takýchto údajov vieme, aká „stará" je približne naša Zem.

563. Pri reťazovej reakcii neutrón dopadajúci na jadro $^{235}_{92}U$ vyvolá štiepenie $^{235}_{92}U$ na dve stredne ťažké jadrá a navyše sa uvoľní niekoľko neutrónov. V nasledujúcich dvoch reakciách sme nevypísali počet uvoľnených neutrónov

$$^{1}_{0}n + ^{235}_{92}U \rightarrow ^{144}_{56}Ba + ^{89}_{36}Kr$$

$$^{1}_{0}n + ^{235}_{92}U \rightarrow ^{91}_{38}Sr + ^{140}_{54}Xe$$

Koľko neutrónov sa uvoľní: a) v prvej, b) v druhej z týchto reakcií?

564. V jadrovom reaktore sa tyče obsahujúce $^{235}_{92}U$ nachádzajú v prostredí obsahujúcom ťažkú vodu, obyčajnú vodu, uhlík a pod. Prečo toto prostredie obsahuje najmä ľahké jadrá?

565. Okrem výroby elektrickej energie sa jadrové reaktory používajú pri pohone ponoriek, ľadoborcov a materských lietadlových lodí. Prečo sa používajú práve pri týchto „dopravných prostriedkoch", a nie pri iných?

566. Vypočítajte hmotnosť $^{235}_{92}U$, ktorý „zhorí“ za rok v bloku jadrovej elektrárne s výkonom 440 MW pri účinnosti 20 %.

567. Vysvetlite princíp tzv. množiaceho reaktora.

568. Prečo sú na vyvolávanie štiepenia jadier vhodnejšie neutróny ako protóny alebo častice α?

569. Nástenné maľby v jaskyni Lascaux (laskó) vo Francúzsku vznikli asi pred 15 500 rokmi. Vek, v ktorom bola jaskyňa obývaná ľuďmi, bol určený pomocou rádiouhlíkového „datovania“. Pri tejto metóde merali obsah izotopu uhlíka ^{14}C v organických zvyškoch nájdených v jaskyni. Vysvetlite princíp metódy a určte, koľkokrát bola koncentrácia ^{14}C v organických zvyškoch menšia v porovnaní s koncentráciou v žijúcich organizmoch. Polčas premeny ^{14}C je 5 730 rokov.

570. Pri určovaní veku pohrebného člna z hrobky faraóna Sesostrita III. zistili, že koncentrácia ^{14}C v dreve, z ktorého bol čln zhotovený, je približne $0{,}645\,n_0$, kde n_0 je koncentrácia ^{14}C v živých organizmoch. Určte vek pohrebného člna.

***571.** Polčas premeny α nuklidu $^{238}_{92}U$ je $4{,}9 \,.\, 10^9$ rokov. Koľko jednotlivých premien sa uskutoční v 1,0 g tohto nuklidu za 1,0 s?

572. Pri štiepení jadra $^{235}_{92}U$ neutrónmi sa uvoľňuje približne energia 200 MeV. O koľko percent bude súčet pokojových hmotností produktov reakcie menší ako pokojová hmotnosť pôvodného jadra?

573. Trícium $^{3}_{1}H$ má polčas premeny 12,5 roka:

a) Aká časť vzorky čistého trícia zostane nerozpadnutá po 25 rokoch?

b) Podľa akej schémy sa trícium premieňa?

c) Kde možno trícium prakticky využiť?

574. Hmotnosť neutrálneho atómu $^{16}_{8}O$ je $15{,}9949\ m_u$. Určte strednú väzbovú energiu nukleónu v tomto jadre.

575. Väzbová energia $^{35}_{17}Cl$ je 298 MeV. Určte hmotnosť tohto nuklidu.

576. Počet premien α v 1,0 g rádia je $3{,}7 \,.\, 10^{10}\ s^{-1}$. Určte polčas premeny rádia.

577. Niektoré hviezdy získavajú časť svojej energie syntézou 3 častíc α na jadro $^{12}_{6}C$. Koľko energie sa uvoľní v každej takejto reakcii, ak hmotnosť $^{4}_{2}He$ je $4{,}002603\ m_u$?

578. V Antarktíde sú automatické zariadenia na meranie hrúbky snehovej prikrývky. Na akom princípe by mohli pracovať a odkiaľ by mohli brať energiu na vyslanie nameraných informácií?

579. Určte energiu uvoľnenú z 1,00 kg paliva v reakcii

$$ {}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}_{2}\mathrm{He} + n + 3{,}2\ \mathrm{MeV} $$

580. Tenká fólia obsahujúca 1,0 g nuklidu ${}^{232}_{90}\mathrm{Th}$ vysiela za 1,0 s 4 100 častíc α. Určte polčas premeny tohto nuklidu.

581. Jednou z možností termojadrovej syntézy sú reakcie

$$ {}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}_{1}\mathrm{H} + p $$

$$ {}^{3}_{1}\mathrm{H} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + n $$

Aká energia sa uvoľňuje v tejto reakcii? Hmotnosti atómov a častíc vystupujúcich v týchto reakciách sú:
$m({}^{2}_{1}\mathrm{H}) = 2{,}014\,10\,m_u$, $m({}^{3}_{1}\mathrm{H}) = 3{,}016\,05\,m_u$, $m({}^{4}_{2}\mathrm{He}) = 4{,}002\,603\,m_u$, $m(p) = 1{,}007\,3\,m_u$, $m(n) = 1{,}008\,7\,m_u$.

9. ŽIARENIE — ZDROJ INFORMÁCIÍ O HVIEZDACH A VESMÍRE

Na meranie vzdialeností v slnečnej sústave sa používa astronomická jednotka AU, ktorá sa rovná strednej vzdialenosti Zeme od Slnka. Vzdialenosť hviezd vyjadrujeme pomocou jednotky parsek (pc). Parsek je vzdialenosť, z ktorej by sme videli úsečku dĺžky 1 AU, postavenú kolmo na smer lúčov pod uhlom jednej oblúkovej sekundy. Ročná paralaxa hviezdy je uhol, pod ktorým by sme z hviezdy videli úsečku dĺžky 1 AU (1 AU = $1{,}496 \cdot 10^{11}$ m) postavenú kolmo na smer lúčov. Medzi ročnou paralaxou π hviezdy, vyjadrenou v oblúkových sekundách, a jej vzdialenosťou r, vyjadrenou v parsekoch (pc = $3{,}09 \cdot 10^{16}$ m) platí vzťah

$$\{r\} = \frac{1}{\{\pi\}}$$

Pre väčšiu názornosť sa pre vzdialenosti hviezd používa aj jednotka svetelný rok. Je to vzdialenosť, ktorú prejde svetlo vo vákuu za 1 rok.

Súčet hmotností dvojhviezdy môžeme určiť na základe gravitačného zákona, ak poznáme obežnú dobu T dvojhviezdy a vzájomnú vzdialenosť r zložiek, zo vzťahu

$$M + m = \frac{4\pi^2}{\varkappa} \frac{r^3}{T^2}$$

kde $\varkappa$ je gravitačná konštanta. Súčet hmotností určíme v kilogramoch, ak dosadíme vzdialenosť r v metroch a obežnú dobu T v sekundách.

Na určenie súčtu hmotností dvojice telies, obiehajúcich okolo spoločného ťažiska (hmotného stredu), používame najčastejšie všeobecný tvar tretieho Keplerovho zákona

$$\frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2} \frac{(M_1 + m_1)}{(M_2 + m_2)}$$

Do tohto vzťahu dosadzujeme zvyčajne za jednu dvojicu telies hodnoty zodpovedajúce obehu Zeme okolo Slnka, t. j. $r_1 = 1$ AU, $T_1 = 1$ rok, $(M_1 + m_1) = M_{\odot}$. Ak dosadíme pri druhej dvojici telies obežnú dobu v rokoch, vzdialenosť v astronomických jednotkách, vyjde súčet hmotností v jednotkách hmotnosti Slnka $M_{\odot}$.

Žiarivý výkon hviezdy je celkový výkon žiarenia, vysielaný celým povrchom hviezdy do priestoru. Žiarivý výkon L hviezdy s polomerom R a efektívnou povrchovou teplotou T_{ef} je

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4$$

kde $\sigma = 5{,}67 \,.\, 10^{-8}$ W . m^{-2} . K^{-4} je Stefanova-Boltzmannova konštanta. Jednotkou žiarivého výkonu je watt.

Žiarivý tok ϕ_e, dopadajúci z hviezdy so žiarivým výkonom L kolmo na plochu s obsahom S vo vzdialenosti r od hviezdy, je

$$\phi_e = \frac{L}{4\pi r^2} S$$

Jednotkou žiarivého toku je watt.

Rozdiel hviezdnych magnitúd $m_A - m_B$ dvoch hviezd je definovaný vzťahom

$$m_A - m_B = -2{,}5 \log \frac{\phi_A}{\phi_B}$$

kde ϕ_A, ϕ_B sú žiarivé toky dopadajúce z týchto hviezd na Zem. Zdanlivé hviezdne magnitúdy závisia nielen od žiarivých výkonov hviezd, ale aj od ich vzdialeností od Zeme. Preto sa používajú absolútne hviezdne magnitúdy M. Sú to magnitúdy prepočítané na vzdialenosť 10 pc od Zeme; $M = m + 5 - 5 \log r$.

Pomocou spektrálnych čiar v spektrách hviezd môžeme určiť veľkosť rýchlosti, akou sa k nám hviezdy približujú, alebo sa od nás vzďaľujú. Ak sa od nás hviezda vzďaľuje rýchlosťou veľkosti v, zmení sa vlnová dĺžka λ na hodnotu

$$\lambda' = \left(1 + \frac{v}{c}\right)\lambda$$

kde c je rýchlosť svetla vo vákuu. Ak sa hviezda k nám približuje rýchlosťou veľkosti u, zmení sa vlnová dĺžka na hodnotu

$$\lambda' = \left(1 - \frac{u}{c}\right)\lambda$$

Tieto vzťahy vyplývajúce z Dopplerovho javu platia pre rýchlosti, ktorých veľkosti v alebo u sú malé v porovnaní s rýchlosťou c svetla vo vákuu.

Úlohy

582. Pod akým uhlom by sme videli rovníkový polomer Zeme zo vzdialenosti jednej astronomickej jednotky?

583. Pod akým uhlom vidí priemer Zeme pozorovateľ na Mesiaci? Vzdialenosť Mesiaca od Zeme je 384 000 km.

584. V čase, keď je vzdialenosť Jupitera od Zeme $628 \cdot 10^6$ km, vidíme priemer Jupitera pod uhlom 47,2″. Vypočítajte priemer Jupitera.

585. Polomer Slnka vidíme zo Zeme pod uhlom 16′. Určte, koľkokrát je polomer Slnka väčší ako polomer Zeme.

586. Mohlo by nastať úplné zatmenie Slnka, keby Mesiac obiehal okolo Zeme vo vzdialenosti o 10 % väčšej ako v skutočnosti?

587. Zo Zeme vidíme priemer Slnka pod uhlom 32′. Pod akým uhlom by priemer Slnka videl pozorovateľ: a) na Merkúre, b) na Venuši, c) na Marse, d) na Neptúne? Počítajte pre vzdialenosti rovnajúce sa dĺžke veľkej polosi trajektórie planéty. Potrebné údaje vyhľadajte v MFChT.

588. Hviezda α v súhvezdí Cassiopeie je vo vzdialenosti 147 svetelných rokov od Slnka. Vypočítajte jej ročnú paralaxu.

589. Keby ste trajektóriu najvzdialenejšej planéty Pluta znázornili kružnicou s polomerom 1 cm, ako ďaleko od tejto kružnice by bola hviezda Vega? Veľká polos trajektórie Pluta je 40 AU, Vega má ročnú paralaxu 0,12″.

590. Saturn obieha okolo Slnka vo vzdialenosti 9,5 AU. Pod akým uhlom by sme videli polomer jeho trajektórie z hviezdy, ktorá je vo vzdialenosti 25 pc od Slnka?

591. Polomer Mesiaca vidíme na oblohe pod rovnakým uhlom ako polomer Slnka. Skutočný polomer Mesiaca je 0,272 R_Z, polomer Slnka je 109 R_Z. Koľkokrát je vzdialenosť Zeme od Slnka väčšia ako vzdialenosť Mesiaca od Zeme?

592. Paralaxa Síria je 0,376″. Vypočítajte vzdialenosť Síria od Slnka: a) v parsekoch, b) v svetelných rokoch, c) v astronomických jednotkách, d) v kilometroch.

593. Vypočítajte hmotnosť Marsu pomocou pohybu Marsovho mesiaca Deimos, ktorý obieha okolo Marsa po trajektórii s polomerom 23,5 . 10^3 km s obežnou dobou 1,26 dňa.

594. Druhý Jupiterov mesiac — Európa — obieha okolo Jupitera po kružnici s polomerom 6,71 . 10^8 m s obežnou dobou 3,55 dňa. Vypočítajte, koľkokrát je hmotnosť Jupitera väčšia ako hmotnosť Zeme.

595. Hmotnosť Mesiaca je 81,3-krát menšia ako hmotnosť Zeme, obežná doba Mesiaca (vzhľadom na hviezdy) je 27,3 dňa. O koľko by bola obežná doba Mesiaca väčšia, keby bola jeho hmotnosť vzhľadom na hmotnosť Zeme zanedbateľne malá?

Riešenie

$M_M = \dfrac{1}{81,3} M_Z$, $T = 27,3$ dňa $= 2,36 . 10^6$ s; $T = ?$

Ak označíme T' obežnú dobu Mesiaca, s akou by obiehal okolo Zeme, keby mal zanedbateľne malú hmotnosť, a ak predpokladáme, že vzdialenosť r Mesiaca od Zeme by sa nezmenila, je podľa všeobecného tvaru 3. Keplerovho zákona

$$\frac{T'^2}{T^2} \frac{M_Z}{M_Z + M_M} = 1$$

a obežná doba

$$T' = T \sqrt{\frac{M_Z + M_M}{M_Z}}$$

prírastok obežnej doby

$$\Delta T = T' - T = T\left(\sqrt{\frac{M_Z + M_M}{M_Z}} - 1\right)$$

Po dosadení číselných hodnôt $\Delta T = 1{,}45 \,.\, 10^4$ s = 4,02 hodiny. Obežná doba Mesiaca by bola väčšia o 4,02 h.

596. Určte súčet hmotností zložiek dvojhviezdy Capelly, ak zložky obiehajú okolo spoločného ťažiska (hmotného stredu) vo vzájomnej vzdialenosti 0,850 AU s obežnou dobou 0,285 roka.

Riešenie

$r_1 = 0{,}850$ AU, $T_1 = 0{,}285$ roka; $M_1 + m_1 = ?$

Podľa všeobecného tvaru 3. Keplerovho zákona platí

$$\frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{(M_1 + m_1)}{(M_2 + m_2)} \frac{T_1^2}{T_2^2}$$

Ako porovnávaciu dvojicu telies použijeme Slnko a Zem, teda $r_2 = 1$ AU, $T_2 = 1$ rok, $M_2 + m_2 = M_\odot$ (hmotnosť Zeme je zanedbateľne malá). Súčet hmotností zložiek dvojhviezdy je

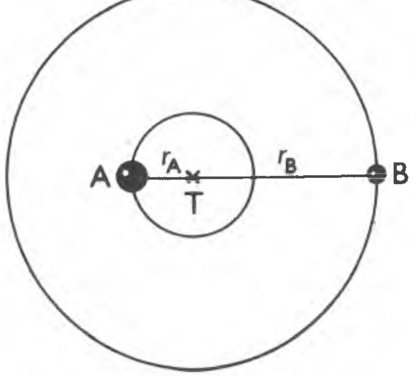
$$M_1 + m_1 = (M_2 + m_2) \frac{r_1^3}{r_2^3} \frac{T_2^2}{T_1^2}$$

po dosádení $M_1 + m_1 = 7{,}56\, M_\odot$.
Súčet hmotností zložiek dvojhviezdy je 7,56 hmotností Slnka.

597. Zložky dvojhviezdy ε Hydrae obiehajú okolo spoločného ťažiska (hmotného stredu) vo vzájomnej vzdialenosti 11,5 AU s obežnou dobou 15,3 roka. Vypočítajte súčet hmotností zložiek.

***598.** Súčet hmotností zložiek dvojhviezdy je 3,5 $M_\odot$, zložky obiehajú okolo spoločného ťažiska (hmotného stredu) s obežnou dobou 320 rokov. Vzájomnú vzdialenosť zložiek kolmú na smer zorného lúča by sme videli pod uhlom 3,1″. Vypočítajte vzájomnú vzdialenosť zložiek dvojhviezdy v astronomických jednotkách a vzdialenosť dvojhviezdy od Slnka v parsekoch.

599. Zložky A a B dvojhviezdy obiehajú okolo spoločného ťažiska (hmotného stredu) po kružniciach s polomermi $r_A = 1{,}8$ AU, $r_B = 5{,}4$ AU s obežnou dobou 9,2 roka (obr. 9-1). Vypočítajte hmotnosti zložiek.



Obr. 9-1

Riešenie

$r_A = 1{,}8$ AU, $r_B = 5{,}4$ AU, $T_1 = 9{,}2$ roka; $M_A = ?$, $M_B = ?$

Najprv vypočítame súčet hmotností zložiek pomocou všeobecného tvaru 3. Keplerovho zákona. Vzájomná vzdialenosť zložiek $r_1 = r_A + r_B = 7{,}2$ AU. Ako porovnávaciu dvojicu telies použijeme Zem a Slnko (pozri riešenie 596. úlohy), súčet hmotností zložiek $M_A + M_B = 4{,}4\ M_\odot$. Zložky obiehajú okolo spoločného ťažiska, pre pomer hmotností teda platí $\frac{M_A}{M_B} = \frac{r_B}{r_A}$. Po dosadení vidíme, že $M_A = 3\,M_B$, teda $M_A = 3{,}3\,M_\odot$, $M_B = 1{,}1\,M_\odot$. Hmotnosti zložiek dvojhviezdy sú $M_A = 3{,}3\,M_\odot$, $M_B = 1{,}1\,M_\odot$.

600. Zložky dvojhviezdy obiehajú okolo spoločného ťažiska po kružniciach s polomermi 1,0 AU a 5,0 AU, obežná doba je 6,0 rokov. Vypočítajte hmotnosti zložiek dvojhviezdy.

601. Žiarivý výkon Slnka je $3{,}84 \,.\, 10^{26}$ W. Aký žiarivý tok dopadá na plochu s obsahom $1{,}0\ m^2$, kolmú na smer slnečných lúčov, na Marse? Aký žiarivý tok dopadá na celú planétu Mars? Vzdialenosť od Slnka je 1,52 AU, polomer Marsa je 3 400 km.

Riešenie

$L_\odot = 3{,}83 \,.\, 10^{26}$ W, $r = 1{,}52$ AU $= 2{,}27 \,.\, 10^{11}$ m,
$R = 3{,}40 \,.\, 10^6$ m, $S = 1{,}0\ m^2$; $\phi_1 = ?$, $\phi_2 = ?$

Pre žiarivý tok dopadajúci zo Slnka kolmo na plochu s obsahom S platí

$$\phi_e = \frac{L_\odot}{4\pi r^2} S$$

Na plochu s obsahom $1{,}0\ \mathrm{m}^2$ dopadá žiarivý tok $\phi_1 = 590\ \mathrm{W}$. Planéta Mars zachytáva žiarivý tok celým svojím prierezom, t. j. plochou s obsahom $S = \pi R^2 = 3{,}63 \cdot 10^{13}\ \mathrm{m}^2$. Na planétu Mars dopadá zo Slnka žiarivý tok $\phi_2 = 2{,}1 \cdot 10^{16}\ \mathrm{W}$.

602. V perihéliu je vzdialenosť Zeme od Slnka $1{,}47 \cdot 10^{11}$ m, v aféliu $1{,}52 \cdot 10^{11}$ m. Ak je Zem v perihéliu, dopadá na plochu s obsahom $1{,}0\ \mathrm{m}^2$, kolmú na smer slnečných lúčov, žiarivý tok $1{,}41 \cdot 10^3$ W. Aký žiarivý tok dopadá na takúto plochu, ak je Zem v aféliu?

603. Aldebaran, najjasnejšia hviezda v súhvezdí Býka, má polomer $64\ R_\odot$, efektívnu povrchovú teplotu 3 300 K. Vypočítajte žiarivý výkon Aldebarana a vyjadrite ho pomocou žiarivého výkonu Slnka.

*** 604.** Tok žiarenia, dopadajúceho z hviezdy na plochu s obsahom $1{,}0\ \mathrm{m}^2$, umiestenú na Zemi a kolmú na smer lúčov, je $5{,}39 \cdot 10^{-8}$ W. Hviezda je vo vzdialenosti 20 pc. Vypočítajte žiarivý výkon hviezdy. Aký polomer má hviezda, ak jej efektívna povrchová teplota je 2 900 K?

605. Aký je pomer žiarivých tokov dopadajúcich na Zem z hviezdy prvej magnitúdy a z hviezdy šiestej magnitúdy?

Riešenie

$m_1 = 1,\ m_2 = 6;\ \dfrac{\phi_1}{\phi_2} = ?$

Rozdiel hviezdnych magnitúd je definovaný vzťahom

$$m_1 = m_2 = -2{,}5 \log \frac{\phi_1}{\phi_2}$$

Po dosadení je $\log \dfrac{\phi_1}{\phi_2} = 2$, pomer $\dfrac{\phi_1}{\phi_2} = 100$. Z hviezdy prvej magnitúdy dopadá na Zem stokrát väčší žiarivý tok ako z hviezdy šiestej magnitúdy.

606. Ak sa žiarivý tok dopadajúci z hviezdy na Zem 1 600-krát zväčší, o koľko sa zmení zdanlivá hviezdna magnitúda hviezdy?

*** 607.** Hviezda má zdanlivú hviezdnu magnitúdu 4^m. Aká by bola zdanlivá hviezdna magnitúda tejto hviezdy, keby bola:

a) v polovičnej vzdialenosti od nás,

b) v dvojnásobnej vzdialenosti od nás? Bola by hviezda v prípade b) viditeľná voľným okom?

608. Hviezda α v súhvezdí Cassiopeie, ktorá je vo vzdialenosti 50 pc od Slnka, má zdanlivú hviezdnu magnitúdu $+2{,}37^m$. Vypočítajte jej absolútnu hviezdnu magnitúdu.

Riešenie

$m = +2{,}37$, $r = 50$ pc; $M = ?$

Absolútna hviezdna magnitúda je magnitúda prepočítaná na vzdialenosť 10 pc. Označme ϕ žiarivý tok dopadajúci na Zem z hviezdy, ktorá je vo vzdialenosti r, ϕ_0 žiarivý tok tej hviezdy, ktorý by dopadal na Zem, keby hviezda bola vo vzdialenosti $r_0 = 10$ pc od Zeme. Rozdiel hviezdnych magnitúd je podľa definície

$$m - M = -2{,}5 \log \frac{\phi}{\phi_0}$$

pre žiarivé toky platí $\frac{\phi}{\phi_0} = \frac{r_0^2}{r^2}$. Rozdiel magnitúd je teda

$$m - M = -2{,}5 \log \frac{r_0^2}{r^2} = -5 (\log r_0 - \log r)$$

Pretože $r_0 = 10$ pc, je $\log r_0 = 1$ a teda

$$m - M = 5 \log r - 5$$

odkiaľ absolútna hviezdna magnitúda

$$M = m - 5 \log r + 5 = -1{,}1$$

Absolútna hviezdna magnitúda je $-1{,}1^M$.

609. Určte absolútnu hviezdnu magnitúdu hviezdy Antares (α Scorpii), ktorej zdanlivá hviezdna magnitúda je $+0{,}98^m$ a paralaxa $0{,}008\,7''$.

610. Sírius (α CMa), najjasnejšia hviezda na oblohe, má zdanlivú hviezdnu magnitúdu $-1{,}43^m$ a je vo vzdialenosti 8,67 svetelných rokov od Slnka. Vypočítajte jeho absolútnu hviezdnu magnitúdu.

611. Zdanlivá hviezdna magnitúda Slnka je $-26{,}8^m$. Vypočítajte jeho absolútnu hviezdnu magnitúdu.

612. V akej vzdialenosti od Slnka je hviezda, ktorej zdanlivá hviezdna magnitúda sa rovná jej absolútnej hviezdnej magnitúde?

613. Aký je rozdiel zdanlivej a absolútnej hviezdnej magnitúdy pre hviezdu, ktorá je vo vzdialenosti 100 pc od Slnka?

614. Akú paralaxu má hviezda, ak rozdiel zdanlivej a absolútnej hviezdnej magnitúdy je $+8$?

615. V spektre hviezdy je čiara vápnika s vlnovou dĺžkou 422,7 nm posunutá o 0,070 nm k fialovému okraju spektra. Určte, či sa hviezda približuje, alebo vzďaľuje a akou rýchlosťou.

616. Sodíková spektrálna čiara má vlnovú dĺžku 589,6 nm. Akú vlnovú dĺžku tejto čiary odmeriame v spektre hviezdy, ktorá sa od nás vzďaľuje rýchlosťou veľkosti $161\ \mathrm{km\,.\,s^{-1}}$?

617. V spektre novy v súhvezdí Herkula bola spektrálna čiara vodíka s vlnovou dĺžkou 434,1 nm posunutá o 1,0 nm smerom k fialovému okraju spektra. Aká bola rýchlosť plynu vyvrhnutého hviezdou?

10. ZDROJE ENERGIE, STAVBA A VÝVOJ HVIEZD

Zdrojom energie, ktorú hviezdy vyžarujú, sú termonukleárne reakcie prebiehajúce pri vysokých tlakoch a teplotách vnútri hviezd. Pri týchto reakciách sa buď protón-protónovým reťazcom alebo CNO reťazcom vytvára zo štyroch protónov jadro hélia, pričom sa uvoľní energia asi 26 MeV.

Hviezdy vznikajú z medzihviezdneho plynu a prachu. Informácie o hviezdach v rôznych štádiách vývoja podáva stavový diagram hviezd (pozri obr. 10-1 v učebnici Fyzika pre 4. ročník gymnázia), na ktorom je každá hviezda znázornená bodom so súradnicami $\log \frac{T_{ef}}{\mathrm{K}}$ a $\log \frac{L}{L_\odot}$. Žiarivý výkon L hviezdy súvisí s jej povrchovou teplotou T_{ef} a polomerom R. Logaritmovaním vzťahu

$$\frac{L}{L_\odot} = \frac{R^2}{R_\odot^2} \frac{T_{ef}^4}{T_\odot^4}$$

dostaneme

$$\log \frac{L}{L_\odot} = 4 \log \frac{T_{ef}}{\mathrm{K}} + 2 \log \frac{R}{R_\odot} - 4 \log \frac{T_\odot}{\mathrm{K}}$$

Na stavovom diagrame hviezd sa hviezdy sústreďujú do niekoľkých oblastí. Je to najmä hlavná postupnosť, vetva obrov, vetva nadobrov a oblasť bielych trpaslíkov.

Záverečné štádiá vývoja hviezd závisia najmä od hmotností hviezd. Hviezdy s hmotnosťou menšou ako asi $1{,}4\,M_\odot$ sa stávajú bielymi trpaslíkmi, pri ktorých zmršťovanie hviezdy zastaví tlak elektrónového plynu. Hviezdy s hmotnosťou $1{,}4\,M_\odot$ až asi $5\,M_\odot$ sa zmrštia na taký malý objem, že z elektrónov a protónov vnútri hviezdy vznikajú neutróny — záverečným štádiom vývoja je neutrónová hviezda alebo pulzar.

Ak je hmotnosť hviezdy väčšia ako 5 $M_{\odot}$, neexistuje žiadny mechanizmus, ktorý by zmršťovanie hviezdy zastavil. Nastáva gravitačný kolaps hviezdy, intenzita gravitačného poľa hviezdy sa tak zväčší, že hviezdu nemôže opustiť žiadny hmotný objekt, teda ani žiarenie. Hviezdy, pri ktorých prebehol gravitačný kolaps, nazývame čierne diery.

Úlohy

618. Žiarivý výkon Slnka je 3,83 . 10^{26} W. O koľko sa zmenší hmotnosť Slnka za 1 deň?

Riešenie

$L_{\odot} = 3{,}83 \,.\, 10^{26}$ W, $\Delta t = 1$ deň $= 86\,400$ s; $\Delta m = ?$

Za dobu Δt vyžiari Slnko energiu $\Delta E = L_{\odot}\Delta t$. Podľa špeciálnej teórie relativity súvisí vyžiarená energia s úbytkom hmotnosti vzťahom

$$\Delta E = \Delta m c^2$$

a odtiaľ úbytok hmotnosti

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{L_{\odot}\Delta t}{c^2}$$

kde $c = 3 \,.\, 10^8$ m . s^{-1} je rýchlosť svetla vo vákuu. Po dosadení číselných hodnôt a výpočte je $\Delta m = 3{,}68 \,.\, 10^{14}$ kg. Hmotnosť Slnka sa za 1 deň zmenší o 3,68 . 10^{14} kg.

619. Hviezda má žiarivý výkon 6,63 . 10^{26} W. O koľko sa zmenší hmotnosť hviezdy za 1,0 s?

620. Aký vyžarovaný výkon pripadá v priemere na látku Slnka hmotnosti: a) 1,0 kg, b) 6,0 . 10^{24} kg (hmotnosť Zeme)?

621. Aký žiarivý výkon má hviezda, ktorej povrchová teplota je rovnaká ako povrchová teplota Slnka (5 780 K), ale polomer stokrát väčší? Žiarivý výkon hviezdy vyjadrite pomocou žiarivého výkonu Slnka. Vypočítanú hodnotu overte na stavovom diagrame hviezd. Ku ktorej vetve stavového diagramu hviezd táto hviezda patrí?

622. Veľmi horúce hviezdy na hlavnej postupnosti stavového diagramu hviezd majú žiarivý výkon 10 000 $L_\odot$, povrchovú teplotu 25 000 K. Aký polomer majú hviezdy v porovnaní s polomerom Slnka?

623. Vypočítajte povrchovú teplotu hviezdy, ktorej žiarivý výkon je 0,10 $L_\odot$, polomer 0,50 $R_\odot$. Ku ktorej vetve stavového diagramu hviezd táto hviezda patrí?

624. Antares, najjasnejšia hviezda v súhvezdí Škorpióna, je červený nadobor s polomerom 285 $R_\odot$, ktorý má povrchovú teplotu 3 100 K. Vypočítajte žiarivý výkon Antara. Akú má Antares strednú hustotu, ak je jeho hmotnosť 20 $M_\odot$? Vyjadrite polomer Antara v astronomických jednotkách.

625. Červený obor má povrchovú teplotu 3 500 K, polomer 36 $R_\odot$, hmotnosť 3,6 $M_\odot$. Vypočítajte jeho priemernú hustotu a žiarivý výkon.

626. Hviezda má povrchovú teplotu 6 200 K, polomer 110 $R_\odot$. Vypočítajte:

a) žiarivý výkon hviezdy,

b) dobu, za ktorú sa jej hmotnosť zmenší o hodnotu rovnajúcu sa hmotnosti Zeme.

627. Koľkokrát je polomer hviezdy absolútnej hviezdnej magnitúdy $+1{,}5^M$ väčší ako polomer hviezdy absolútnej hviezdnej magnitúdy $+13{,}5^M$, ak sú povrchové teploty oboch hviezd rovnaké?

Riešenie

$M_1 = +1{,}5^M$, $M_2 = +13{,}5^M$; $\dfrac{R_1}{R_2} = ?$

Pre rozdiel hviezdnych magnitúd platí vzťah

$$M_1 - M_2 = -2{,}5 \log \frac{\phi_1}{\phi_2}, \text{ teda } \log \frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{M_2 - M_1}{2{,}5} = 4{,}8$$

Sú dané absolútne hviezdne magnitúdy oboch hviezd, to znamená, že predpokladáme, že obe hviezdy sú od nás vzdialené 10 pc. Pretože aj povrchové teploty oboch hviezd sú rovnaké, je pomer žiarivých tokov

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{R_1^2}{R_2^2}$$

Ak logaritmujeme túto rovnicu, dostávame $\log \frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \log \frac{L_1}{L_2} =$ $= 2 \log \frac{R_1}{R_2}$ a odtiaľ $\log \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{2} \log \frac{\Phi_1}{\Phi_2} = 2{,}4$; pomer polomerov $\frac{R_1}{R_2} \doteq 250$. Polomer jasnejšej hviezdy je 250-krát väčší ako polomer druhej hviezdy.

***628.** Vypočítajte polomer hviezdy β Centauri v jednotkách polomeru Slnka. Povrchová teplota hviezdy je 21 000 K, absolútna hviezdna magnitúda $-6{,}8^M$. Absolútna hviezdna magnitúda Slnka je $+4{,}7^M$.

629. Hviezda má povrchovú teplotu 10 000 K. Pomocou stavového diagramu hviezd odhadnite, aký má hviezda polomer a žiarivý výkon, ak ide:
a) o hviezdu hlavnej postupnosti,
b) o bieleho trpaslíka,
c) o nadobra.

630. Žiarivý výkon pulzujúcej premennej hviezdy je v maxime 16-krát väčší ako v minime. Koľkokrát je polomer hviezdy v maxime väčší ako jej polomer v minime, ak je povrchová teplota konštantná? Aký je rozdiel hviezdnych magnitúd hviezd v minime a v maxime?

631. Pulzujúca premenná hviezda je v maxime o $1{,}5^m$ jasnejšia ako v minime. Koľkokrát je polomer hviezdy v maxime väčší ako jej polomer v minime, ak je povrchová teplota hviezdy konštantná?

632. Najznámejším bielym trpaslíkom je Síriov sprievodca. Jeho polomer je 14 000 km (asi dvakrát väčší ako polomer Zeme), hmotnosť $1{,}9 \cdot 10^{30}$ kg (takmer sa rovná hmotnosti Slnka). Akú priemernú hustotu má Síriov sprievodca? Akú hmotnosť by mala kocočka s dĺžkou hrany 1 cm pri tejto hustote? Aké veľké je gravitačné zrýchlenie na povrchu Síriovho sprievodcu?

633. Vypočítajte polomer a priemernú hustotu bieleho trpaslíka, ktorého hmotnosť je $0{,}35\, M_\odot$, povrchová teplota 12 500 K, žiarivý výkon $0{,}0036\, L_\odot$.

Riešenie

$M = 0{,}35\,M_\odot$, $T_{ef} = 12\,500$ K, $L = 0{,}003\,6\,L_\odot$; $R = ?$, $\varrho = ?$

Pre podiel žiarivého výkonu bieleho trpaslíka a žiarivého výkonu Slnka platí vzťah

$$\frac{L}{L_\odot} = \frac{R^2}{R_\odot^2}\frac{T_{ef}^4}{T_\odot^4}$$

z ktorého pre podiel polomerov bieleho trpaslíka a Slnka dostaneme

$$\frac{R}{R_\odot} = \sqrt{\frac{L}{L_\odot}}\frac{T_\odot^2}{T_{ef}^2}.$$

Povrchová teplota Slnka $T_\odot = 5\,780$ K, teda $R = 0{,}013\,R_\odot$. Polomer Slnka $R_\odot = 7 \,.\, 10^8$ m, polomer bieleho trpaslíka $R \doteq 9 \,.\, 10^6$ m.

Priemerná hustota hviezdy $\varrho = \dfrac{M}{V}$, kde $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$ (predpokladáme, že hviezda má tvar gule). Hmotnosť Slnka $M_\odot \doteq 2 \,.\, 10^{30}$ kg, hmotnosť bieleho trpaslíka $M = 0{,}35\,M_\odot = 7 \,.\, 10^{29}$ kg, jeho priemerná hustota $\varrho \doteq 2 \,.\, 10^8$ kg . m^{-3}. Polomer bieleho trpaslíka je asi $9 \,.\, 10^6$ m, priemerná hustota je asi $2 \,.\, 10^8$ kg . m^{-3}.

634. Aká je priemerná hustota neutrónovej hviezdy (pulzaru), ktorej hmotnosť sa rovná hmotnosti Slnka, ale polomer iba 10 km? Aký polomer by malo teleso hmotnosti Zeme, keby malo rovnakú hustotu ako táto hviezda?

635. Neutrónová hviezda má hmotnosť $3{,}0 \,.\, 10^{30}$ kg, polomer 11 km. Vypočítajte:

a) priemernú hustotu hviezdy,

b) veľkosť gravitačného zrýchlenia na jej povrchu,

c) veľkosť únikovej (parabolickej) rýchlosti na jej povrchu.

Riešenie

$M = 3{,}0 \,.\, 10^{30}$ kg, $R = 1{,}1 \,.\, 10^4$ m; $\varrho = ?$, $a_g = ?$, $v_p = ?$

a) Priemernú hustotu hviezdy vypočítame zo vzťahu

$$\varrho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = 5{,}4 \,.\, 10^{17}\ \mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$$

b) Pre gravitačné zrýchlenie na povrchu gule s polomerom R a hmotnosťou M platí vzťah $a_g = \frac{\varkappa M}{R^2}$, kde $\varkappa = 6{,}67 \,.\, 10^{-11}\ \mathrm{m^3\,.\,kg^{-1}\,.\,s^{-2}}$ je gravitačná konštanta. Po dosadení je $a_g = 1{,}7 \,.\, 10^{12}\ \mathrm{m\,.\,s^{-2}}$.

c) Veľkosť parabolickej rýchlosti vypočítame zo vzťahu

$$v_p = \sqrt{\frac{2\varkappa M}{R}} = 1{,}9 \,.\, 10^{8}\ \mathrm{m\,.\,s^{-1}}$$

Priemerná hustota neutrónovej hviezdy je $5{,}4 \,.\, 10^{17}\ \mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$, gravitačné zrýchlenie na jej povrchu má veľkosť $1{,}7 \,.\, 10^{12}\ \mathrm{m\,.\,s^{-2}}$, veľkosť parabolickej rýchlosti je $1{,}9 \,.\, 10^{8}\ \mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, čo je takmer dve tretiny rýchlosti svetla vo vákuu.

636. Uvažujme o neutrónovej hviezde, ktorá má priemernú hustotu $8{,}0 \,.\, 10^{17}\ \mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$, polomer 8,0 km. Hviezda rotuje okolo svojej osi s periódou 0,50 s. Vypočítajte:

a) hmotnosť hviezdy,
b) veľkosť parabolickej rýchlosti na jej povrchu,
c) veľkosť gravitačného zrýchlenia na jej povrchu,
d) veľkosť rýchlosti bodov na „rovníku“ hviezdy,
e) veľkosť dostredivého zrýchlenia bodov na „rovníku“ hviezdy.

637. Pulzar v Krabej hmlovine rotuje s periódou 0,033 s. Predpokladajte, že hviezda má tvar gule s polomerom 10 km. Určte veľkosť rýchlosti bodov na „rovníku“ hviezdy a veľkosť dostredivého zrýchlenia týchto bodov. Prečo sa hviezda vplyvom rýchlej rotácie znateľne nesploští?

638. Pri hviezdach, ktorých začiatočná hmotnosť je väčšia ako päťnásobok hmotnosti Slnka, nastane v záverečnej fáze ich vývoja pravdepodobne gravitačný kolaps; predpokladajme, že z nich vznikajú čierne diery. Vypočítajte kritický polomer, t. j. polomer, pri ktorom sa veľkosť parabolickej rýchlosti na povrchu hviezdy rovná rýchlosti svetla vo vákuu, pre hviezdu s hmotnosťou 5 $M_\odot$. Akú priemernú hustotu má hviezda pri tomto polomere?

639. Aký by bol kritický polomer: a) pre Slnko, b) pre Zem?

* **640.** Aký kritický polomer a akú hmotnosť má hviezda, v ktorej prebieha gravitačný kolaps, ak pri kritickom polomere jej hustota je: a) $2 \cdot 10^{18}$ kg . m^{-3}, b) $4 \cdot 10^{17}$ kg . m^{-3}?

11. ŠTRUKTÚRA A VÝVOJ VESMÍRU

Všetky hviezdy, ktoré vidíme na oblohe, aj celý pás Mliečnej cesty tvorí sústavu nazvanú Galaxia. Táto sústava obsahuje asi 100 miliárd hviezd, z ktorých veľká časť je združená do dvojhviezd, viacnásobných hviezd a hviezdokôp. Galaxia má tvar plochého disku s priemerom asi 30 kpc, Slnko je v rovine Galaxie vo vzdialenosti asi 10 kpc od jej stredu. Galaxia vznikla pred 15 miliardami rokov zmršťovaním obrovského mračna rotujúceho plynu a prachu.

Podobných útvarov — galaxií — bolo objavených veľmi veľa. Najbližšie galaxie spolu s našou Galaxiou tvoria miestnu skupinu galaxií, ktorá obsahuje takmer 30 galaxií. Väčšími skupinami galaxií sú tzv. kopy galaxií, tvorené až tisíckami galaxií. Podľa súčasných vedomostí sú najväčšími útvarmi vo vesmíre nadkopy galaxií obsahujúce niekoľko kôp a skupín galaxií.

Podľa kozmologického princípu je vesmír homogénny a izotropný, z hľadiska rozmerov rádovo 100 Mpc má v okolí každého miesta rovnaké vlastnosti a jeho štruktúra nezávisí od smeru.

Vesmír nie je nemenný, ale sa vyvíja. Vývoj vesmíru bol dokázaný tromi významnými objavmi: Hubblovho zákona, objavom reliktového žiarenia a teoretickými výpočtami, založenými na všeobecnej teórii relativity.

Hubble (čítaj habl) objavil, že vzdialené galaxie sa od nás vzďaľujú rýchlosťami, ktoré sú priamo úmerné vzdialenosti galaxie. Vzďaľovanie sa prejaví v spektrách galaxií posuvom spektrálnych čiar k červenému okraju spektra. Pre zmenu vlnovej dĺžky vyplýva z Dopplerovho javu vzťah

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$$

Tento vzťah možno použiť iba pre rýchlosti, ktorých veľkosti v sú malé v porovnaní s rýchlosťou c svetla vo vákuu.

Závislosť veľkosti rýchlosti v vzďaľovania galaxie od jej vzdialenosti r vyjadruje Hubblov vzťah

$$v = Hr$$

kde H je Hubblova konštanta. Pre Hubblovu konštantu používajte hodnotu 75 m . s^{-1} . Mpc^{-1}; v SI je jej jednotkou s^{-1}.

Hubblov zákon bol podnetom na utvorenie modelov rozpínajúceho sa vesmíru. Predpokladá sa, že súčasný stav vesmíru vznikol z veľmi hustého a horúceho stavu pred $10 \,.\, 10^9$ rokmi až $20 \,.\, 10^9$ rokmi. Tento model vesmíru dokazuje objav reliktového žiarenia, čo je rádiové žiarenie zodpovedajúce žiareniu čierneho telesa s teplotou 2,7 K.

Úlohy

641. Za aký čas prejde svetlo vo vákuu vzdialenosť rovnajúcu sa:
a) priemeru slnečnej sústavy (80 AU),
b) priemeru Galaxie (30 kpc),
c) priemeru miestnej skupiny galaxií (1,5 Mpc)?

642. Hustota látky v Galaxii a v kopách galaxií sa niekedy udáva v hmotnostiach Slnka na kubický parsek alebo na kubický kiloparsek. Vyjadrite hustotu:
a) $1\ M_\odot \,.\, \mathrm{pc}^{-3}$,
b) $1\ M_\odot \,.\, \mathrm{kpc}^{-3}$ pomocou jednotky kg . m^{-3}.

643. Vypočítajte strednú hustotu látky v slnečnej sústave. Predpokladajte, že hmotnosť slnečnej sústavy je $2 \,.\, 10^{30}$ kg a že slnečná sústava je guľa s polomerom, ktorý sa rovná veľkej polosi trajektórie najvzdialenejšej planéty Pluta (40 AU).

644. Polomer guľovej hviezdokopy M 13 v súhvezdí Herkula vidíme na oblohe pod uhlom 12′. Hmotnosť hviezdokopy je $5{,}0 \,.\, 10^5\ M_\odot$, hviezdokopa je od nás vzdialená 6,6 kpc. Vypočítajte skutočný polomer hviezdokopy a priemernú hustotu látky v nej.

Riešenie

$\alpha = 12' = 3{,}5 \,.\, 10^{-3}$ rad, $M = 5{,}0 \,.\, 10^5\ M_\odot$, $r = 6{,}6$ kpc;
$R = ?$, $\varrho = ?$

Skutočný polomer R hviezdokopy, ktorý zo vzdialenosti r vidíme pod uhlom α, je $R = \alpha r$; ak dosadíme α v radiánoch, r v parsekoch, tak $R = 23$ pc. Objem gule s polomerom R je $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, stredná hustota látky v hviezdokope $\varrho = \frac{M}{V} = \frac{3M}{4\pi R^3}$. Keď dosadíme hmotnosť hviezdokopy v hmotnostiach Slnka, polomer r v parsekoch, je $\varrho = 9{,}8\ M_\odot \,.\, \mathrm{pc}^{-3}$, po prevedení do SI je $\varrho = 6{,}6 \,.\, 10^{-19}\ \mathrm{kg} \,.\, \mathrm{m}^{-3}$. Polomer guľovej hviezdokopy je 23 pc, stredná hustota látky v nej je $9{,}8\ M_\odot \,.\, \mathrm{pc}^{-3}$ alebo $6{,}6 \,.\, 10^{-19}\ \mathrm{kg} \,.\, \mathrm{m}^{-3}$.

645. Predpokladáme, že Galaxia vznikla z pôvodne guľového rotujúceho mračna plynu a prachu. Vysvetlite, prečo má teraz tvar plochého disku.

646. Vypočítajte strednú hustotu látky v Galaxii. Predpokladajte, že Galaxia je guľa s polomerom 15 kpc, ktorej hmotnosť je $1{,}4 \,.\, 10^{11}\ M_\odot$. Koľko nukleónov pripadá v Galaxii na kocku s objemom $1{,}0\ \mathrm{m}^3$?

647. Hmotnosť miestnej skupiny galaxií, ku ktorej patrí aj naša Galaxia, sa odhaduje na $5 \,.\, 10^{11}\ M_\odot$, priemer na 1,5 Mpc. Vypočítajte strednú hustotu látky v miestnej skupine galaxií. Koľko nukleónov pripadá na kocku s objemom $1\ \mathrm{m}^3$?

648. Slnko obieha okolo stredu Galaxie rýchlosťou veľkosti $250\ \mathrm{km} \,.\, \mathrm{s}^{-1}$ približne po kružnici s polomerom 10 kpc. Určte obežnú dobu Slnka. Akou veľkou gravitačnou silou je Slnko priťahované k stredu Galaxie?

649. Vypočítajte, akou veľkou gravitačnou silou sa navzájom priťahujú Slnko a jedna z najbližších hviezd α Centauri, ktorá má hmotnosť rovnajúcu sa hmotnosti Slnka a je vo vzdialenosti 4,3 svetelného roka. Aké veľké gravitačné zrýchlenie udeľuje α Centauri Slnku?

***650.** Uvažujme o guľovej hviezdokope s hmotnosťou $2{,}0 \,.\, 10^5\ M_\odot$, ktorá obieha okolo stredu Galaxie po kružnici s polomerom 12 kpc. Určte:

a) silu, ktorou je hviezdokopa priťahovaná k stredu Galaxie,

b) dostredivé zrýchlenie hviezdokopy,

c) veľkosť rýchlosti hviezdokopy vzhľadom na stred Galaxie.

Predpokladajte, že hmotnosť Galaxie je sústredená v jej guľovom jadre. Hmotnosť Galaxie je $1{,}4 \, . \, 10^{11} \, M_\odot$.

651. Akou veľkou gravitačnou silou sa navzájom priťahujú naša Galaxia a galaxia M 31 v súhvezdí Andromédy, ktorá je od našej Galaxie vzdialená 700 kpc? Hmotnosť našej Galaxie je $1{,}4 \, . \, 10^{11} \, M_\odot$; predpokladajte, že hmotnosť galaxie M 31 je trikrát väčšia.

652. Vzdialenosť špirálovej galaxie M 31 v súhvezdí Andromédy je 700 kpc. V roku 1885 tam zažiarila supernova, ktorá dosiahla maximálnu zdanlivú hviezdnu magnitúdu $+7{,}0^m$. Aká bola absolútna hviezdna magnitúda tejto supernovy?

Riešenie

$m = +7{,}0^m$, $r = 700$ kpc; $M = ?$

Absolútna hviezdna magnitúda M je magnitúda prepočítaná na vzdialenosť 10 pc. So vzdialenosťou hviezdy r, vyjadrenou v parsekoch, a so zdanlivou hviezdnou magnitúdou m súvisí vzťahom

$$M = m - 5 \log r + 5$$

Pre vzdialenosť $r = 7 \, . \, 10^5$ pc je $5 \log r \doteq 29{,}2$; $M = -17$. Absolútna hviezdna magnitúda supernovy bola asi -17^M.

653. Na základe riešenia predchádzajúceho príkladu vypočítajte, z akej vzdialenosti by sa supernova, ktorá zažiarila v roku 1885 v galaxii M 31 v súhvezdí Andromédy, javila rovnako jasná ako Slnko pri pozorovaní zo Zeme. Zdanlivá hviezdna magnitúda Slnka je $-26{,}8^m$ pri vzdialenosti 1 AU.

654. V jednej galaxii, ktorá patrí do miestnej skupiny galaxií, bola pozorovaná hviezda, ktorej absolútna hviezdna magnitúda bola odhadnutá na $-3{,}0^M$. Hviezda má pri pozorovaní zo Zeme zdanlivú hviezdnu magnitúdu $+20{,}6^m$. V akej vzdialenosti je galaxia, v ktorej bola hviezda pozorovaná? Aký je skutočný priemer galaxie, ak ju vidíme pod uhlom $72'$?

655. V guľovej hviezdokope bola pozorovaná hviezda zdanlivej hviezdnej magnitúdy $+14{,}4^m$, absolútna hviezdna magnitúda tejto hviezdy bola odhadnutá na $-0{,}2^M$. Určte:

a) vzdialenosť hviezdokopy,
b) skutočný priemer hviezdokopy, ak ju vidíme pod uhlom 20′,
c) absolútnu hviezdnu magnitúdu hviezdokopy, ak je jej zdanlivá hviezdna magnitúda $+7{,}2^m$.

656. V galaxii, ktorá je od nás vzdialená 1 000 kpc, zažiarila nova, ktorej absolútna hviezdna magnitúda bola $-7{,}0^M$. Aká je zdanlivá hviezdna magnitúda novy? Z akej vzdialenosti by sme mohli novu v maxime vidieť voľným okom? Predpokladajte, že voľným okom môžeme pozorovať hviezdy do 6^m.

657. Do akej vzdialenosti možno pri meraní vzdialenosti galaxií využiť supernovy, ktoré v nich zažiaria, ak je absolútna hviezdna magnitúda supernov v maxime -16^M a ak máme k dispozícii ďalekohľad, ktorým pozorujeme hviezdy do zdanlivej hviezdnej magnitúdy $+22^m$?

658. Pri vzdialených galaxiách, v ktorých už nerozoznáme ani najjasnejšie jednotlivé objekty, ale ešte rozlíšime štruktúru galaxie, používame na odhad vzdialenosti hviezdnu magnitúdu galaxie ako celku. Galaxie podobné našej Galaxii majú absolútne hviezdne magnitúdy asi -20^M. V akej vzdialenostii je takáto galaxia, ak odmeriame zdanlivú hviezdnu magnitúdu: a) $+12^m$, b) $+17^m$, c) $+18^m$?

659. Akou veľkou rýchlosťou sa od nás vzďaľuje galaxia, pre ktorú je $z = \dfrac{\Delta\lambda}{\lambda} = 1 \,.\, 10^3$? O koľko sa odlišuje vlnová dĺžka spektrálnej čiary v spektre tejto galaxie od pôvodnej hodnoty 486,13 nm?

660. Prečo nemôžeme Hubblov vzťah aplikovať na galaxie, ktoré tvoria miestnu skupinu galaxií?

661. Akou veľkou rýchlosťou sa od nás pravdepodobne vzďaľuje galaxia, ktorá je vo vzdialenosti 600 Mpc?

662. Uvažujme o vzdialenej galaxii, ktorá sa od našej Galaxie vzďaľuje rýchlosťou veľkosti 6 000 km . s^{-1}. Akú vlnovú dĺžku spektrálnej čiary vodíka odmeriame, ak jej pôvodná vlnová dĺžka je 656,3 nm? V akej vzdialenosti od nás pravdepodobne je táto galaxia?

663. Pri meraní spektra vzdialenej galaxie sa zistilo, že spektrálna čiara vodíka vlnovej dĺžky 434,0 nm má v spektre galaxie vlnovú dĺžku 460,0 nm. Akou veľkou rýchlosťou sa od nás galaxia vzďaľuje?

Aká je pravdepodobne jej vzdialenosť od našej Galaxie?

664. V akej vzdialenosti je galaxia, ktorá sa od nás vzďaľuje rýchlosťou 0,10 c? Akú vlnovú dĺžku odmeriame pri spektrálnej čiare vodíka, ktorej pôvodná vlnová dĺžka je 410 nm?

665. Pri veľmi vzdialenom objekte sa zistilo, že spektrálna čiara vodíka, ktorej vlnová dĺžka je v laboratórnych podmienkach 121,6 nm, je posunutá do viditeľného oboru spektra a má vlnovú dĺžku 450 nm. Vypočítajte pomer $z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$. Možno na základe tohto červeného posunu určiť rýchlosť vzďaľovania objektu pomocou klasického Dopplerovho javu?

666. Uvažujme o dvoch galaxiách, ktoré na oblohe pozorujeme v tom istom smere. Galaxia A je vo vzdialenosti 120 Mpc, galaxia B je vo vzdialenosti 240 Mpc. Akou veľkou rýchlosťou sa od nás galaxie vzďaľujú? Akou veľkou rýchlosťou sa vzďaľujú naša Galaxia a galaxia B od galaxie A?

667. Uvažujme o troch kopách galaxií, ktoré sú vo vrcholoch A, B, C rovnostranného trojuholníka s dĺžkou strany 100 Mpc. Uvážte, akou veľkou rýchlosťou a v akom smere sa galaxie navzájom pohybujú.

12. FYZIKÁLNY OBRAZ SVETA

Fyzikálne poznanie sa vyvíjalo v tesnom spojení s ostatnými prírodnými vedami, s astronómiou, s matematikou i s rozvojom techniky a technológie. Nové fyzikálne poznatky často stimulovali nové myšlienky vo filozofii a naopak — prístup fyzikov k problémom bol vždy ovplyvnený ich filozofickými názormi. V dejinách fyziky sa striedali pomerne dlhé obdobia „pokojného" vývoja fyziky s obdobiami, v ktorých sa za niekoľko desaťročí podstatne zmenil fyzikálny obraz sveta. Striedanie spoločensko-ekonomických formácií zvyčajne utváralo priaznivé predpoklady pre podstatný rozvoj fyziky. Rozvoj fyziky je takto spojený s celkovým rozvojom spoločnosti. V tejto skupine uvedieme niekoľko úloh, ktoré umožňujú zamyslieť sa nad súvislosťami fyziky s inými oblasťami poznania. „Riešenia úloh" sú prirodzene odlišné od riešení štandardných fyzikálnych úloh. Odpoveďou je úvaha o možných príčinách daných súvislostí. Riešenia, ktoré uvádzame, sú skôr návodmi na uvažovanie ako uzavretými a definitívnymi odpoveďami.

Úlohy

668. V publikácii Kružík, F.: Zbierka úloh z fyziky (vydalo SPN, Praha 1983) je nasledujúca zaujímavá úloha: Už 230 rokov pred n. l. Eratostenes zistil, že v dobe letného slnovratu, keď Slnko prechádza zenitom Syeny (Asuánu), bolo v Alexandrii Slnko vzdialené asi 7,5° južne od zenitu. To, že v Syene bolo Slnko v zenite, bolo vidieť z toho, že sa zrkadlilo na dne veľmi hlbokej studne. Podľa vtedajších meraní bola vzdialenosť Alexandrie a Syeny 5 000 štádií. Vzdialenosť štádia nie je presne známa, ale odhaduje sa asi na 185 m. Ako určil Eratostenes obvod a polomer Zeme? Vyriešte úlohu a potom sa zamyslite nad otázkou, ako je možné, že po tak presvedčivom dôkaze o guľatosti Zeme a po približnom výpočte polomeru Zeme nebol tento názor všeobecne prijatý až do 17. storočia, t. j. počas takmer 2000 rokov?

669. Aristoteles (384—322 pred n. l.) už pred Eratostenom určil, že Zem je guľatá. Rozdiel, a to podstatný, bol však v tom, že Aristoteles nemal toto tvrdenie podopreté experimentom. Podľa Aristotela je stred Zeme stredom vesmíru. Ťažké telesá majú svoje prirodzené miesto v strede Zeme. Nedostanú sa tam preto, že im bránia vrstvy Zeme, ktoré sú tiež ťažké. Keby sme podľa Aristotela vykopali kanál cez zemeguľu, padlo by ťažké teleso do stredu Zeme a zostalo by tam. Čo by sa stalo podľa Newtonovej mechaniky, keby sme do takého kanálu pustili kameň?

670. Ako súvisel vznik heliocentrickej sústavy s praktickými skúsenosťami ľudí koncom 15. a začiatkom 16. storočia?

671. Kedy si ľudia uvedomili, že pre obeh planét okolo Slnka platia rovnaké zákony ako pre pohyb telies na Zemi? Aké to boli zákony?

672. Dôležitým potvrdením Newtonovej mechaniky a teórie pohybu planét a Mesiaca bolo vysvetlenie prílivu a odlivu. Pripomeňme si toto vysvetlenie.

673. Vysvetlite svojimi slovami základné myšlienky mechanického materializmu.

674. Čo bolo zo všeobecného filozofického hľadiska najdôležitejšie v Kantovej-Laplaceovej hypotéze o vzniku našej planetárnej sústavy?

675. Čo by ste považovali za rozhodujúce potvrdenie Newtonovej mechaniky?

676. Uveďte nejaké konkrétne javy, ktoré kedysi ľudia považovali za znamenia vyšších bytostí (božstiev a pod.) a dnes ich považujeme za celkom prirodzené a vieme ich jednoducho vysvetliť.

677. Kedy sa prejavili vo fyzike obmedzenia vedeckého programu mechanistického materializmu?

678. Ktoré poznatky z oblasti elektrických a magnetických javov boli prakticky využité? Vymenujte aspoň niekoľko príkladov.

679. Koncom minulého storočia väčšina fyzikov verila, že elektromagnetické vlny — vrátane svetla — sú priečnymi vlnami v istom špeciálnom prostredí — éteri. Čo nové priniesla v tomto smere špeciálna teória relativity?

680. Špeciálna teória relativity vychádza z dvoch základných princípov a vedie k dôsledkom, ktoré sa často odlišujú od tvrdení klasickej fyziky.

a) Pripomeňme si základné princípy špeciálnej teórie relativity (ŠTR).

b) Ktoré dôsledky ŠTR sa podstatne odlišujú od tvrdení klasickej fyziky? Uveďte niekoľko príkladov.

c) Ktorý z týchto dôsledkov je najzávažnejší pre logickú štruktúru teórie?

d) Ktoré poznatky ŠTR sa najčastejšie využívajú v praxi?

681. Ktoré experimentálne výsledky a poznatky nemožno opísať pomocou klasickej teórie elektrického a magnetického poľa a klasickej mechaniky?

682. Pokúste sa charakterizovať najdôležitejšie zmeny vo fyzikálnom obraze sveta od Newtonových čias dodnes.

683. Uveďte formulácie zákona zachovania energie v jednotlivých častiach fyziky.

684. Platí zákon zachovania hybnosti pri voľnom páde kameňa?

685. Uveďte príklady na zákon zachovania elektrického náboja v jadrových reakciách a pri interakciách elementárnych častíc.

686. Opíšte hlavné etapy vývoja vesmíru od „veľkého výbuchu" až po dnešok.

687. Aké časové rozpätie zahŕňa súčasný fyzikálny obraz vesmíru a aká je maximálna vzdialenosť vesmírnych objektov, o ktorých máme nejaké informácie?

688. Rozvoj techniky a spôsobov výroby prudko pokročil od začiatku 18. storočia. Niekedy sa tento vývoj rozdeľuje na tri obdobia:

a) priemyselná výroba (18. až 19. stor.),

b) technická revolúcia (19. až 20. stor.),

c) vedecko-technický rozvoj (20. stor.)

Aké fyzikálne a technické poznatky mali dôležitú úlohu, alebo boli získané v týchto troch obdobiach?

689. Ktoré fyzikálne metódy sa používajú pri štúdiu:

a) štruktúry biologicky dôležitých molekúl,

b) procesov v biológii?

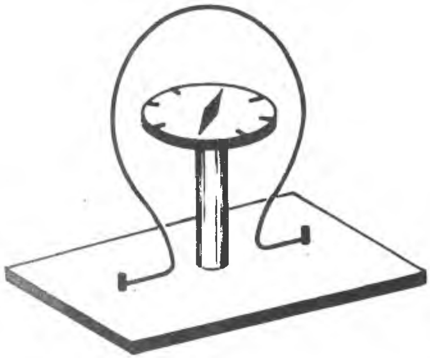
690. Uveďte z histórie a zo súčasnosti niekoľko problémov, pri riešení ktorých matematika a fyzika tesne spolupracovali.

691. Niekedy sa právom tvrdí, že fyzika je hlavnou časťou našej kultúry a civilizácie. Porozmýšľajte, čo má spoločné umelecké dielo a fyzikálne poznanie.

VÝSLEDKY, RIEŠENIA, NÁVODY
3. ROČNÍK

1. Stacionárne magnetické pole

1. Pri pohľade pozdĺž vodiča v smere prechádzajúceho prúdu sa severný pól magnetky vychýli od vodiča: a) vľavo, b) vpravo, c) opačným smerom, ako keby bolo umiestené pod vodičom. **2.** 15 A **3.** 0,15 N **4.** $2 \cdot 10^{-7}$ N **6.** $5 \cdot 10^{-5}$ T **7.** a) 0, b) $5 \cdot 10^{-5}$ T (Pri analýze úlohy použite Ampérovo pravidlo pravej ruky.) **8.** a) N — newton, A — ampér, T — tesla, m — meter, jednotky veličín $\boldsymbol{F}$ — sila, I — prúd, $\boldsymbol{B}$ — magnetická indukcia, l — dĺžka, b) Vzťah môže platiť pre veľkosť sily F pôsobiacej v magnetickom poli s magnetickou indukciou $\boldsymbol{B}$ na rovný vodič s dĺžkou l, ktorým prechádza prúd I a ktorý zviera s vektorom $\boldsymbol{B}$ uhol φ; $F = BIl \sin \varphi$. **9.** a) Priamka rovnobežná s vodičmi vo vzdialenosti 0,23 m od každého vodiča. (Pri riešení kreslite vodiče v polohe kolmej na nákresňu.) b) $1{,}1 \cdot 10^{-5}$ N, na vodič s dĺžkou 1 m, smerom od roviny určenej ďalšími dvoma vodičmi. **10.** 0,079 T **11.** a) $5 \cdot 10^{-3}$ N, b) Priamka rovnobežná s vodičom vo vzdialenosti 5,0 cm od neho, ktorá leží v rovine kolmej na indukčné čiary prechádzajúcej vodičom. **12.** 2,5 J **13.** 5,7 A . m^2 **14.** 5,5 cm **15.** $1{,}5 \cdot 10^3$ m^{-1} **16.** $3 \cdot 10^3$ A . m^{-1} **17.** a) 2,4 mT, b) 6 A **18.** 14 kg; $m = \dfrac{4B^2U}{\varrho_e \mu_0^2 \pi}\left(\dfrac{S}{I}\right)^3$, ϱ je hustota medi. **19.** 0,13 mT **20.** a) $1{,}8 \cdot 10^{-5}$ T, b) obr. V-1, c) na meranie prúdu, d) $\alpha_1 = 90°$, $\alpha_2 = 60°$, e) pri každom premiestení by sme prístroj museli znova nastavovať. **21.** a) $1{,}6 \cdot 10^{-6}$ N . m, b) Ampérov magnetický moment $\boldsymbol{m}$ závitu bude rovnobežný s vektorom $\boldsymbol{B}$ magnetickej indukcie v dutine cievky. **22.** a) $1{,}5 \cdot 10^{-16}$ s, b) 13 T. **23.** a) $0{,}48 \cdot 10^{-3}$ N . m, b) $2{,}4 \cdot 10^{-3}$ A . m^2 **24.** a) 0,30 N . m, b) 0,15 N . m **26.** kružnica s polomerom 0,3 m **27.** $7{,}2 \cdot 10^{-24}$ kg . m . s^{-1} (hybnosť $\boldsymbol{p}$ častice treba rozložiť do dvoch navzájom kolmých smerov). **28.** $3 \cdot 10^2$ s^{-1} **29.** Prúd má vstupovať do dolnej cievky. **30.** a) $3 \cdot 10^7\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $\boldsymbol{F}_{\mathrm{m}} = -\boldsymbol{F}_{\mathrm{e}}$, b) 0,6 T, $B = \dfrac{F}{ev}$, c) $3 \cdot 10^{-13}$ N, smerom hore ($\boldsymbol{F}' = \boldsymbol{F}_{\mathrm{m}} + \boldsymbol{F}$).



Obr. V-1

2. Nestacionárne magnetické pole

31. Nadol **32.** a) nie, b) nie, c) áno **33.** a) 0, magnetický indukčný tok plochou uzavretou obvodom galvanometra sa nemení, b) $\Delta U_{\mathrm{i}} = \left|\dfrac{-\Delta\phi}{\Delta t}\right| = \dfrac{1}{2} Bla\Delta t = \dfrac{1}{2} Bl\ (v_2 - v_1) = 20\,\mathrm{mV}$ **35.** $2 \cdot 10^{-12}$ N; $\left(U_{\mathrm{i}} = \dfrac{-\Delta\phi}{\Delta t} = -\dfrac{\Delta SB}{\Delta t} = -\dfrac{\Delta s}{\Delta t}\dfrac{B}{Il} = 100v\,\dfrac{F_{\mathrm{m}}R}{U_{\mathrm{i}}}, \ldots\right)$ **36.** 100 závitov **38.** 17 mH **39.** 2,0 A **40.** $39 \cdot 10^{-6}$ J **42.** 14 mH **43.** $5{,}0 \cdot 10^{-5}$ Wb **44.** 20 závitov **46.** 17 J **47.** $3{,}0 \cdot 10^{-6}$ J **48.** $5 \cdot 10^{-10}$ C **49.** 18 V **50.** 0,2 T **51.** a) $4{,}3 \cdot 10^{-4}$ Wb, b) $4{,}6 \cdot 10^{-4}$ Wb; $5{,}1 \cdot 10^{-4}$ Wb **52.** a) 0,19 A, b) zväčší sa 1,2-krát **53.** a) 7,5 cm, b) 2,5 m **54.** $4{,}0 \cdot 10^{-16}$ J **55.** 1,6 cm.

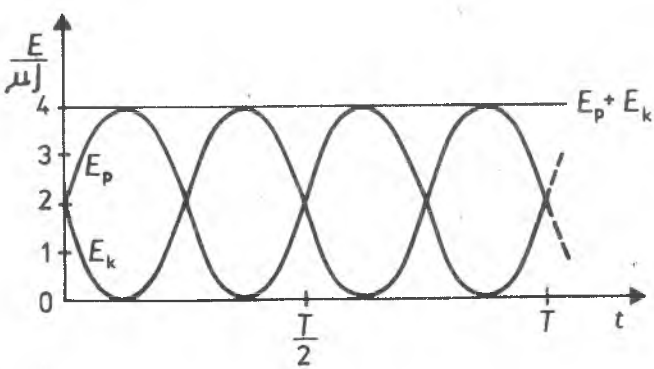
3. Vlastné kmitanie oscilátora

56. 2,3 ms **57.** 0,91 kHz **58.** 0,38 mm **59.** 5 **60.** 200 μs **61.** 0,40 kHz **62.** 62 kHz **63.** 2,5 Hz **64.** 17 mm **65.** Kmitanie na obr. a, b sa odlišuje periódou, kmitanie na obr. b, c sa odlišuje amplitúdou. **67.** $\{y\} = 0{,}05 \sin 4\pi \{t\}$ **68.** 4 cm; 0; -2 cm; -4 cm; **69.** $\{y_1\} = 4{,}2 \,.\, 10^{-3} \sin\left(100\pi\{t\} + \frac{\pi}{4}\right)$; $\{y_2\} = 2 \,.\, 10^{-3} \sin\left(100\pi\{t\} - \frac{\pi}{2}\right)$

70. $\{y\} = 2 \,.\, 10^{-3} \sin\left(800\,\pi\{t\} + \frac{\pi}{6}\right)$; a) $1{,}4 \,.\, 10^{-3}$ m, b) $-0{,}21$ ms $\pm\, k\frac{T}{2}$ $(k = 0, 1, 2, \ldots)$; 5 m . s^{-1} **72.** $-\pi$ **73.** 3 cm **74.** 0,6 s; 0,1 s; 0,2 s **75.** 8 m **76.** $\{y\} = 0{,}1 \sin \pi \{t\}$; $-0{,}1$ m; 0,25 s **77.** 35 mm; 0 **78.** $y_1 = 0$; $y_2 = -y_m$ **79.** $y = 0{,}5\, y_m$ **80.** $\{y_1\} = 0{,}06 \sin\left(15\pi\{t\} + \frac{\pi}{2}\right)$; $\{y_2\} = 0{,}06 \sin\left(15\pi\{t\} + \frac{3}{2}\pi\right)$; $\Delta y_{max} = |y_2 - y_1| = 2y_m$ pre $t = 0,\ \frac{T}{2},\ T, \ldots$; $\Delta y_{min} = 0$ pre $t = -\frac{T}{4},\ \frac{T}{4},\ \frac{3}{4}T, \ldots$; $y = y_m$ pre $t = \frac{1}{6}T,\ \frac{1}{3}T,\ \frac{2}{3}T,\ \frac{5}{6}T, \ldots$ **82.** 0,3 m . s^{-1}; 7,6 m . s^{-2} **83.** 4 s; $3 \,.\, 10^{-2}$ m . s^{-1}; $5 \,.\, 10^{-2}$ m . s^{-2} **84.** $v = v_m$ pri $\cos\frac{\pi}{6}\{t\} = 1$, t. j. keď $\frac{\pi}{6}\{t\} = k\pi$, kde $k = 0, 1, 2, \ldots$ Odtiaľ $t = 0$, 6 s, 12 s, ...; $|a| = a_m$ keď $\sin\frac{\pi}{6}\{t\} = 1$, t. j. keď $t = (2k + 1)\,3$s. Odtiaľ $t = 3$ s, 9 s, 15 s, ... **85.** 0,1 m . s^{-1} **86.** $T = 2\pi\sqrt{\frac{y_2^2 - y_1^2}{v_1^2 - v_2^2}} \doteq 4$ s; $y_m \doteq 3$ cm **89.** a) $\{y_{12}\} = 0{,}08 \sin \omega\{t\}$, b) $\{y_{12}\} = 0{,}02 \sin(\omega t + \pi)$ **90.** $\{y_{12}\} = 0{,}04 \sin\left(16\pi\{t\} + \frac{\pi}{8}\right)$ **91.** 10 cm; 5 Hz; $\frac{\pi}{2}$ **92.** 3,7 cm; 67°30′ **93.** 0,63 s **94.** 10^2 N . m^{-1} **95.** 4 kg **96.** Napr. z dvoch pružín, medzi ktorými je teleso hmotnosti m. **97.** Bude polovičná. **98.** $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{y}} = 3{,}2$ Hz **99.** o 6 cm **101.** $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}}$ **102.** $y_m \leq \frac{mg}{k} \doteq 0{,}6$ cm **103.** a) $\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$, b) $\omega = \sqrt{\frac{k_1 k_2}{(k_1 + k_2)m}}$ **104.** $T = \pi\sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1 k_2}}$ **105.** $y_m = \frac{\sqrt{2(mg)^2 + 2\,mghk}}{k}$ **106.** $v_m =$

$= \dfrac{k_2 a}{\sqrt{m(k_1 + k_2)}} = 0{,}1\ \mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, $y_m = \dfrac{k_2 a}{k_1 + k_2} = 2{,}5\ \mathrm{mm}$. Použite zákon zachovania energie a uvážte, že v začiatočnom okamihu sústave dodáme energiu $E = \dfrac{1}{2} k_2 a^2$. **108.** a) Nezmení sa (uvažujme, že ťažisko tiel oboch detí je v rovnakej polohe), b) skráti sa. **109.** Nezmení sa. **110.** Pri posunutí závažia hore sa perióda chodu hodín skrátila a naopak. Pri vyššej teplote sa perióda chodu hodín predĺžila (hodiny meškali). **111.** a) Spomalil by sa, b) zrýchlil by sa. **113.** $T_M = \dfrac{R_M T_Z}{R_Z} \sqrt{\dfrac{M_Z}{M_M}} \doteq 2{,}4\, T_Z$ **114.** 2,25-krát **115.** skrátiť niť na $\dfrac{1}{4}$ dĺžky **116.** $10{,}3\ \mathrm{m\,.\,s^{-2}}$ **117.** 18 cm; 50 cm **119.** $3\ \mathrm{m\,.\,s^{-2}}$ nadol **120.** $n = \dfrac{t_1\sqrt{g + a_1} + t_2\sqrt{g - a_2}}{2\pi\sqrt{l}} = 14$ **121.** 10 **122.** Pri izotermickom deji $p_1(d - x)S = p_2(d + x)S = pdS$. Sila pôsobiaca na piest $F = (p_1 - p_2)S = \dfrac{2pxdS}{d^2 - x^2} = \dfrac{2pVx}{d^2 - x^2}$, kde $V = dS$. Pri malých výchylkách piesta $(x \ll d)$ $F = \dfrac{2pVx}{d^2}$ a kmitanie piesta bude harmonické. Tuhosť sústavy $k = \dfrac{F}{x} = \dfrac{2pV}{d^2}$ a $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{2pV}{md^2}}$ **123.** Sila pôsobiaca na stĺpec ortuti $F = \varrho g \Delta V \doteq 2\varrho g S y$. Tuhosť sústavy je určená vzťahom $k = \dfrac{F}{y} = 2\varrho g S$ a jej hmotnosť $m = \varrho S l$. Odtiaľ $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{2g}} \doteq 0{,}63\ \mathrm{s}$. **124.** Vztlaková sila $F = \varrho_0 g S x$, kde ϱ_0 je hustota vody a x je dodatočné ponorenie hranolčeka. Hranolček kmitá s periódou $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\varrho h}{\varrho_0 g}} \doteq 0{,}6\ \mathrm{s}$ (h je výška hranolčeka). **125.** $\dfrac{E_p}{E_k} = \mathrm{tg}^2(\omega t + \varphi)$ **126.** a) $\dfrac{1}{3}$, b) 1, c) 2^3 **127.** a) 15, b) 3, c) 0 **128.** $\dfrac{1}{24}\ \mathrm{s}$ **129.** Pozri obr. V-2. **131.** $y = \dfrac{F y_m^2}{2E} = 1{,}5\,.\,10^{-2}\ \mathrm{m}$ **132.** Bude sa zmenšovať. **133.** 0,5 µs, 2 MHz **134.** $f_1 = f_2 = 5\ \mathrm{MHz}$

136. 5 μH **137.** 0,05 nF **138.** $T_0 = 2\pi r\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 L}{d}} \doteq 1{,}3\ \mu s$; $T = T_0\sqrt{\varepsilon_r} \doteq 2{,}6\ \mu s$ **139.** od 16 mH do 10 mH **141.** a) 35 V; 0 V, −50 V, b) $1{,}5 \,.\, 10^{-5}$ J; $0{,}3 \,.\, 10^{-5}$ J, c) $1{,}5 \,.\, 10^{-5}$ J; $3 \,.\, 10^{-5}$ J; 0 **142.** a) 0,2 ms, b) 0,01 H, c) $i = 0{,}16 \sin 10^4\pi\{t\}$ **144.** $q = C\sqrt{U_e^2 + \frac{L(I_1^2 - I_2^2)}{C}} \doteq 2 \,.\, 10^{-3}$ C **145.** Napätie na cievkach je rovnaké, ale $U_{L_1} = L_1\frac{\Delta I_1}{\Delta t}$, $U_{L_2} = L_2\frac{\Delta I_2}{\Delta t}$. V začiatočnom okamihu sú prúdy nulové, takže vzhľadom na $U_{1L} = U_{2L}$ platí $L_1I_1 = L_2I_2$ a prúdy dosiahnu hodnotu amplitúdy prúdu v rovnakom okamihu. To bude vtedy, keď napätie na kondenzátore bude nulové. Zo zákona zachovania energie $\frac{CU^2}{2} = \frac{L_1I_{m1}^2}{2} + \frac{L_2I_{m2}^2}{2}$ a odtiaľ $I_{m1} = U\sqrt{\frac{L_2C}{L_1(L_1 + L_2)}}$ a $I_{m2} = U\sqrt{\frac{L_1C}{L_2(L_1 + L_2)}}$.



Obr. V-2

4. Nútené kmitanie oscilátora

146. Závažie sa rozkmitá periodickým kmitaním s periódou vlastného kmitania závažia. Pri rezonancii možno sústavu oscilátora rozkmitať aj malými silovými impulzmi. Periodické pôsobenie musí trvať dostatočne dlhý čas. **147.** Prázdny automobil sa rozkmitá pri väčšej rýchlosti ako plný, lebo jeho rezonančná frekvencia je väčšia. **148.** 270 otáčok za minútu **149.** asi 3 km . h^{-1} **150.** $v = \frac{l}{2\pi}\sqrt{\frac{Fg}{Gh}}$ **151.** $\frac{72}{n}$ km . h^{-1}, kde $n = 1, 2, 3, \ldots$ **152.** $l = \frac{2\pi^2 g}{\omega_0^2}$ **154.** $f_{rez} = \frac{f_0}{2}$, energia sa nezmení. **155.** Obvody nie sú v rezonancii. Rezonancia nastane pri zväčšení indukčnosti alebo kapacity 1,5-krát. **156.** $C_2 = C_1 \frac{f_1^2 - f_2^2}{f_2^2} = 15\,\mu\text{F}$.

5. Striedavý prúd

157. Periodicky sa mení polarita napätia. **158.** 50 V; 0,4 s; 2,5 Hz; $\{u\} = 50 \sin 5\pi \{t\}$ **159.** $\{u\} = 200 \sin 100\pi \{t\}$; 0,14 kV; 0,19 kV; 0,20 kV **161.** 5 A; 0,01 s; 0,1 kHz; 3,5 A **162.** $\{i\} = 3 \sin 100\pi \{t\}$ **163.** $\{u\} = 150 \sin 100\pi \{t\}$; $\{i\} = 2 \sin\left(100\pi \{t\} - \frac{\pi}{4}\right)$ **164.** 0,01 A **165.** $2 \cdot 10^{-8}$ s **166.** Zapojením kondenzátora sériovo sa oddelí vysokofrekvenčná zložka a cievkami prejde do paralelného obvodu nízkofrekvenčný signál. **167.** Svietivosť žiarovky sa bude zmenšovať. **168.** 0,15 H **169.** Uzavretím magnetického obvodu jadra sa mení indukčnosť snímača, čo ovplyvňuje prúd v obvode cievky snímača. **170.** 63 Ω; 500 Ω **171.** 11 mH **172.** 0,10 kHz; 0,25 MHz **173.** Kondenzátor sa periodicky nabíja a vybíja. **174.** 2,5 H **175.** a) $f_1 = \frac{f}{2} = 0{,}25$ kHz, b) $f_2 = 2f = 1{,}0$ kHz **176.** 36 μF **177.** 1,2 A **178.** a) kondenzátor 25 μF, b) cievka 2,5 H **179.** Po pripojení na zdroj jednosmerného napätia svieti žiarovka v obvode s rezistorom a v obvode s cievkou. Po pripojení na zdroj striedavého napätia svieti žiarovka v obvode s rezistorom a v obvode s kondenzátorom. **180.** Svieti viac žiarovka vo vetve a) s C, b) s L. **182.** 10 Ω; 1 V **183.** $\{u\} = 10^2 \sin\left(100\pi\{t\} + \frac{\pi}{4}\right)$; $\{i\} = 0{,}79 \sin 100\pi\{t\}$ **184.** pri $f_1 = 50$ Hz: $X_L = 0{,}16$ kΩ; $X_C = 3{,}2$ kΩ; $Z = 3{,}3$ kΩ, pri $f_2 = 10$ kHz: $X_L = 31$ kΩ; $X_C = 16$ Ω; $Z = 31$ kΩ **185.** a) 8 A, b)

0,17 kV, c) 0,18 kV, d) 0,21 kV **186.** $\dfrac{U_2}{U_1} = \dfrac{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}{\sqrt{R^2 + \left(\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}} = \dfrac{1}{2}$; odtiaľ

$$C = \frac{1}{\omega\sqrt{3R^2 + 4\omega^2 L^2}} \doteq 30\ \mu\text{F};\quad I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}} \doteq 3{,}3\ \text{A}$$

187. 5 Ω; 0,01 kΩ; 0,02 kΩ **188.** Frekvencia sa musí znížiť na 35 Hz. **189.** 0,67 H **190.** 1,6 nF **191.** $10^{-5}\ \text{s}^2$ **192.** 0,10 H **193.** Bude sa zväčšovať, pri $L = 0{,}5$ H dosiahne maximum, a potom sa bude zmenšovať. **195.** 2 A; 30 V; 16 V; $\varphi \doteq 61°$ **196.** 20 μF; 200 V **197.** zmenší sa 1,2-krát; 0,7 **198.** 7,5 μF **200.** 1 A; 32 mA **201.** 0,22 kV; 72° **202.** 6,8 μF; 0,8 A **203.** 8 Ω **205.** Varič bude hriať v oboch prípadoch rovnako; $\cos\varphi = 1$ **206.** 537 V; 311 V; 170 V **207.** 0,22 kV; 2,5 ms **208.** Nie, napätie v obvode dosahuje hodnotu 311 V. **209.** 8,5 kV **210.** $\{i\} = 1{,}7 \sin 100\pi\{t\}$; 1,2 A **212.** 3,5 A; 71 V; 0,87; 0,22 kW; induktancia **213.** 0,9; 24° **214.** 12,5 A **215.** Bude sa a) zmenšovať, b) zväčšovať. **216.** $R = Z\cos\varphi = 6\ \Omega$;

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega} \doteq 25\ \text{mH}$$ **217.** 0,68.

6. Striedavý prúd v energetike

219. a) 0; 0,67 V; 0,94 V; 0,67 V; 0; −0,67 V; −0,94 V; −0,67 V; 0 **221.** 10 V **222.** $k = 3$ **223.** 300 V **224.** 170 V **225.** a) 4 mA, b) nie: 10 % z hodnoty výsledku je 0,4 mA — výsledok možno vyjadriť len jednou platnou číslicou, preto 4 mA + 0,4 ≐ 4 mA **226.** 19 V **227.** 1,1 mWb **228.** 44 V **229.** $U_z = \sqrt{3}\,.\,U_f$ **230.** 42 A **231.** a) Nie — napätie na svorkách elektromotora by bolo len asi 160 V, b) asi 13 mm, c) pripojiť elektromotor pomocou vedenia z hliníkového drôtu a dvoch transformátorov. **232.** 18 A; 3,3 kW (za predpokladu, že straty v transformátore sú zanedbateľne malé). **233.** Spotrebiče pripojíme na sekundárnu cievku transformátora s transformačným pomerom 1 : 10. Sekundárnou cievkou transformátora bude prechádzať prúd 21 A. **234.** 26 A; 0,48 MW.

7. Mechanické vlnenie

235. a) $\lambda = \frac{v}{f}$, b) vlnová dĺžka, rýchlosť **236.** $v_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} v_1$ **237.** 1 450 m . s^{-1} **238.** 7,25 m **239.** 5,1 . 10^{-4} m **240.** 0,5 m **241.** a) 0,10 s, b) 2,5 . 10^{-3} m **242.** $\frac{\pi}{2}$ rad **243.** a) 2π rad, b) π rad, c) $\frac{\pi}{2}$ rad **244.** 50 m **245.** 3,6 . 10^3 m . s^{-1} **246.** π rad **247.** 1 m **249.** a) 0, b) π rad **250.** 17 cm **251.** 13 cm; 0,74 rad **252.** 5,8 . 10^{-2} m **253.** 0 **254.** 1,7 rad **255.** $y = 2y_0 \cos\frac{\pi}{\lambda} d \sin\left[\omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d + 2x)\right]$ **256.** 0,20 m **257.** 0,40 m **258.** 1,4 . 10^3 m . s^{-1} **259.** a) $\Delta x = 2n$. 50 m, b) $\Delta x = (2n - 1)$. 50 m ($n = 1, 2, 3, \ldots$) **260.** 1 425 m . s^{-1} **262.** 0,61 kHz pri približovaní, 0,54 kHz pri vzďaľovaní sa rušňa **263.** 9,7 m . s^{-1}, smerom k zdroju **264.** 0,8 m . s^{-1} **265.** 499 Hz **266.** 425 Hz; 378 Hz **268.** 2 . 10^{11} Pa **269.** 5,5 . 10^3 m . s^{-1} **270.** 30 cm **271.** 333 m . s^{-1} **272.** 2,6 cm **274.** 2,5 s **275.** Ponorka nenarazí. Do zrážky ostáva 7,0 s. **277.** 1,7 . 10^3 km . h^{-1}, veľkosť rýchlosti lietadla je 1,4-krát väčšia ako veľkosť rýchlosti zvuku pri danej teplote. Prvý pozorovateľov sluchový vnem bude charakteristický „aerodynamický tresk" podobný vnemu pri výbuchu.

8. Elektromagnetické vlnenie

278. 4,5 m; 4,1 m **279.** 0,5 MHz **280.** 3 m **281.** 1,7 . 10^8 Hz **283.** $\lambda = 2\pi c \sqrt{\frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 S L}{d}} \doteq 2{,}4 \,.\, 10^3$ m **284.** $C = \frac{1}{L}\left(\frac{\lambda}{2\pi c}\right)^2 \doteq 0{,}51$ nF **285.** 0,10 km až 0,21 km **286.** zväčší sa **287.** 3 m až 9 m **289.** $x_1 = 0{,}33$ m $+ k\lambda$; $x_2 = 1{,}7$ m $+ k\lambda$, kde $k = 0, 1, 2, \ldots$; $\lambda = 2$ m **290.** Pretože rovnobežnými vodičmi prechádzajú v každom okamihu prúdy opačného smeru. Ich magnetické pole v okolí sa navzájom ruší a zosilňujú sa iba v priestore medzi vodičmi. **291.** $i = i_1 + i_2 = 2I_m \sin 2\pi \frac{x}{\lambda}$

$\cos \omega t$; amplitúda stojatej vlny prúdu $I_o = 2I_m \sin 2\pi \frac{x}{\lambda}$; prúd má kmitne vo vzdialenostiach $x = (2k + 1)\frac{\lambda}{4}$, kde $k = 0, 1, 2, \ldots$ a uzly sú vo vzdialenostiach $x = k\frac{\lambda}{2}$. **292.** Pri odraze na konci vedenia sa fáza napätia mení na opačnú, kým fáza prúdu sa nemení. Preto $u = 2U_m \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} \cos \omega t$ a $i = 2I_m \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \sin \omega t$. **293.** Pretože $\lambda = 2l$, je amplitúda napätia v stojatej vlne $U_x = 2U_m \cos \frac{\pi x}{l}$. Pre pomer napätia platí $\frac{U_o}{U_x} = \frac{1}{\cos \frac{\pi \,.\, 5}{12}} \doteq 3{,}9$. Podobne amplitúda prúdu v stojatej vlne $I_x = 2I_m \sin \frac{\pi x}{l}$, takže $\frac{I_o}{I_x} = \frac{1}{\sin \frac{\pi \,.\, 5}{12}} \doteq 0{,}97$ **294.** Pretože $\lambda = 4l$, je $U_x = 2U_m \sin \frac{\pi x}{2l}$ a $I_x = 2I_m \cos \frac{\pi x}{2l}$. Odtiaľ $\frac{U_o}{U_x} = 1{,}3$ a $\frac{I_0}{I_x} = 1{,}6$ **295.** 1,5 m **296.** $1{,}0 \,.\, 10^3$ MHz **297.** 0,2 m **298.** $n = \frac{2lf}{c} \sim 10$ **299.** Keďže pri nepretržitom vysielaní by nebolo možné určiť časový rozdiel medzi vyslaným a prijatým signálom. **300.** 75 km **301.** 600 km **302.** Stupnica od 0 do 600 km; mierka 1 cm $\sim$ 30 km **304.** 30 km; 0,04 μs **305.** 20 cm **306.** 36 cm **307.** $f = \frac{c}{2l\sqrt{\varepsilon_r}} \doteq 71$ MHz **308.** $v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} = 0{,}8c$; $\sqrt{\varepsilon_r} = \frac{1}{0{,}8}$; $\varepsilon_r \doteq 1{,}6$.

4. ROČNÍK

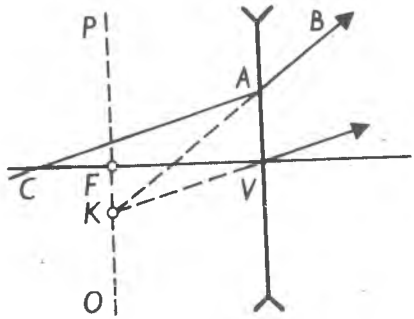
1. Optika

309. od $3{,}8 \cdot 10^{14}$ Hz do $7{,}9 \cdot 10^{14}$ Hz **310.** nie; 316 nm **311.** cez zelenú platničku **312.** $0{,}640 \cdot 10^{3}$ km **313.** asi 530 Hz **314.** a) pod uhlom 45°, b) po odraze sú lúče opäť rovnobežné **316.** o 54° **317.** Uhol sa zväčší o 30°. **318.** a) Zrkadlo sa pootočilo o 21°, b) uhol sa zmenil o 42°. **320.** a) Zrkadlá zvierajú uhol 60°, b) zrkadlá zvierajú uhol 30°. **321.** Uhol, ktorý zviera lúč dopadajúci na prvé zrkadlo s lúčom odrazeným na druhom zrkadle, sa rovná dvojnásobku uhla, ktorý zvierajú zrkadlá a nezávisí od uhla dopadu. **322.** rozbiehavé lúče **324.** 1,4; $2{,}1 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ **325.** 0,552; 1,243 **326.** 1,070 **327.** Pretože lúče vystupujúce z vody sa lámu od kolmice. **329.** 1,5 **330.** Palica sa dotkne dna potoka vo vzdialenosti 12 cm od kamienka. **331.** $S = \dfrac{\pi h^2}{n^2 - 1} = 1{,}26 \cdot 10^{3}\ \mathrm{cm^2}$, kde h je hĺbka **332.** v smere lúča b **333.** 1,5 cm, ak hĺbka ponorenia zdroja je väčšia ako 1,5 cm, alebo na povrchu, ak hĺbka ponoru je menšia ako 1,5 cm **335.** Polomer plného tieňa na dne jazera je asi 6 m. **336.** 1,33 **337.** 33° **338.** Nemôže, pretože nastáva lom lúča ku kolmici. **339.** 61°; 75° **340.** Svetelný lúč vystúpi z metylalkoholu do vzduchu.

2. Optické sústavy a optické zobrazovanie

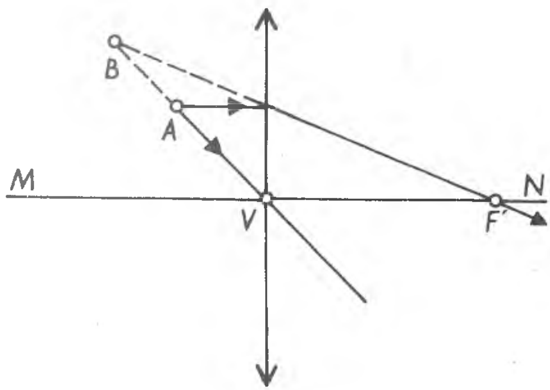
342. Svetlo zo zdroja sa odráža na zrkadle a dopadá na knihu, preto sa javí osvetlený aj jej obraz za zrkadlom. **343.** Všetky obrazy sú rovnako veľké ako predmet, priame a neskutočné. Sú v rôznych vzdialenostiach od hladiny vody. **344.** Vzhľadom na princíp zámeny chodu lúčov taký systém navrhnúť nemožno. **346.** 0,8 m **347.** −0,2 m

348. 2 m **349.** a) 0,55 m, b) 0,2 m **351.** 0,19 m **352.** 0,4 m **353.** 0,35 m **354.** Obraz zdroja je vo vzdialenosti $\frac{2}{3}r$ od vrcholu zrkadla, je skutočný. **355.** 1,6 m **357.** Lúč 1 po odraze na zrkadle postupuje v smere lúča b. **359.** 30 cm **360.** 1,8 m **361.** 0,34 m **362.** a) 0,4 m, b) za zrkadlom **363.** 0,2 m **364.** Obraz plameňa bude v porovnaní s plameňom 4-krát menší. **365.** 0,5 m, 6,2 cm, $-0{,}25$ m, $-8{,}3$ cm. **366.** 20 cm **367.** a) 2,7 D, b) $-0{,}28$ D **368.** I. $-$a, II. $-$b, III. $-$c, IV. $-$d, V. $-\infty$, VI. $-$f **369.** Nezväčšené zostanú uhly, napr. ak je predmet pravidelný šesťuholník, obrazom je zasa pravidelný šesťuholník. **370.** Konštrukcia lomu lúča rozptylkou je na obr. V-3.

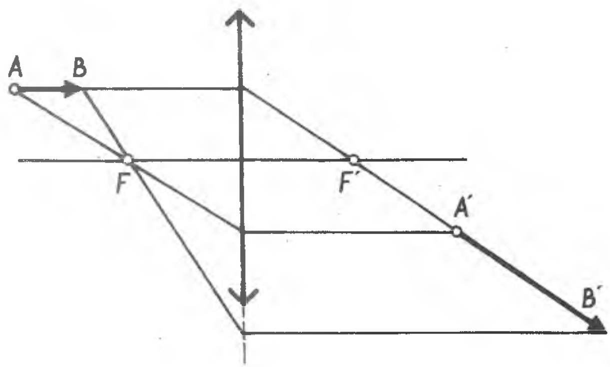


Obr. V-3

Predĺžime lúč AB po rovinu OP, kolmú na optickú os a prechádzajúcu ohniskom (ohnisková rovina). Lúč, prechádzajúci bodom K a vrcholom šošovky V nemení svoj smer. Lúč CA, rovnobežný s lúčom KV, dopadajúci na rozptylku je lúčom, ktorý po lome má smer AB. **371.** a) Šošovka je spojná, b) obraz je skutočný. **373.** Ak je A zdroj a B obraz zdroja, nájdeme polohu šošovky a jej ohnisiek konštrukciou podľa obrázka V-4. **374.** Nesprávna konštrukcia lomených lúčov 1 a 2. **376.** Riešenie podľa obrázku V-5. **377.** 12 cm **379.** $f = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 - Z_2} l = 9$ cm (l je posunutie sviečky) **380.** Zo zobrazovacej rovnice, ak $\frac{1}{a} = 0$, tak $a' = f' = \frac{n'r}{n' - n}$; ak $\frac{1}{a'} = 0$, tak $a = f = \frac{nr}{n' - n}$, preto $\frac{f}{f'} = -\frac{n}{n'}$ **382.** 1,7 **384.** -5. **385.** Vzdialenosť medzi obrazmi stredov guľôčky pred a po posunutí sa rovná súčinu zväčšenia obrazov Z_A, Z_B a vzdialenosti stredov guľôčky pred a po posunutí, $s' = Z_A Z_B s$ **386.** $Z \doteq 4$ **387.** 5,1 m **388.** Rovinné zrkadlo treba umiestiť vo vzdialenosti 8 cm od šošovky. **389.** 4,5 cm **390.** Vzdialenosť žiarovky od šošovky treba zväčšiť o 0,25 m. **391.** 7,5 m **392.** 2°35′ **393.** približne 63 m **394.** o 2,9 mm **395.** a) od 12,5 cm do 25 cm, b) od 1 m do nekonečna **397.** +2,8 D (spojky) **398.** +1,5 D **399.** 1,2 mm **400.** +3 **401.** 5,5 cm od objektívu **402.** 4,5 cm. **403.** 0,6 cm **404.** asi 500 **405.** Šošovka s väčšou ohniskovou vzdialenosťou bude objektívom. Zväčšenie ďalekohľadu je +5. **406.** $f_1 = 24$ cm, $f_2 = 2$ cm.



Obr. V-4



Obr. V-5

407. približne 3 m **409.** Zelenú, pretože pri prechode svetla zo vzduchu sa nezmení jeho frekvencia, ktorá určuje farbu svetla. **410.** a) vo vákuu nezávisí, b) v prostredí závisí **411.** vo vákuu $0{,}40 \cdot 10^3$ nm, v diamante $0{,}16 \cdot 10^3$ nm **412.** 451 nm **413.** 1,99 m **414.** Cez deň sa žltá farba Mesiaca rozptylom na pozadí modrej farby oblohy javí ako biela, po západe Slnka sa modrá farba stráca a Mesiac prijíma žltý odtieň. **415.** Na tienidle sa utvorí obraz zdroja ako škvrna s červeným okrajom. Priemer škvrny bude za daných podmienok 0,15 cm. **416.** a) Nie, b) čím je menšia vlnová dĺžka, tým rýchlejšie sa mení index lomu, c) spektrum je užšie v červenej oblasti a širšie vo fialovej. **417.** V dôsledku interferencie odrazených lúčov bieleho svetla. **418.** Pretože vzniknutá tenká vrstva má pri rôznych teplotách rôznu hrúbku, mení sa aj sfarbenie. Pri teplote 220 °C je pri kolmom dopade lúčov tenká vrstva svetložltej farby, pri 285 °C fialovej. **419.** Dúhové sfarbenie krídiel vzniká interferenciou slnečných lúčov na tenkej vrstve pokrývajúcej krídla a má rôznu hrúbku. **421.** Aby sa na druhom rozhraní zmenila fáza o π. Potom pri výstupe lúča po dvojnásobnom odraze sa interferenciou odrazené lúče úplne zrušia. **422.** Maximálna hrúbka vzduchovej vrstvy pre vlnovú dĺžku 500 nm (stred spektra) je približne $1{,}3 \cdot 10^{-3}$ cm. **423.** Vzájomná vzdialenosť tmavých prúžkov bude pre ktorékoľvek dva susedné prúžky rovnaká a určíme ju zo vzťahu $\Delta h = \frac{l}{d}\lambda$, kde Δh je vzdialenosť prúžkov, l je vzdialenosť zdrojov od tienidla, d je vzájomná vzdialenosť zdrojov. Vzdialenosť susedných prúžkov je 3 mm. **424.** $\Delta h = \frac{l}{d}\lambda$ **425.** a) Prvý jasný pruh červenej farby je vzdialený od maxima nultého rádu o 1 nm, b) bude 2 mm. **426.** $0{,}84 \cdot 10^{-5}$ m **428.** 0,7 mm **429.** Pri pozorovaní v odrazenom svetle intenzita všetkých interferujúcich lúčov je približne rovnaká. V prepustenom svetle intenzita prvého lúča je podstatne väčšia ako druhého, ktorý bol už dvakrát odrazený. Maximá v prepustenom svetle nebudú také kontrastné ako v odrazenom. **430.** 500 nm **431.** Nastáva na nich ohyb. **432.** Gramofónová platňa utvorí spektrum v odrazenom svetle ako difrakčná mriežka. **433.** Na povrch gombíkov treba naniesť jemné šrafovanie (ako v prípade gramofónovej platne). **434.** Vo vode sa vlnové dĺžky zmenšia n-krát (n—index lomu vody). Preto aj uhly, pod ktorými nastáva maximum, aj vzdialenosť medzi hlavnými a ďalšími maximami, zodpovedajúcimi jednotlivým vlnovým dĺžkam svetla, zmenšia sa n-krát. **436.** 581 na 1 mm **437.** $5 \,.\, 10^{-7}$ m **438.** Aby vzniklo spektrum prvého rádu, musí byť splnená podmienka: mriežková konštanta $b \geqq \lambda$. Preto mriežková konštanta musí byť väčšia ako 0,02 cm. **439.** 14,4 cm **440.** Najvyšší rád k zodpovedá $\sin \varphi = 1$, preto $k < \frac{d}{\lambda} = 4$. **441.** a) 10°11′; 20°45′; 32°2′, b) uhly sa trojnásobne zväčšia. **442.** Vzdialenosť tmavých prúžkov je 1,25 mm. **443.** Pri polarizácii svetla odrazom je polarizačný uhol na rozhraní prostredí ľad — voda 45°36′. **444.** Index lomu emailu je 1,6. **445.** Ak dopadá prirodzené svetlo na prvú platničku, vzniknú za ňou dva lúče, riadny a mimoriadny, s rovnakou intenzitou. Svetlo po prechode prvou platničkou je polarizované. Za druhou platničkou vlastnosti lúčov závisia od toho, ako je otočená druhá platnička okolo dopadajúceho lúča. a) Ak sú optické osi v oboch platničkách rovnobežné, vzniknú dva lúče, ktorých vzdialenosť je taká, ako keby sa použila jedna, s hrúbkou rovnajúcou sa súčtu hrúbok oboch platničiek. b) Ak druhú platničku otočíme o uhol π, vzniknú dva lúče, ktorých vzdialenosť je taká, ako keby sme použili jednu platničku s hrúbkou rovnajúcou sa rozdielu hrúbok oboch platničiek.

4. Elektromagnetické žiarenie a jeho energia

446. Ide o tzv. skleníkový efekt. **447.** Pretože v horách sa v atmosfére nepohlcuje slnečné žiarenie, obsahuje viac ultrafialových lúčov. **448.** Pretože infračervené lúče sa vo vzduchu nerozptyľujú. **449.** približne 580 nm **450.** Vlnová dĺžka je 97 nm, intenzita vyžarovania hviezdy je $4{,}6 \,.\, 10^{10}$ W . m^{-2} **451.** asi 3,5-krát **452.** a) 0,459 kW . m^{-2}, b) 7,35 kW . m^{-2}, c) 37,2 kW . m^{-2} **453.** Zväčší sa o 248 nm. **454.** $5{,}22 \,.\, 10^3$ K **455.** 2,5 kJ **456.** $1{,}28 \,.\, 10^{-6}$ m **457.** 1,5 A **459.** 3100 lm **461.** Svietivosť oblúka je $16 \,.\, 10^3$ cd. **462.** $48 \,.\, 10^3$ lx **464.** Osvetlenie stredu stola sa zmenší 3,1-krát. **465.** Osvetlenie od prvej žiarovky je 13 lx, od druhej 8 lx, celkové osvetlenie je 21 lx. **466.** Čím väčšie je napätie, tým menšie sú vlnové dĺžky.

469. Vo výhode je plavec, ktorý pláva dvakrát kolmo na smer prúdenia rieky. Ak veľkosť jeho rýchlosti (voči vode) je V a rieka tečie rýchlosťou veľkosti v, tak na cestu tam a späť potrebuje čas $t' = \frac{2L\sqrt{V^2 - v^2}}{\sqrt{V^2 - v^2}}$. Plavec, ktorý pláva tam a späť v smere prúdenia rieky, potrebuje čas $t = \frac{2LV}{V^2 - v^2} > t'$ **470.** Dokonale tuhé teleso neexistuje. Ak udrieme na jeden koniec tyče, posunieme jednu vrstvu atómov. Od nej sa šíri elektromagnetickými silami vzruch k susednej vrstve atď., atď. Pretože vzájomné pôsobenie medzi atómami je elektromagnetickej povahy — tak ako svetlo — nemôže sa posunutie šíriť z jedného konca tyče na druhý rýchlosťou s veľkosťou väčšou, ako je rýchlosť svetla. **471.** V sústave spojenej s loďou áno, v sústave spojenej s morskou hladinou nie. **473.** $l = \frac{\tau v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2{,}3$ km **474.** Vďaka kontrakcii dĺžky sa tyč pre uvažovaného pozorovateľa skráti, ale jej celkový náboj ostane nezmenený. Preto pozorovateľ zistí hustotu náboja $\varrho = \frac{\varrho_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. **475.** Veľkosť rýchlosti vlaku je $v = 40$ m . s^{-1}. Pre pozorovateľov na nástupišti bude dĺžka vlaku $l = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \doteq l_0\left(1 - \frac{v^2}{2c^2}\right)$. Odtiaľ $l = l_0\ (1 - 0{,}89 \,.\, 10^{-15})$. Meranie dĺžky vlaku by muselo mať chybu Δl menšiu ako $l - l_0 \doteq 4{,}2 \,.\, 10^{-12}$ m. Takéto presné meranie nemožno uskutočniť. Pre porovnanie uveďme, že rozmery atómov sú rádovo 10^{-10} m. V našej každodennej skúsenosti sú veľkosti rýchlostí pohybu vždy oveľa menšie, ako je rýchlosť svetla. Efekty kontrakcie dĺžok sa pri malých veľkostiach rýchlosti $v \ll c$ neprejavujú, a preto si už od detstva zvykáme na absolútnosť dĺžok. **476.** Prvý fotón bude mať rýchlosť c v kladnom smere osi x, druhý rýchlosť c v zápornom smere osi x. Tento výsledok vyplýva priamo z postulátu o konečnej rýchlosti svetla, ale dostaneme ho aj pomocou vzťahov pre skladanie rýchlostí v ŠTR. **477.** Priesečník sa pohybuje rýchlosťou veľkosti

$v' = \dfrac{v}{\sin \alpha}$. Táto hodnota môže byť väčšia ako c, pretože priesečník je geometrický, nie materiálny objekt, preto tu nejde o pohyb materiálneho objektu „nadsvetelnou" rýchlosťou. Vidieť to aj z toho, že v „priesečníku" sú vždy iné atómy oboch tyčí. **478.** Veľkosť rýchlosti pohybu tieňa po plote je $v' = \dfrac{L}{l} v$. Táto hodnota môže byť väčšia ako c, lebo tieň nie je materiálny objekt. **479.** Rýchlosť svetla v oboch sústavách je c, preto aj v sústave, voči ktorej sa zdroj pohybuje, bude vlnoplocha povrchom gule. **480.** V ŠTR platí $E = \dfrac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$, $p = \dfrac{m_0 v}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$.

Priamym dosadením sa presvedčíme, že platí vzťah $E^2 = m^2c^4 + c^2p^2$. **481.** $E = 1\ \mathrm{kg} \,.\, c^2 = 9 \,.\, 10^{16}\ \mathrm{J}$, po prepočte $E' \doteq 2 \,.\, 10^{19}\ \mathrm{J}$, energia 1 kg látky je asi 200-krát menšia ako celosvetová produkcia energie. **482.** V nerelativistickej mechanike platí $E_\mathrm{k} = \dfrac{1}{2} mv^2 = \dfrac{p^2}{2m}$. Odtiaľ $p^2 = 2mE_\mathrm{k}$ a po odmocnení máme žiadaný vzťah. V ŠTR platí (úloha 480) $E^2 = m_0^2c^4 + c^2p^2$, pre kinetickú energiu bude $E = m_0c^2 + E_\mathrm{k}$. Po dosadení $(mc^2 + E_\mathrm{k})^2 = m^2c^4 + c^2p^2$. Po úprave prichádzame k výsledku: Kinetická energia častice je daná vzťahom $E_\mathrm{k} = \sqrt{m^2c^4 + c^2p^2} - mc^2$. **483.** Pre pomalý elektrón $\dfrac{e}{m_0} = 1{,}759 \,.\, 10^{11}\ \dfrac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}}$, porovnaním s nameranou hodnotou $m \doteq 8{,}34\ \mathrm{m}_0$.

Preto $\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}} = \dfrac{1}{1{,}2} = 0{,}84$. Odtiaľ $v = 0{,}993c$. **484.** Z výsledku úlohy 480 vieme, že pre časticu s pokojovou hmotnosťou m_0 platí $E^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2$. Pri $m_0 = 0$ odtiaľ bude $E = cp$. Druhé odvodenie tohto vzťahu: v ŠTR platí $p = mv$, kde m je relativistická hmotnosť častice a v je veľkosť jej rýchlosti. Ak zvolíme $m = \dfrac{E}{c^2}$, $v = c$, dostaneme $p = \dfrac{E}{c}$. **486.** a) $0{,}89c$, b) $1{,}1c$.

6. Základné pojmy kvantovej fyziky

487. $3{,}6 \,.\, 10^{-19}$ J; $1{,}2 \,.\, 10^{-27}$ kg . m . s^{-1}; $1{,}1 \,.\, 10^{18}$ s^{-1} **488.** Za 1 s sa uvoľní asi $2{,}2 \,.\, 10^{16}$ elektrónov; 3,5 mA. **492.** Výstupná práca sa zmenšila o 0,36 eV. **493.** a) 12,4 eV, b) 5 eV, c) 7,4 eV **496.** $1{,}7 \,.\, 10^{4}$ eV **499.** 1,48 eV **500.** 29 eV **502.** asi 10^{9} molekúl **503.** Nie, v klasickej fyzike elektrón prechádza vždy istou, presne určenou postupnosťou stavov. Zo stavu s energiou E_3 by musel vždy prejsť do stavu s energiou E_2, alebo vždy do stavu s energiou E_1. **505.** $6{,}63 \,.\, 10^{-34}$ J . s **506.** a) Pri zrážkach elektrónov s atómami vodíka prechádzajú atómy zo stavu s energiou E_1 do stavov s energiami E_2 a E_3, b) vodík bude vysielať tri čiary zodpovedajúce prechodom $E_2 \rightarrow E_1$, $E_3 \rightarrow E_2$, $E_3 \rightarrow E_1$. **507.** a) 13,2 eV, b) $7{,}0 \,.\, 10^{-27}$ kg . m . s^{-1}, c) 94 nm **508.** 0,212 eV **509.** Príslušné dĺžky de Broglieho vĺn sú také malé, že ich nielen našimi zmyslami, ale ani súčasnými prístrojmi nemôžeme pozorovať. **510.** $7{,}4 \,.\, 10^{-15}$ m **512.** približne $3{,}9 \,.\, 10^{-12}$ m **513.** áno **514.** Vlnová dĺžka neutrónov s energiou asi 0,1 eV je rádovo 10^{-10} m, čo je porovnateľné so vzdialenosťou atómov v mriežke kryštálu. **515.** Napríklad očná chirurgia, presné rezanie materiálu laserovým lúčom usmerňovaným počítačom (textilný priemysel), laserové „vŕtanie“ tvrdých materiálov (napr. vŕtanie otvorov do „kameňov“ v hodinkách), zváranie súčiastok v mikroelektronike. **516.** Vlnové vlastnosti sa prejavujú tým, že vzniká interferenčný obraz, časticové tým, že každý elektrón vyvolá bodové sčernenie. **517.** Časticové vlastnosti sa prejavujú pri vlastnej zrážke fotónu s elektrónom, kde platia zákony zachovania energie a hybnosti ako pri zrážke dvoch častíc. Vlnové vlastnosti sa prejavujú pri meraní vlnovej dĺžky rozptýleného fotónu. Túto vlnovú dĺžku meriame v podstate interferenciou rozptýleného žiarenia na mriežke.

7. Elektrónový obal atómu

518. a) $4 \,.\, 10^{3}$ MeV, b) 2 MeV **519.** Úsečka musí byť dlhšia ako $6 \,.\, 10^{-10}$ m **520.** asi $5 \,.\, 10^{-14}$ eV **521.** Pri $L \rightarrow \infty$ rozdiely energií stavov klesajú k nule. Fyzikálne to značí, že pri $L \rightarrow \infty$ energia elektrónu prestáva byť kvantovaná. Limita $L \rightarrow \infty$ zodpovedá prechodu od viazaného k voľnému elektrónu a výsledok hovorí, že energia voľného elektrónu nie je kvantovaná — energia môže nadobúdať ľubovoľnú hodnotu. **524.** Pre $n = 4$: 0,66 eV a 1 880 nm, pre $n = 5$: 0,97 eV a 1 290 nm, pre $n = 6$: 1,1 eV a 1 010 nm **525.** Rozmery veličín vyskytujúcich sa v tomto vzťahu sú $[Ke^2] = \mathrm{N\,.\,m^2 = kg\,.\,m^3\,.\,s^{-2}}$, $[m_e] = \mathrm{kg}$, $[h] = \mathrm{J\,.\,s = kg\,.\,m^2\,.\,s^{-1}}$. Po ich dosadení do vzťahu pre E_1 sa ľahko presvedčíme, že $[E_1] = \mathrm{J = kg\,.\,m^2\,.\,s^{-2}}$. **527.** Energie stacionárnych stavov mezoatómu μ sú dané rovnakým vzťahom ako príslušné stavy v atóme vodíka, len hmotnosť elektrónu je nahradená hmotnosťou mezónu μ: $E_n^{(\mu)} = \dfrac{1}{n^2} E_1^{(\mu)}$, $E_1^{(\mu)} = -\dfrac{2\pi^2 m_\mu (Ke^2)^2}{h^2}$. Pre energie základného a najnižších excitovaných stavov bude $E_1^{(\mu)} = -2\,815$ eV, $E_2^{(\mu)} = -703$ eV, $E_3^{(\mu)} = -313$ eV. **528.** Energie fotónov pri prechodoch $3 \to 2$, $4 \to 2$, $5 \to 2$ sú 391 eV, 528 eV; 591 eV. Ich vlnové dĺžky sú 3,18 nm; 2,35 nm; 2,10 nm. **529.** Rozdiel energie medzi prvým excitovaným a základným stavom atómu vodíka je $E_2 - E_1 = 10{,}2$ eV. Elektrón musí mať aspoň takúto energiu. Pretože náboj elektrónu je e, elektrón musíme urýchliť v poli s napätím väčším alebo rovnajúcim sa 10,2 V. **530.** Energia fotónu je 24,8 eV, energia elektrónu v prvom excitovanom stave je $-3{,}4$ eV. Energia vyrazeného elektrónu ďaleko od jadra bude 24,8 eV − 3,4 eV = 21,5 eV. **531.** Energia elektrónu s $n = 1$ v atóme sodíka bude $(Z')^2$-krát väčšia ako príslušná energia v atóme vodíka, preto $E_1^{\mathrm{Na}} \doteq -1\,360$ eV. a) Fotóny röntgenového žiarenia, schopné uvoľniť elektrón v tomto stave z atómu, musia mať energiu väčšiu alebo rovnajúcu sa 1 360 eV. b) Pri prechode z $n = 2$ na $n = 1$ atóm vyšle fotón s energiou 1 360 eV $\left(1 - \dfrac{1}{4}\right) = 1\,020$ eV. **533.** $(1s)^2\,(2s)^2\,(2p)^6\,(3s)^2\,(3p)^2$. **534.** Elektrónová konfigurácia lítia je $(1s)^2\,(2s)^1$, sodíka $(1s)^2\,(2s)^2\,(2p)^6\,(3s)^1$. Lítium aj sodík majú jeden elektrón v nezaplnenej vrstve. Preto sú ich chemické vlastnosti podobné a v periodickej sústave prvkov sú v rovnakom stĺpci. **535.** Atóm Ag má 47 elektrónov. Ich rozdelenie do jednotlivých stavov je $(1s)^2\,(2s)^2\,(2p)^6\,(3s)^2\,(3p)^6\,(4s)^2\,(3d)^{10}\,(4p)^6\,(4d)^{10}\,(5s)^1$. Pre elektrónovú konfiguráciu atómu striebra je podstatné to, že hladina $4f$ má vyššiu energiu ako hladina $5s$. Preto posledný elektrón bude na hladine $5s$ a hladina $4f$ ostane prázdna. Atóm striebra je jednoväzbový. **545.** a) $(1)^2\,(2)^2\,(3)^2$, b) $(1)^2\,(2)^2\,(3)^1\,(4)^1$, c) $(1)^2\,(2)^2\,(4)^2$ **546.** asi 7 eV.

8. Atómové jadro a elementárne častice

547. Na ionizáciu atómu alebo molekuly potrebujeme tzv. ionizačnú energiu, ktorá býva niekoľko eV. Pre približný odhad zvoľme 3 eV. Energia, ktorú elektrón získa v poli s intenzitou s veľkosťou $E = 5 \,.\, 10^5 \text{ V} \,.\, \text{m}^{-1}$ na dráhe l, je eEl. Z požiadavky $eEl = 3$ eV nájdeme $l \doteq 0{,}6 \,.\, 10^{-5}$ m. Voľná dráha elektrónu v takejto situácii by musela byť rádovo 10^{-5} m. **548.** 100 kEV **549.** V bublinovej komore sa nachádza prehriata kvapalina. Ak komorou prejde nabitá častica, ionizuje atómy kvapaliny a nabité ióny sa stávajú centrami, pri ktorých sa prehriata kvapalina mení na paru. Vznikajúce bublinky pary možno fotografovať. Pretože bublinky vznikajú len pozdĺž dráhy častice, možno takto „odfotografovať" dráhu častice. **550.** Nie. Častica pohybujúca sa rýchlosťou porovnateľnou s rýchlosťou svetla preletí komoru rádovo za $2 \,.\, 10^{-8}$ s a tento čas je o niekoľko rádov menší ako čas rastu bubliniek. **551.** Jedno z (nerealistických) riešení. V miestnosti postavíme kostru z tenkých drôtov s viacerými oddelenými priehradkami. Do každej priehradky postavíme veľmi nestabilný domček z ľahkých kariet. Len čo muška preletí niektorou z priehradiek, domček v tejto priehradke spadne a vieme, že muška priehradkou preletela. **552.** a) Pozadie môže mať viacero príčin: napr. prirodzené rádioaktívne látky nachádzajúce sa v okolitom materiáli, nabité častice kozmického žiarenia, prípady „samospustenia" detektora (niektorý z atómov v plynovej náplni počítača nahromadil pri vzájomných zrážkach atómov výnimočne vysokú energiu a ionizoval pri ďalšej zrážke niektorý z atómov plynovej náplne). b) Každú z príčin pozadia sa snažíme zmenšiť. Používame materiály s nízkym obsahom rádioaktívnych látok, celý prístroj uzatvárame do krytu, ktorého steny pohlcujú podstatnú časť častíc kozmického žiarenia, vyberáme vhodnú náplň počítača. Predsa však pozadie nemožno úplne odstrániť. Preto urobíme experiment raz za prítomnosti študovaného zdroja a raz bez tohto zdroja. Ak oba experimenty robíme za rovnaký čas, môžeme výsledné počty signálov odčítať a dostaneme čistý príspevok od študovaného zdroja. (V skutočnosti je problém ešte o niečo komplikovanejší, ale s tým by ste sa stretli, len keby ste podrobnejšie študovali túto časť fyziky.) **553.** a) správne, b) jadro $^4_1$H neexistuje, c) $^4_1$He by bolo jadrom vodíka, nie hélia, d) v reakcii by sa nezachovávalo nukleónové číslo. **554.** 20 % izotopu $^{10}_5$B a 80 %

izotopu $^{11}_{5}B$ **555.** 2,30 MeV. Pri výpočte je užitočné využiť, že $m_u c^2 = 931$ MeV. **556.** a) 160,6 MeV, b) 8,03 MeV **557.** a) $^{6}_{3}Li$, b) $^{4}_{2}He$, c) $^{60}_{27}Co^{*}$, d) $^{9}_{4}Be$ **560.** Jadro, ktoré takto vznikne, bude mať nukleónové číslo $238 - 8 . 4 = 206$ a protónové číslo $92 - 8 . 2 + 6 = 82$. Protónové číslo 82 má olovo. Preto výsledné jadro bude $^{206}_{82}Pb$. **563.** a) 3, b) 5 **564.** Štiepenie jadier vyvolávajú najmä pomalé neutróny, kým pri štiepení sa uvoľňujú rýchle neutróny. Prostredie obsahujúce ľahké jadrá spomaľuje neutróny. Vysvetlenie je jednoduché: ak neutrón narazí na ťažké jadro a odrazí sa od neho, odovzdá mu len malú časť svojej energie a spomalí sa len málo. Ak neutrón narazí na ľahké jadro, odovzdá mu podstatne viac energie ako pri náraze na ťažké jadro. Je to podobné ako pri zrážkach loptičiek. Ak stolnotenisová loptička narazí na druhú stolnotenisovú loptičku, odovzdá jej značnú časť svojej energie; ak narazí na ťažkú olovenú guľu zmení smer pohybu, ale nie rýchlosť a odovzdá len veľmi málo energie. **565.** Jadrový reaktor je zariadenie s veľkou hmotnosťou. Pri pohone lodí to prekáža oveľa menej ako pri povrchovej alebo vzdušnej doprave. Na chladenie reaktora je tiež potrebné množstvo vody, čo pri námornej doprave nie je problémom. **566.** Asi 170 kg. Pri približnom výpočte možno využiť to, že pri štiepení jedného jadra $^{235}_{92}U$ sa uvoľní asi 200 MeV energie, z toho 160 MeV vo forme kinetickej energie produktov premeny. Vzhľadom na to, že jadrová elektráreň je vlastne tepelnou elektrárňou, možno jej účinnosť odhadnúť približne na 0,2. **567.** V množiacom reaktore (tiež „breader“, čítaj bríder) vyvolávajú rýchle neutróny reakciu

$$^{1}_{0}n + ^{238}_{92}U \longrightarrow ^{239}_{92}U \xrightarrow{\beta} ^{239}_{93}Np \xrightarrow{\beta} ^{239}_{94}Pu$$

Plutónium $^{239}_{92}Pu$, ktoré tu vzniká, je už vhodným materiálom pre štiepnu reakciu. Týmto spôsobom sa využíva aj $^{238}_{92}U$, ktorý sa nevyužíva v normálnych reaktoroch. V prírodnom uráne je 99,3 % $^{238}_{92}U$ a len 0,7 % $^{235}_{92}U$. Zásoby jadrových palív sa pomocou množiacich reaktorov využívajú oveľa efektívnejšie. Pri súčasnej spotrebe uránu v jadrových elektrárňach by vystačili jeho zásoby asi na 100 rokov. Pri premene $^{238}_{92}U$ na plutónium v množiacich reaktoroch by zásoby vydržali asi 50-krát dlhšie. **568.** Protóny a častice α majú kladný elektrický náboj, preto sú odpudzované veľkým kladným nábojom jadier. **569.** Nuklid ^{14}C sa rozpadá s polčasom premeny $T \doteq 5\,730$ rokov. Jeho koncentrácia n po odumretí organizmu klesá podľa vzťahu $n = n_0\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{t}{T}}$. Odtiaľ pri $t = 15\,500$ rokov bude $\frac{t}{T} = 2{,}71$ a zo vzťahu dostaneme $n = 0{,}153\ n_0$. Koncentrácia ^{14}C v organických zvyškoch starých 15 500 rokov bude 0,153- násobkom pôvodnej koncentrácie. **570.** Zo vzťahu $n = n_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ pri $n = 0{,}645\,n_0$, $T = 5\,730$ rokov nájdeme $t = 3{,}62\,.\,10^3$ rokov. **571.** asi $11\,.\,10^2$ **572.** asi 0,1 % **573.** a) 25 %, b) ${}^3_1H \rightarrow {}^3_2He + e^-$, je to premena β, antineutríno v konečnom stave sme nezapísali, c) chemické vlastnosti trícia sú rovnaké ako vodíka, rádioaktívny nuklid trícia možno využiť napr. pri sledovaní prúdenia spodných vôd, alebo pri určovaní rýchlosti výmeny vody v prírodných rezervoároch. **574.** 7,98 MeV **575.** 34,97 m_u **576.** $1{,}6\,.\,10^3$ rokov **577.** 7,27 MeV **578.** Hrúbku snehu možno merať zoslabovaním jadrového žiarenia vrstvou snehu, energiu možno získavať z batérie využívajúcej termoelektrický jav. Potrebné teplo dodávajú jadrové premeny ťažkých prvkov (napr. plutónia). **579.** $4{,}8\,.\,10^{26}$ MeV $= 0{,}77\,.\,10^{14}$ J $\doteq 2{,}1\,.\,10^7$ kWh **580.** $1{,}4\,.\,10^{10}$ rokov **581.** Obidve reakcie spolu môžeme zapísať v tvare

$$ {}^2_1H + {}^2_1H + {}^2_1H \rightarrow {}^4_2He + n + p $$

Hmotnostný úbytok $\Delta m = 0{,}023\,7\ m_u$. Uvoľnená energia bude $\Delta mc^2 = 22{,}07$ MeV.

9. Žiarenie — zdroj informácií o hviezdach a vesmíre

582. 8,79″; tento uhol sa nazýva rovníková paralaxa Slnka. **583.** 1°54′ **584.** $144\,.\,10^3$ km **585.** 109-krát **586.** Nie, priemer Mesiaca by sme zo Zeme videli pod menším uhlom ako priemer Slnka, mohlo by nastať iba prstencové zatmenie Slnka. **587.** a) 1°23′, b) 44′, c) 21′, d) 1′4″ **588.** 0,022″ **589.** asi 0,4 km **590.** 0,38″ **591.** asi 400--krát **592.** a) 2,66 pc, b) 8,67 svetelných rokov, c) $5{,}48\,.\,10^5$ AU, d) $8{,}20\,.\,10^{13}$ km **593.** $6{,}5\,.\,10^{23}$ kg **594.** 318-krát **597.** 6,5 $M_\odot$

598. 71 AU; 23 pc **600.** 5,0 $M_{\odot}$; 1,0 $M_{\odot}$ **602.** $1,3 \cdot 10^3$ W **603.** $1,7 \cdot 10^{29}$ W $\doteq$ 440 $L_{\odot}$ **604.** $2,6 \cdot 10^{29}$ W = 680 $L_{\odot}$; $R = 7,17 \cdot 10^{10}$ m = = 103 $R_{\odot}$ **606.** zmenší sa o 8^m **607.** a) $2,5^m$; b) $5,5^m$, áno **609.** $-4,3^M$ **610.** $+1,44^M$ **611.** $+4,8^M$ **612.** 10 pc **613.** $m - M$ = $= +5$ **614.** 0,002 5″ **615.** Hviezda sa približuje rýchlosťou 50 km . s^{-1}. **616.** Zväčší sa o 0,316 nm — posunie sa k červenému okraju spektra. **617.** asi 700 km . s^{-1}.

10. Zdroje energie, stavba a vývoj hviezd

619. $7,4 \cdot 10^9$ kg **620.** a) $1,9 \cdot 10^{-4}$ W, b) $1,1 \cdot 10^{21}$ W **621.** 10^4 $L_{\odot}$, vetva nadobrov **622.** 5,35 $R_{\odot}$ **623.** $4,6 \cdot 10^3$, hviezda je na hlavnej postupnosti. **624.** $6,7 \cdot 10^3$ $L_{\odot}$, 0,001 2 kg . m^{-3}, asi 1,3 AU **625.** 0,11 kg . m^{-3}; 174 $L_{\odot}$ = $6,8 \cdot 10^{28}$ W **626.** $1,6 \cdot 10^4$ $L_{\odot}$, asi 2 800 rokov **628.** 15 $R_{\odot}$ **629.** a) 2 $R_{\odot}$, 32 $L_{\odot}$; b) 0,01 $R_{\odot}$, 0,001 $L_{\odot}$; c) 40 $R_{\odot}$, 15 000 $L_{\odot}$ **630.** štyrikrát; 3^m **631.** dvakrát **632.** $1,7 \cdot 10^8$ kg . m^{-1}; $0,17 \cdot 10^3$ kg; $6,5 \cdot 10^5$ m . s^{-2} **634.** $5 \cdot 10^{17}$ kg . m^{-3}; asi 140 m **636.** a) $1,7 \cdot 10^{30}$ kg, b) $1,7 \cdot 10^8$ m . s^{-1}, c) $1,8 \cdot 10^{12}$ m . s^{-2}, d) $1,0 \cdot 10^5$ m . s^{-1}, e) $1,3 \cdot 10^6$ m . s^{-2} **637.** $1,9 \cdot 10^6$ m . s^{-1}, $3,6 \cdot 10^8$ m . s^{-2}; dostredivé zrýchlenie je veľmi malé vzhľadom na gravitačné zrýchlenie. **638.** asi 15 km; asi $7 \cdot 10^{17}$ kg . m^{-3} **639.** a) asi 3 km, b) asi 9 mm **640.** a) 9 km; 3 $M_{\odot}$, b) asi 20 km; 7 $M_{\odot}$.

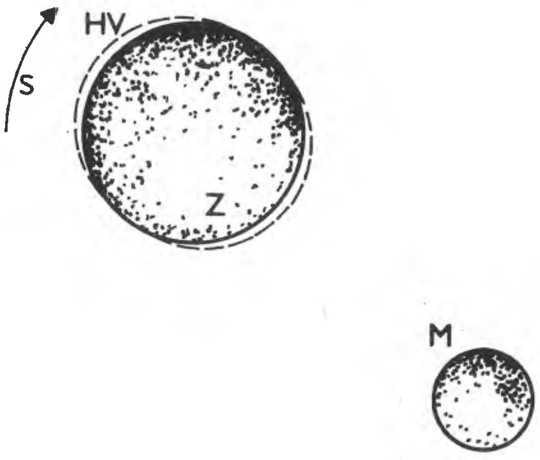
11. Štruktúra a vývoj vesmíru

641. a) 11 hodín, b) asi 100 tisíc rokov, c) asi 5 miliónov rokov **642.** a) $7 \cdot 10^{-20}$ kg . m^{-3}, b) $7 \cdot 10^{-29}$ kg . m^{-3} **643.** asi $2 \cdot 10^{-9}$ kg . m^{-3} **645.** Na častice vzdialené od osi otáčania pôsobí okrem gravitačnej sily, ktorou sú priťahované k stredu rotujúceho mračna, aj zotrvačná odstredivá sila smerujúca od osi otáčania. Na častice pozdĺž osi pôsobí iba gravitačná sila. **646.** 0,01 $M_{\odot}$. pc^{-3} = $6,7 \cdot 10^{-22}$ kg . m^{-3}; asi 400 tisíc **647.** asi 300 $M_{\odot}$. kpc^{-3} $\doteq$ $2 \cdot 10^{-26}$ kg . m^{-3}; asi 10 **648.** asi 250 miliónov rokov; $4 \cdot 10^{20}$ N **649.** $1,6 \cdot 10^{17}$ N; $8 \cdot 10^{-4}$ m . s^{-2} **650.** a) $5,4 \cdot 10^{25}$ N, b) $1,4 \cdot 10^{-10}$ m . s^{-2}, c) 225 km . s^{-1} **651.** $3,4 \cdot 10^{28}$ N **653.** 0,12 pc $\doteq$ $25 \cdot 10^3$ AU **654.** 0,52 Mpc; 11 kpc **655.** a) 8 kpc, b)

0,05 kpc, c) $-7{,}4^M$ **656.** $+18^m$ zo vzdialenosti menšej ako 4 kpc **657.** asi 400 Mpc **658.** a) 25 Mpc, b) 250 Mpc, c) $0{,}40 \,.\, 10^3$ Mpc **659.** $0{,}3 \,.\, 10^3$ km . s^{-1}; je väčšia o 0,5 nm **660.** Tieto galaxie sú v malej vzdialenosti od nás. Vplyvom gravitačných síl, ktorými sa navzájom priťahujú, obiehajú okolo spoločného ťažiska. Niektoré z nich sa od nás vzďaľujú, ale iné sa približujú. **661.** $45{,}0 \,.\, 10^3$ km . s^{-1} **662.** 669,4 nm; 80 Mpc **663.** $0{,}06\,c = 18{,}0 \,.\, 10^3$ km . s^{-1}; 240 Mpc **664.** $0{,}40 \,.\, 10^3$ Mpc; $0{,}45 \,.\, 10^3$ nm **665.** 2,7; nie, vyšla by rýchlosť 2,7 c, čo nie je možné. Pre $z > 0{,}1$ je nevyhnutné počítať rýchlosť pomocou vzťahu vyplývajúceho zo špeciálnej teórie relativity. Rýchlosť objektu je vždy menšia ako rýchlosť svetla vo vákuu. **666.** asi 9 000 km . s^{-1}, asi 18 000 km . s^{-1}, asi 9 000 km . s^{-1} v navzájom opačných smeroch **667.** Od galaxie vo vrchole A sa galaxia vo vrchole B vzďaľuje rýchlosťou 7 500 km . s^{-1} v smere AB, galaxia vo vrchole B rovnako veľkou rýchlosťou v smere AC; od galaxie vo vrchole B sa galaxia vo vrchole A vzďaľuje rýchlosťou asi 7 500 km . s^{-1} v smere BA, galaxia vo vrchole C rovnako veľkou rýchlosťou v smere BC; obdobná situácia je pre galaxiu vo vrchole C.

12. Fyzikálny obraz sveta

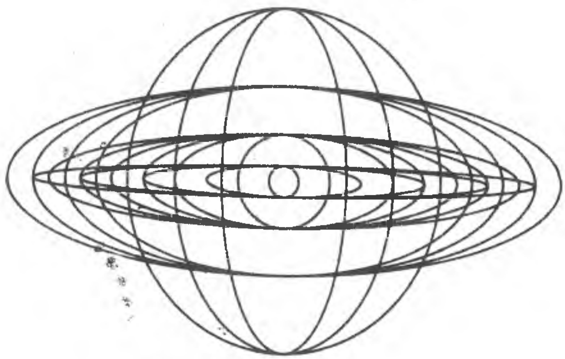
668. Asi to malo viac dôvodov. Napríklad: a) poznatok o guľatosti Zeme nebol v súvislosti s prakticky dôležitou ľudskou činnosťou. b) V dlhom nasledujúcom období názory na guľatosť Zeme (a s ním súvisiaca možnosť obiehania Zeme okolo Slnka) nevyhovovali oficiálnym cirkevným názorom. c) Zotrvačnosť — konzervativizmus v myslení ľudí. Cirkvi (všetky) tento konzervativizmus kanonizovali (uzákoňovali). d) Starí Gréci mali občas veľmi vtipné postrehy a pozorovania, ale neuskutočňovali systematické experimenty. Eratostenova myšlienka o guľatosti Zeme nebola systematicky experimentálne dokázaná. (Porozmýšľajte aj o tom, aké experimenty by ste navrhli, ak by ste chceli dokázať guľatosť Zeme.) e) Myšlienka o guľatosti Zeme bola ojedinelým faktom a nie časťou väčšej logicky uzavretej teórie. Predstava o tom, že na druhej strane Zeme visia ľudia dolu hlavou, sa vtedy dala asi ťažko vysvetliť. **669.** Kameň by padal do stredu Zeme a jeho pôvodná potenciálna energia by sa „zmenila" na kinetickú. V strede Zeme by mal veľkú kinetickú a nulovú potenciálnu energiu. Potom by pokračoval v ceste kanálom, jeho kinetická energia by sa „menila“ na potenciálnu. Kameň by sa dostal až na úroveň povrchu Zeme na druhej strane, tam by jeho rýchlosť bola nulová a začal by padať zas späť. Keby v kanáli nebol vzduch, kameň by lietal sem a tam bez zmeny. Keby tam vzduch bol, energia kameňa by sa zmenšovala, až napokon by kameň ostal v strede Zeme. Ak sa chcete dozvedieť o charaktere pohybu kameňa viac, potrebujete určiť závislosť jeho potenciálnej energie od vzdialenosti od stredu Zeme. **670.** Roku 1492 objavil Kolumbus Ameriku, v rokoch 1519 až 1522 oboplávala Magellanova výprava Zem, Kopernikovo základné dielo vyšlo v roku jeho úmrtia (1543), teda asi 20 rokov po Magellanovej výprave. Oboplávanie Zeme bolo najlepším praktickým dôkazom jej guľatosti. Rozvoj námornej plavby vyžadoval navigáciu, t. j. určovanie polohy lode na povrchu Zeme. Navigácia vychádzajúca z guľatej Zeme dávala zrejme oveľa lepšie výsledky ako navigácia, ktorá by predpokladala, že Zem je plochá (porozmýšľajte napríklad o určovaní zemepisnej šírky meraním uhla, pod ktorým vidíte Polárku). **671.** Galilei ešte predpokladal, že planéty obiehajú okolo Slnka po „prirodzených“ kruhových trajektóriách. Tento názor o prirodzenom kruhovom pohybe po kružnici pochádzal ešte od starých Grékov a prijal ho aj Kopernik. Na druhej strane Galilei objavil zákon zotrvačnosti, ktorý dnes poznáme ako prvý Newtonov zákon. Pre Galileiho však zákon zotrvačnosti platil len pre pohyby telies na Zemi. Až Newton si uvedomil, že pohyb telies po trajektórii tvaru kružnice vzniká v dôsledku platnosti dvoch zákonov: zákona zotrvačnosti a gravitačného zákona. Toto je aj hlbším obsahom známej historky o padajúcom jablku. Vtedy si vraj Newton uvedomil, že ten istý gravitačný zákon ovplyvňuje pád jablka i pohyb Mesiaca po trajektórii tvaru kružnice okolo Zeme. Od vysvetlenia pohybu Mesiaca okolo Zeme k vysvetleniu obehu planét okolo Slnka bol už len krôčik. Na základe gravitačného zákona bolo možné jednoducho vysvetliť aj zdanlivé paradoxy, napr. prečo ľudia na „druhej strane zemegule“ visia hlavou dolu. **672.** Gravitačné pole Mesiaca je na časti povrchu Zeme najbližšej k Mesiacu o niečo silnejšie ako v strede Zeme, a toto je o niečo slabšie ako na časti povrchu najviac vzdialenej od Mesiaca. Vodná hladina oceánov na Zemi nadobudne tvar znázornený na obr. V-6. Pretože Zem sa otáča okolo osi raz za 24 hodín, prejde dané miesto na povrchu Zeme dvakrát maximálnou výškou hladiny oceánu. Preto za



Obr. V-6

24 hodín bývajú dva prílivy a dva odlivy. **673.** Podľa mechanistického materializmu sa všetko na svete skladá z malých, ďalej nedeliteľných čiastočiek (atómov), ktoré na seba pôsobia silami a pohybujú sa podľa zákonov mechaniky. Filozofické aspekty mechanistického materializmu vidieť z Laplaceovho výroku použitého v rozhovore s Napoleonom. **674.** Hviezdy, Zem, Mesiac a všetky nebeské telesá boli pred Kantovou-Laplaceovou hypotézou považované za trvalé a nemenné. Kantova-Laplaceova hypotéza prvýkrát prišla s vedecky zdôvodneným názorom o vývoji nebeských telies. Tento názor sa plne rozvinul až v našom storočí (teórie „veľkého výbuchu" potvrdené experimentom). **675.** Odpovedí možno uviesť viac. Jedna z nich je takáto: Vo fyzike sa za dôležité potvrdenie teórie považuje predpoveď určitého javu, ktorý dovtedy nebol pozorovaný. Newtonova teória predpovedala týmto spôsobom existenciu dovtedy nepozorovaných planét. Dráha planéty Urán vykazovala odchýlky od výpočtov vychádzajúcich z Newtonovej teórie pohybu planét. Astronóm J. Leverrier (leverje) a J. C. Adams (edems) z toho usúdili, že bude existovať ďalšia planéta a vypočítali jej polohu. Astronóm J. G. Galle ju v roku 1846 na tomto mieste skutočne objavil. Planéta bola pomenovaná Neptún. **676.** Správnych odpovedí je veľa, uvedieme na ukážku napríklad zatmenie Slnka a Mesiaca, objavenie sa komét. **677.** O elektrických a mechanických javoch ľudia zo začiatku verili, že ich bude možné vysvetliť pomocou zákonov a predstáv mechaniky. Postupne sa však ukazovalo,

že to nie je možné, a že elektromagnetické pole je novým typom reality. **678.** Uvedieme len niekoľko príkladov: Faradayov zákon elektromagnetickej indukcie — generátory striedavého prúdu, transformátory. Zákony šírenia elektromagnetických vĺn — bezdrôtová telegrafia, rozhlas, televízia. Vznik tepla vo vodiči, ktorým prechádza prúd — žiarovka. Sila pôsobiaca na vodič v magnetickom poli — elektromotory. **679.** Podľa princípu relativity sú všetky inerciálne sústavy rovnoprávne — platia v nich rovnaké fyzikálne zákony. Keby éter existoval, bol by v určitej (pravdepodobne) inerciálnej sústave v pokoji. Touto vlastnosťou by sa daná inerciálna sústava odlišovala od všetkých ostatných sústav a nebola by s nimi rovnoprávna. Podľa špeciálnej teórie relativity éter — ako prostredie so špeciálnymi vlastnosťami — neexistuje. **680.** a) Princíp relativity a princíp konštantnej rýchlosti svetla. b) Napríklad dilatácia času, kontrakcia dĺžok, relatívnosť súčasnosti, závislosť hmotnosti telesa od jeho rýchlosti, súvis medzi hmotnosťou a energiou atď. c) Pravdepodobne relatívnosť súčasnosti. d) Závislosť hmotnosti častice od rýchlosti je podstatná pri konštrukcii urýchľovačov elementárnych častíc; vzťah $\Delta E = \Delta mc^2$ určuje energiu uvoľňovanú pri jadrových reakciách (vysvetlite podrobnejšie a uveďte príklady). **681.** Napríklad fotoelektrický jav, Comptonov jav, prechod elektrónov dvoma štrbinami, kvantovanie energie atómov, stabilnosť stavov elektrónu v atóme, čiarový charakter atómových spektier, spektrum žiarenia čierneho telesa atď. **682.** Koncom 17. storočia vznikol mechanistický fyzikálny obraz sveta. Podľa neho bolo v princípe možné opísať všetky fyzikálne (azda aj ďalšie) procesy pomocou zákonov mechaniky. Najdôležitejšie zmeny v tomto fyzikálnom obraze sveta sú: utvorenie teórie elektromagnetických polí v druhej polovici 19. storočia a uvedomenie si toho, že elektromagnetické deje nemožno redukovať na mechanické; vznik špeciálnej (a neskôr všeobecnej) teórie relativity, najmä nový pohľad na priestor a čas; vznik kvantovej teórie v dvadsiatych rokoch nášho storočia a vznik kvantovomechanického obrazu sveta; nové poznatky z astrofyziky (štruktúra a vývoj hviezd, Hubblov posun, objav reliktového kozmického žiarenia). **683.** Mechanika: súčet kinetickej a potenciálnej energie telesa pohybujúceho sa napr. vo vonkajšom gravitačnom poli je konštantný; hydrodynamika: Bernoulliho rovnica a jej dôsledky; elektrina a magnetizmus: súčet kinetickej a potenciálnej energie častice pohybujúcej sa v statickom elektrickom poli je konštantný. V oscilačnom obvode LC sa nemení súčet energie kondenzátora a cievky. Súčet energie kondenzátora a Joulovho tepla v jednoduchom obvode RC je konštantný; atómová fyzika: energia fotónu vyžiareného atómom pri prechode z hladiny n na hladinu m sa rovná úbytku energie atómu; jadrová fyzika: celková energia častíc v začiatočnom stave jadrovej reakcie sa rovná celkovej energii častíc v koncovom stave reakcie; astrofyzika: pri ustálenom systéme sa energia uvoľnená za jednotku času z povrchu Slnka rovná energii, ktorá za rovnaký čas vzniká termojadrovými reakciami v jeho vnútri. **684.** Platí. Treba len uvážiť, že Zem pôsobí na kameň silou $\boldsymbol{F}$ a zároveň kameň pôsobí na Zem silou $-\boldsymbol{F}$. Nielen kameň padá k Zemi, ale aj Zem „padá" smerom ku kameňu. Vzhľadom na to, že Zem má oveľa väčšiu hmotnosť ako kameň, bude jej rýchlosť oveľa menšia ako rýchlosť kameňa (v sústave spojenej s ťažiskom Zeme a kameňa). **685.** Príklady jadrových reakcií nájdete v učebnici Fyzika pre 4 roč. gymn.; príkladom reakcie elementárnych častíc sú napr. $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$ alebo $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$. **686.** Výber hlavných etáp nie je celkom jednoznačný, ale jedna z možných odpovedí je: „veľký výbuch", rozpínanie a zároveň chladnutie vesmíru, vznik veľkých hviezdnych sústav a vznik „prvej generácie" hviezd, výbuchy niektorých z hviezd (supernovy), vznik „druhej generácie" hviezd, vznik Slnka a jeho planetárnej sústavy, vznik Zeme, utvorenie podmienok pre vznik života na Zemi, vznik života, vznik živočíchov, vznik človeka, vývoj človeka, súčasnosť. **687.** Fyzikálny obraz vývoja sveta zahŕňa asi 15 miliárd rokov začínajúc „veľkým výbuchom". Máme určité informácie o objektoch vzdialených až 10 miliárd svetelných rokov (kvazary a vzdialené galaxie). **688.** a) Objav prakticky použiteľného parného stroja (James Watt, 1769), parník (1807), pravidelná železničná premávka (1830), prvý elektromagnetický telegraf (Weber a Gauss, 1833), základy teórie premeny tepelnej energie na prácu (1824, Carnot), zákon zachovania energie pri tepelných dejoch (Mayer, 1842). b) Vplyv elektrického prúdu na magnetku v jeho okolí (Oersted, 1820), magnetické pole budené elektrickým prúdom (Ampère, 1820, Biot a Savart, Laplace), objav elektromagnetickej indukcie (Faraday, 1831), teória elektromagnetického poľa (Maxwell, 1856, 1864), telefón (Bell, 1876), gramofón (Bell, 1873), experimentálny dôkaz elektromagnetických vĺn (H. Hertz, 1888), bezdrôtová telegrafia (A. S. Popov, 1895), žiarovka (Edison), generátor elektrického prúdu (Siemens, 1867), viacfázové elektromotory a transformátory (N. Tesla). c) Teória relativity, objav atómového jadra, vysvetlenie štruktúry atómu, zrod kvantovej teórie, teória tuhých látok, elektrónky, rozhlas, tranzistory, supravodivosť a supratekutosť, prirodzená a umelá rádioaktivita, štiepenie jadier, reťazová štiepna reakcia, termonukleárna reakcia, elementárne častice a ich vlastnosti, objav rozpínania vesmíru, objav reliktového kozmického žiarenia, počítače, automatika, robotika atď. **689.** Napríklad a) röntgeno-štruktúrna analýza, b) rádionuklidy („značkované" atómy). **690.** Takýchto problémov bolo a je veľmi veľa, uveďme z minulosti aspoň vznik diferenciálneho a integrálneho počtu (Newton a Leibniz) a zo súčasnosti rozvoj počítačov. **691.** Umelecké dielo je (okrem iného) výstižným zobrazením určitého spoločenského javu, stručným vyjadrením určitého problému a pod. Fyzikálne poznanie je výstižným zhrnutím istej oblasti javov, napríklad Newtonove zákony alebo Maxwellove rovnice zhŕňajú v niekoľkých pojmoch a vzťahoch podstatné vlastnosti mnohých javov v prírode. „Hutnosť" vyjadrenia je v nich ešte väčšia ako v najlepšej poézii. Umelecké diela majú značnú harmóniu a podobnú harmóniu prináša do zdanlivo chaotických javov fyzikálne poznanie.



VÁCLAV KOUBEK, OLDŘICH LEPIL,
JÁN PIŠÚT, MÁRIA RAKOVSKÁ,
JAROMÍR ŠIROKÝ, EVA TOMANOVÁ,

Zbierka úloh z fyziky pre gymnázium

II. časť

Prvé vydanie

Vydalo Slovenské pedagogické nakladateľstvo
v Bratislave

Zodpovedná redaktorka Anna Nováková
Výtvarná redaktorka Marta Pavlíková
Technická redaktorka Ivana Bronišová
Obálku navrhol Otto Kovarik

Sadzbu vyhotovili Západoslovenské tlačiarne, n. p., závod Svornosť, Bratislava — Vytlačili Nitrianske tlačiarne, n. p., Nitra — Strán 264 — AH 12,19 (text 10,93, grafika 1,26) — VH 12,82 — 03/05 — Náklad 49 800 — Typ písma garmond Times — Technika tlače ofset — Schválené výmerom SÚKK-GR č. 121/I-88

067—117—88 Kčs 10,50 b.

Skl. č. 1–31–377
067—117—88
03/05 Kčs 10,50 b.

Zbierka úloh z fyziky
pre gymnázium
II. časť