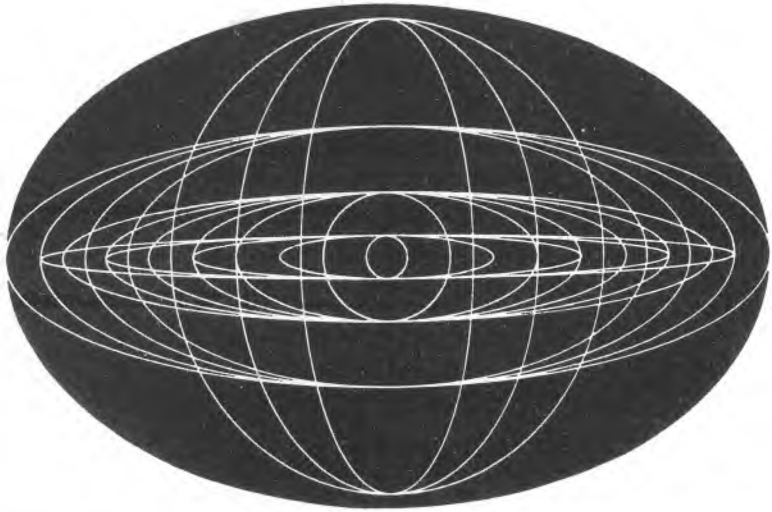
Zbierka úloh z fyziky pre gymnázium

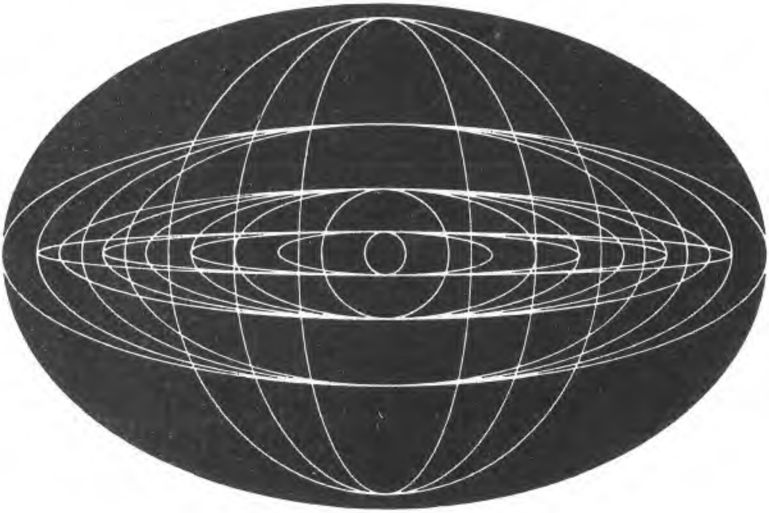
I. časť

SLOVENSKÉ
PEDAGOGICKÉ
NAKLADATEĽSTVO



EVA TOMANOVÁ · IVAN BANÍK
KARL BARTUŠKA
VÁCLAV KOUBEK
MÁRIA RAKOVSKÁ · IVO VOLF

BRATISLAVA 1987
SLOVENSKÉ
PEDAGOGICKÉ
NAKLADATEĽSTVO



Zbierka úloh z fyziky pre gymnázium

I. časť

Lektorovali: doc. RNDr. Emanuel Svoboda, CSc., RNDr. Miroslava Široká, CSc., RNDr. Stanislav Duchoň, Jednota slovenských matematikov a fyzikov

Schválilo Ministerstvo školstva SSR dňa 8. januára 1986 pod číslom 13 276/1986-21 ako učebnicu pre 1. a 2. ročník 79-02-5 gymnázia.

Prvé vydanie.

OBSAH

PREDSLOV

Osvojiť si učivo fyziky znamená nielen dôkladne ovládnuť súbor poznatkov, ale vedieť tieto poznatky využiť pri ďalšom štúdiu, na získavanie nových vedomostí, aj v praktickom živote. Schopnosť využívať osvojené poznatky neprichádza sama od seba, treba sa ju špeciálne učiť. Významné miesto pritom zaujíma riešenie úloh ako vhodný prostriedok rozvíjania myslenia, dôvtipu, samostatnosti, úsudku i húževnatosti v prekonávaní ťažkostí.

Táto zbierka úloh je určená žiakom gymnázií, možno ju však využiť aj na ostatných typoch stredných škôl.

Usporiadanie úloh v zbierke sa zhoduje s usporiadaním tém v učebniciach fyziky pre gymnáziá. Pred každým tematickým okruhom úloh je teoretický vstup, ktorý v nadväznosti na učebnicu stručne zhŕňa poznatky potrebné na vyriešenie danej skupiny úloh. V každom okruhu sú uvedené vyriešené úlohy na uľahčenie samostatného riešenia ďalších úloh s obdobnou tematikou.

V zbierke sú zaradené úlohy s diferencovanou náročnosťou. Náročnejšie úlohy sú označené hviezdičkou. Nepredpokladáme, že všetci vyriešite všetky z týchto úloh, ale pokúste sa ich vyriešiť čo najviac. V tom vám veľa chuti a pracovného nadšenia želajú

Autori

POZNÁMKY K RIEŠENIU FYZIKÁLNYCH ÚLOH

Prečo riešime fyzikálne úlohy

Fyzika a ostatné prírodné vedy nás učia poznávať svet a rozumieť mu. Riešením úloh sa učíme vykonávať činnosti, ktoré sú pri takom poznávaní potrebné.

Úlohy, ktoré by sme mohli nazvať fyzikálnymi úlohami, riešime stále, nielen na hodinách fyzikálneho vyučovania. Každodenne napr. otvárame dvere, varíme vodu na čaj alebo osvetľujeme plochu stola, na ktorom píšeme. Schopnosti riešiť takéto a podobné úlohy získavame postupne, každodennou skúsenosťou.

Fyzikálne úlohy môžu byť aj zložitejšie. Potom pri ich riešení nevystačíme s každodennou skúsenosťou: Vieme si odmerať teplotu tela, vypočítať, koľko zaplatíme za osvetľovanie bytu za istý čas, príp. za vypratie bielizne. Úlohy vieme riešiť preto, lebo sme sa naučili počítať, logicky myslieť, vopred plánovať našu činnosť a osvojili sme si už poznatky niektorých vied.

Skúsenosti potrebné pri riešení fyzikálnych úloh získame vyriešením čo najväčšieho počtu úloh. Pretože pri riešení si budeme upevňovať a systemizovať fyzikálne poznatky, pomôže nám riešenie úloh tak pri štúdiu fyziky, ako pri rozvíjaní našich schopností poznávať svet.

Ako a prečo hľadáme problémy

Zo školy poznáme úlohy, ktoré nepovažujeme za zložité. Jednoduchým dosadením do vzťahu, ktorý dostaneme úpravou Ohmovho zákona, riešime napr. takúto úlohu:

Rezistorom, na ktorom je napätie 220 V, prechádza elektrický prúd 4,0 A. Vypočítajte odpor rezistora.

Riešenie

$I = 4{,}0\,\text{A},\ U = 220\,\text{V};\ R = ?$

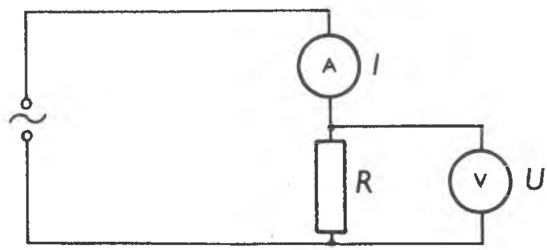
$$I = \frac{U}{R},\ R = \frac{U}{I}$$

$$R = \frac{220\,\text{V}}{4{,}0\,\text{A}} = 55\,\Omega$$

Rezistor má odpor $55\,\Omega$.

Pri riešení sme si zopakovali Ohmov zákon a jednotky veličín napätia U, prúdu I a odporu R. Uvažoval by pri riešení tejto úlohy takto aj fyzik?

Fyzik by pri riešení podobnej (vedeckej alebo technickej) úlohy pravdepodobne údaje 220 V, 4,0 A musel získať sám — meraním. Pri meraní by rezistor s odporom R bol asi zapojený v elektrickom obvode znázornenom na obr. I. Preto, ak chceme riešením našej úlohy získať podobné skúsenosti, aké získavajú pri svojej práci fyzici, mali by sme si aj my schému zapojenia navrhnúť a nakresliť.



Obr. I

Určením hodnoty R odporu nášho rezistora sa však práca fyzika nekončí. Požiadavku úlohy sme splnili. Nenájdeme však v zobrazenej situácii nič, čo by mohlo fyzika zaujať? Pokúsme sa hľadať spoločne:

Zodpovedá schéma na obr. I nejakej situácii, ktorá sa môže vyskytnúť mimo školy alebo mimo fyzikálneho laboratória? Veď na zdroje napätia (napr. na elektrickú zásuvku v byte) pripájame aj domáce spotrebiče. No zväčša na ich štítkoch nebývajú hodnoty prúdu, iba hodnoty napätia, na aké ich treba pripojiť, a príkonu P_e spotrebiča. Otázka teda znie:

a) Môžeme z údajov $U = 220\,\text{V}$, $I = 4{,}0\,\text{A}$ určiť príkon P_e nášho spotrebiča?

[Ak sme postupovali správne, vychádza
$P_e = UI$; $P = 220\,\mathrm{V} \,.\, 4{,}0\,\mathrm{A} = 880\,\mathrm{W} = 0{,}88\,\mathrm{kW}$.]
Z výsledku výpočtu vyplýva ďalšia otázka:

b) Ktorý elektrický spotrebič, používaný v domácnosti, by mohol mať príkon asi 880 kW?
Ak preskúmame štítky našich domácich spotrebičov, zistíme, že by to mohol byť vysávač, elektrický varič (platničkový, alebo ponorný) atď.

c) Predstavte si, že rezistorom v našej úlohe je špirála ponorného variča. Za akú dobu τ privedieme týmto varičom do varu 1,0 l vody so začiatočnou teplotou $t_0 = 20\,°\mathrm{C}$? (Predpokladajme najprv, že všetko teplo vznikajúce v rezistore variča sa využije na ohrev vody.)

Riešenie

$U = 220\,\mathrm{V}$, $I = 4{,}0\,\mathrm{A}$, $m = 1{,}0\,\mathrm{kg}$, $\Delta T = 80\,\mathrm{K} = 80\,°\mathrm{C}$,
$c = 4{,}2 \,.\, 10^3\,\mathrm{J} \,.\, \mathrm{kg}^{-1} \,.\, \mathrm{K}^{-1}$; $\tau = ?$

Pre teplo Q platia vzťahy

$$Q = mc\Delta T$$
$$Q = UI\tau$$

Po úprave vychádza pre dobu

$$\tau = \frac{mc\Delta T}{UI}$$

$$\tau = \frac{1{,}0 \,.\, 4{,}2 \,.\, 10^3 \,.\, 80}{220 \,.\, 4{,}0}\,\mathrm{s} \doteq 380\,\mathrm{s} = 6\,\mathrm{min}\,20\,\mathrm{s}$$

Voda sa uvedie do varu najskôr za 6 min 20 s.

d) Je náš výpočet reálny? Nemali by sme uvažovať aj o energii, ktorá sa nevyužije na ohrev vody?
Časť tepla sa odvedie stenami nádoby a povrchom kvapaliny do okolitého prostredia. Preto skutočná doba ohrevu bude väčšia ako vypočítaná hodnota τ.

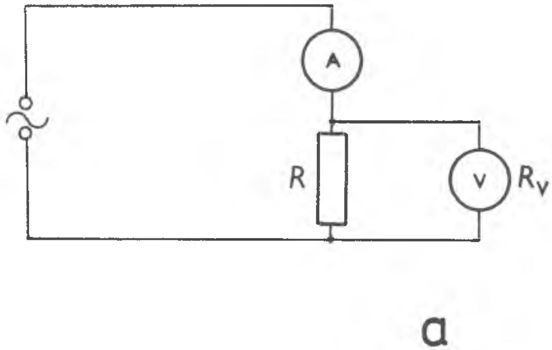
e) Je zapojenie pri meraní hodnôt U, I správne? Nedopúšťame sa nejakej chyby pri meraní prúdu I alebo napätia U?

Riešenie

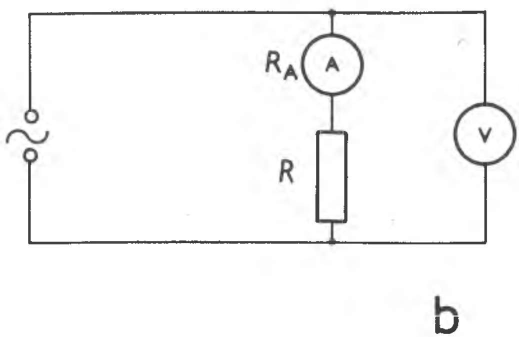
Možno si zvoliť jedno z dvoch zapojení na obr. II a, b.

Pri zapojení a sa dopúšťame chyby pri meraní prúdu I. Meriame nielen prúd prechádzajúci rezistorom (s odporom R), ale súčasne aj prúd prechádzajúci voltmetrom (s vnútorným odporom R_V).

Pri zapojení b sa dopúšťame chyby pri meraní napätia U. Meriame nielen napätie na rezistore (s odporom R), ale aj na ampérmetri (s vnútorným odporom R_A).



Obr. IIa



Obr. IIb

Keď uvažujeme, že vnútorný odpor R_V voltmetra býva asi 1000 Ω na jeden volt meraného napätia a použitý ampérmeter by mal vnútorný odpor R_A asi 1 Ω, vychádza, že správne zapojenie je podľa schémy na obr. IIa. Úvahu a dôkaz však budeme môcť urobiť, až keď sa na hodinách fyziky dobre oboznámime s Kirchhoffovými zákonmi a naučíme sa ich používať.

Azda by sme si mohli položiť aj viac otázok. Zatiaľ nám však stačí si uvedomiť, že aj za úlohou, ktorá je na prvý pohľad jednoduchá, môžu sa skrývať príležitosti na rozmýšľanie. Každá z týchto príležitostí predstavuje problém, ktorý by sme mali riešiť, ak chceme využiť, čo nám fyzikálne úlohy ponúkajú — ak sa chceme naučiť poznávať svet a porozumieť mu.

Ako riešime problémy

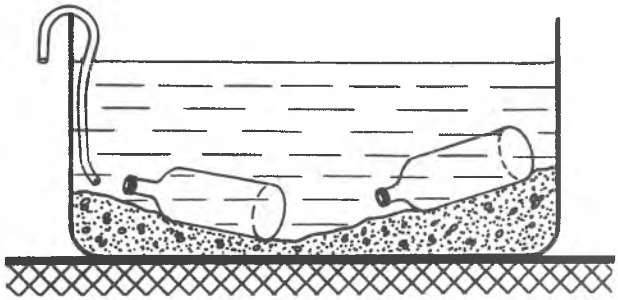
Fyzikálne javy sú veľmi rozmanité, preto sa navzájom veľmi odlišujú aj fyzikálne úlohy, v ktorých nachádzame problémy. Napriek týmto rozdielom postupujeme pri riešení úloh vo väčšine prípadov podobne — v niekoľkých po sebe nasledujúcich krokoch. Tieto kroky môžeme zoradiť do postupnosti, ktorá predstavuje základ plánu riešenia fyzikálnej úlohy:

1. Zápis textu úlohy, výpis daných hodnôt veličín a ich vyjadrenie s ohľadom na jednotku veličiny, ktorej hodnotu máme určiť.
2. Čítanie zápisu, objavenie problému a jeho nová slovná formulácia.
3. Vyslovenie domnienky (hypotézy) riešenia.
4. Analýza fyzikálnej situácie v úlohe (myšlienkový experiment, náčrt situácie, kreslenie kvalitatívnych grafov).
5. Zhromažďovanie ďalších potrebných údajov a doplnenie tabuľky daných hodnôt.
6. Všeobecné riešenie.
7. Riešenie s dosadením konkrétnych hodnôt do výsledku všeobecného riešenia.
8. Záver (porovnanie výsledku s hypotézou a výsledkami analýzy) a jeho slovná formulácia.
9. Diskusia o výsledku (a o možnostiach jeho experimentálneho overenia).
10. Hľadanie nových fyzikálnych a iných súvislostí medzi výsledkom úlohy a známymi fyzikálnymi javmi.

Aby sme si ujasnili, ktoré činnosti sú v jednotlivých krokoch riešenia obsiahnuté, riešme úlohu (body 1—10 sú konkretizáciou daných požiadaviek v pláne riešenia fyzikálnej úlohy):

1. Na dne vodnej nádrže (obr. III) ležia dve otvorené sklené fľaše, každá s vnútorným objemom dutiny $V_V = 1{,}0\,l$ a s hmotnosťou $m_s = 0{,}60\,kg$. Môžeme fľaše zdvihnúť na hladinu (len) pomocou tenkej hadičky, ktorej dĺžka sa približne rovná hĺbke nádrže?

$$V_V = 1{,}0\,l = 1{,}0\,.\,10^{-3}\,m^3,\ m_s = 0{,}60\,kg$$



Obr. III

2. Zápis čítame, aby sme ho lepšie porozumeli. Aby sme si overili, či sme dobre pochopili, o čo v úlohe ide, formulujeme úlohu vlastnými slovami, bez toho, aby sme sledovali pôvodný text. Napríklad: „Máme použiť tenkú hadičku (a nič iné), aby sme zdvihli na hladinu otvorené fľaše, ktoré ležia na dne".

3. Zvyčajne až vtedy, keď dobre porozumieme textu úlohy, napadne nás, ako by sa mohla úloha vyriešiť. Tento „nápad" sa volá hypotéza riešenia. Prvá hypotéza nemusí byť vždy správna. Napríklad: „Koniec hadičky vsunieme do hrdla fľaše a budeme z nej odsávať vodu. Prázdna fľaša vystúpi na hladinu v dôsledku pôsobenia hydrostatickej vztlakovej sily".

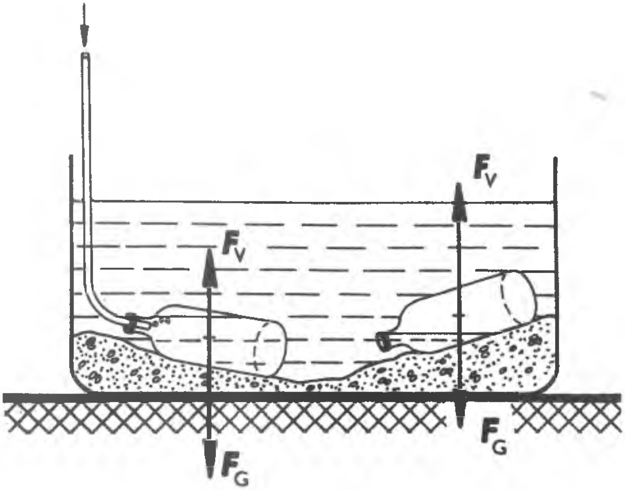
Vyslovenú hypotézu treba preskúmať a prijať, alebo, ak je nesprávna, zavrhnúť. Urobíme to v ďalšom kroku pri analýze situácie.

4. Pri tomto kroku robíme slovný rozbor (analýzu) fyzikálneho javu, ktorý je predmetom riešenej situácie. Zvyčajne si predstavujeme, ako by sme postupovali, keby sme tento jav skúmali experimentálne. Preto túto činnosť zvykneme nazývať aj myšlienkový experiment.

Myšlienkový experiment odkryje nesprávnosť našej hypotézy: Pri nasávaní kvapaliny z fľaše prúdi okolo hadičky dovnútra fľaše iná kvapalina — fľaša sa nevyprázdňuje. Preto treba hypotézu upraviť, alebo navrhnúť inú. Napríklad: „Hadičkou budeme vháňať do fľaše vzduch. Ak sa nám podarí nahradiť vodu vo fľaši sčasti vzduchom, vystúpi fľaša na hladinu“.

Myšlienkový experiment sa zväčša nezaobíde bez zobrazenia javu. Na obr. IV vidíme, že objem vzduchovej bubliny, a teda aj objem V_K kvapaliny, ktorá vo fľaši zostane, závisí od začiatočnej polohy fľaše na dne nádrže. Výsledok myšlienkového experimentu bude zasa závisieť od pomeru dvoch síl pôsobiacich na fľašu; vztlakovej sily $F_{VZ} = V\varrho g$ a tiažovej sily $F_G = (m_S + m_K)g$. V týchto vzťahoch $\varrho = 10^3\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$ je hustota vody, $V = V_V + V_S$ je (vonkajší) objem fľaše, $V_S = \dfrac{m_S}{\varrho_S}$ objem skla fľaše a ϱ_S je hustota skla. Zvyšok vody vo fľaši má hmotnosť m_K a hmotnosť vzduchovej bubliny vo fľaši zanedbáme.

Fľaša môže zrejme vyplávať na hladinu, ak $F_{VZ} \geqq F_G$. Treba teda určiť, akú najväčšiu hmotnosť m_K môže mať zvyšok vody vo fľaši, aby fľaša vyplávala na povrch (aby sa vznášala vo vode).



Obr. IV

5. Vo vzťahu $V_S = \dfrac{m_S}{\varrho_S}$ vystupuje neznáma hodnota ϱ_S hustoty skla. Vyhľadáme ju v tabuľkách; jej stredná hodnota je $\varrho_S = 2{,}5\,.\,10^3\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$. Poznáme teda hodnoty

$$V_V = 1{,}0\,\mathrm{l} = 1{,}0\,.\,10^{-3}\,\mathrm{m^3},\ \varrho_S = 2{,}5\,.\,10^3\,\mathrm{kg\,.\,m^3}$$

$$\varrho_K = 1{,}0\,.\,10^3\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}},\ m_S = 0{,}60\,\mathrm{kg}$$

Pri niektorých úlohách treba chýbajúce údaje doplniť meraním alebo pozorovaním skutočného (nie mysleného — ideálneho) javu. V takých prípadoch nevystačíme s myšlienkovou realizáciou experimentu. Tak napr. pri našej úlohe by sme museli odmerať hmotnosť (konkrétnej litrovej) fľaše vážením, keby hodnota m_S nebola súčasťou zadania úlohy.

6. Pri všeobecnom riešení robíme matematické úpravy vzťahov medzi známymi a neznámymi veličinami dovtedy, kým hľadanú veličinu nevyjadríme ako funkciu veličín, ktorých hodnoty poznáme. Napríklad

$$F_G < F_V$$

$$(m_S + m_K)g < (V_S + V_V)\varrho_K g$$

$$m_K < V_S\varrho_K + V_V\varrho_K - m_S$$

$$m_K < \frac{m_S}{\varrho_S}\varrho_K + V_V\varrho_K - m_S$$

Posledný vzťah predstavuje výsledok všeobecného riešenia.

7. Po dosadení číselných hodnôt vychádza

$$m_K < \frac{0{,}60\,.\,1{,}0\,.\,10^3}{2{,}5\,.\,10^3}\,\mathrm{kg} + 1{,}0\,.\,10^{-3}\,.\,1{,}0\,.\,10^3\,\mathrm{kg} - 0{,}60\,\mathrm{kg}$$

$$m_K < 0{,}64\,\mathrm{kg}$$

8. Výsledok vždy formulujeme aj slovne. Napríklad: Ak má fľaša vyplávať na hladinu, nesmie obsahovať viac ako 0,64 kg vody. Potom sa vrátime ešte raz k záverom nášho myšlienkového experimentu. Vidíme, že úlohu bolo možné vyriešiť v súlade s týmito závermi a s hypotézou riešenia.

9. V diskusii treba uvážiť, či výsledok, ktorý sme dostali, je reálny, či nie je v rozpore s našimi skúsenosťami, alebo predchádzajúcimi poznatkami. Uvážime, aký význam má výsledok pre vyriešenie nášho problému. Napríklad: „Z obidvoch fliaš znázornených na obr. IV vypláva pravdepodobne na hladinu nádrže len jedna. Druhá fľaša obsahuje vzduchovú bublinu, ktorá zaberá z celkového vnútorného objemu fľaše menšiu časť, ako potrebných 36 %.

10. Nakoniec uvažujeme, či záver, ku ktorému sme dospeli, môžeme rozšíriť aj na iné javy známe z každodennej praxe, z prírody alebo

z techniky. Pri čítaní populárno-vedeckej literatúry, dennej tlače alebo sledovaní televízie, nás iste napadne nejaká súvislosť. Napríklad: „Ako sa dopravujú z morského dna na hladinu vraky stroskotaných lodí“?

Náš problém s fľaškami v nádrži sme vyriešili. Použili sme pritom program skladajúci sa z desiatich krokov. Tento program by sme mali používať aj pri riešení ďalších fyzikálnych úloh. Uvidíme, že je to možné, aj užitočné. Občas však budeme musieť tento program,viac alebo menej, riešeniu úlohy prispôsobiť. Pri niektorých úlohách sa budeme musieť viac sústrediť na stanovenie hypotézy riešenia, inokedy zasa bude ťažisko riešenia v určení chýbajúcich fyzikálnych údajov alebo v úprave fyzikálnych vzťahov.

V zadaní niektorých fyzikálnych úloh (tzv. kvalitatívnych úloh) nebudú žiadne kvantitatívne údaje; ani nebudú na vyriešenie úlohy potrebné. Nebudeme nič počítať, viac sa sústredíme na logické a fyzikálne správne úvahy. Aj pri týchto úlohách však budeme musieť poznať a vedieť použiť matematicky vyjadrené fyzikálne závislosti.

Pri iných úlohách, ktoré budeme nazývať kvantitatívne, budú hodnoty fyzikálnych veličín dané, podobne ako pri našej úlohe s fľašami.

Pri niektorých kvantitatívnych úlohách treba spracúvať výsledky fyzikálnych meraní (ako v laboratóriu), alebo niektoré hodnoty merať. Takéto úlohy nazveme experimentálne fyzikálne úlohy.

Hoci bude riešená úloha patriť ku ktorémukoľvek zo spomenutých typov, nesmieme zabúdať na to, čo je pre všetky fyzikálne úlohy spoločné: Každá z nich sa zaoberá javom, ktorý je súčasťou nášho okolia. Preto pri riešení každej úlohy hľadajme najprv jej súvislosť s prostredím, ktoré nás obklopuje. Tak najlepšie porozumieme nielen úlohe, ale aj svetu, v ktorom žijeme.

1. ročník

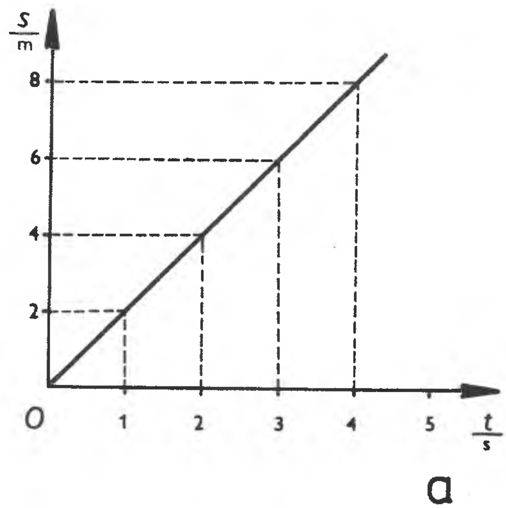
1. KINEMATIKA HMOTNÉHO BODU

Telesá, alebo ich časti, ktoré menia svoju polohu vzhľadom na iné telesá, konajú mechanický pohyb. Pre zjednodušenie opisu mechanického pohybu nahrádzame teleso hmotným bodom.

Pohyb, pri ktorom hmotný bod prejde v ľubovoľných, ale rovnakých časových intervaloch rovnaké dráhy, nazýva sa rovnomerný pohyb. Veľkosť rýchlosti rovnomerného pohybu je daná vzťahom $v = \frac{s}{t}$, kde s je dráha, ktorú prejde hmotný bod za čas t. Predpokladáme, že v okamihu 0, od ktorého počítame čas, je prejdená dráha 0. Jednotkou rýchlosti je $\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$.

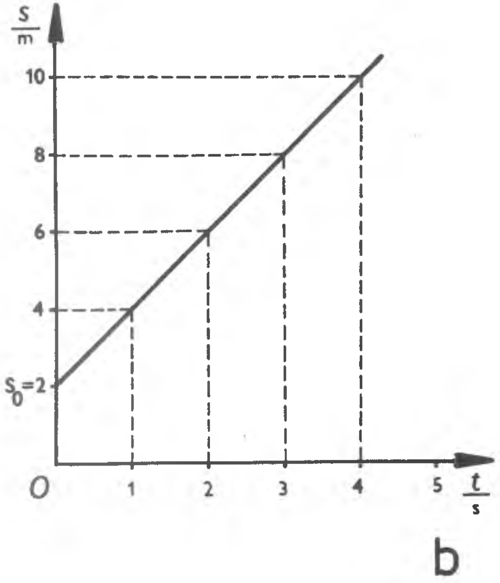
Dráhu rovnomerného pohybu určíme zo vzťahu $s = vt$, ak sú začiatočné podmienky $t_0 = 0$, $s_0 = 0$.

Grafom závislosti dráhy s rovnomerného pohybu od času t je polpriamka, ktorá prechádza začiatkom súradnicovej sústavy (obr. 1-1a). Veľkosť rýchlosti na obrázku je $2\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$.

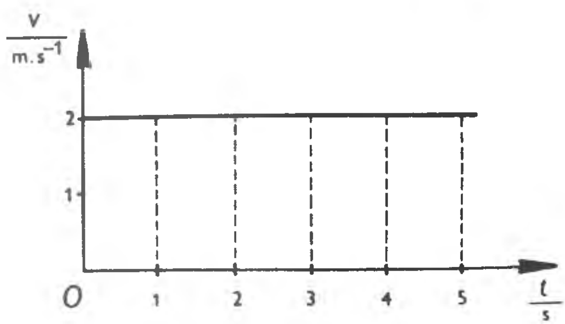


Obr. 1-1a

Ak $t_0 = 0$, $s_0 \neq 0$, pre dráhu s rovnomerného pohybu platí $s = s_0 + vt$. Grafom závislosti dráhy od času v tomto prípade je časť priamky, ktorá na osi dráhy prechádza bodom s_0 (obr. 1-1b).



Obr. 1-1b



Obr. 1-2

Grafom závislosti rýchlosti rovnomerného pohybu od času je časť priamky, rovnobežná s časovou osou a pretínajúca os rýchlosti v bode určenom veľkosťou rýchlosti v (obr. 1-2).

Pohyb, ktorého rýchlosť sa v ľubovoľných, ale rovnakých úsekoch mení, nazýva sa nerovnomerný pohyb. Priemerná rýchlosť nerovnomerného pohybu je daná vzťahom $v_p = \frac{s}{t}$, kde s je dráha prejdená pri nerovnomernom pohybe za čas t. Rýchlosť nerovnomerného pohybu v istom časovom okamihu sa nazýva okamžitá rýchlosť $\boldsymbol{v}$. Je to rýchlosť, ktorou by sa hmotný bod pohyboval, keby od tohto okamihu bol jeho pohyb rovnomerný priamočiary.

Zmenu okamžitej rýchlosti v istom časovom úseku charakterizuje vektor zrýchlenia $\boldsymbol{a} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$. Jednotkou zrýchlenia je m . s^{-2}.

Nerovnomerný pohyb so stálym zrýchlením sa nazýva rovnomerne zrýchlený pohyb. Pre dráhu s a okamžitú rýchlosť $\boldsymbol{v}$ rovnomerne zrýchleného priamočiareho pohybu platí

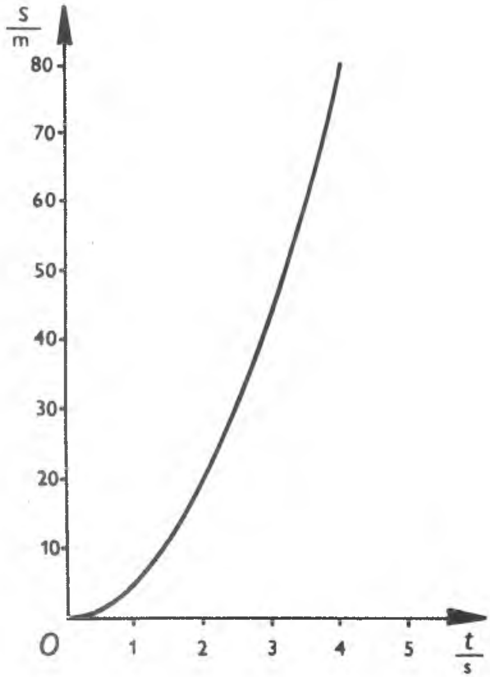
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2, \quad \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{a} t,$$

kde s_0 je dráha hmotného bodu a $\boldsymbol{v}_0$ jeho okamžitá rýchlosť v čase $t_0 = 0$. Keď v čase $t_0 = 0$ je začiatočná dráha $s_0 = 0$ a začiatočná rýchlosť $v_0 = 0$, dráhu a okamžitú rýchlosť rovnomerne zrýchleného pohybu určíme zo vzťahov $s = \frac{1}{2} a t^2$, $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{a} t$.

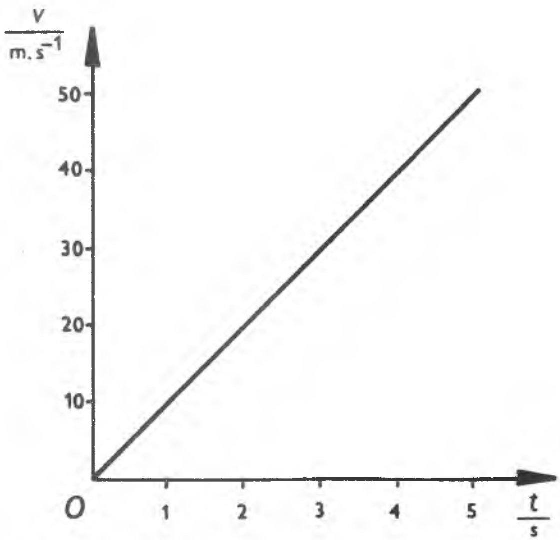
Grafom závislosti dráhy rovnomerne zrýchleného priamočiareho pohybu od času je časť paraboly (obr. 1-3). Grafom závislosti rýchlosti od času je časť priamky prechádzajúca začiatkom súradnicovej sústavy (obr. 1-4).

Pohyb, ktorého veľkosť rýchlosti je klesajúcou lineárnou funkciou času, nazýva sa rovnomerne spomalený pohyb. Zrýchlenie pri tomto pohybe má opačný smer ako okamžitá rýchlosť, preto pre dráhu rovnomerne spomaleného pohybu platí $s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$, pre veľkosť okamžitej rýchlosti $v = v_0 - at$.

Voľný pád, ktorý konajú voľne padajúce telesá vo vákuu, je pohyb rovnomerne zrýchlený (začiatočná rýchlosť $v_0 = 0$, začiatočná dráha $s_0 = 0$). Pre veľkosť dráhy voľného pádu platí $s = \frac{1}{2} g t^2$, kde g je tiažové zrýchlenie. Veľkosť normálneho tiažového zrýchlenia $g_n = 9{,}806\,65$ m . s^{-2} (presne) sa pri riešení úloh zaokrúhľuje najčastejšie



Obr. 1-3



Obr. 1-4

na $g = 9{,}81\ \mathrm{m\,.\,s^{-2}}$. Pre veľkosť okamžitej rýchlosti voľného pádu platí $v = gt$, alebo $v = \sqrt{2gs}$.

Hmotný bod koná rovnomerný pohyb po kružnici, ak za rovnaké ľubovoľne zvolené časové úseky opíše rovnako dlhé oblúky kružnice Δs, ktorým prislúchajú rovnako veľké uhly $\Delta\varphi$.

Okamžitá rýchlosť $\boldsymbol{v}$ hmotného bodu po kružnici má smer dotyčnice ku kružnici, po ktorej sa hmotný bod pohybuje a je kolmá na polomer kružnice v danom mieste. Pri rovnomernom pohybe hmotného bodu po kružnici má okamžitá rýchlosť stálu veľkosť, ale jej smer sa mení. Veľkosť okamžitej rýchlosti určíme zo vzťahu

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f$$

kde T je perióda pohybu (obežná doba), za ktorú sa rovnomerný pohyb po kružnici opakuje a f je frekvencia, čiže počet obehov za jednu sekundu $\left(f = \frac{1}{T}\right)$. Jednotkou frekvencie je hertz ($\mathrm{Hz} = \mathrm{s^{-1}}$).

Uhlová rýchlosť ω je určená pomerom uhla $\Delta\varphi$ a doby Δt, za ktorú hmotný bod tento uhol opísal, $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$. Uhol $\varphi = \frac{s}{r}$, kde s je oblúk kružnice a r je polomer tejto kružnice. Veľkosť uhla, ktorému prislúcha oblúk kružnice s rovnakou dĺžkou, ako je polomer kružnice, má číselnú hodnotu 1. Nazýva sa radián (rad). Jednotkou uhlovej rýchlosti je $\mathrm{rad\,.\,s^{-1}}$. Medzi uhlovou rýchlosťou ω a veľkosťou okamžitej rýchlosti v rovnomerného pohybu po kružnici platí vzťah

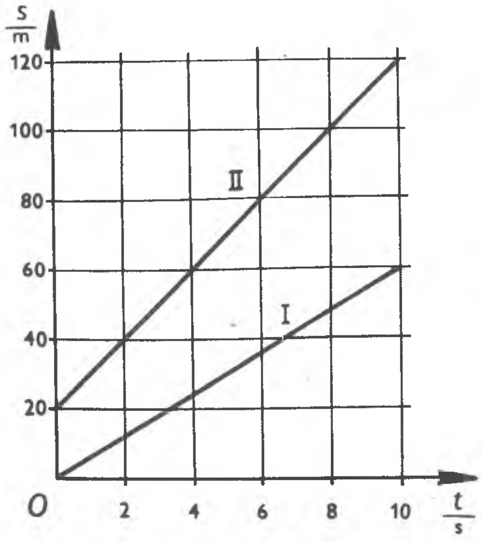
$$v = \frac{2\pi r}{T} = \omega r$$

Pri rovnomernom pohybe po kružnici má hmotný bod dostredivé zrýchlenie a_d. Vektor dostredivého zrýchlenia $\boldsymbol{a}_\mathrm{d}$ pri rovnomernom pohybe po kružnici má smer do stredu kružnice. Je kolmý na vektor okamžitej rýchlosti. Veľkosť dostredivého zrýchlenia je $a_\mathrm{d} = \frac{v^2}{r} = 4\pi^2 f^2 r$.

Úlohy

1. Pri lete kozmickým priestorom ťažko posúdiť, či sa raketa od Zeme vzďaľuje, približuje, alebo či je v pokoji. Ako možno tento jav vysvetliť?
2. Popri pozorovateľovi, ktorý stojí na okraji vozovky, prechádza kolóna nákladných automobilov; pohybujú sa rovnomerne. a) Pohybuje sa jeden nákladný automobil vzhľadom na druhý? b) Pohybuje sa každý automobil vzhľadom na pozorovateľa na okraji vozovky? c) Pohybuje sa pozorovateľ vzhľadom na nákladné automobily? d) Zmení sa niektorá z predchádzajúcich odpovedí, ak sa pozorovateľ pohybuje menšou rýchlosťou ako nákladné automobily v tom istom smere?
3. Určte v pravouhlej súradnicovej sústave Oxy polohu diváka v kine, ktorý má na lístku údaj: rad VIII, sedadlo 7, ak sú sedadlá v rade označené číslami 1 až 10.
4. Z paluby lode, ktorá sa pohybuje vzhľadom na pevninu rovnomerne priamočiaro, padá voľne kotva. Opíše kotva rovnakú trajektóriu vo vzťažnej sústave spojenej s loďou ako v sústave spojenej s pevninou?
5. Akú trajektóriu opisuje koniec ihly gramofónovej prenosky vzhľadom a) na povrch gramofónu, b) na prenosku, c) na otáčajúcu sa platňu?
6. Na obrázku 1-5 sú grafy závislosti dráhy od času vozidiel I a II. a) Vyjadrite znázornené závislosti dráhy pohybov od času rovnicami. b) Zostrojte ku grafom I a II grafy rýchlosti v jednej sústave súradníc.
7. Cyklista koná rovnomerný priamočiary pohyb. Vo vzdialenosti 2 000 m od miesta štartu sa obráti, po tej istej trajektórii prejde v opačnom smere 2 400 m a zastane. a) Aká je veľkosť a smer posunutia? b) Aká je dráha pohybu? c) Môže byť dráha cyklistu záporná?
8. a) Môže sa pri vektorovom skladaní dvoch posunutí výsledné posunutie číselne rovnať jednému zo skladaných posunutí? b) Môže byť veľkosť výsledného posunutia menšia, ako je menšie zo skladaných posunutí? Povedzte príklady.
9. Divák v hľadisku divadla sa posunul v tom istom rade zo sedadla

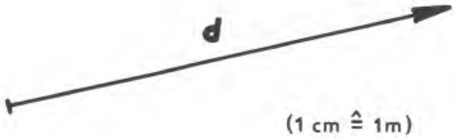
Obr. 1-5



č. 3 na sedadlo č. 7 a potom na sedadlo č. 1. Aká je veľkosť výsledného posunutia diváka, ak sedadlá sú tesne vedľa seba a šírka každého sedadla je 60 cm?

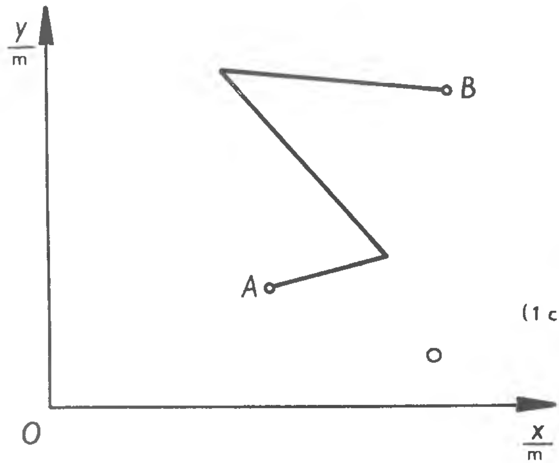
10. V pohybujúcom sa vlaku prechádza cestujúci po uhlopriečke dlážky jedného z vozňov v smere pohybu vlaku. Počas prechodu cestujúceho z jedného rohu do protiľahlého prejde vozeň vzdialenosť, ktorá sa rovná štyrom jeho dĺžkam. Zobrazte vektor posunutia cestujúceho vzhľadom na Zem.

11. Na obr. 1-6 je znázornené posunutie vozíka, ktoré vykonal za 12 s. Pohyb vozíka bol rovnomerný priamočiary. Určte a) veľkosť posunutia vozíka za 12 s, b) dráhu, ktorú prejde vozík za 12 s, c) veľkosť okamžitej rýchlosti vozíka na konci druhej a šiestej sekundy od začiatku pohybu.



Obr. 1-6

(1 cm ≙ 1 m)



Obr. 1-7

12. Na obr. 1-7 je znázornená trajektória, po ktorej sa hráč pohyboval na ihrisku z miesta A do miesta B za 6 s. Obrázok prekreslite do zošita a znázornite v ňom výsledný vektor posunutia telesa po jeho pohybe z miesta A do miesta B a zložky vektora posunutia do osí x a y (osi x a y splývajú so stranami ihriska). Ďalej určte a) dráhu, ktorú hráč prešiel za čas 6 s pri svojom pohybe z miesta A do miesta B, b) veľkosť výsledného posunutia hráča, c) veľkosť zložiek výsledného posunutia, d) priemernú rýchlosť hráča za 6 s (o hráčovi uvažujte ako o hmotnom bode).

13. Vlak sa pohybuje rovnomerne rýchlosťou veľkosti $72\,\mathrm{km\,.\,h^{-1}}$. Aká je veľkosť rýchlosti cestujúceho vzhľadom na koľajnice, ak ide rýchlosťou $1{,}5\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$ a) v smere pohybu vlaku, b) proti smeru pohybu vlaku.

* **14.** Chlapec vesluje na loďke rýchlosťou veľkosti $6\,\mathrm{km\,.\,h^{-1}}$. Loďku nasmeroval kolmo na protiľahlý breh vzdialený 600 m. Rieka unáša loďku rýchlosťou veľkosti $4\,\mathrm{km\,.\,h^{-1}}$. Aká je výsledná rýchlosť loďky vzhľadom na breh? Ako ďaleko unesie rieka loďku od miesta, kde by mala loďka pristáť? V akej vzdialenosti od miesta štartu loďka pristane?

15. Cestujúci v rýchliku sa díva cez okno na vlak, ktorý predbiehajú. Prekvapilo ho zistenie, že rýchlosť vlaku, v ktorom sedí, sa v okamihu, v ktorom zaostal za jeho oknom rušeň predbiehajúceho vlaku, prudko zväčšila. a) Vysvetlite tento jav. b) Čo by zistil cestujúci, keby vlaky išli v protismere? Odpoveď odôvodnite.

16. Ktoré z daných závislostí opisujú rovnomerný priamočiary pohyb: a) $s = At + B$, kde $A = 3\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, $B = 3\,\mathrm{m}$, b) $s = C + Dt^2$, kde $C = 2\,\mathrm{m}$, $D = 5\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$, c) $v = E + Ht$, kde $E = 5\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, $H = 3\,\mathrm{m}$?

17. Vlak sa pohyboval priemernou rýchlosťou $15\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$. Automobil prešiel za 2 hodiny dráhu 120 km. Ktorý z nich išiel väčšou priemernou rýchlosťou?

18. Cyklista trénuje jazdu na nekonečnom páse. Ako môže určiť veľkosť rýchlosti svojej jazdy, keď vzhľadom na steny miestnosti nezmenil svoju polohu?

19. Akou priemernou rýchlosťou sa pohyboval bežec, ktorý prebehol dráhu 200 m za 20,78 s a cyklista, ktorý prešiel dráhu 166 km za 4 h 16 min 35 s? Rýchlosť vyjadrite v $\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$.

20. Automobil prešiel prvú tretinu dráhy s stálou rýchlosťou s veľkosťou v_1, ďalšie dve tretiny rýchlosťou s veľkosťou v_2; priemerná rýchlosť bola v. Riešte pre hodnoty $v = 36\,\mathrm{km\,.\,h^{-1}}$, $v_2 = 72\,\mathrm{km\,.\,h^{-1}}$. Vypočítajte veľkosť rýchlosti automobila v_1 v prvej tretine dráhy.

Riešenie

$s_1 = \dfrac{s}{3}$, $s_2 = \dfrac{2s}{3}$, $v_2 = 20\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, $v = 10\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$; $v_1 = ?$

Automobil prešiel prvú tretinu dráhy s za čas t_1 a ďalšie dve tretiny dráhy za čas t_2. Čas, za ktorý prešiel celú dráhu s, je $t = t_1 + t_2$, $t = \dfrac{s}{v}$, $t_1 = \dfrac{s_1}{v_1}$, $t_2 = \dfrac{s_2}{v_2}$. Z týchto rovníc úpravou vyjadríme rýchlosť v_1

$$\frac{s}{v} = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}, \qquad \frac{s}{v} = \frac{s}{3v_1} + \frac{2s}{3v_2}, \qquad v_1 = \frac{v\,v_2}{3v_2 - 2v},$$

$$v_1 = \frac{10\,.\,20}{3\,.\,20 - 2\,.\,10}\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}} = 5\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$$

Veľkosť rýchlosti automobilu v prvej tretine dráhy bola $5\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$.

21. Atlét prebehol dráhu 400 m v bezvetrí rovnomerným pohybom za 45,35 s. Akou veľkou rýchlosťou sa pohyboval? Ako by sa zmenil čas atléta, keby fúkal vietor s veľkosťou rýchlosti 2,0 m . s^{-1} v smere proti jeho pohybu?

22. Priekopník českého letectva, inžinier A. Kašpar, preletel v roku 1911 lietadlom vlastnej konštrukcie vzdialenosť Pardubice—Praha (120 km) za 92 minút. Akou priemernou rýchlosťou letel? Rýchlosť vyjadrite v m . s^{-1}.

23. Reaktívne lietadlo TU 104 letelo z Moskvy do Prahy priemernou rýchlosťou 960 km . h^{-1}. Pohybovalo sa nadzvukovou rýchlosťou? Rýchlosť zvuku vo vzduchu pri teplote 20 °C je 343 m . s^{-1}.

* 24. Môže pozorovateľ v tmavej noci určiť, či sa pozorovaný objekt pohybuje, alebo je v pokoji, ak ho uvidel len v žiari blesku za čas približne 4 . 10^{-4} s? Aby pohyb bol pozorovateľný, musel by objekt zmeniť polohu aspoň o 2,5 cm.

25. Zložte dva vektory rýchlostí $\boldsymbol{v}_1$ a $\boldsymbol{v}_2$ znázornené orientovanými úsečkami ***OA*** a ***OB*** v súradnicovej sústave Oxy. Súradnice bodov sú $O = [0\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}},\ 0\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}]$, $A = [4\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}},\ 5\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}]$, $B = [3\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}},\ 2\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}]$. Určte súradnice bodu C výsledného vektora rýchlosti znázorneného orientovanou úsečkou ***OC***. Úlohu riešte graficky.

26. Parašutista padá v bezvetrí rovnomerne rýchlosťou veľkosti 8,0 m . s^{-1}. Určte veľkosť a smer (vzhľadom na zvislý smer) výslednej rýchlosti pohybu parašutistu, keď fúka bočný vietor rýchlosťou veľkosti 2,0 m . s^{-1}.

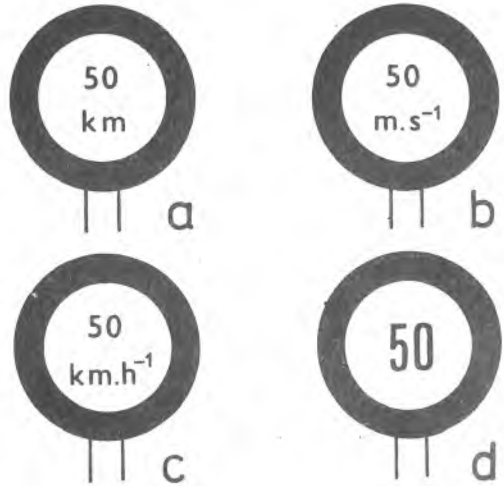
27. Dopravná značka na obrázku 1-8 zakazuje jazdiť väčšou rýchlosťou, ako je číselná hodnota rýchlosti uvedená na značke. a) Na ktorých značkách a—d na obrázku je správne uvedená jednotka rýchlosti? b) Rozhodnite, či je rýchlosť na značke priemerná, alebo okamžitá.

28. Môže nastať prípad, že veľkosť priemernej a okamžitej rýchlosti telesa, ktoré sa pohybuje nerovnomerne, je rovnaká? Odôvodnite.

29. O aké rýchlosti ide v nasledujúcich prípadoch: a) rýchlosť lopty pri dopade na zem je 10 m . s^{-1}, b) automobil prešiel vzdialenosť medzi mestami rýchlosťou 20 m . s^{-1}, c) rýchlosť pohybu kladiva tesne pred dopadom na kovadlinu je 8 m . s^{-1}, d) rýchlosť lyžiara pri zjazde bola 15 m . s^{-1}.

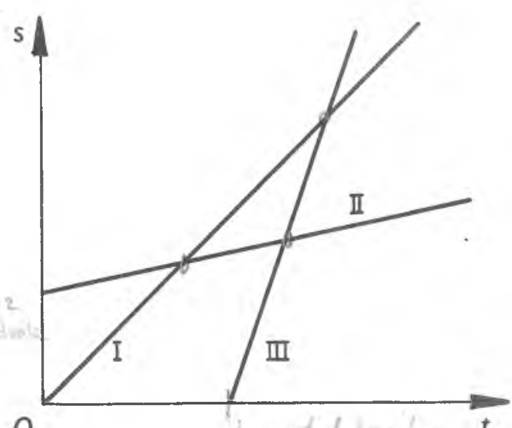
30. Zo stanice vyšiel nákladný vlak, ktorý sa pohyboval rovnomerne rýchlosťou veľkosti 36 km . h^{-1}. O 30 minút neskôr vyšiel zo stani-

Obr. 1-8

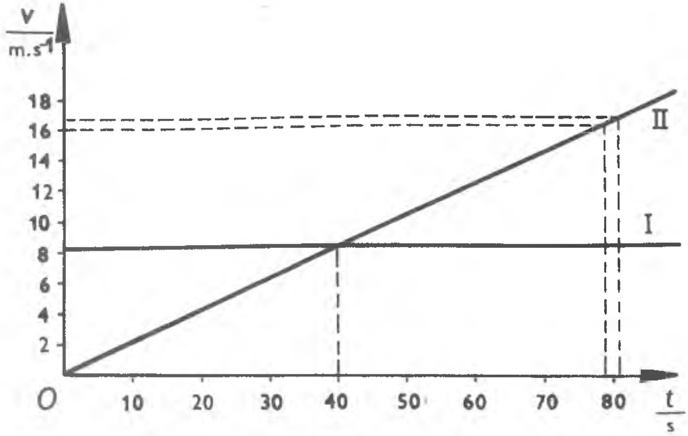


ce rovnakým smerom expres stálou veľkosťou rýchlosti 72 km . h^{-1}. Za aký čas od odchodu nákladného vlaku a v akej vzdialenosti od stanice sa vlaky obchádzajú? Úlohu môžete riešiť aj graficky.

31. Na obrázku 1-9 sú grafy závislosti dráhy od času troch telies. a) Aký druh pohybu konajú tieto telesá? b) Aký fyzikálny význam má priesečník grafu III s osou času a grafu II s osou dráhy? c) Vysvetlite fyzikálny význam priesečníkov grafov I—III na obrázku. d) Ktoré teleso má najväčšiu rýchlosť?



Obr. 1-9



Obr. 1-10

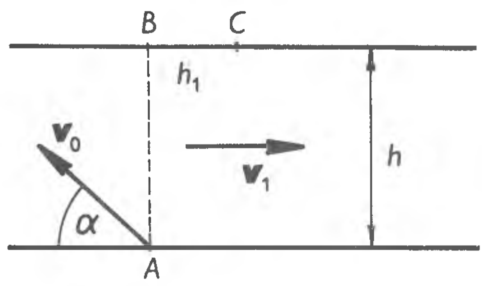
* **32.** Na obrázku 1-10 sú grafy závislosti rýchlosti od času vozidiel I a II, ktoré sú v čase $t = 0$ vedľa seba. a) Za aký čas budú tieto vozidlá opäť vedľa seba, ak idú po tej istej ceste? b) Určte za predpokladu, že vozidlo II (ktorému prislúcha graf II) sa aj ďalej bude pohybovať rovnomerne zrýchlene, za aký čas od štartu dosiahne maximálnu rýchlosť povolenú v osade ($60\,\mathrm{km\,.\,h^{-1}}$).

* **33.** Zostrojte na milimetrový papier grafy dráhy dvoch vozidiel v závislosti od času, ktoré sa pohybujú zo spoločného miesta rovnomerne rýchlosťami veľkosti $10\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$ a $25\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$. Druhé vozidlo vyštartovalo o 3 s za prvým. Grafy zostrojte v jednej súradnicovej sústave. a) V akej vzdialenosti a za aký čas od štartu prvého vozidla príde druhé vozidlo na úroveň prvého? b) Aká bola vzdialenosť medzi vozidlami na začiatku piatej a na konci šiestej sekundy?

34. Na pretekoch sa v úseku medzi tretím až piatym kilometrom rovnomerne pohybujú dva automobily. Vzdialenosť medzi nimi sa však priamo úmerne zväčšuje. V čom sú rozdielne a) grafy závislosti dráhy od času jednotlivých automobilov, b) grafy závislosti rýchlosti od času automobilov?

35. Kormidelník sa plaví na loďke cez rieku. Aby sa z bodu A preplavil do bodu B na protiľahlom brehu (obr. 1-11), smeruje loďku k brehu pod uhlom α proti prúdu rieky. Určte veľkosť rýchlosti v_0 loďky vzhľadom na vodu, ak je šírka rieky h, veľkosť rýchlosti

Obr. 1-11



prúdu vody v_1 a loďka pristála na druhom brehu vo vzdialenosti h_1 od bodu B v smere prúdu rieky.

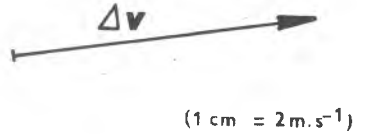
36. Veľkosť rýchlosti automobilu je 54 km . h^{-1}, veľkosť rýchlosti vetra proti pohybu automobilu je 8 m . s^{-1}. Aká je veľkosť rýchlosti vetra v súradnicovej sústave spojenej s automobilom?

* **37.** Motorový čln jazdí a) z miesta A na brehu jazera pri ústí rieky do miesta B, ktoré leží na brehu jazera; b) z miesta A proti prúdu rieky do miesta C na brehu rieky. Vzdialenosť $AB = AC = s$, veľkosť rýchlosti motorového člna vzhľadom na vodnú hladinu jazera je v_1, veľkosť rýchlosti prúdu rieky je v_2. Určte, ktorú cestu prejde motorový čln za dlhší čas — z miesta A do B a späť alebo z miesta A do C a späť.

38. Čo možno povedať o pohybe hmotného bodu, ak: a) $v =$ konšt., b) $\mathbf{v} =$ ***konšt.***, c) $\dfrac{\Delta v}{\Delta t} =$ konšt., d) $\dfrac{\Delta v}{\Delta t} = 0$?

39. Hmotný bod sa pohybuje rovnomerne zrýchlene v smere osi x so zrýchlením s veľkosťou $a = 2\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$. V čase $t_0 = 0$ bol v bode so súradnicou $x_0 = 5\,\mathrm{m}$ a mal rýchlosť $v_0 = 8\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$. a) Napíšte vzťahy, ktoré vyjadrujú závislosť rýchlosti a závislosť dráhy hmotného bodu od času. b) Určte čas, v ktorom rýchlosť hmotného bodu bude mať veľkosť 40 m . s^{-1}. c) Určte čas, v ktorom bude hmotný bod mať súradnicu $x = 110\,\mathrm{m}$.

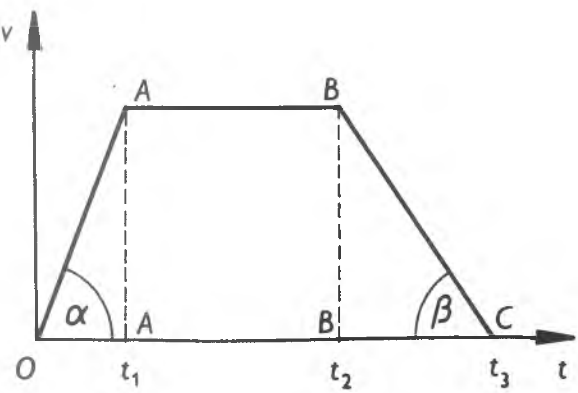
40. Rýchlosť vlaku na priamej trati je 80 km . h^{-1}. Vo vzdialenosti 3 km pred stanicou, v ktorej má zastávku, začne sa vlak pohybovať rovnomerne spomalene. Určte a) veľkosť a smer zrýchlenia vlaku v tomto úseku, b) okamžitú rýchlosť vlaku za 5 s od začiatku brzdenia, c) čas, za ktorý bol pohyb vlaku rovnomerne spomalený.



Obr. 1-12

41. Na obr. 1-12 je znázornená zmena okamžitej rýchlosti auta pri jeho zrýchľovaní za čas 8 s. Určte veľkosť výslednej rýchlosti auta po ôsmich sekundách, ak na začiatku zrýchľovania bola veľkosť rýchlosti auta 2 m . s^{-1}. Pohyb auta v danom čase bol priamočiary rovnomerne zrýchlený.

* **42.** Na obrázku 1-13 je graf závislosti rýchlosti vozidla od času. a) Aký pohyb konalo vozidlo v úseku *OA*; akým vzťahom možno vyjadriť dráhu a zrýchlenie vozidla v tomto úseku? b) Odpovedzte na otázky ako v úlohe a) pre pohyb vozidla na úsekoch *AB* a *BC*. c) Zostrojte podľa grafu $v = f(t)$ graf $s = f(t)$ a vysvetlite ho.



Obr. 1-13

43. Vlak sa rozbiehal z pokoja zo stanice so stálym zrýchlením ***a***. Veľkosť rýchlosti vlaku na konci tretej sekundy bola 5 m . s^{-1}. Prešiel vlak za tretiu sekundu dráhu väčšiu, menšiu, alebo rovnajúcu sa 5 m?

44. Vlak sa rozbieha so stálym zrýchlením s veľkosťou 0,6 m . s^{-2}. Za aký čas dosiahne rýchlosť s veľkosťou 20 m . s^{-1}? Akú dráhu pritom prejde?

45. Pohyb hmotného bodu, ktorého začiatočná rýchlosť bola $v_0 = 2{,}0$ m . s^{-1}, je v tabuľke. Určte veľkosť rýchlosti v_k hmotného bodu na konci pohybu, celkovú prejdenú dráhu s a priemernú rýchlosť v_p pohybu. Úlohu riešte analyticky a graficky.

Riešenie

$v_0 = 2\,\mathrm{m}\,.\,\mathrm{s}^{-1}$; $v_k = ?$ $s = ?$ $v_p = ?$

$$v_k = v_0 + a_2\,\Delta t_2 + a_3\,\Delta t_3 - a_4\,\Delta t_4 = 5\,\mathrm{m}\,.\,\mathrm{s}^{-1}$$

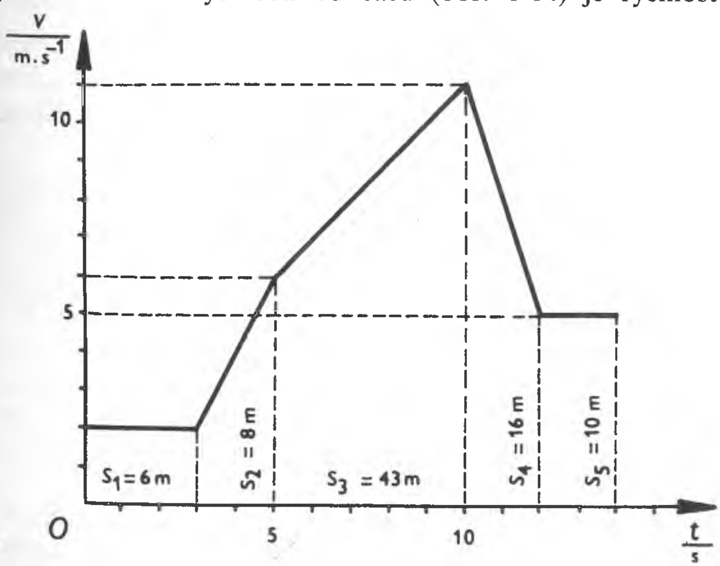
$$s = v_0\,\Delta t_1 + \left(v_0\,\Delta t_2 + \frac{1}{2}a_2\,\Delta t_2^2\right) + \left[(v_0 + a_2\Delta t_2)\,\Delta t_3 + \frac{1}{2}a_3\,\Delta t_3^2\right] +$$

$$+ \left[(v_0 + a_2\,\Delta t_2 + a_3\,\Delta t_3)\,\Delta t_4 - \frac{1}{2}a_4\,\Delta t_4^2 + v_k\,\Delta t_5\right] = 82{,}5\,\mathrm{m}$$

$$v_p = \frac{s}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \Delta t_4 + \Delta t_5} = \frac{82{,}5}{3 + 2 + 5 + 2 + 2}\,\mathrm{m}\,.\,\mathrm{s}^{-1} =$$

$$= 5{,}9\,\mathrm{m}\,.\,\mathrm{s}^{-1}$$

Veľkosť rýchlosti hmotného bodu na konci pohybu je $5{,}0\,\mathrm{m}\,.\,\mathrm{s}^{-1}$, celková dráha je 82,5 m a priemerná rýchlosť pohybu je $5{,}9\,\mathrm{m}\,.\,\mathrm{s}^{-1}$. Na grafe závislosti rýchlosti od času (obr. 1-14) je rýchlosť



Obr. 1-14

$v_k = 5\,m.s^{-1}$. Dráhu s určíme sčítaním obsahu plôch ohraničených osou času a grafom $s = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 \doteq 82{,}5\,m$. Priemernú rýchlosť pohybu určíme ako v predchádzajúcom prípade.

i	$\frac{\Delta t_i}{s}$	$\frac{a_i}{m.s^{-2}}$	Druh pohybu
1	3	0	rovnomerný
2	2	2	rovnomerne zrýchlený
3	5	1	rovnomerne zrýchlený
4	2	3	rovnomerne spomalený
5	2	0	rovnomerný (s rýchlosťou, ktorú mal na konci rovnomerne spomaleného pohybu)

46. Pre pohybujúce sa hmotné body sú dané začiatočná veľkosť rýchlosti v_0, veľkosť zrýchlenia a a čas t takto:

a) $v_0 = 2\,m.s^{-1}$, $a = 1\,m.s^{-2}$, $t = 6\,s$, $s_0 = 0$
b) $v_0 = 2\,m.s^{-1}$, $a = 0$, $t = 6\,s$, $s_0 = 0$
c) $v_0 = 0$, $a = 0$, $t = 6\,s$, $s_0 = 0$
d) $v_0 = 0$, $a = 1\,m.s^{-2}$, $t = 6\,s$, $s_0 = 0$

Pre jednotlivé prípady zostrojte grafy závislosti dráhy od času a grafy závislosti rýchlosti od času a povedzte 1. aký druh pohybu hmotné body konajú, 2. ako sa zmenia grafy, ak sa zväčší veľkosť rýchlosti v_0 v úlohe b) na dvojnásobok.

47. Guľa sa pohybuje po hladkej naklonenej rovine rovnomerne zrýchlene s nulovou začiatočnou rýchlosťou. V druhej sekunde prešla dráhu 21 cm. Akú dráhu prešla za prvé dve sekundy?

48. Veľkosť zrýchlenia telesa je $3{,}0\,m.s^{-2}$; smer zrýchlenia je opačný ako smer okamžitej rýchlosti, veľkosť začiatočnej rýchlosti je $24{,}0\,m.s^{-1}$. a) Napíšte rovnicu na určenie veľkosti okamžitej rýchlosti. b) Akú veľkosť okamžitej rýchlosti má teleso na konci ôsmej sekundy od začiatku merania času? c) Akú veľkosť okamžitej rýchlosti má na konci dvanástej sekundy? Aký fyzikálny význam má tento výsledok?

* **49.** Dve telesá sa začali pohybovať súčasne z toho istého miesta tým istým smerom. Jedno koná rovnomerný pohyb s veľkosťou rých-

losti 98,0 m . s^{-1}, druhé rovnomerne zrýchlený pohyb s nulovou začiatočnou rýchlosťou a so zrýchlením s veľkosťou 9,8 m . s^{-2}. Za aký čas a v akej vzdialenosti od miesta štartu dostihne druhé teleso prvé? Úlohu riešte graficky aj analyticky.

50. Teleso prešlo rovnomerne zrýchleným pohybom dráhu s za čas t. Veľkosť rýchlosti telesa sa v porovnaní so začiatočnou rýchlosťou za tento čas zväčšila n-krát. Určte veľkosť zrýchlenia telesa.

51. Športovec, ktorý bežal stálou rýchlosťou s veľkosťou 6,0 m . s^{-1}, zastavil sa za čas 5 s. a) Aká bola veľkosť jeho zrýchlenia, keď pri zastavovaní sa pohyboval rovnomerne spomalene? b) Aká bola jeho priemerná rýchlosť pri zastavovaní? c) Akú dráhu prešiel za ostatných 5 s?

52. Vlak ide rovnomerným pohybom rýchlosťou veľkosti 72 km . h^{-1} po vodorovnej trati. Na istom úseku trate sa začne pohybovať rovnomerne spomalene so zrýchlením s veľkosťou 0,1 m . s^{-2}. Aká je brzdná dráha vlaku? Za aký čas od začiatku brzdenia sa zastaví?

53. Vozík na koľajniciach vozíčkovej demonštračnej súpravy sa pohyboval so stálym zrýchlením veľkosti 0,08 m . s^{-2} pri začiatočných podmienkach $v_0 = 0$, $s_0 = 0$. a) Vypočítajte dráhy, ktoré prešiel vozík za čas 1 s, 2 s, 3 s, 4 s, 5 s. Zostavte usporiadané dvojice dráhy a času do tabuľky. b) Z tabuľky zistite, aké dráhy prejde vozík v jednotlivých po sebe nasledujúcich sekundách. V akom pomere sú tieto dráhy?

54. Strela prenikla do násypu do hĺbky 1,4 m. Aká bola veľkosť jej rýchlosti pri dopade na povrch násypu, ak pohyb strely v zemine trval 0,02 s? Predpokladáme, že pohyb v zemine bol rovnomerne spomalený.

55. Rušňovodič rýchlika, ktorý sa pohyboval rýchlosťou veľkosti 108 km . h^{-1}, zbadal vo vzdialenosti 180 m pred sebou nákladný vlak pohybujúci sa tým istým smerom rýchlosťou veľkosti 32,4 km . h^{-1}. Rušňovodič zabrzdil a rýchlik sa začal pohybovať rovnomerne spomalene so zrýchlením s veľkosťou 1,2 m . s^{-2}. Rozhodnite, či vzdialenosť 180 m stačila na to, aby nenastala zrážka. Úlohu riešte analyticky aj graficky.

Riešenie

$v_1 = 30\,\text{m}\,.\,\text{s}^{-1}$, $v_2 = 9\,\text{m}\,.\,\text{s}^{-1}$, $a = 1{,}2\,\text{m}\,.\,\text{s}^{-2}$, $s_0 = 180\,\text{m}$; $s_1 = ?$, $s_2 = ?$

Dráhu rýchlika pri brzdení určíme zo vzťahu $s_1 = v_1 t - \frac{1}{2}at^2$.

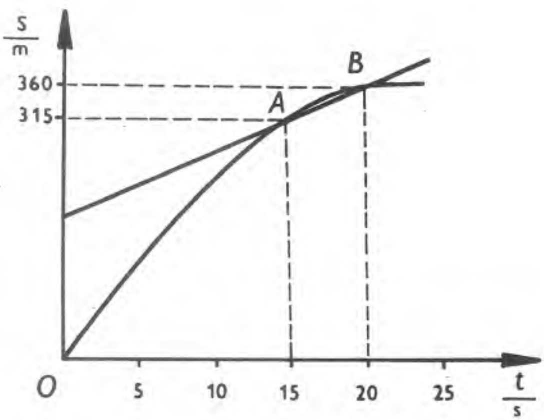
Dráhu s_2 nákladného vlaku, ktorý bol na začiatku pohybu vo vzdialenosti s_0 pred rýchlikom, vyjadríme vzťahom $s_2 = v_2 t + s_0$. Pri zrážke vlakov $s_1 = s_2$ a po úprave rovníc bude

$$\frac{1}{2}at^2 + (v_2 - v_1)\,t + s_0 = 0$$

Z kvadratickej rovnice vyjadríme čas

$$t_{1,2} = \frac{v_1 - v_2 \pm \sqrt{v_2^2 - v_1^2 - 2as_0}}{a}, \quad t_1 = 20\,\text{s},\ t_2 = 15\,\text{s}$$

Po dosadení času t_1 do rovníc pre dráhy s_1 a s_2 dostaneme výsledok $s_1 = s_2 = 360\,\text{m}$. Po dosadení času t_2 do rovníc pre dráhy s_1 a s_2 dostaneme výsledok $s_1' = s_2' = 315\,\text{m}$. Pretože $s_1' < s_1$, vlaky sa zrazia v čase $t_2 = 15\,\text{s}$. Brzdná dráha 180 m nestačila, aby sa rýchlik zastavil. Grafické riešenie je na obrázku 1-15. Grafy závislosti dráhy od času oboch vlakov zostrojené v jednej súradnicovej sústave majú priesečníky v bodoch $A = [15\,\text{s}, 315\,\text{m}]$ a $B = [20\,\text{s}, 360\,\text{m}]$.



Obr. 1-15

Zrážka nastane vo vzdialenosti 315 m od začiatku brzdenia v čase 15 s (pozri obr. bod *A*).

56. Starogrécky filozof Aristoteles sa domnieval, že teleso s hmotnosťou 2 kg padá s dvojnásobne väčšou rýchlosťou ako teleso s hmotnosťou 1 kg. G. Galilei túto hypotézu vyvrátil, keď uvažoval o voľnom páde dvoch navzájom zviazaných telies, jedného s hmotnosťou 2 kg, druhého s hmotnosťou 1 kg. Podľa Aristotela by mali padať trikrát väčšou rýchlosťou ako teleso s hmotnosťou 1 kg. a) V čom videl Galilei rozpor? b) Akú hypotézu o voľnom páde postavil proti Aristotelovi?

57. Z akej výšky padalo voľným pádom teleso, ak pri dopade na zem malo veľkosť rýchlosti 82 km . h^{-1} (g = 9,81 m . s^{-2})?

58. Aká je priemerná rýchlosť voľne padajúceho telesa za prvú sekundu pádu, za prvé dve sekundy, za druhú štvrtinu sekundy a za druhú polovicu sekundy pádu (g = 9,81 m . s^{-2})?

59. Ako sa zmení veľkosť rýchlosti voľne padajúceho telesa v tretej sekunde pádu? Akú prejde teleso za tento čas dráhu?

60. Z akej výšky by muselo padať teleso, aby pri voľnom páde nadobudlo veľkosť rýchlosti, akú má zvuk vo vzduchu pri teplote 20 °C? Rýchlosť zvuku vo vzduchu pri 20 °C je 343 m . s^{-1}, g = 9,81 m . s^{-2}.

61. Voľne padajúce teleso má v bode *A*, ktorý leží na jeho trajektórii, veľkosť rýchlosti 30 m . s^{-1}; v nižšie položenom bode *B* je veľkosť rýchlosti telesa 70 m . s^{-1}. Za aký čas prejde teleso trajektóriu *AB*? Aká je vzdialenosť bodov *AB*?

* **62.** Parašutista klesá stálou rýchlosťou s veľkosťou 5 m . s^{-1}. Vo vzdialenosti 10 m od zemského povrchu mu spadla rukavica. Za aký čas za rukavicou pristane na zemi parašutista? Pôsobenie odporu vzduchu na rukavicu zanedbáme.

63. Aká je dovolená veľkosť okamžitej rýchlosti pri pristátí parašutistu, ak človek môže bezpečne skákať z výšky 2 m?

64. Za aký čas teleso voľne padajúce vo vákuu nadobudne rýchlosť s veľkosťou 29,4 m . s^{-1}? Akú dráhu prejde za tento čas?

* **65.** Dve telesá sa začnú súčasne pohybovať v zvislom smere nadol z dvoch rôznych výšok *H* a *h* nad povrchom Zeme. Jedno z nich voľne padá. Akú začiatočnú veľkosť rýchlosti musí mať druhé teleso, ak obe telesá dopadnú na povrch Zeme súčasne a pre výšky

platí, že $h < H$. Riešte najprv všeobecne, potom pre hodnoty $H = 30\,\mathrm{m}$, $h = 20\,\mathrm{m}$. Odpor prostredia zanedbáme.

66. Automobil ide rovnomerne v zákrute, ktorá je časťou kružnice. Rozhodnite, či má stálu veľkosť a smer rýchlosti, alebo sa vektor rýchlosti mení. Rozhodnite, či je zrýchlenie automobilu nulové, alebo či je vektor zrýchlenia nenulový a stály, alebo či sa veľkosť aj smer zrýchlenia mení. Urobte náčrtok a vysvetlite presný význam použitých pojmov, prípadne pojmy spresnite.

67. Brúsny kotúč s polomerom 0,3 m sa otáča okolo vodorovnej osi rovnomerným pohybom a vykoná štyri otáčky za sekundu. Na začiatku merania času bod *A*, umiestený na obvode kotúča, bol v najvyššej polohe nad podlahou. Určte a) polohu bodu *A* (uhol otočenia) za 0,2 s, b) veľkosť okamžitej rýchlosti a uhlovú rýchlosť bodu *A*, c) veľkosť dostredivého zrýchlenia tohto pohybu.

68. Aká je doba obehu kolesa automobilu s polomerom 0,5 m, ktoré sa pohybuje rovnomerne priamočiaro rýchlosťou veľkosti $72\,\mathrm{km\,.\,h^{-1}}$?

* **69.** Po vodorovnej rovine sa valí rovnomerným pohybom valec tak, že vykoná 3 otáčky za sekundu. Polomer valca je 0,6 m. a) Určte veľkosť dostredivého zrýchlenia a_d bodov valca, ktoré sú umiestené vo vzdialenosti 0,1 m, 0,2 m, 0,3 m a 0,4 m od osi otáčania. Zostrojte graf závislosti veľkosti odstredivého zrýchlenia rovnomerného pohybu po kružnici od vzdialenosti bodu od osi valca. b) Určte veľkosť postupnej rýchlosti osi valca.

70. Aká je veľkosť obvodovej rýchlosti a dostredivého zrýchlenia bodov na povrchu Zeme a) na rovníku, b) na 60° zemepisnej šírky? (Stredný polomer Zeme je 6 400 km.)

2. DYNAMIKA PRIAMOČIARYCH A KRIVOČIARYCH POHYBOV HMOTNÉHO BODU A SÚSTAV HMOTNÝCH BODOV

Dynamika vysvetľuje príčiny zmien pohybového stavu telesa vzájomným pôsobením okolitých telies alebo fyzikálnych polí. Toto pôsobenie opisuje fyzikálna veličina sila $\boldsymbol{F}$. Sila $\boldsymbol{F}$ je jednoznačne určená pôsobiskom, veľkosťou a smerom. Jednotkou sily je newton (N).

Základné zákony dynamiky hmotného bodu sú Newtonove pohybové zákony. Pohybový stav hmotného bodu opisuje fyzikálna veličina hybnosť $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$. Jednotkou hybnosti je kg . m . s^{-1}.

Podľa druhého pohybového zákona sa sila $\boldsymbol{F}$ rovná časovej zmene hybnosti, $\boldsymbol{F} = \dfrac{\Delta \boldsymbol{p}}{\Delta t}$. Ak sa hmotnosť hmotného bodu za dobu Δt nemení, platí

$$\boldsymbol{F} = \frac{\Delta \boldsymbol{p}}{\Delta t} = \frac{\Delta(m\boldsymbol{v})}{\Delta t} = m\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = m\boldsymbol{a}$$

Pre zrýchlenie platí vzťah $\boldsymbol{a} = \dfrac{\boldsymbol{F}}{m}$.

Sila, ktorou hmotný bod alebo teleso pôsobí na podložku alebo na záves, nazýva sa tiaž telesa $\boldsymbol{G}$. Tiažová sila $\boldsymbol{F}_G = m\boldsymbol{g}$ je sila, ktorou Zem pôsobí na hmotný bod alebo na teleso.

Sily skladáme ako vektory, $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \ldots + \boldsymbol{F}_n$. Výslednica síl závisí od veľkosti skladaných síl a od uhla, ktorý zvierajú vektorové priamky síl. Ak na hmotný bod pôsobí sústava síl, ktorých výslednica je nulová, zrýchlenie je tiež nulové a hybnosť hmotného bodu aj jeho rýchlosť vzhľadom na inerciálnu vzťažnú sústavu sa zachovávajú.

V inerciálnej vzťažnej sústave platí zákon zachovania hybnosti. Súčet hybností telies izolovanej sústavy je stály. Ak sa zmení hybnosť jedného telesa, musí sa zmeniť aj hybnosť niektorého z ďalších telies. V izolovanej sústave dvoch telies pre výslednú zmenu hybnosti telies s hmotnosťami m a M platí

$$\Delta(m\boldsymbol{v}_1) + \Delta(M\boldsymbol{v}_2) = \boldsymbol{0}$$

Pri priamočiarom pohybe telesa môže naň pôsobiť iné teleso alebo pole tak, že sila bude mať smer pohybu (teleso sa bude pohybovať so zrýchlením v smere rýchlosti), alebo smer proti pohybu (zrýchlenie telesa smeruje proti smeru rýchlosti).

Ak v každom okamihu pôsobí na hmotný bod sila stálej veľkosti, ale kolmo na smer rýchlosti (tzv. dostredivá sila), vzniká rovnomerný pohyb hmotného bodu po kružnici. Ak sa hmotný bod s hmotnosťou m pohybuje po kružnici s polomerom r stálou veľkosťou rýchlosti v, pre veľkosť dostredivej sily platia vzťahy:

$$F_d = ma_d = m\frac{v^2}{r} = mv\omega = mr\omega^2 = m\frac{4\pi^2}{T^2}r = m4\pi^2 f^2 r$$

pričom ω je uhlová rýchlosť, T je obežná doba (perióda) a f je frekvencia rovnomerného pohybu hmotného bodu po kružnici.

V neinerciálnych sústavách, ktoré sa vzhľadom na inerciálnu sústavu pohybujú so zrýchlením, pôsobia zotrvačné sily $\boldsymbol{F}_z$, pričom $\boldsymbol{F}_z = -m\boldsymbol{a}$, kde $\boldsymbol{a}$ je zrýchlenie danej sústavy. V neinerciálnej vzťažnej sústave neplatia Newtonove pohybové zákony.

Vo vzťažnej sústave, ktorá sa vzhľadom na inerciálnu sústavu rovnomerne otáča, vzniká zotrvačná odstredivá sila $\boldsymbol{F}_0 = -\boldsymbol{F}_d$. V danej sústave pôsobí na hmotný bod a smeruje von zo stredu kružnicovej trajektórie. Pre veľkosť odstredivej sily platia rovnaké vzťahy ako pre veľkosť dostredivej sily.

Úlohy

71. Sedíte v triede na stoličke. Povedzte aspoň tri vzťažné sústavy, vzhľadom na ktoré ste v pokoji a aspoň tri vzťažné sústavy, vzhľadom na ktoré sa pohybujete rovnomerne priamočiaro. Uveďte prípad vzťažnej sústavy, vzhľadom na ktorú ste v nerovnomernom alebo krivočiarom pohybe.

72. Predpokladajme, že sústava spojená s povrchom Zeme je inerciálna. Uvažujme o vlaku, ktorý prechádza rovnomerným priamočiarym pohybom okolo cestujúceho na druhom nástupišti stanice. Môžeme s týmto vlakom spojiť vzťažnú sústavu? Je táto sústava inerciálna? Vymenujte niektoré ďalšie inerciálne a neinerciálne sústavy.

73. Balón sa pohybuje rovnomerným pohybom zvisle nadol. Hmotnosť balóna vrátane záťaže je 1 500 kg, aerostatická vztlaková sila je 12 500 N. Akú časť záťaže musí posádka zhodiť, aby sa balón začal pohybovať zvisle nahor rovnomerným pohybom? Odporová sila, ktorou vzduch pôsobí sa pohybujúci sa balón, je v obidvoch prípadoch rovnaká.

Riešenie

$F_G = 15\,000\ \mathrm{N}$, $F_{vz} = 12\,500\ \mathrm{N}$, F_0; $F_x = ?$

Pri rovnomernom pohybe balóna sú všetky pôsobiace sily v rovnováhe. Pri pohybe balóna zvisle nadol pôsobí tiažová sila nadol, vztlaková sila nahor, odporová sila nahor. Pre veľkosti síl teda platí

$$F_G = F_{vz} + F_0$$

Pri pohybe balóna zvisle nahor pôsobí naň nadol sila daná rozdielom celkovej tiažovej sily a tiažovej sily záťaže a odporová sila, smerom nahor pôsobí vztlaková sila. Pre veľkosti síl platí

$$(F_G - F_x) + F_0 = F_{vz}$$

Z prvej rovnice vyjadríme veľkosť sily F_0 a dosadíme ju do druhej rovnice

$$(F_G - F_x) + F_G - F_{vz} = F_{vz}$$

$$F_x = 2(F_G - F_{vz}) = 2(15\,000 - 12\,500)\ \mathrm{N} = 5\,000\ \mathrm{N}$$

Posádka musí zhodiť záťaž s tiažou 5 000 N, t. j. s hmotnosťou približne 500 kg.

74. Električka s hmotnosťou 20 t sa pohne zo zastávky a pohybuje sa po priamej trati so stálym zrýchlením s veľkosťou $0{,}4\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Po uplynutí 15 s od začiatku pohybu vodič vypne motor a električka sa až do zastavenia pohybuje rovnomerne spomalene. Určte a) veľkosť najvyššej dosiahnutej rýchlosti, b) veľkosť zrýchlenia počas brzdenia, c) čas pohybu električky až do zastavenia, d) veľkosť ťažnej sily pri rozbiehaní, e) celkovú dráhu, ktorú električka prešla, f) načrtnite graf závislosti rýchlosti pohybu električky od času. Počas pohybu pôsobia na električku odporové a trecie sily s celkovou veľkosťou 2 000 N.

Riešenie

$m = 2\,.\,10^4\,\mathrm{kg}$, $a_1 = 0{,}4\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$, $t_1 = 15\,\mathrm{s}$, $F_t = 2\,.\,10^3\,\mathrm{N}$; $v_m = ?$,

$t_2 = ?$, $t = ?$, $a_2 = ?$, $F_1 = ?$, $s = ?$

---

a) $v_m = a_1 t_1 = 0{,}4\,.\,15\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}} = 6\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}} \doteq 22\,\mathrm{km\,.\,h^{-1}}$

b) $a_2 = \dfrac{F_t}{m} = \dfrac{2\,.\,10^3}{2\,.\,10^4}\mathrm{m\,.\,s^{-2}} = 0{,}1\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$

c) $t = t_1 + t_2$, kde $t_2 = \dfrac{v_m}{a_2}$

$$t = t_1 + \frac{v_m}{F_t}m = t_1 + \frac{a_1 t_1}{F_t}m = \left(15 + \frac{0{,}4}{2\,.\,10^3}\cdot 15\,.\,2\,.\,10^4\right)\mathrm{s} = 75\,\mathrm{s}$$

d) $F_1 = ma_1 + F_t = (2\,.\,10^4\,.\,0{,}4 + 2\,.\,10^3)\,\mathrm{N} = 10^4\,\mathrm{N}$

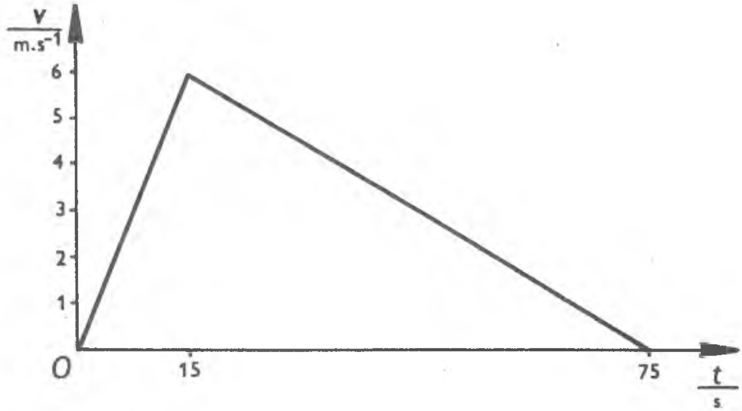
e) $$s = s_1 + s_2 = \frac{1}{2}a_1t_1^2 + \frac{1}{2}a_2t_2^2 = \frac{1}{2}a_1t_1^2 + \frac{1}{2}\frac{F_t}{m}\left(\frac{v_m}{a_2}\right)^2 =$$
$$= \frac{1}{2}\frac{2\,.\,10^3}{2\,.\,10^4}\left(\frac{21{,}6}{0{,}1}\right)^2\mathrm{m} = 225\,\mathrm{m}$$

f) Graf závislosti rýchlosti pohybu električky od času je na obr. 2-1.

. Električka dosiahla najväčšiu rýchlosť $21{,}6\,\mathrm{km\,.\,h^{-1}}$, pri brzdení sa pohybovala so zrýchlením veľkosti $0{,}1\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$ proti smeru pohybu, celkový čas pohybu električky bol 75 s, ťahová sila má veľkosť 10 000 N a celková dráha, ktorú električka prešla, je 225 m.

75. Automobil má hmotnosť 1 000 kg. Pri jazde naň pôsobí stála odporová sila veľkosti 1 000 N. Akou veľkou ťažnou silou pôsobí motor na automobil, keď sa tento pohybuje

Obr. 2-1



a) rovnomerným pohybom do kopca so sklonom 1 m na každých 25 m trasy,
b) rovnomerným pohybom z kopca so sklonom 1 m na každých 25 m trasy,
c) rovnomerne zrýchleným pohybom so zrýchlením veľkosti $1\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$ do kopca so sklonom 1 m na každých 25 m trasy.

Riešenie

$m = 1\,000\,\mathrm{kg}$, $F_0 = 1\,000\,\mathrm{N}$, $h = 1\,\mathrm{m}$, $s = 25\,\mathrm{m}$, sklon $p = \dfrac{h}{s} = \sin\alpha = 0{,}04$, $a = 1\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$, $g = 10\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$; $F_1 = ?$, $F_2 = ?$, $F_3 = ?$

---

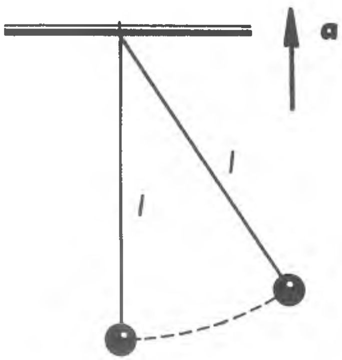
a) $F_1 = F_0 + mg\sin\alpha = mg\dfrac{h}{s} + F_0 = 1\,400\,\mathrm{N}$

b) $F_2 = -F_0 + mg\sin\alpha = mg\dfrac{h}{s} - F_0 = -600\,\mathrm{N}$; záporné znamienko značí, že na udržanie pohybu musí na automobil pôsobiť sila s veľkosťou $F' = 600\,\mathrm{N}$ smerom nadol.

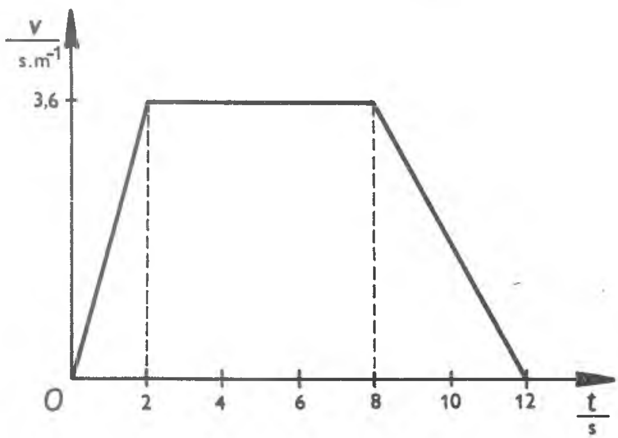
c) $F_3 = F_0 + mg\sin\alpha + ma = 2\,400\,\mathrm{N}$

Pri pohybe automobilu do kopca pôsobí motor na automobil ťažnou silou veľkosti 1 400 N, pri pohybe z kopca ťažnou silou veľkosti 600 N. Pri rovnomerne zrýchlenom pohybe pôsobí motor na automobil silou veľkosti 2 400 N.

76. Na vlákne je pripevnené teleso s hmotnosťou 0,5 kg. Určte veľkosť ťažnej sily vo vlákne (obr. 2-2), ak sa bude sústava pohybovať so zrýchlením $2\,m\,.\,s^{-2}$ smerom nahor, prípadne smerom nadol.



Obr. 2-2

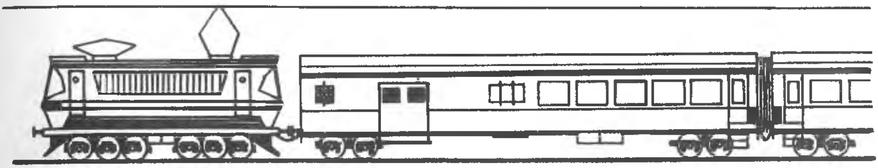


Obr. 2-3

77. Rýchlovýťahy v budove Moskovskej štátnej univerzity M. V. Lomonosova majú pri rovnomernom pohybe stálu rýchlosť veľkosti $3{,}6\,m\,.\,s^{-1}$. Hmotnosť kabíny výťahu s cestujúcimi je 1 500 kg. Časové zmeny veľkosti rýchlosti pri rozbiehaní a zastavovaní, aj pri rovnomernom pohybe kabíny, sú znázornené na obr. 2-3.

a) Určte veľkosť zrýchlenia kabíny v jednotlivých úsekoch pohybu.
b) Určte celkovú dráhu, ktorú kabína prejde.
c) Určte veľkosť ťažnej sily v lane, ktoré drží kabínu, pre všetky tri uvažované úseky pohybu.

78. Lokomotíva ťahá štyri rovnaké vagóny ťažnou silou stálej veľkosti F_t (obr. 2-4). Určte veľkosť ťažných síl F_{t1}, F_{t2}, F_{t3} medzi jednotlivými vagónmi.



Obr. 2-4

79. Oceľový drôt vydrží ťažnú silu s veľkosťou 4 000 N. Na drôte je zavesené teleso s hmotnosťou 300 kg. S akým najväčším zrýchlením možno teleso pomocou drôtu zdvíhať tak, aby sa drôt pretrhol?

80. Hmotnosť kabíny výťahu s cestujúcimi je 500 kg. Určte, s akým veľkým zrýchlením sa pohybuje výťah, ak ťažná sila lana má veľkosť a) 6 000 N, b) 4 500 N. V obidvoch prípadoch určte smer zrýchlenia výťahu.

81. Automobil s hmotnosťou 1 200 kg sa zastavoval rovnomerne spomaleným pohybom 5 s a prešiel pritom vzdialenosť 25 m. Aká bola veľkosť začiatočnej rýchlosti automobilu? Aká bola veľkosť brzdiacej sily?

82. Vlak s hmotnosťou 500 t sa pri brzdení pohybuje rovnomerne spomalene. Rýchlosť vlaku sa v priebehu 1 min zníži z hodnoty 40 km . h^{-1} na 28 km . h^{-1}. Určte veľkosť brzdiacej sily pôsobiacej na vlak.

83. Vagón s hmotnosťou 20 t sa pohybuje so začiatočnou rýchlosťou 54 km . h^{-1}. Účinkom brzdiacej sily sa zastaví a) za 1 min 40 s, b) za 20 s, c) v havarijnom prípade za 5 s. Určte vo všetkých prípadoch veľkosť brzdiacej sily.

84. Dopravník s hmotnosťou 3 000 kg posunulo päť brigádnikov rovnomerne zrýchleným pohybom do vzdialenosti 15 m za 30 s. Začiatočná rýchlosť dopravníka bola nulová, súčiniteľ odporu f bol 0,1 ($f = \frac{F_0}{mg}$; F_0 je odporová sila, m je hmotnosť dopravníka). Akou veľkou silou pôsobil na dopravník každý brigádnik?

85. Vlak s hmotnosťou 500 t konal rovnomerný pohyb. Keď naň prestala pôsobiť ťažná sila lokomotívy, zastavil sa za 1 min účinkom odporových síl s celkovou veľkosťou 100 kN. Určte veľkosť rýchlosti vlaku pred brzdením.

86. Lyžiar s hmotnosťou 80 kg stojí na miernom svahu, ktorý predstavuje naklonenú rovinu s uhlom sklonu 4°.

a) Aká je veľkosť celkovej odporovej sily pri pohybe, keď sa lyžiar po odraze palicami pohyboval rovnomerným pohybom?

b) S akým veľkým zrýchlením sa lyžiar pohybuje, ak je veľkosť odporovej sily 24 N?

c) Za aký čas bude lyžiar vo vzdialenosti 250 m od pôvodného miesta, ak veľkosť odporovej sily je 24 N?

d) Akú veľkú rýchlosť pritom získa?

Riešenie

$m = 80\,\text{kg}$, $\alpha = 4°$, $F_0 = 24\,\text{N}$, $s = 250\,\text{m}$, $g = 10\,\text{m}\,.\,\text{s}^{-2}$; $F_\text{m} = ?$, $a = ?$, $t = ?$, $v_\text{m} = ?$

---

a) $F_\text{m} = mg\sin\alpha = 80\,.\,10\,.\,\sin 4°\,\text{N} \doteq 56\,\text{N}$

b) $F_1 - F_0 = ma$, $F_1 = mg\sin\alpha$, teda $a = \dfrac{mg\sin\alpha - F_0}{m} =$

$$= \frac{80\,.\,10\,.\,\sin 4° - 24}{80}\,\text{m}\,.\,\text{s}^{-2} = 0{,}4\,\text{m}\,.\,\text{s}^{-2}$$

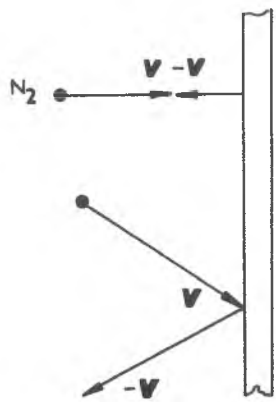
c) $t = \sqrt{\dfrac{2s}{a}} = \sqrt{\dfrac{2sm}{mg\sin\alpha - F_0}} = \sqrt{\dfrac{2\,.\,250\,.\,80}{80\,.\,10\,.\,\sin 4° - 24}}\,\text{s} \doteq 35{,}4\,\text{s}$

$$v_\text{m} = at = \sqrt{2as} = \sqrt{\frac{2s\,(mg\sin\alpha - F_0)}{m}} =$$

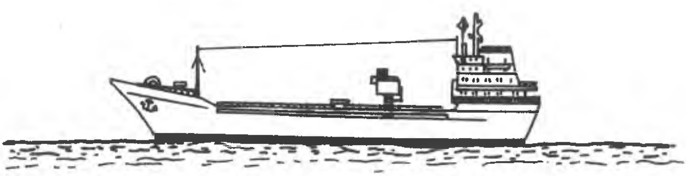
$$= \sqrt{\frac{2\,.\,250\,(80\,.\,10\sin\,.\,4° - 24)}{80}}\,\text{m}\,.\,\text{s}^{-1} \doteq 14{,}1\,\text{m}\,.\,\text{s}^{-1} \doteq 51\,\text{km}$$

Najväčšia odporová sila, pri ktorej lyžiar koná rovnomerný pohyb, má veľkosť 56 N. Lyžiar sa pohybuje 36 s so zrýchlením veľkosti $0{,}4\,\mathrm{m}\,.\,\mathrm{s}^{-2}$ a získa najväčšiu rýchlosť veľkosti približne $51\,\mathrm{km}\,.\,\mathrm{h}^{-1}$.

87. Molekula dusíka s hmotnosťou $4{,}65\,.\,10^{-26}\,\mathrm{kg}$ letí rýchlosťou veľkosti $600\,\mathrm{m}\,.\,\mathrm{s}^{-1}$, narazí na stenu nádoby a pružne sa odrazí (obr. 2-5). Určte veľkosť zmeny hybnosti molekuly v prípade a) kolmého dopadu na stenu, b) šikmého dopadu na stenu pod uhlom 60° od kolmice dopadu.



Obr. 2-5



Obr. 2-6

88. Na námornej lodi dĺžky 290 m a hmotnosti 60 000 t kráča od kormidla k čelu lode človek s hmotnosťou 84 kg (obr. 2-6). Do akej vzdialenosti by sa loď pri pohybe človeka po celej jej dĺžke posunula, keby neexistoval odpor prostredia? Vysvetlite, prečo nepozorujeme pohyb Zeme, napr. ak padá lopta zo štrnásteho poschodia smerom na povrch Zeme.

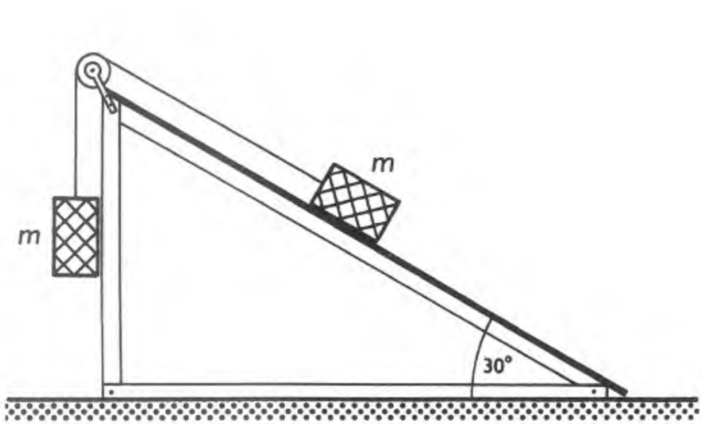
89. Automobil má hmotnosť 1 000 kg. Pri pohybe naň pôsobí odporová sila 1 000 N. Akou veľkou ťažnou silou musí pôsobiť motor automobilu, aby sa vozidlo pohybovalo a) rovnomerným pohybom po vodorovnej vozovke, b) rovnomerne zrýchleným pohybom tak, aby po prejdení dráhy 200 m získal automobil rýchlosť s veľkosťou 72 km . h^{-1}?

90. Na podlahe vagóna, ktorý ide po vodorovnej trati, stojí kufor. Vagón začal brzdiť tak, že za 7 s sa jeho rýchlosť zmenšila z hodnoty 72 km . h^{-1} na 30 km . h^{-1}. Určte medzný súčiniteľ trenia, pri ktorom sa kufor ešte práve nezačal kĺzať po podlahe vagóna. (Platí $f = \frac{F_t}{F_n}$, kde f je súčiniteľ šmykového trenia, F_t je veľkosť trecej sily a F_n veľkosť kolmej tlakovej sily.)

91. Kladka s veľmi malou hmotnosťou je pripevnená na vrchole naklonenej roviny, ktorá zviera s vodorovným smerom uhol 30°. Cez kladku prechádza vlákno, na ktorého koncoch sú pripevnené dve telesá, každé s hmotnosťou 0,5 kg (obr. 2-7).

a) Určte veľkosť zrýchlenia sústavy a veľkosť ťažnej sily vo vlákne, ak trenie a ďalšie odpory proti pohybu zanedbáme.

b) Aké budú výsledky úlohy v prípade, ak proti pohybu telesa po naklonenej rovine bude pôsobiť celková odporová sila s veľkosťou 0,5 N?



Obr. 2-7

Riešenie

$m_1 = m_2 = m = 0{,}5\,\mathrm{kg}$, $\alpha = 30°$, $F_0 = 0{,}5\,\mathrm{N}$, $g = 10\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$; $a = ?$, $F = ?$

---

a) Pre prvé teleso platí $mg - F = ma$, pre druhé teleso platí $mg\sin\alpha - F = -ma$;

$$mg - F - (mg\sin\alpha) + F = 2ma, \text{ teda}$$

$$a = \frac{mg(1 - \sin\alpha)}{2m} = \frac{g(1 - \sin\alpha)}{2} = \frac{10(1 - \sin 30°)}{2}\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}} =$$

$$= 2{,}5\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$$

$$mg - F + mg\sin\alpha - F = 0, \text{ teda } F = \frac{mg(1 + \sin\alpha)}{2} =$$

$$= \frac{0{,}5\,.\,10(1 + \sin 30°)}{2}\,\mathrm{N} = 3{,}75\,\mathrm{N}$$

b) Pre prvé teleso platí $mg - F = ma$, pre druhé teleso platí

$$mg\sin\alpha + F_0 - F = -ma;\ mg - F' - mg\sin\alpha - F_0 + F =$$

$$= 2ma, \text{ teda } a = \frac{g(1 - \sin\alpha)}{2} - \frac{F_0}{2m} = \left[\frac{10(1 - \sin 30°)}{2} - \right.$$

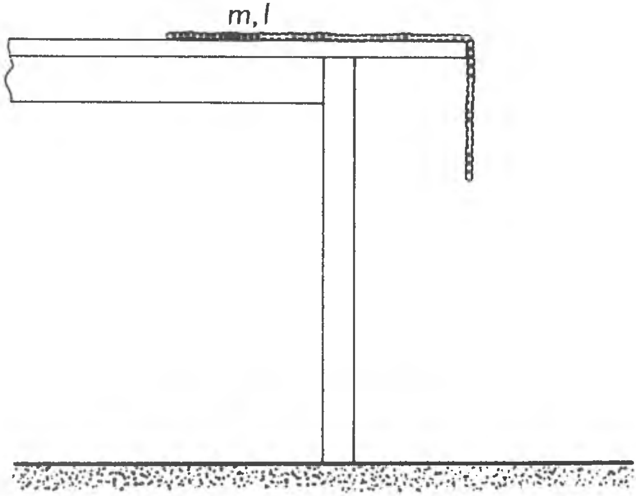
$$\left. - \frac{0{,}5}{2\,.\,0{,}5}\right]\mathrm{m\,.\,s^{-2}} = 2\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$$

$$mg - F + mg\sin\alpha + F_0 - F = 0, \text{ teda}$$

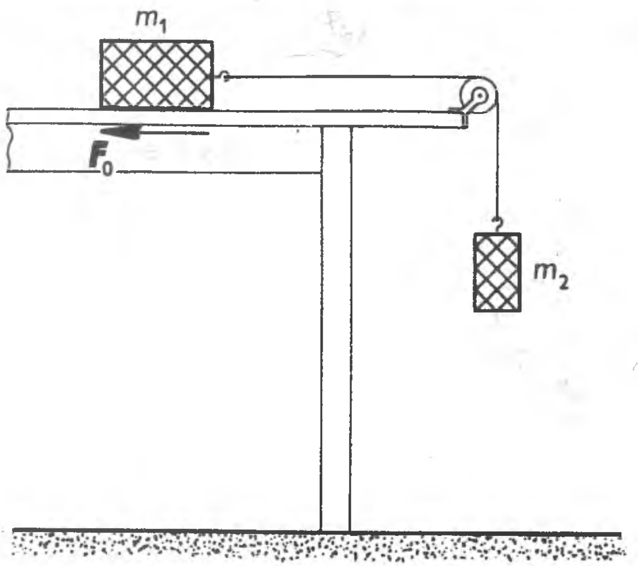
$$F = \frac{mg(1 + \sin\alpha) + F_0}{2} = \frac{0{,}5\,.\,10(1 + \sin 30°) + 0{,}5}{2}\,\mathrm{N} = 4\,\mathrm{N}$$

Ak trenie a odporové sily zanedbáme, je veľkosť zrýchlenia sústavy $2{,}5\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$ a veľkosť ťažnej sily 3,75 N. V prípade, že trenie aj odporové sily berieme do úvahy, veľkosť zrýchlenia je $2{,}0\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$ a veľkosť ťažnej sily 4,0 N.

92. Na stole leží retiazka s dĺžkou l a s hmotnosťou m. Časť retiazky necháme voľne visieť cez okraj stola (obr. 2-8). Retiazka sa začne



Obr. 2-8



Obr. 2-9

pohybovať, keď presahuje cez okraj stola práve pätinou svojej dĺžky. Akou veľkou ťažnou silou musíme pôsobiť na retiazku, aby sme ju mohli ťahať po stole rovnomerným pohybom?

93. Dve telesá s hmotnosťami $m_1 = 4{,}0\,\mathrm{kg}$, $m_2 = 1{,}0\,\mathrm{kg}$ sú spojené vláknom cez kladku, ktorá má veľmi malú hmotnosť (obr. 2-9).

Pri pohybe telesa s hmotnosťou m_1 pôsobí sila 2,0 N proti pohybu, odporová sila pôsobiaca na druhé teleso je zanedbateľne malá. Určte veľkosť zrýchlenia sústavy a veľkosť ťažnej sily vo vlákne.

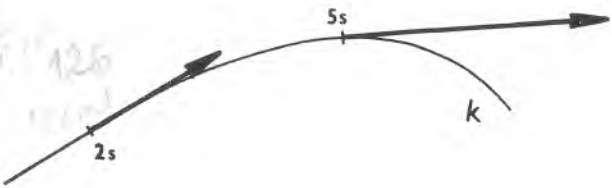
* **94.** Balón s hmotnosťou M je bez pohybu nad istým miestom na povrchu Zeme. Z balóna visí povrazový rebrík, na ktorom stojí človek s hmotnosťou m. V istom okamihu začne človek vystupovať po rebríku rýchlosťou v vzhľadom na vzťažnú sústavu spojenú s rebríkom.

a) Opíšte fyzikálne túto situáciu a vysvetlite ju.

b) Akou rýchlosťou vzhľadom na povrch Zeme sa pri výstupe človeka pohybuje balón?

95. Tenisová loptička s hmotnosťou 40 g naletí na raketu rýchlosťou veľkosti $15\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$ a je odrazená v opačnom smere rýchlosťou veľkosti $17\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$. Určte veľkosť zmeny hybnosti loptičky a veľkosť sily, ktorou raketa pôsobí na loptičku, ak zrážka trvá 0,01 s.

96. Na obr. 2-10 sú znázornené vektory hybnosti lopty, ktorá sa pohybuje po krivke k, v dvoch časových okamihoch 2 s a 5 s. Obrázok prekreslite do zošita a znázornite v ňom zmenu hybnosti lopty medzi uvedenými okamihmi. Ďalej určte a) veľkosť sily, ktorá pôsobí na loptu, ak predpokladáme, že sila bola stále konštantná, b) zmenu veľkosti hybnosti lopty.



Obr. 2-10 (1 cm ≙ 3 kg . m . s⁻¹)

97. Človek s hmotnosťou 75 kg beží pozdĺž trate rýchlosťou $10{,}8\,\mathrm{km\,.\,h^{-1}}$, dobehne k vozíku s hmotnosťou 50 kg, ktorý ide po koľajniciach rýchlosťou $1{,}8\,\mathrm{km\,.\,h^{-1}}$ a naskočí naň. Akou rýchlosťou sa pohybuje sústava telies človek — vozík?

98. Granát letiaci rýchlosťou veľkosti $10\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$ vzhľadom na povrch Zeme sa rozpadol na dve časti. Väčší úlomok tvoriaci 60 % celkovej hmotnosti sa pohybuje ďalej rýchlosťou veľkosti $25\,m.s^{-1}$ vzhľadom na povrch Zeme pôvodným smerom. Určte veľkosť a smer rýchlosti menšieho úlomku vzhľadom na povrch Zeme.

99. Lyžiar sa rozbieha po kopci dĺžky l a s uhlom sklonu 10°. Potom prejde na vodorovný úsek trate, po ktorom prejde až do zastavenia rovnakú dĺžku l. Určte súčiniteľ šmykového trenia medzi lyžami a zmrznutým snehom.

Riešenie

l, $\alpha = 10°$; $f = ?$

Pri riešení zanedbáme odpor vzduchu, ktorý má v reálnej situácii pri určovaní veľkosti rýchlosti podstatnú úlohu.
Pri pohybe z kopca pôsobí na lyžiara sila

$$ma_1 = mg\sin\alpha - mgf\cos\alpha$$

kde a_1 je veľkosť zrýchlenia lyžiara

$$a_1 = g(\sin\alpha - f\cos\alpha)$$

Rýchlosť lyžiara pri pohybe z kopca je

$$v = \sqrt{2a_1 l} = \sqrt{2gl(\sin\alpha - f\cos\alpha)}$$

Ak označíme zrýchlenie pohybu po vodorovnom úseku trate a_2, tak rýchlosť na úseku brzdenia je

$$v = \sqrt{2a_2 l} = \sqrt{2gfl}$$

Porovnaním vzťahov pre rýchlosť dostaneme

$$f = \sin\alpha - f\cos\alpha,\; f = \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha} = \frac{\sin 10°}{1 + \cos 10°} \doteq 0{,}087$$

Súčiniteľ šmykového trenia medzi lyžami a zmrznutým snehom je približne 0,087.

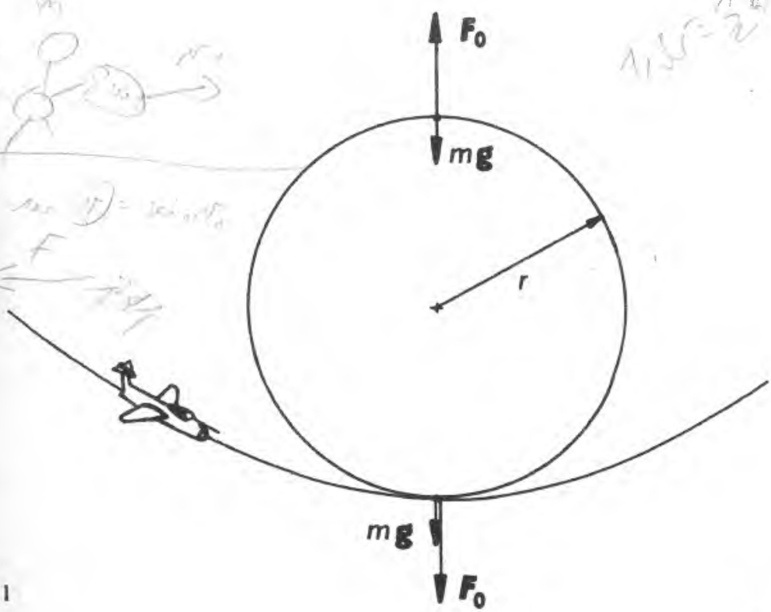
100. Korčuliar s hmotnosťou 60 kg stojí na korčuliach na hladkom ľade. Pri pohybe pôsobí na korčuliara odporová sila veľkosti 2,0 N. Korčuliar odhodí ľadovú kryhu s hmotnosťou 6,0 kg rýchlosťou veľkosti 3,0 m . s^{-1}. Do akej vzdialenosti sa potom korčuliar dostane?

101. Samopal vystrelí 600 striel za minútu. Každá strela má hmotnosť 4 g, rýchlosť strely pri opúšťaní hlavne má veľkosť 500 m . s^{-1}. Určte strednú veľkosť sily, ktorou samopal tlačí na rameno strelca.

102. Polomer Zeme na rovníku je 6 378 km, uhlová rýchlosť rotácie Zeme je 7,29 . 10^{-5} rad . s^{-1}. a) Určte dobu rotácie (periódu) Zeme okolo jej osi. b) Určte veľkosť zotrvačnej odstredivej sily pôsobiacej na teleso s hmotnosťou 80 kg na rovníku.

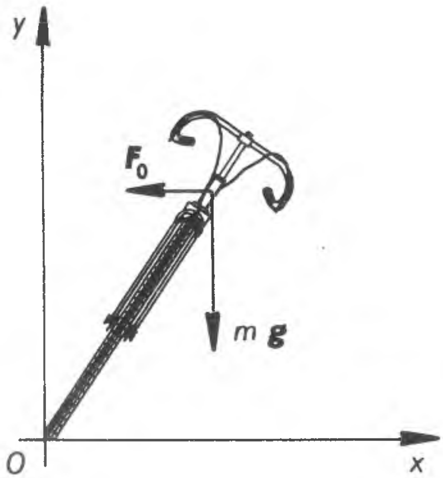
103. Vozeň električky s hmotnosťou 40 t ide v zákrute s polomerom 120 m rýchlosťou veľkosti 10,8 km . h^{-1}. Akou veľkou bočnou tlakovou silou pôsobí vozeň v zákrute na koľajnice?

104. Lietadlo letí rýchlosťou veľkosti 900 km . h^{-1}. Pilot s ním urobí slučku vo vertikálnej rovine (obr. 2-11). Určte polomer slučky tak, aby v jej dolnej časti pilot cítil „preťaženie" päťkrát väčšie ako pri vodorovnom lete, t. j. aby tlaková sila pôsobiaca na pilota v dolnej časti slučky bola päťkrát väčšia ako tiaž pilota. Aká veľká sila pôsobí na pilota v hornej časti slučky?



Obr. 2-11

105. Cyklista s hmotnosťou 60 kg ide po vodorovnej ceste rýchlosťou veľkosti $36\,\mathrm{km\,.\,h^{-1}}$. Touto rýchlosťou prejde zákrutu s polomerom 50 m (obr. 2-12).



Obr. 2-12

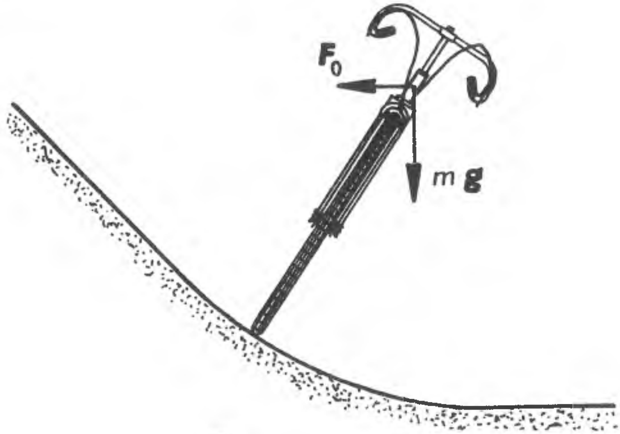
a) Určte veľkosť zotrvačnej odstredivej sily pôsobiacej na cyklistu v zákrute.
b) O aký uhol od zvislého smeru sa musí cyklista odchýliť, aby bezpečne prešiel zákrutou?
c) Aká veľká musí byť trecia sila, aby cyklista v zákrute nedostal šmyk?

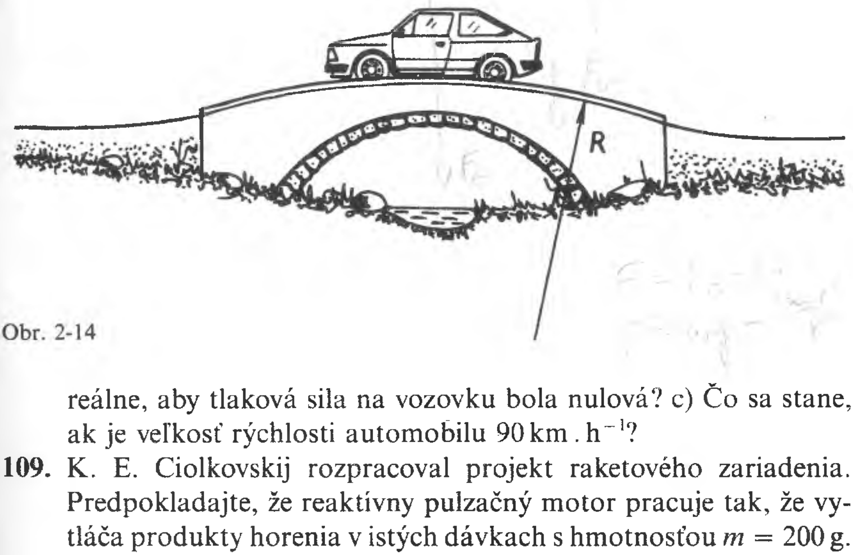
106. Zákruta s polomerom 100 m má sklon 10° k vodorovnej rovine. Akou optimálnou rýchlosťou môže prejsť zákrutou jednostopové vozidlo?

107. Na velodróme je zákruta s polomerom 30 m. Pretekár ňou prechádza rýchlosťou veľkosti $54\,\mathrm{km\,.\,h^{-1}}$. Určte sklon zákruty vhodný pre túto rýchlosť. Ako vyriešite problém, aby bola zákruta bezpečná i v prípade, keď ňou pretekár prechádza rýchlosťou veľkosti $36\,\mathrm{km\,.\,h^{-1}}$, prípadne $72\,\mathrm{km\,.\,h^{-1}}$ (obr. 2-13)?

***108.** Automobil s hmotnosťou 1 000 kg mal rýchlosť veľkosti $54\,\mathrm{km\,.\,h^{-1}}$. Vošiel na most s polomerom krivosti vo vertikálnej rovine v hornej časti 50 m (obr. 2-14). a) Akou veľkou tlakovou silou pôsobil automobil na vozovku na vrchole mosta? b) Je

Obr. 2-13





Obr. 2-14

reálne, aby tlaková sila na vozovku bola nulová? c) Čo sa stane, ak je veľkosť rýchlosti automobilu $90\,km\,.\,h^{-1}$?

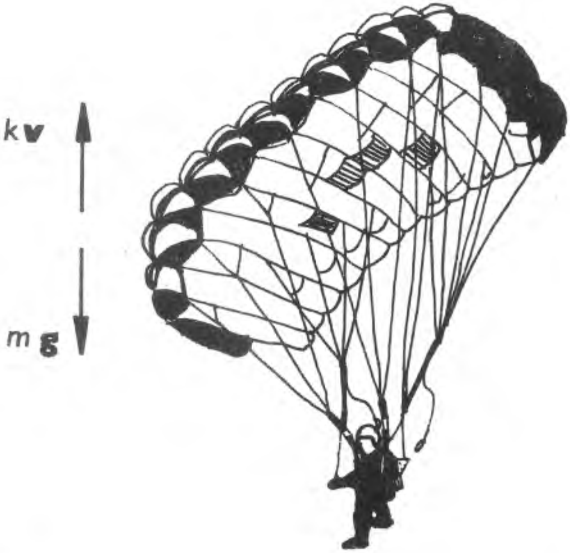
*** 109.** K. E. Ciolkovskij rozpracoval projekt raketového zariadenia. Predpokladajte, že reaktívny pulzačný motor pracuje tak, že vytláča produkty horenia v istých dávkach s hmotnosťou $m = 200\,g$. Veľkosť rýchlosti, s akou plyny vytekajú z dýzy, je $v = 1\,000\,m\,.\,s^{-1}$. Raketa má na začiatku hmotnosť $M = 300\,kg$ a jej začiatočná rýchlosť je nulová. Aká bude rýchlosť rakety na konci tretej sekundy, ak motor rakety vytláča 20 dávok produktov horenia za sekundu?

110. Akou veľkou stálou silou by musel pôsobiť raketový motor, ktorý by uviedol za 30 s raketu s hmotnosťou 12 t z pokoja do pohybu rýchlosťou veľkosti 3,0 km . s^{-1}? Do akej výšky by sa pritom raketa dostala? Úbytok hmotnosti rakety horením plynu neuvažujeme, veľkosť tiažového zrýchlenia považujeme za stálu.

*** 111.** Guľôčka s hmotnosťou 100 g padá z výšky 1,0 m na podlahu, od ktorej sa niekoľkokrát odrazí. Po každom odraze sa veľkosť rýchlosti guľôčky rovná 0,80 veľkosti rýchlosti jej dopadu. Určte, do akej výšky sa guľôčka dostane po prvom, druhom a piatom odraze. Určte v týchto prípadoch veľkosti zmien hybnosti guľôčky.

112. Nákladný automobil s hmotnosťou 6 t nabehol na plť pri prevoze cez rieku rýchlosťou veľkosti 10,8 km . h^{-1}. Potom rovnomerne brzdil a rovnomerne spomaleným pohybom prešiel až do zastavenia dráhu 5,0 m. Určte, akými silami pôsobila plť na každé z dvoch rovnobežných lán, ktoré udržujú plť pri brehu, za predpokladu, že sa pritom nepohla z miesta.

113. Výsadkár začal padať s otvoreným padákom pri rýchlosti 20 m . s^{-1} (obr. 2-15). Opíšte, aké sily na výsadkára počas jeho pohybu pôsobili. Na akej hodnote sa ustáli rýchlosť výsadkára, ak veľkosť odporovej sily proti pohybu $F_0 = kv$, kde $k = 150$ N . m^{-1} . s a hmotnosť výsadkára s celým výstrojom je 90 kg?

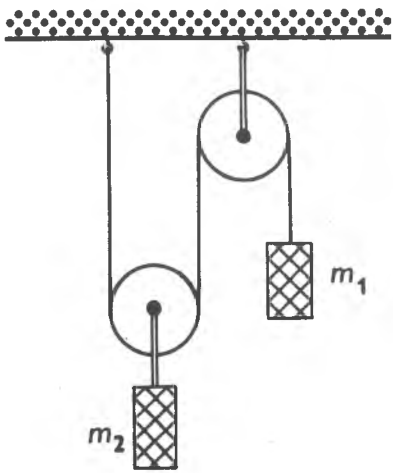


Obr. 2-15

114. Na koniec pevného lana, ktorým ťaháme kváder, pôsobíme rukou silou veľkosti 20 N (obr. 2-16). Pôsobením tejto sily sa lano s kvádrom pohybujú s konštantným zrýchlením veľkosti 2 m . s^{-2}. Hmotnosť lana je 0,1 kg. Určte a) veľkosť sily, ktorou kváder pôsobí na lano, b) veľkosť sily, ktorou lano pôsobí na kváder, c) veľkosť sily, ktorou lano pôsobí na ruku.

Obr. 2-16

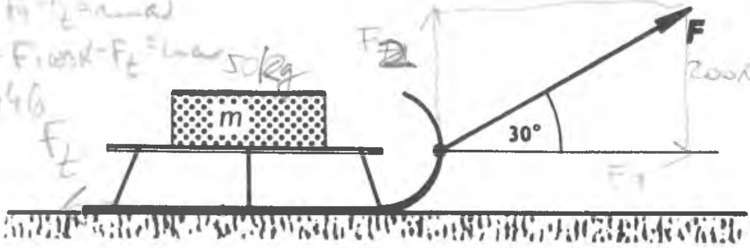
* **115.** Sústava telies s hmotnosťami $m_1 = 1{,}0$ kg, $m_2 = 4{,}0$ kg je spojená pomocou vlákna s veľmi malou hmotnosťou cez kladky (obr. 2--17). Kladky majú veľmi malú hmotnosť. Určte zrýchlenia obidvoch telies a ťažnú silu vo vlákne.



Obr. 2-17

116. Raketa letí rýchlosťou ***v***. Po oddelení hlavice rakety sa rýchlosť rakety zmenší dvakrát, smer pohybu hlavice i rakety sa nemení. Aká bude rýchlosť hlavice v prípade, keď jej hmotnosť je šesťkrát menšia ako hmotnosť celej rakety.

117. Chlapec ťahá sánky s hmotnosťou 50 kg silou veľkosti 200 N (obr. 2-18). Povraz, ktorým chlapec ťahá sánky, zviera s vodorov-



Obr. 2-18

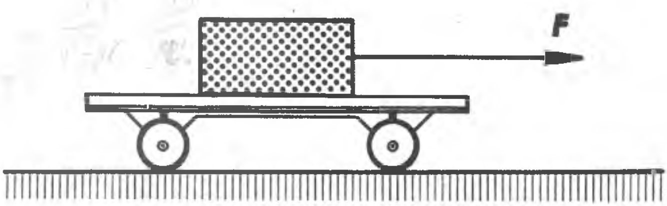
ným smerom uhol 30°. Na sánky pôsobí pri pohybe trecia sila veľkosti 100 N. Určte veľkosť zrýchlenia, s ktorým sa sánky pohybujú, a tlakovú silu, ktorou pôsobia na vodorovný povrch Zeme.

118. Lietadlo dosiahlo rýchlosť veľkosti 1 000 km . h^{-1} a pilot ho viedol po dolnej časti slučky tvaru kružnice s polomerom 1 800 m vo vertikálnej rovine. Hmotnosť pilota je 80 kg. Určte najväčšiu silu, ktorá pritláča pilota na sedadlo. Aké preťaženie pôsobí na pilota?

119. Aký najmenší polomer má zákruta, po ktorej sa môže korčuliar pohybovať rýchlosťou veľkosti 21,6 km . h^{-1}, ak je v bočnom smere súčiniteľ šmykového trenia medzi korčuľami a ľadom 0,20. Aký sklon má korčuliar v zákrute?

*** 120.** Lyžiar s hmotnosťou 80 kg sa pohybuje z kopca, ktorý predstavuje naklonenú rovinu s uhlom sklonu 12°, po vyjazdenej stope, v ktorej je veľkosť celkovej odporovej sily 80 N. Akú rýchlosť dosiahne lyžiar za 20 s? Aký pohyb bude lyžiar ďalej konať, ak potom prejde do hlbokého snehu, v ktorom má trecia sila veľkosť 250 N? Ktoré ďalšie údaje o pohybe lyžiara môžete vypočítať?

121. Vozík s hmotnosťou M sa môže pohybovať po vodorovnej podložke bez trenia. Na vozíku je položená debna s hmotnosťou m, ktorá sa môže voľne kĺzať po vozíku. Súčiniteľ šmykového trenia je f. K debne je priviazané lanko, ktorým môžeme ťahať silou $\boldsymbol{F}$ s rozličnou veľkosťou (obr. 2-19). Opíšte pohyb debny a vozíka, ak sa veľkosť F sily mení od nuly až po veľké hodnoty.



Obr. 2-19

3. ENERGIA HMOTNÝCH BODOV

Dráhový účinok sily opisujeme veličinou mechanická práca W. Ak je F veľkosť sily a s dráha, ktorú teleso pôsobením sily prejde, pričom sila i posunutie majú rovnaký smer, tak $W = Fs$. V prípade, že sila zviera so smerom posunutia istý uhol α, pre prácu platí $W = Fs\cos\alpha$. Jednotkou práce je joule (J).

Veličinu výkon P definujeme vzťahom $P = \frac{W}{t}$, kde W je práca vykonaná rovnomerne za čas t. Ak sa práca nekoná rovnomerne, uvedený vzťah vyjadruje priemerný výkon. Ak je výkon konštantný, pre prácu platí $W = Pt$. Pre okamžitý výkon platí vzťah $P = Fv$. Jednotkou výkonu je watt (W).

Teleso s hmotnosťou m pohybujúce sa rýchlosťou $\boldsymbol{v}$ vzhľadom na danú vzťažnú sústavu má kinetickú energiu $E_k = \frac{1}{2}mv^2$. Ak teleso účinkom stálej sily $\boldsymbol{F}$ po dráhe s zmení svoju rýchlosť z hodnoty v_1 na hodnotu v_2, zmení sa jeho kinetická energia a vykoná sa práca

$$W = Fs = \Delta E_k = E_{k2} - E_{k1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

Vzťah $W = \Delta E_k$ platí všeobecne, ak nepôsobia sily trenia a odpor prostredia.

Pri zdvihnutí telesa s hmotnosťou m do výšky h zvisle nahor sa vykoná práca $W = mgh$.

Ak teleso s hmotnosťou m zdvihneme z výšky h_1 do výšky h_2, vykonáme prácu $W = mg(h_2 - h_1)$. Teleso v istej polohe v homogénnom tiažovom poli má potenciálnu tiažovú energiu $E_p = mgh$ vzhľadom na zvolenú vzťažnú sústavu; h je výška telesa nad základnou vodorovnou rovinou, na ktorej sa potenciálna energia rovná nule.

Kinetickú a potenciálnu tiažovú energiu nazývame súhrnne mechanická energia. Platí, že celková zmena mechanickej energie je v izolovanej sústave nulová, t. j. $\Delta E_k + \Delta E_p = 0$, alebo celková mechanická energia izolovanej sústavy je stála (zákon zachovania mechanickej energie). Pri všetkých mechanických dejoch v izolovaných sústavách musí byť vždy splnený zákon zachovania hmotnosti, zákon zachovania hybnosti a v mnohých prípadoch aj zákon zachovania mechanickej energie.

Úlohy*

122. Človek ťahá po vodorovnej ceste sánky s nákladom s celkovou hmotnosťou 60 kg silou veľkosti 75 N po dráhe 30 m. Súčiniteľ šmykového trenia pri pohybe sánok po snehu je 0,10. Určte a) veľkosť zrýchlenia sánok s nákladom, b) veľkosť rýchlosti sánok s nákladom na konci dráhy, c) prácu, ktorú človek vykonal.

123. Žeriav zdvihol bremeno s hmotnosťou 120 kg z výšky 2 m nad zemou do výšky 6 m. Akú prácu pritom vykonala tiažová sila? Akú prácu vykonala výsledná sila pôsobiaca na bremeno na danom úseku, ak sa teleso pritom pohybovalo rovnomerne priamočiaro?

124. Vodič auta začne brzdiť vo vzdialenosti 30 m od hranice križovatky, pričom trecia sila má veľkosť 3 800 N. Hmotnosť auta je 900 kg. Určte medznú rýchlosť, pri ktorej auto ešte stačí zastaviť na hranici križovatky.

125. Požiarna striekačka vystrekne za dve minúty vodu s objemom $3\,\mathrm{m}^3$ rýchlosťou veľkosti $20\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$ z nádrže umiestenej 1,5 m nad ústím hadice striekačky. Hustota vody je $1\,000\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$. Určte výkon čerpadla.

126. Automobil s hmotnosťou 2 000 kg ide stálou rýchlosťou do kopca so stúpaním 4 m na každých 100 m dráhy. Súčiniteľ odporu proti pohybu automobilu $\left(f = \dfrac{F}{F_N}\right)$ je 0,08. Určte prácu, ktorú konal

* Ak nebude uvedené inak, počítajte s hodnotou tiažového zrýchlenia $g = 10\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$.

motor pri pohybe automobilu po dráhe 3,0 km. Určte užitočný výkon motora, ak sa automobil pohyboval 4 min.

127. Vodorovná nádrž je umiestená na stĺpe vo výške 25 m nad voľným povrchom vody vo vodnej nádrži. Koľko vody načerpá čerpadlo do nádrže za 1 h, ak má príkon 30 kW a účinnosť čerpacieho zariadenia je 30 %? Ako dlho možno túto vodu používať pri spotrebe 10 l za sekundu?

Riešenie

$P = 30 \,.\, 30^3\,\mathrm{W}$, $\eta = 0{,}30$, $V_s = 10\,\mathrm{l}\,.\,\mathrm{s}^{-1}$, $t = 3\,600\,\mathrm{s}$, $h = 25\,\mathrm{m}$,

$\varrho = 1\,000\,\mathrm{kg}\,.\,\mathrm{m}^{-3}$, $g = 10\,\mathrm{m}\,.\,\mathrm{s}^{-2}$; $V = ?$, $t_1 = ?$

Výkon čerpacieho zariadenia $P' = \eta P$, práca vykonaná pri čerpaní vody za čas t je $W = \eta P t$. Na načerpanie vody s objemom V a hustotou ϱ do výšky h treba vykonať prácu $W = V \varrho g h$. Platí $V \varrho g h = \eta P t$, odkiaľ $V = \dfrac{\eta P t}{\varrho g h} = \dfrac{0{,}3 \,.\, 30 \,.\, 10^3 \,.\, 3600}{10^3 \,.\, 10 \,.\, 25}\,\mathrm{m}^3 \doteq 130\,\mathrm{m}^3$

Čas, za ktorý sa voda s objemom $130\,\mathrm{m}^3$ spotrebuje, je

$$t_1 = \frac{V}{V_s} = \frac{130}{10 \,.\, 10^{-3}}\,\mathrm{s} = 13\,000\,\mathrm{s} \doteq 3{,}6\,\mathrm{h}$$

Za 1 h sa do vodojemu načerpá $130\,\mathrm{m}^3$ vody, ktorú spotrebujú za 3,6 h.

128. Pivnicu s plošným obsahom $50\,\mathrm{m}^2$, ktorá má podlahu 3 m pod úrovňou okolia, zaplavila voda do výšky 80 cm. Za aký čas vyčerpá vodu čerpadlo s príkonom 1 000 W a účinnosťou 75 %?

129. Pohyblivé schodisko sa pohybuje rýchlosťou veľkosti $0{,}6\,\mathrm{m}\,.\,\mathrm{s}^{-1}$ smerom nadol. Schodisko zviera s vodorovnou rovinou uhol 45°. Človek s hmotnosťou 80 kg kráča po schodisku smerom nahor rýchlosťou veľkosti $0{,}9\,\mathrm{m}\,.\,\mathrm{s}^{-1}$. Určte dráhu, ktorú človek prejde, a prácu, ktorú vykoná, kým vystúpi do výšky 20 m.

130. Cyklista vychádza na kopec stálou rýchlosťou. Dĺžka kľuky pedála je 25 cm, čas otáčky pedála je 2 s, priemerná tlaková sila na pedál má veľkosť 150 N. Určte priemerný výkon cyklistu.

131. Lietadlo má hmotnosť 3 000 kg. Za 1 min vystúpi do výšky 1 km

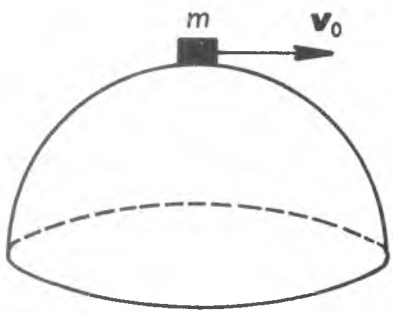
$P = \frac{W}{t} = \frac{F\,s}{t}$ $\frac{m\,a\,.\,s}{t}$ $s = \frac{1}{2}at^2$ $a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2000}{60^2} = 0{,}56$

a dosiahne rýchlosť veľkosti 180 km . h^{-1}. Určte výkon motora lietadla.

132. Vlak s hmotnosťou 200 t sa pohybuje rýchlosťou veľkosti 54 km . h^{-1}. Pri zastavovaní vyvíjajú brzdy silu, ktorej veľkosť je prepočítaná na 200 N na každých 1 000 kg hmotnosti vlaku. Určte a) kinetickú energiu vlaku pred brzdením, b) prácu, ktorú musia brzdy vykonať, aby sa vlak zastavil, c) dráhu, ktorú vlak prejde, kým sa zastaví.

133. Určte zmenu kinetickej energie kameňa s hmotnosťou 2 kg počas 6 s, ak sa kameň pohyboval rovnomerne zrýchlene so zrýchlením veľkosti 0,5 m . s^{-2} a na začiatku pohybu mal rýchlosť veľkosti 4 m . s^{-1}.

*** 134.** Malé teliesko s hmotnosťou m je na vrchole polgule s polomerom R. Polguľa má vodorovnú podstavu (obr. 3-1). a) Akú najmenšiu rýchlosť $\boldsymbol{v}$ vo vodorovnom smere musí mať teliesko, aby sa odtrhlo od polgule hneď na začiatku pohybu? b) V ktorom bode sa teliesko odpúta od polgule, ak ho vychýlime z rovnovážnej polohy vratkej? Určte výšku tohto bodu nad rovinou podstavy. Teliesko považujeme za hmotný bod, o trení neuvažujeme.

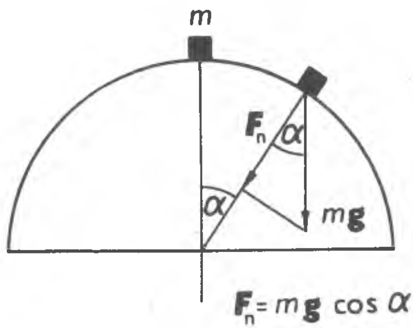


Obr. 3-1

Riešenie

a) V okamihu, keď je teliesko na vrchole polgule, musí mať jeho rýchlosť vo vodorovnom smere takú veľkosť, aby veľkosť odstredivej sily pri pohybe bola väčšia ako veľkosť tiaže telieska, t. j. $m\dfrac{v^2}{R} > mg$, $v > \sqrt{Rg}$.

b) Nakreslite si obr. 3-2. Teliesko kĺže po polguli, jeho výška nad rovinou podstavy sa zmenšuje, aj jeho potenciálna energia sa zmenšuje a zväčšuje sa jeho kinetická energia. Platí $\frac{1}{2} m v^2 = m g h$, kde h je rozdiel výšok na začiatku pohybu a v istom okamihu. Z obr. 3-2 vyplýva, že $h = R - R\cos\alpha = R(1 - \cos\alpha)$. Potom $\frac{1}{2} m v^2 = m g R(1 - \cos\alpha)$.

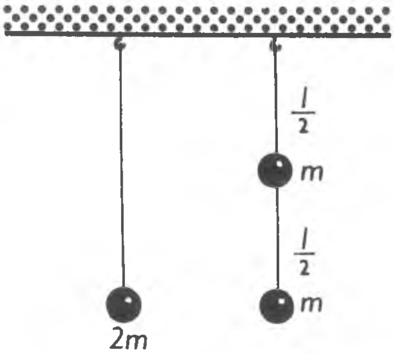


Obr. 3-2

V mieste, kde sa teliesko odpúta od guľovej plochy polgule, bude sa veľkosť odstredivej sily $F_0 = m\frac{v^2}{R}$ práve rovnať veľkosti kolmej tlakovej sily, ktorou teliesko pôsobí na polguľu, $F_n = m g \cos\alpha$. Potom platí $v^2 = 2 g R(1 - \cos\alpha)$ a súčasne $m\frac{v^2}{R} = m g \cos\alpha$, teda rýchlosť $v^2 = R g \cos\alpha$, $2 g R(1 - \cos\alpha) = R g \cos\alpha$. Po úprave $\cos\alpha = \frac{2}{3}$.

Výška miesta nad vodorovnou rovinou podstavy, v ktorom sa teliesko odpúta od polgule, je $h' = R\cos\alpha = \frac{2}{3}R$.

Veľkosť minimálnej rýchlosti, pri ktorej sa teliesko nepohybuje po guľovej ploche polgule, je $v = \sqrt{Rg}$, pri malom náraze sa teliesko odpúta od polgule vo výške $\frac{2}{3}R$ nad rovinou podstavy.



Obr. 3-3

135. Na tenkých tyčiach s veľmi malou hmotnosťou sú umiestené telesá, ktoré majú tvar guľôčok (obr. 3-3). Na jednej tyči je teleso s hmotnosťou 2 m vo vzdialenosti l od miesta upevnenia tyče, na druhej tyči sú dve telesá s hmotnosťami m vo vzdialenosti l, $\frac{l}{2}$ od miesta upevnenia tyče. Obidve tyče vychýlime z rovnovážnej polohy o uhol 90°. Prejdú telesá umiestené na koncoch tyčí pôvodnou polohou rovnakou rýchlosťou?

Riešenie

V prvom prípade (ľavá tyč) platí, že zmena kinetickej energie telesa s hmotnosťou $2m$ sa rovná zmene potenciálnej energie tiažovej, t. j.

$$\frac{1}{2}(2m)v_1^2 = (2m)gl, \text{ teda } v_1 = \sqrt{2gl}$$

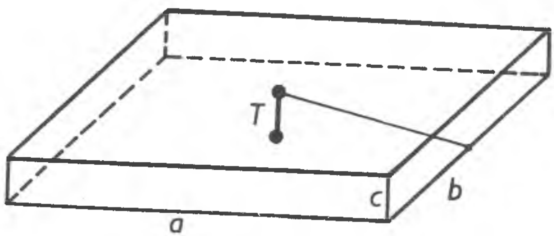
V druhom prípade (pravá tyč) bude mať horné teleso pri prechode rovnovážnou polohou rýchlosť $\frac{1}{2}v_2$, dolné teleso rýchlosť v_2. Celková zmena potenciálnej energie bude $\Delta E_p = \frac{3}{2}mgl$, zmena kinetickej energie $\Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}m\frac{v_2^2}{4} = \frac{5}{8}mv_2^2$. Z porovnania

$\frac{5}{8} m v_2^2 = \frac{3}{2} m g l$ dostaneme

$$v_2 = \sqrt{\frac{12}{5} g l} = \sqrt{\frac{6}{5}} v_1 = 1{,}095\, v_1$$

Telesá prejdú pôvodnou polohou rôznymi rýchlosťami, $v_2 : v_1 = 1{,}095$.

136. Debna tvaru kvádra má hmotnosť 30 kg a dĺžky hrán 60 cm, 20 cm, 120 cm (obr. 3-4). Určte a) potenciálnu energiu debny vzhľadom na vzťažnú sústavu spojenú s povrchom Zeme (nulová hladina E_p splýva s vodorovným povrchom Zeme), b) prácu, ktorú treba vykonať na prevrátenie debny ($g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$).



Obr. 3-4

137. Autobus ZIL 127 s výkonom 130 kW má obsah priečneho rezu karosérie 6 m^2 a súčiniteľ obtekania karosérie je $0{,}30\ \mathrm{N \cdot s^2 \cdot m^{-4}}$. Autobus sa pohybuje účinkom sily veľkosti 5,0 kN. Aká je celková odporová sila proti pohybu?

Riešenie

$P = 130 \cdot 10^3\ \mathrm{W}$, $k = 0{,}30\ \mathrm{N \cdot s^2 \cdot m^{-4}}$, $S = 6\ \mathrm{m^2}$, $F_1 = 5 \cdot 10^3\ \mathrm{N}$; $F_0 = ?$

Veľkosť odporovej sily vzduchu vypočítame zo vzťahu $F_0 = k S v^2$.

Výkon $P = F_1 v$, odkiaľ veľkosť rýchlosti pohybu autobusu $v = \frac{P}{F_1}$.

Potom veľkosť odporovej sily

$$F_0 = k S \frac{P^2}{F_1^2} = 0{,}3 \cdot 6 \cdot \frac{130^2 \cdot 10^6}{25 \cdot 10^6}\ \mathrm{N} \doteq 1\,220\ \mathrm{N}$$

Veľkosť celkovej odporovej sily pôsobiacej na autobus je približne 1 220 N.

138. Obsah priečneho rezu padáka je 60 m^2, stredný tlak vzduchu na hodváb padáka pri pohybe je 16,3 Pa. Výsadkár padá s otvoreným padákom rovnomerným pohybom 6 min 40 s. Na zem dopadne s kinetickou energiou 1,2 kJ. Určte, z akej výšky výsadkár padá rovnomerným pohybom.

Riešenie

$S = 60\,\mathrm{m}^2$, $p = 16{,}3\,\mathrm{Pa}$, $t = 400\,\mathrm{s}$, $E_k = 1{,}2 \,.\, 10^3\,\mathrm{J}$, $g = 10\,\mathrm{m}\,.\,\mathrm{s}^{-2}$; $h = ?$

Odporová sila má veľkosť $F = Sp$. Podmienkou rovnomerného pohybu pri páde výsadkára je, aby sa veľkosť tiažovej a odporovej sily rovnali, teda

$Sp - mg = 0$, odkiaľ $m = \dfrac{Sp}{g}$. Kinetická energia

$E_k = \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{Sp}{g}v^2$, odtiaľ rýchlosť $v^2 = \dfrac{2E_k g}{Sp} = \dfrac{h^2}{t^2}$.

Výška $h = \sqrt{\dfrac{2E_k g}{Sp}}\,t = \sqrt{\dfrac{2\,.\,1{,}2\,.\,10^3\,.\,10}{60\,.\,16{,}3}} \cdot 400\,\mathrm{m} \doteq 1\,980\,\mathrm{m}$.

Výsadkár padá rovnomerným pohybom z výšky asi 1 980 m.

139. Vodná nádrž hydroelektrárne má hladinu s plošným obsahom 1,5 km^2 a priemernú hĺbku 8 m. Dno nádrže leží vo výške 18 m nad úrovňou vody v odvádzacom kanáli pod priehradou. Určte potenciálnu energiu vody v nádrži vzhľadom na vzťažnú sústavu spojenú s kanálom.

140. Spotreba vody pri činnosti jednej turbíny Volžskej hydroelektrárne je 670 m^3 . s^{-1}. Výkon turbogenerátora je 100 MW pri účinnosti 90 %. Určte rozdiel výšok hladín vody na priehrade a pod priehradou.

141. Dnepropetrovská hydroelektráreň má inštalovaný výkon 650 MW. Objemový prietok, t. j. objem vody, ktorá pretečie istým priečnym rezom za 1 s $\left(Q_V = \frac{V}{t}\right)$, je $2\,000\,\mathrm{m}^3 . \mathrm{s}^{-1}$, výška prepadu vody je 37 m. Určte účinnosť turbogenerátorov.

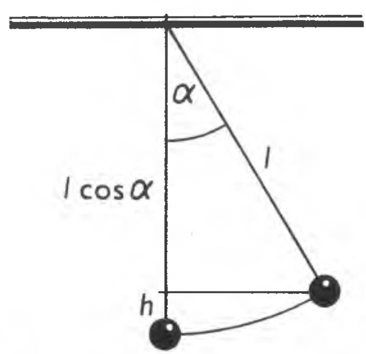
Riešenie

$P = 650 . 10^6\,\mathrm{W}$, $Q_V = 2\,000\,\mathrm{m}^3 . \mathrm{s}^{-1}$, $h = 37\,\mathrm{m}$, $\varrho = 1\,000\,\mathrm{kg} . \mathrm{m}^{-3}$, $g = 10\,\mathrm{m} . \mathrm{s}^{-2}$; $\eta = ?$

Zmena potenciálnej energie vody pri prepade vody $\Delta E_p = V\varrho g h$.
Potom príkon $P_1 = \frac{\Delta E_p}{t} = \frac{V\varrho g h}{t} = Q_V \varrho g h$. Užitočný výkon $P = \eta P_1$, teda účinnosť $\eta = \frac{P}{Q_V \varrho g h} = \frac{650 . 10^6}{2 . 10^3 . 10^3 . 10 . 37} = 0{,}878$

Účinnosť turbín je približne 88 %.

142. Oceľový drôt vydrží zaťaženie 3 000 N. Na drôt zavesíme teleso s hmotnosťou 150 kg (obr. 3-5). O aký uhol možno drôt s telesom vychýliť z rovnovážnej polohy, aby sa drôt pri prechode rovnovážnou polohou nepretrhol?



Obr. 3-5

143. Teleso s hmotnosťou 1 kg voľne padá z veže z výšky 45 m. Nakreslite graf potenciálnej a kinetickej energie telesa ako funkcie výšky a ako funkcie času.

144. Neutrón s hmotnosťou m_0, ktorý sa pohybuje rýchlosťou v_0, narazí na atóm uhlíka ($m_1 = 12\,m_0$), prípadne na atóm uránu ($m_2 = 235\,m_0$). Určte rýchlosť neutrónu po zrážke, ak predpokladáme, že zrážka bola priama a dokonale pružná.

4. MECHANIKA TUHÉHO TELESA

Tuhé teleso je ideálne teleso, ktorého tvar a objem sa účinkom ľubovoľne veľkých síl nemení. Zmenu pohybového stavu tuhého telesa môžu spôsobiť len vonkajšie sily (ďalšie telesá a fyzikálne polia).

Otáčavý účinok sily na teleso vyjadruje veličina moment sily. Veľkosť momentu sily vzhľadom na os otáčania, ktorá je kolmá na smer sily, určíme ako súčin veľkosti sily a ramena sily vzhľadom na túto os, $M = Fr$. Moment sily je vektor, ktorý leží v osi otáčania. Smer vektora momentu sily je určený zmyslom otáčania, spôsobeného silou $\boldsymbol{F}$. Ak posúvame vektor sily po jeho vektorovej priamke, veľkosť sily, smer sily ani rameno sily sa nemení. Otáčavý účinok sily je teda rovnaký, a preto je rovnaký aj moment sily. Jednotkou momentu sily je newton meter (N . m).

Keď na tuhé teleso otáčavé okolo nehybnej osi pôsobí súčasne viac síl, účinok týchto síl môžeme určiť z výsledného momentu síl. Výsledný moment je daný vektorovým súčtom momentov jednotlivých síl (vzhľadom na danú os)

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{M}_1 + \boldsymbol{M}_2 + \dots + \boldsymbol{M}_n$$

Skladať sily pôsobiace na tuhé teleso znamená určiť silu, ktorá má na dané teleso rovnaký účinok ako sily, ktoré skladáme. Pri skladaní dvoch rovnobežných síl platí pre výslednicu $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2$ a pre pôsobiská zložiek $OA : OB = F_2 : F_1$.

Rozkladať silu na zložky znamená nájsť dve (alebo viac) sily $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$ k danej sile $\boldsymbol{F}$ tak, že platí $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2$. Pre veľkosť momentov zložiek vzhľadom na os otáčania platí $F_1 r_1 = F_2 r_2$, kde r_1 a r_2 sú ramená síl F_1 a F_2.

Veľkosť momentu dvojice síl definujeme vzťahom $D = Fd$, kde F je veľkosť jednej sily a d je vzdialenosť vektorových priamok síl.

Ťažisko telesa je pôsobisko tiažovej sily, ktorou Zem pôsobí na teleso. Môžeme ho určiť geometricky (ako priesečník ťažníc telesa), experimentálne alebo výpočtom pomocou skladania síl.

Tuhé teleso otáčavé okolo osi je v rovnovážnej polohe, ak vektorové súčty všetkých síl a všetkých momentov síl, ktoré na teleso pôsobia, sú nulové vektory a teleso je v pokoji. Tuhé teleso môže byť v rovnovážnej polohe stálej, voľnej alebo vratkej. Stálosť rovnovážnej polohy sa meria veľkosťou práce, ktorú treba vykonať, aby sa teleso dostalo z rovnovážnej polohy stálej do rovnovážnej polohy vratkej; $W = F_G(r - h)$, kde F_G je veľkosť tiažovej sily, r je najväčšia výška ťažiska telesa pri otáčaní a h je výška ťažiska telesa v rovnovážnej polohe stálej.

Na opis otáčavého pohybu tuhého telesa okolo nehybnej osi zavádzame pojem moment zotrvačnosti

$$J = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots + m_n r_n^2$$

kde $m_1, m_2, \ldots, m_n$ sú hmotnosti bodov alebo veľmi malých častí telesa a $r_1, r_2, \ldots, r_n$ sú vzdialenosti bodov od osi otáčania. Jednotkou momentu zotrvačnosti je kg . m^2.

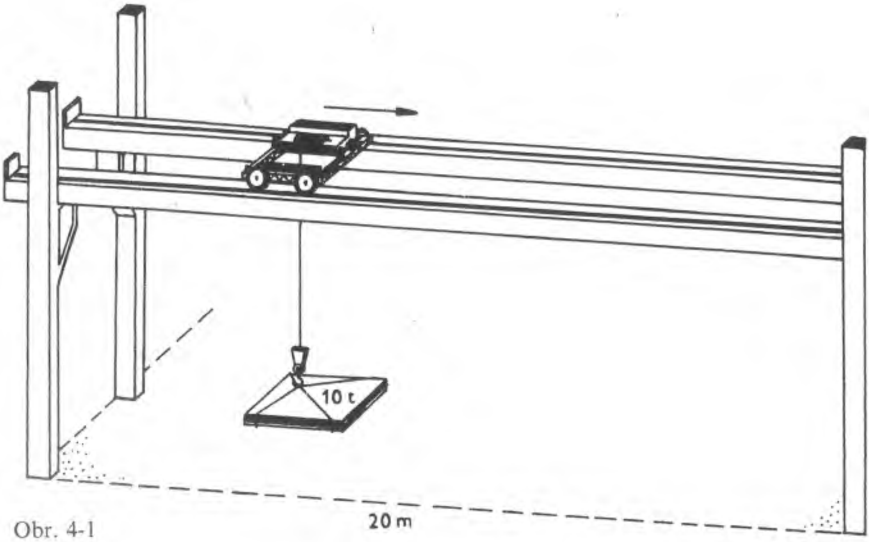
Kinetická energia tuhého telesa, otáčajúceho sa uhlovou rýchlosťou ω okolo osi, vzhľadom na ktorú má teleso moment zotrvačnosti J, je daná vzťahom

$$E_k = \frac{1}{2} J \omega^2$$

Momenty zotrvačnosti niektorých telies: hmotný bod $J = mr^2$, tenká obruč $J = mr^2$, valec $J = \frac{1}{2} mr^2$, dutý valec $J = \frac{1}{2} m(r_1^2 + r_2^2)$, guľa $J = \frac{2}{5} mr^2$, tyč s osou otáčania v strede $J = \frac{1}{12} ml^2$, tyč s osou otáčania na konci $J = \frac{1}{3} ml^2$.

Úlohy

145. Žeriav v dielni je zaťažený telesom s hmotnosťou 10 t (obr. 4-1). Žeriavový vozík sa zastavil na moste žeriava, ktorý má dĺžku 20 m, vo vzdialenosti 5 m od konca. Potom sa dal do pohybu rýchlosťou



Obr. 4-1

veľkosti 0,5 m . s^{-1} smerom k druhému koncu mosta a vo vzdialenosti 5 m od konca sa zastavil. a) Určte zaťaženie miest uloženia mostu žeriava, ak žeriavový vozík stojí. b) Určte zmeny v zaťažení mosta, ak vozík prejde z jeho jedného konca na druhý. c) Nakreslite graf závislosti veľkosti zaťaženia od času. d) Určte, do akej vzdialenosti sa účinkom zotrvačných síl dostane náklad, ktorý je zavesený na lane dĺžky 8 m, keď sa vozík zastaví.

Riešenie

$m = 10^4$ kg, $l = 20$ m, $x_1 = 5$ m, $x_2 = 15$ m, $v = 0{,}5$ m . s^{-1}, $g =$
$= 10$ m . s^{-2}, $d = 8$ m; $F_1 = ?$, $F_2 = ?$, $x_0 = ?$

---

a) Na určenie síl F_1 a F_2 použijeme momentovú vetu. Ak vieme, že tiažová sila $F_G = mg$, potom pre osi otáčania na koncoch mosta platí

$$F_1 l = \frac{F_G}{2}(l - x_1),\ F_2 l = \frac{F_G}{2} x_1;\ \text{odtiaľ}$$

$$F_1 = \frac{F_G}{2}\frac{l - x_1}{l} = \frac{10^4 . 10}{2} \cdot \frac{15}{20}\,\text{kN} = 37{,}5\,\text{kN}$$

$$F_2 = \frac{F_G}{2}\frac{x_1}{l} = \frac{10^4 \cdot 10}{2} \cdot \frac{5}{20}\,\mathrm{kN} = 12{,}5\,\mathrm{kN}$$

b) Za čas t prejde vozík vzdialenosť $s = vt$, takže pre vzdialenosť vozíka od kraja mosta platí $x = x_1 + vt$, pričom $x < l - x_2$. Pre silu F_2 potom zo vzťahu $F_2 l = \frac{F_G}{2}(x_1 + vt)$ vyplýva

$$F_2 = \frac{F_G}{2}\frac{x_1 + vt}{l}.$$

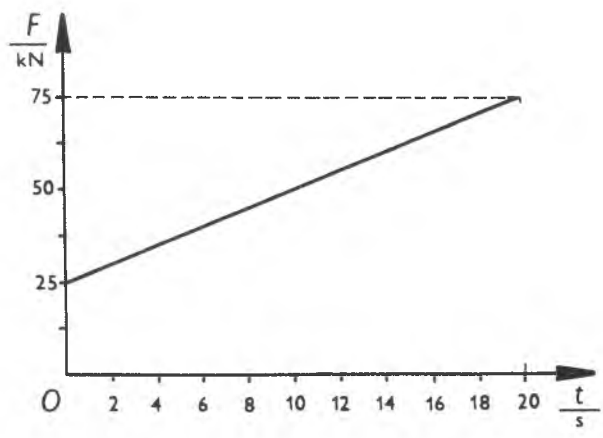
Pre silu F_1 potom obdobne zo vzťahu $F_1 l = \frac{F_G}{2}(l - x_1 - vt)$ vyplýva $F_1 = \frac{F_G}{2}\frac{l - x_1 - vt}{l}$.

Po dosadení číselných hodnôt dostaneme

$$F_2 = 12{,}5\,\mathrm{kN} + 1{,}25\,\mathrm{kN}\,.\,\mathrm{s}^{-1}\,.\,t,$$
$$F_1 = 37{,}5\,\mathrm{kN} - 1{,}25\,\mathrm{kN}\,.\,\mathrm{s}^{-1}\,.\,t.$$

c) Graf závislosti sily od času je znázornený na obr. 4-2. Plná čiara platí pre silu F_2, prerušovaná pre silu F_1.

d) Náklad v pohybe má kinetickú energiu $E_k = \frac{1}{2}mv^2$. Po zastavení vystúpi do výšky h, jeho potenciálna energia sa zväčší,



Obr. 4-2

$\Delta E_p = mgh$. Platí rovnosť $\Delta E_k = E_k = \Delta E_p$, teda $mgh = \frac{1}{2}mv^2$,

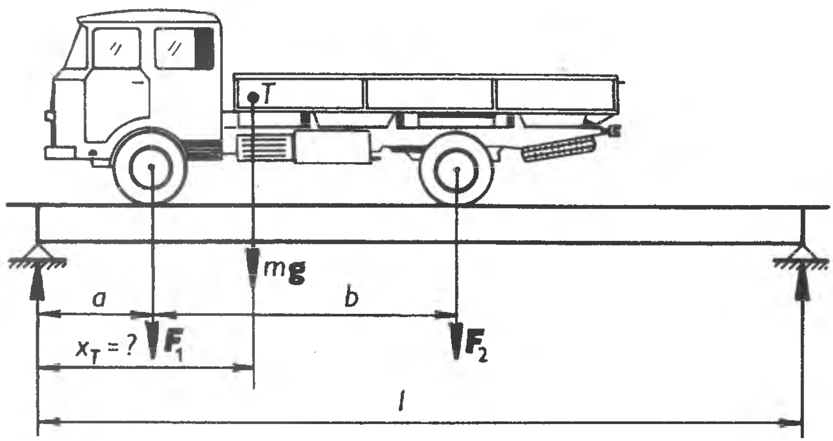
$h = \frac{v^2}{2g}$.

Vzdialenosť x_0 potom vypočítame pomocou Pytagorovej vety: $x_0^2 = d^2 - (d-h)^2$, odkiaľ

$$x_0 \doteq \sqrt{2dh} = \sqrt{2 \,.\, 8 \cdot \frac{0{,}5^2}{2 \,.\, 10} - \frac{0{,}5}{4 \,.\, 10^2}}\,\mathrm{m} \doteq 0{,}45\,\mathrm{m}$$

Zaťaženie miest uloženia mosta žeriavu je na začiatku deja 37,5 kN a 12,5 kN. Pri pohybe vozíka sa mení podľa obr. 4-2. Po zastavení sa bude náklad pohybovať ďalej ešte 45 cm.

146. Na mostíku dĺžky 12 m stojí nákladný automobil s hmotnosťou *m* (obr. 4-3). Vzdialenosť osí predných kolies od miest uloženia mostíka je 1,5 m, vzdialenosť medzi osami kolies je 4 m, tlakové sily na podložku majú veľkosť 10 kN a 35 kN. Určte a) polohu ťažiska automobilu, b) sily, ktorými automobil pôsobí na mostík v miestach jeho uloženia.



Obr. 4-3

Riešenie

$a = 1{,}5\,\mathrm{m}$, $b = 4\,\mathrm{m}$, $l = 12\,\mathrm{m}$, $F_1 = 10\,\mathrm{kN}$, $F_2 = 35\,\mathrm{kN}$; $x_T = ?$, $F_3 = ?$, $F_4 = ?$

a) Polohu ťažiska určíme pomocou momentovej vety. V mieste styku predných kolies s podložkou vzhľadom na os platí

$$(F_1 + F_2) . (x_T - a) = F_2 b$$

$$x_T = \frac{F_2}{F_1 + F_2} b + a = \left[\frac{35}{45} \cdot 4 + 1{,}5\right] \mathrm{m} = 4{,}6\,\mathrm{m}$$

b) Pre sily F_3, F_4 platí vzhľadom na osi prechádzajúce uložením mostíka

vľavo: $F_1 a + F_2(a + b) = F_4 l$

$$F_4 = \frac{F_1 a + F_2(a + b)}{l} = \frac{10 . 1{,}5 + 35 . 6{,}5}{12}\,\mathrm{kN} \doteq 17\,\mathrm{kN}$$

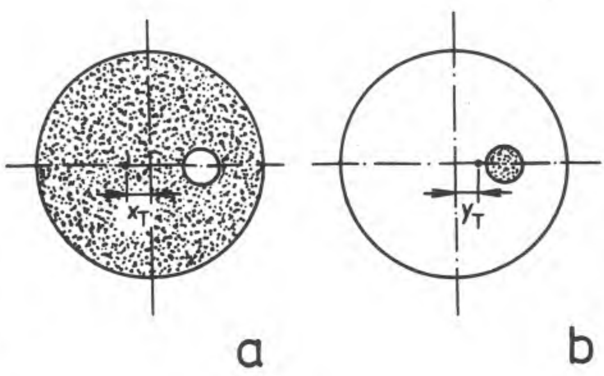
vpravo: $F_1(l - a) + F_2(l - a - b) = F_3 l$

$$F_3 = \frac{F_1(l - a) + F_2(l - a - b)}{l} =$$

$$= \frac{10 . 10{,}5 + 35 . 6{,}5}{12}\,\mathrm{kN} \doteq 28\,\mathrm{kN}$$

Ťažisko automobilu je vo vzdialenosti 4,6 m od kraja mostíka. Sily, ktorými pôsobí automobil na miesta uloženia mostíka, sú 17,3 kN a 27,7 kN.

147. Z homogénneho disku s polomerom *R* bol vyrezaný valec s polo-



Obr. 4-4

merom r. Stred kruhovej podstavy valca je vo vzdialenosti $\frac{R}{2}$ od stredu disku (obr. 4-4a). Vyrezaná časť bola položená na rovnaký disk do rovnako vymedzeného miesta (obr. 4-4b). Určte polohu ťažísk oboch telies, ktoré vznikli.

Riešenie

Označenie veličín je zrejmé z obrázka. Úlohu budeme riešiť pomocou tiažových síl častí telesa, ktorých ťažisko poznáme.
Ťažisko disku s otvorom je vo vzdialenosti x_T od stredu disku, tiažová sila $F_{G1} = \pi(R^2 - r^2)d\varrho g$, kde d je hrúbka disku, ϱ hustota látky, z ktorej je disk vyrobený.
Keby sme disk doplnili vyrezanou časťou, ktorá má tiažovú silu $F_{G2} = \pi r^2 d\varrho g$, bolo by výsledné ťažisko v strede disku. Podľa momentovej vety platí

$$\pi(R^2 - r^2)d\varrho g x_T = \pi r^2 d\varrho g \frac{R}{2}$$

a po úprave

$$x_T = \frac{r^2 R}{2(R^2 - r^2)}$$

Ťažisko druhej sústavy je vo vzdialenosti y_T od stredu disku. Platí

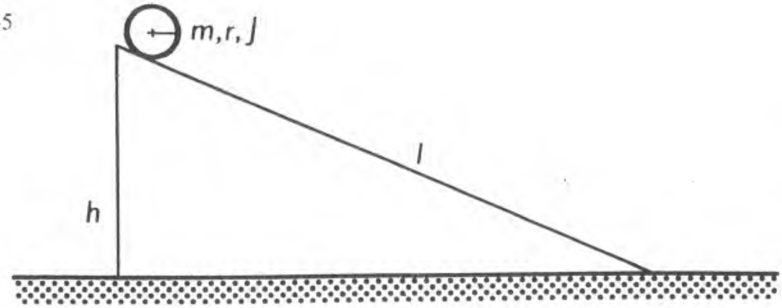
$$\pi R^2 d\varrho g y_T = \pi r^2 d\varrho g\left(\frac{R}{2} - y_T\right)$$

$$R^2 y_T = r^2\left(\frac{R}{2} - y_T\right)$$

$$y = \frac{r^2 R}{2(R^2 + r^2)}$$

148. Po naklonenej rovine s dĺžkou 5 m sa valí z pokoja bez kĺzania a) valec, b) guľa, tak, že ťažisko zníži svoju polohu o 1 m (obr. 4-5). Určte veľkosť rýchlosti, s ktorou sa teleso pohybuje na konci daného úseku.

Obr. 4-5



Riešenie

$l = 5\,\mathrm{m}$, $h = 1\,\mathrm{m}$, $J_1 = \frac{1}{2}mr^2$, $J_2 = \frac{2}{5}mr^2$, $g = 10\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$; $v_1 = ?$, $v_2 = ?$

Pri riešení použijeme zákon zachovania mechanickej energie. V hornej polohe má teleso potenciálnu energiu $E_p = mgh$ nad hladinou nulovej potenciálnej energie. Na dolnom konci úseku $E_p = 0$, ale kinetická energia valiaceho sa telesa je

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\frac{v^2}{r^2}$$

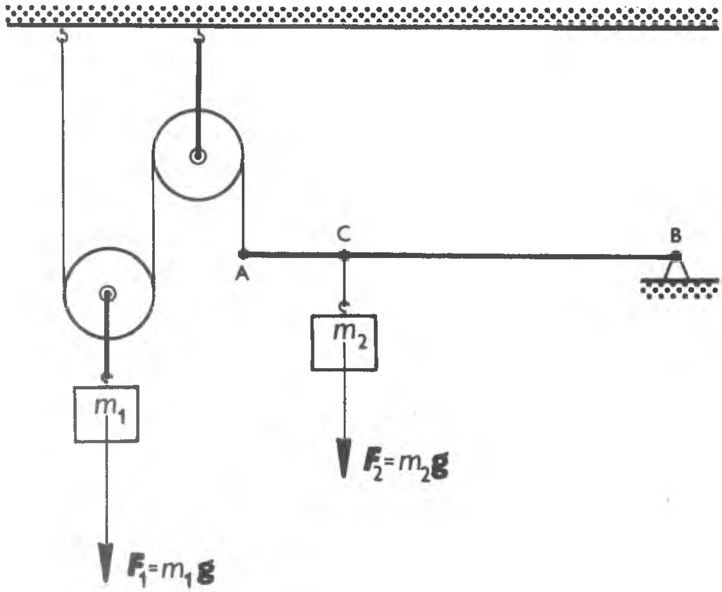
Odtiaľ rýchlosť

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \dfrac{J}{mr^2}}}$$

a) $v_1 = \sqrt{\frac{4}{3}gh} = \sqrt{\frac{4\,.\,10\,.\,1}{3}}\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}} \doteq 3{,}65\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$

b) $v_2 = \sqrt{\frac{10}{7}gh} = \sqrt{\frac{10\,.\,10\,.\,1}{7}}\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}} \doteq 3{,}78\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$

Na konci daného úseku sa valec pohybuje rýchlosťou veľkosti približne $3{,}65\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, guľa rýchlosťou veľkosti približne $3{,}78\,\mathrm{m\,.}$ $\mathrm{.\,s^{-1}}$.



Obr. 4-6

149. Určte dĺžku páky AB v sústave podľa obr. 4-6, ak je táto sústava v rovnovážnej polohe. Teleso na voľnej kladke má hmotnosť 30 kg, teleso na páke má hmotnosť 25 kg, dĺžka úseku AC je 0,4 m. Hmotnosť páky, kladiek a vlákna neuvažujeme.

Riešenie

Označenie veličín je zrejmé z obr. 4-6. Veľkosť sily $F_1 = m_1g$ na voľnej kladke sa vyrovnáva silami s veľkosťami $\frac{F_1}{2}$, ktoré pôsobia vo vlákne, teda aj v bode A, veľkosť sily $F_2 = m_2g$. Platí

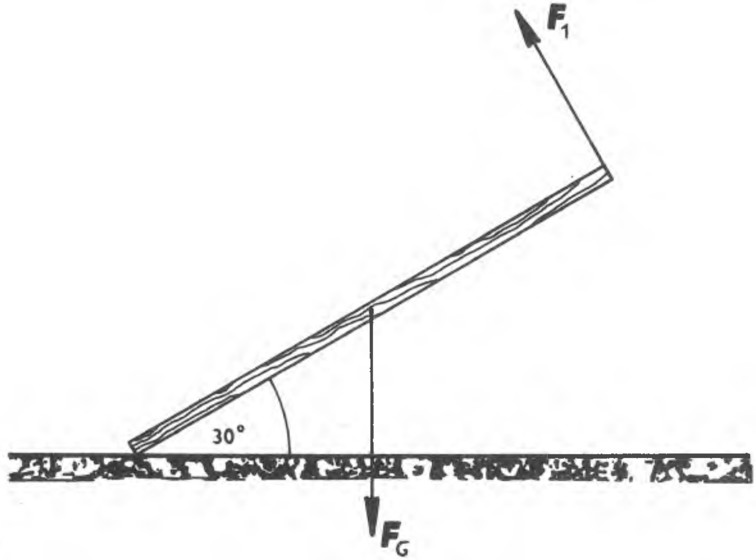
$$\frac{F_1}{2}(x + AC) = F_2x, \; x = \frac{F_1}{2F_2 - F_1}AC = \frac{30}{2\,.\,25 - 30} \cdot 0{,}4\,\mathrm{m} = 0{,}6\,\mathrm{m}$$

$$AB = AC + x = 1{,}0\,\mathrm{m}$$

Páka má dĺžku 1,0 m.

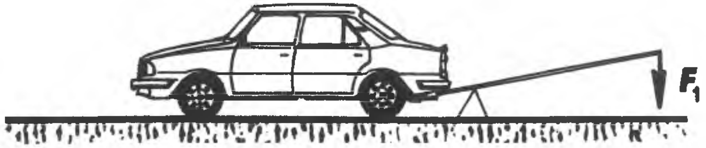
150. Robotník zdvíha za jeden koniec trám s dĺžkou 4 m a s hmotnosťou 40 kg. V polohe, do ktorej trám zdvihol, zviera os trámu

s vodorovným smerom uhol 30°. Robotník pôsobí na trám silou F_1 kolmou na os trámu (obr. 4-7). Určte veľkosť tejto sily.



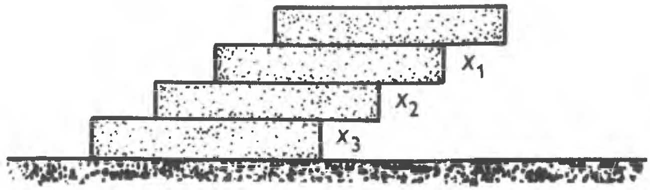
Obr. 4-7

151. Automobil má hmotnosť 960 kg. Akou veľkou silou treba pôsobiť na koniec tyče s dĺžkou 3 m, podloženej kameňom vo vzdialenosti 50 cm od druhého konca, aby sme zdvihli zadnú časť automobilu (obr. 4-8). Ťažisko automobilu je v strede medzi osami kolies.

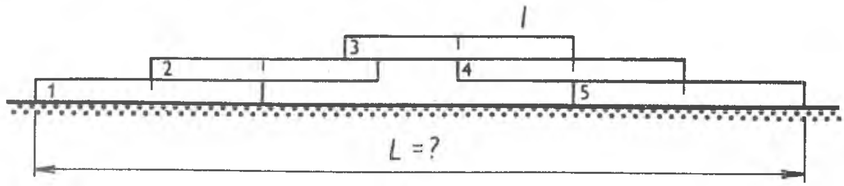


Obr. 4-8

* **152.** Pri stavbe domu postavil murár na seba štyri tehly tak, že každá nasledujúca presahovala okraj tehly, ktorá je pod ňou (obr. 4-9). Ak je dĺžka tehly *l*, o akú najväčšiu dĺžku *x* môže každá ďalšia tehla presahovať tehlu, ktorá je pod ňou? Murár dosiahol to, že tehly presahovali jedna druhú o väčšiu dĺžku a stavba sa napriek tomu nezrútila. Ako to dosiahol?



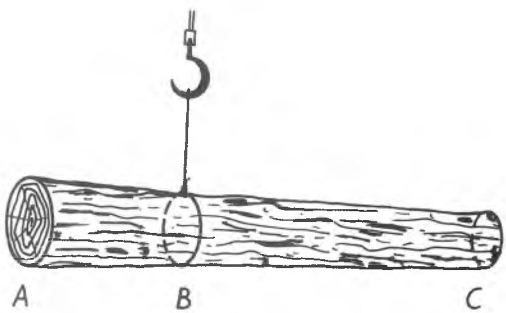
Obr. 4-9



Obr. 4-10

153. Z piatich kociek domina sa snažte urobiť „most" (obr. 4-10). Určte najväčšiu dĺžku mosta, ak každá kocka má dĺžku *l*.

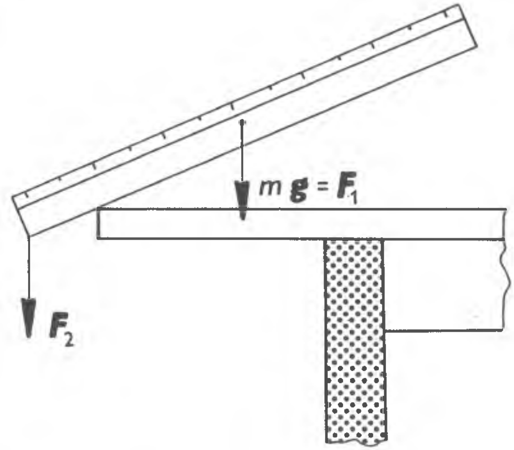
154. Kmeň stromu je zavesený na lane (obr. 4-11) tak, že je vo vodorovnej rovnovážnej polohe stálej. Čo možno povedať o hmotnostiach častí kmeňa, ktoré by vznikli jeho rozrezaním na dve časti v mieste, kde je lano priviazané?

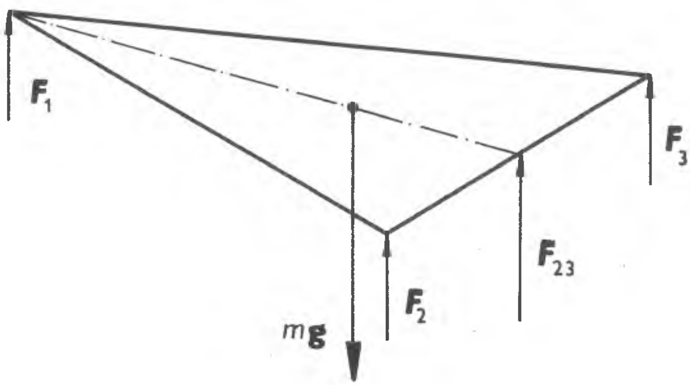


Obr. 4-11

155. Kovové pravítko s dĺžkou 32 cm má hmotnosť 400 g. Na jednom konci pravítka je priviazané závažie s hmotnosťou 100 g. Pravítko oprieme cez hranu stola podľa obr. 4-12. Určte, v ktorom mieste treba pravítko podoprieť, aby bolo v rovnovážnej polohe.

Obr. 4-12



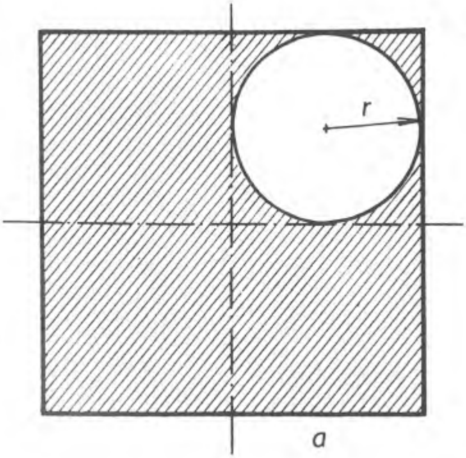


Obr. 4-13

156. Traja robotníci nesú homogénnu dosku všade s rovnakou hrúbkou, ktorá má tvar všeobecného trojuholníka (obr. 4-13) tak, že ju podopierajú vo vrcholoch. Akou silou pôsobia jednotliví robotníci na dosku? Úlohu riešte úvahou, návod nájdete na obr. 4-13.

* **157.** Určte graficky ťažisko homogénnej dosky všade s rovnakou hrúbkou, ktorá má tvar lichobežníka.

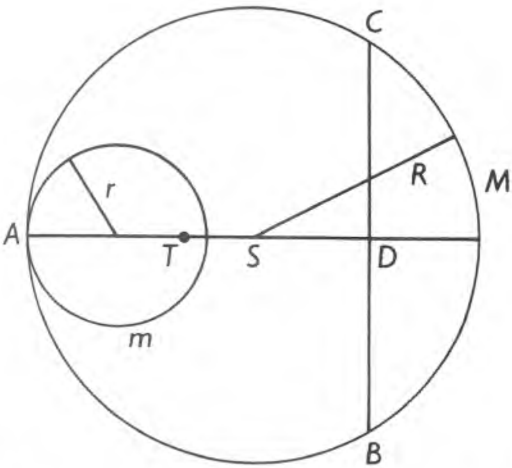
158. Tenká homogénna doska všade s rovnakou hrúbkou má tvar štvorca so stranou a. Z dosky je vyrezaný kruhový otvor s polomerom $r = \frac{a}{4}$ (obr. 4-14). Určte polohu ťažiska dosky.



Obr. 4-14

159. Na trojnohom stole, ktorý má kruhovú platňu s polomerom R a hmotnosť M, je položený kvetináč, ktorý si môžeme predstaviť ako valec s polomerom r a hmotnosťou m tak, že má zvislú os a jeho podstava sa dotýka okraja platne (obr. 4-15). Ako musia byť rozmiestené nohy stola, aby pôsobili na povrch Zeme rovnakou tlakovou silou a aby bol stôl stabilný?

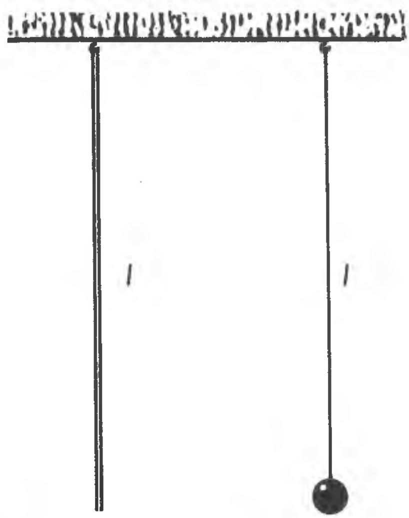
160. Valec s hmotnosťou 2 kg sa valí bez kĺzania po vodorovnej podložke stálou rýchlosťou veľkosti $4\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$. Určte kinetickú energiu valca.



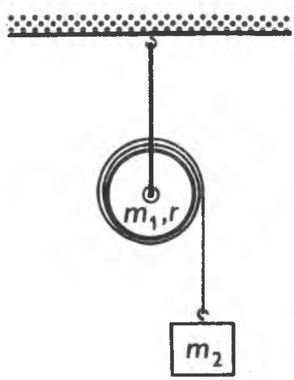
Obr. 4-15

161. Guľa s priemerom 6 cm sa valí bez kĺzania po vodorovnej podložke, pričom frekvencia otáčania je 4 Hz. Hmotnosť gule je 0,25 kg. Určte kinetickú energiu gule.

162. Na obr. 4-16 sú znázornené dve telesá, každé s hmotnosťou 300 g: guľôčka upevnená na vlákne dĺžky 1 m a veľmi malej hmotnosti a tyč dĺžky 1 m. Obe telesá vychýlime z rovnovážnej polohy o uhol 90° a uvoľníme. Ktoré teleso prejde rovnovážnou polohou skôr?



Obr. 4-16

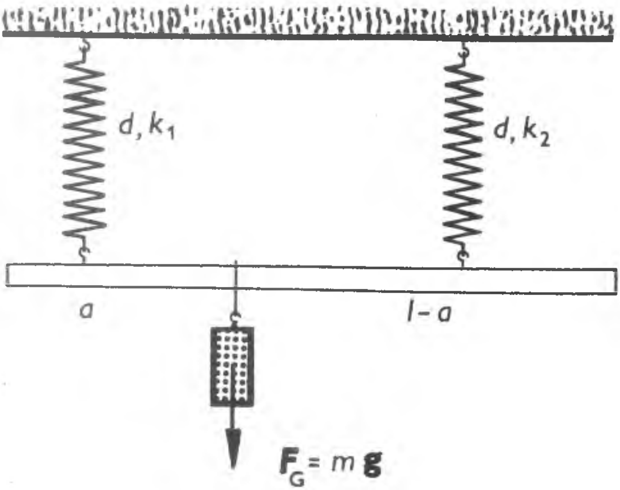


Obr. 4-17

163. Homogénny stĺp tvaru valca s výškou 12 m bol zrezaný tesne pri povrchu Zeme a spadol. Určte veľkosť rýchlosti horného konca stĺpa v okamihu, keď dopadol na povrch Zeme. Ktorý bod stĺpa bude mať v okamihu dopadu rovnakú rýchlosť, ako keby spadol zo svojej výšky voľným pádom?

164. Z homogénnej kladky s polomerom r a hmotnosťou m_1 sa odvíja vlákno zaťažené na konci závažím s hmotnosťou m_2 (obr. 4-17). Určte veľkosť zrýchlenia závažia a veľkosť ťažnej sily vo vlákne. Kladku považujte za valec, hmotnosť vlákna a prekážky proti pohybu neuvažujte.

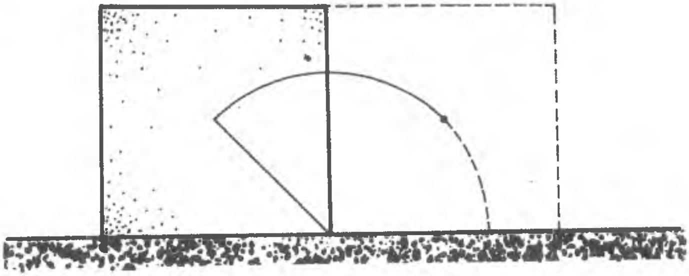
165. Na dvoch rovnobežných zvislých pružinách s rovnakou dĺžkou je zavesený trámik (obr. 4-18) s veľmi malou hmotnosťou. Pružiny majú tuhosť $k_1 = 20\,\mathrm{N\,.\,cm^{-1}}$, $k_2 = 30\,\mathrm{N\,.\,cm^{-1}}$. Vzdialenosť medzi pružinami je 10 cm. Kde treba na trámik pripevniť závažie, aby zostal vo vodorovnej polohe? (Tuhosť pružiny je definovaná vzťahom $k = \dfrac{F}{x}$, kde F je veľkosť pôsobiacej sily a x predĺženie, ktoré táto sila spôsobila.)



Obr. 4-18

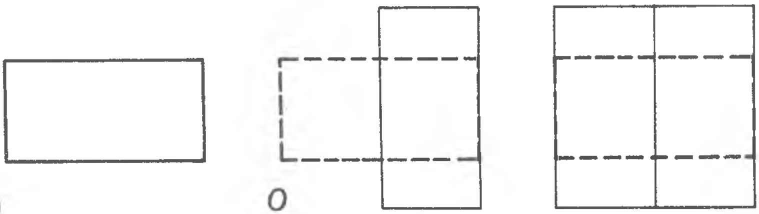
166. Akú prácu treba vykonať na prevrátenie žulového bloku tvaru kocky s hmotnosťou 1 000 kg z jednej steny na druhú (obr. 4-19)? Hustota žuly je 2 800 kg . m^{-3}. Úlohu riešte aj pre prípad žulového

Obr. 4-19



kvádra s rozmermi a, b, c, pričom $a = 2b$, $c = 1{,}5b$. Kedy sa pri prevracaní kvádra vykoná najväčšia práca?

167. Ťažký tehlový blok tvaru kvádra s výškou 2,0 m a šírkou 1,5 m má hmotnosť 2 500 kg. Určte prácu, ktorá sa vykoná pri prevracaní bloku otáčaním okolo tretej hrany, dĺžku ktorej nepoznáme (obr. 4-20).



Obr. 4-20

168. Ak na pružinu pôsobíme stálou silou veľkosti 30 N, predĺži sa o 1 cm (tuhosť pružiny je teda 30 N . cm^{-1}). Akú prácu vykonáme, ak pružinu predĺžime o 20 cm? Ak je x predĺženie pružiny, pre veľkosť pôsobiacej sily platí $F = kx$. Nakreslite graf funkcie $F(x)$.

5. MECHANIKA KVAPALÍN A PLYNOV

Kvapaliny a plyny označujeme spoločným názvom tekutiny.

Keď v rovnovážnom stave na voľnú hladinu kvapaliny s obsahom plochy S pôsobí vonkajšia sila $\boldsymbol{F}$, vznikne tlak p, ktorý je vo všetkých miestach kvapaliny rovnaký (Pascalov zákon).

Keď pôsobí na kvapalinu len tiažová sila $\boldsymbol{F}_G$, vyvolá v hĺbke h hydrostatický tlak $p = h\varrho g$. Jednotkou tlaku je pascal (Pa).

Na všetky telesá ponorené do kvapaliny (aj čiastočne ponorené) pôsobí hydrostatická vztlaková sila F_{vz}. Jej veľkosť závisí od objemu V ponorenej časti telesa a od hustoty ϱ kvapaliny podľa vzťahu $F_{vz} = V\varrho g$, kde g je tiažové zrýchlenie. Hydrostatická vztlaková sila má smer zvislo nahor. Všeobecné vyjadrenie vzťahu pre vztlakovú silu obsahuje Archimedov zákon: Teleso ponorené do kvapaliny je nadľahčované hydrostatickou vztlakovou silou, ktorej veľkosť sa rovná tiaži kvapaliny s rovnakým objemom, ako je objem ponorenej časti telesa.

Pre ustálené prúdenie ideálnej kvapaliny platia zákony zachovania hmotnosti a energie, ktoré sú obsahom rovnice spojitosti (kontinuity) a Bernoulliho rovnice.

Keď prúdovou trubicou s prierezom obsahu S pretečie pri ustálenom prúdení kvapaliny rýchlosťou v za 1 s kvapalina s objemom $V = Sv$, potom hmotnostný tok Q_m kvapaliny je $Q_m = Sv\varrho$, kde ϱ je hustota kvapaliny.

Keďže kvapalina neuniká z trubice bočnými stenami, musí byť hmotnostný tok Q_m v ľubovoľnom prieréze trubice stály: $Sv\varrho =$ konšt., alebo $Sv =$ konšt. (rovnica spojitosti).

Keď prúdi kvapalina vodorovnou prúdovou trubicou s rôznymi prierezmi a rovnica spojitosti zostáva v platnosti, potom sa v miestach s menším prierezom musí zväčšiť rýchlosť prúdiacej kvapaliny. Zväčšenie kinetickej energie kvapaliny v jednotkovom objeme v miestach zúženia trubice má za následok zníženie jej tlakovej energie. Súčet tlakovej a kinetickej energie kvapaliny v jednotkovom objeme je stály (Bernoulliho rovnica)

$$p + \frac{1}{2}\varrho v^2 = \text{konšt.}$$

Pri prúdení skutočnej kvapaliny sa v kvapaline objavujú brzdiace sily, tzv. sily vnútorného trenia. Rýchlosť častíc kvapaliny sa zväčšuje od steny smerom k osi trubice. Pri ustálenom prúdení a malých rýchlostiach sú prúdové vrstvy (vlákna) rozložené pravidelne (laminárne prúdenie). Pri veľkých rýchlostiach sa prúdové vlákna prepletajú a víria (turbulentné prúdenie).

Zákony hydromechaniky platia aj pre plyny, študuje ich aeromechanika. Jednou z úloh aeromechaniky je určenie odporovej sily, ktorá vzniká pri vzájomnom pohybe telesa a tekutiny a pôsobí proti pohybu. Veľkosť odporovej sily pri turbulentnom obtekaní telesa určíme z rovnice

$$F = C\frac{1}{2}\varrho S v^2$$

kde ϱ je hustota tekutiny, S je obsah prierezu profilu telesa kolmý na smer pohybu, v je veľkosť rýchlosti telesa vzhľadom na prostredie a C je súčiniteľ odporu, ktorý závisí od tvaru telesa (napr. pre dutú polguľu $C \doteq 1{,}4$, pre aerodynamický tvar $C \doteq 0{,}01$).

Úlohy

169. Závislosť tlaku vody v mori od hĺbky zobrazte tabuľkou a grafom v pravouhlej sústave súradníc. Z grafu zistite, aký hydrostatický tlak je v hĺbke 100 m, 2 000 m a 3 500 m. Priemerná hustota morskej vody je $1{,}025 \,.\, 10^3\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$.

* **170.** Nádoba tvaru zrezaného kužeľa je naplnená do výšky h postupne petrolejom, vodou, etanolom a glycerínom. Obsah podstavy nádoby je S. a) Od ktorých veličín závisí tlaková sila, ktorou pôsobia tieto kvapaliny na dno nádoby? b) Zapíšte do tabuľky usporiadané dvojice priemerných hustôt a tlakových síl týchto kvapalín pre $h = 0{,}20\,\mathrm{m}$, $S = 0{,}04\,\mathrm{m^2}$ a pri teplote 20 °C. c) Na základe hodnôt

v tabuľke zostrojte graf závislosti tlakovej sily od hustoty kvapalín. Môže graf prechádzať začiatkom sústavy súradníc?

171. Vo valcovej nádobe s priemerom d je voda s objemom V. Aký je tlak p vody pri stene nádoby vo výške h od dna pri teplote vody 20 °C? Riešte pre hodnoty $d = 0{,}25\,\mathrm{m}$, $V = 12{,}10^{-3}\,\mathrm{m}^3$, $h = 0{,}10\,\mathrm{m}$, $g = 9{,}81\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$.

172. V hydraulickom zariadení zubárskeho kresla je piest s obsahom plochy $65\,\mathrm{cm}^2$. Kreslo s pacientom má hmotnosť 150 kg. Akou silou treba pôsobiť na piest s obsahom plochy $3{,}25\,\mathrm{cm}^2$, aby sa dalo kreslo do pohybu? ($g = 9{,}81\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$).

173. Pri zdvíhaní nákladu s hmotnosťou 2 000 kg pomocou hydraulického zariadenia sa vykonala práca 40 J. Malý piest pri zdvihnutí nákladu vykonal 10 zdvihov, pri jednom zdvihu sa posunul o 10 cm. V akom pomere sú obsahy plôch veľkého a malého piesta hydraulického zariadenia?

174. Skúmavka dĺžky 10 cm bola naplnená po okraj vodou a ponorená otvoreným koncom po polovičku svojej dĺžky do pohára s vodou. Aký je tlak vody na dne skúmavky, ak je držaná v zvislej polohe? Atmosferický tlak je 101,3 kPa ($g = 10\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$).

*** 175.** Do jedného ramena U-trubice, v ktorej je ortuť, nalejeme vodu a vpustíme železnú guľôčku s hmotnosťou m. O akú výšku Δh vystúpi voľný povrch ortuti v druhom ramene trubice? Obsah prierezu trubice je S, objem naliatej vody V, hustota ortuti ϱ, hustota vody ϱ_0. Úlohu riešte najprv všeobecne, potom pre konkrétne hodnoty, ktoré si sami navrhnete.

176. Teleso zavesené na silomere umiestite postupne do benzínu, vody, vzduchu a vákua. V ktorom prostredí ukáže silomer najmenšiu a v ktorom najväčšiu výchylku?

177. Navrhnite pokus, ktorým by ste dokázali platnosť Archimedovho zákona.

*** 178.** Navrhnite postup na určenie hustoty látky, z ktorej je zhotovený valček, keď máte možnosť použiť silomer a dve kvapaliny so známou hustotou.

*** 179.** V nádobe s vodou pláva kus ľadu. a) Čo sa stane s výškou voľnej hladiny vody, ak sa ľad roztopí? b) Keby bol v ľade kúsok olova, zmení sa odpoveď a)? Svoje tvrdenie odôvodnite. c) Zmenila by sa odpoveď z úlohy b), ak by namiesto olova bola v ľade vzduchová bublina? Vysvetlite.

* **180.** Do vedra naplneného po okraj vodou vložíme kúsok ľadu. Časť vody s rovnakým objemom, ako je objem ponorenej časti ľadu, sa po vložení ľadu do vedra vyleje. Zmení sa hydrostatický tlak na dno, keď sa ľad roztopí?

181. Na voľnej hladine vody vo vaničke pláva papierová loďka. Na dne loďky leží malý kameň. Zmení sa výška voľnej hladiny v nádobe, keď vyberieme kameň z loďky a vhodíme ho do vody vo vaničke?

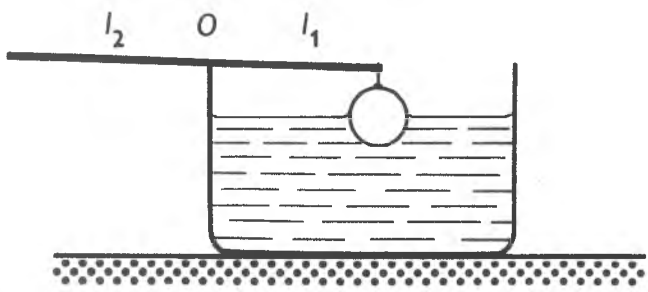
Riešenie

Po odstránení kameňa z loďky je loďka ľahšia. Objem vody vytlačený loďkou sa zmenil o $V_1 = \frac{m}{\varrho_1}$, kde m je hmotnosť kameňa a ϱ_1 hustota vody.
Po ponorení kameňa do vody kameň vytlačí svojím objemom $V_2 = \frac{m}{\varrho_2}$ (ϱ_2 je hustota horniny, z ktorej je kameň) rovnaký objem vody. Pretože $\varrho_2 > \varrho_1$, je $V_1 > V_2$. Preto sa voľná hladina vody vo vaničke zníži.

182. Navrhnite spôsob, ako preveriť, či určitý kovový predmet (medený, oceľový, zlatý, strieborný) je zhotovený z čistého materiálu. Navrhnutý spôsob vyskúšajte v praxi.

* **183.** Na konci rovnorodej tyčky s hmotnosťou $4 \,.\, 10^{-3}$ kg je na niti zavesená hliníková guľôčka s polomerom 0,5 cm. Tyčka je umiestená na okraji pohára s vodou tak, že je v rovnováhe, ak je guľôčka ponorená do vody polovicou svojho objemu (obr. 5-1). Zistite, v akom pomere sú ramená l_1 a l_2, ak je splnená podmienka rovnováhy. Hustota hliníka je $2{,}7 \,.\, 10^3 \,\mathrm{kg} \,.\, \mathrm{m}^{-3}$.

184. Akú najväčšiu hmotnosť m_1 môže mať človek, aby ho uniesol vo vode záchranný pás z korku s hmotnosťou $m_2 = 2$ kg? Kvôli väčšej bezpečnosti človeka uvažujte, že jeho hmotnosť je o 20 % menšia ako hmotnosť, ktorú môže uniesť záchranný pás. Priemerná hustota ľudského tela ϱ_1 je $1{,}08 \,.\, 10^3 \,\mathrm{kg} \,.\, \mathrm{m}^{-3}$, hustota korku ϱ_2 je $0{,}22 \,.\, 10^3 \,\mathrm{kg} \,.\, \mathrm{m}^{-3}$, hustota vody ϱ_0 je $1 \,.\, 10^3 \,\mathrm{kg} \,.\, \mathrm{m}^{-3}$.



Obr. 5-1

Riešenie

$m_2 = 2\,\mathrm{kg}$, $\varrho_1 = 1{,}08\,.\,10^3\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$, $\varrho_2 = 0{,}22\,.\,10^3\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$, $\varrho_0 =$ $= 1\,.\,10^3\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$; $m_1 = ?$

Celková hmotnosť človeka a záchranného pásu je $m_1 + m_2$, ich celková tiaž $G = m_1 g + m_2 g$. Keď človek so záchranným pásom pláva po hladine vody, je celková tiaž G v rovnováhe s hydrostatickou vztlakovou silou F_{vz} pôsobiacou na nich vo vode, $G = F_{vz}$. Vztlaková sila $F_{vz} = (V_1 + V_2)\,g = m_1 g + m_2 g$. Po dosadení za $V_1 = \dfrac{m_1}{\varrho_1}$ a $V_2 = \dfrac{m_2}{\varrho_2}$ a po úprave rovnice dostaneme

$$m_1 = m_2 \frac{\dfrac{\varrho_0}{\varrho_2} - 1}{1 - \dfrac{\varrho_0}{\varrho_1}} = 2 \cdot \frac{\dfrac{10^3}{0{,}22\,.\,10^3} - 1}{1 - \dfrac{10^3}{1{,}08\,.\,10^3}}\ \mathrm{kg} = 95{,}7\,\mathrm{kg}$$

Maximálna hmotnosť človeka je 95,7 kg. Keď uvážime zmenšenie hmotnosti človeka vzhľadom na jeho bezpečnosť o 20 %, potom záchranný pás unesie človeka s maximálnou hmotnosťou 76,6 kg.

185. Aký môže byť najväčší objem ľadovca plávajúceho vo vode, ak sme zistili, že kúsok hliníka s objemom $0{,}1\,\mathrm{m^3}$, primrznutý k ľadovcu, spôsobil klesnutie ľadovca ku dnu? Hustota ľadovca je $0{,}9\,.\,10^3\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$, hustota hliníka je $2{,}7\,.\,10^3\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$.

*** 186.** Hustomer možno zhotoviť tak, že skúmavku zaťažíme pieskom a uzavrieme zátkou. Určte hmotnosť piesku, ktorý treba nasypať do skúmavky, aby v destilovanej vode bolo ponorených 90 %

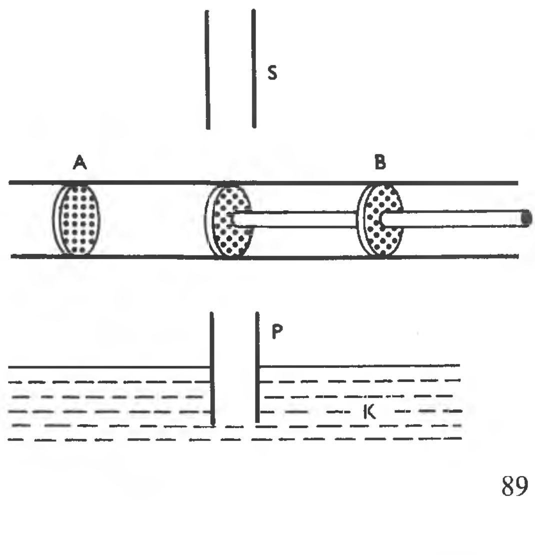
objemu skúmavky. Aká časť skúmavky by bola ponorená v glyceríne, keď vo vode je ponorených 90 % objemu skúmavky? Meraním sa zistili tieto údaje: dĺžka l skúmavky je 20 cm, vnútorný priemer d_1 je 1,8 cm, hrúbka steny skúmavky d je 1,0 mm. Hustota skla je 2 400 kg . m^{-3}, hustota glycerínu je 1 260 kg . m^{-3}. O hmotnosti zátky neuvažujeme.

*** 187.** Platí Archimedov zákon vo výťahu, ktorý sa pohybuje a) so zrýchlením veľkosti $a < g$ v smere tiažového zrýchlenia, b) so zrýchlením veľkosti $a = g$ v smere tiažového zrýchlenia? c) Ako by sa správala korková zátka v úlohe b), ak by sme ju zatlačili pod hladinu vody v nádobe? Odpovede odôvodnite.

188. Akú prácu musí vykonať žeriav, ktorý vyberá z vody železobetónový pilier valcového tvaru, s plochou podstavy 0,8 m^2, vysoký 2 m. Pilier je pôvodne vrchnou podstavou tesne pod hladinou vody a žeriav ho má vybrať tak, že je spodnou podstavou tesne nad hladinou vody. Hustota železobetónu je 2 800 kg . m^{-3} ($g = 10$ m . s^{-2}).

189. Kláda s dĺžkou 3,5 m a s priemerom 30 cm pláva na hladine jazera. Akú najväčšiu hmotnosť môže mať človek, aby nemal chodidlo vo vode, keď bude stáť na klade? Hustota dreva je 0,7 . 10^3 kg . m^{-3}.

190. Na obrázku 5-2 je valec s piestom, ktorý má funkciu čerpadla. Koľko treba inštalovať v čerpadle záklopiek, a kde ich treba



Obr. 5-2

umiestiť, aby piest pri svojom pohybe medzi stenami A a B spojite hnal kvapalinu na ľavú a pravú stranu? Ako musí byť spojené potrubie s nasávacou trubicou S a s trubicou P, ktorá systému dodáva kvapalinu K? Nakreslite schému a vysvetlite.

191. Fúkajte lievikom do plameňa sviečky tak, že k plameňu priblížite jeho rozšírenú časť. Plameň sa prikloní smerom k lieviku. Objasnite tento jav.

192. Na dne vane čiastočne naplnenej vodou je otvorený odtok vody, na ktorom je položená sieťka. Voľnú hladinu vody udržujeme v rovnakej výške. Ak položíme stolnotenisovú loptičku na sieťku v otvore, zostane ležať na nej pritlačená. Ak odtok uzavrieme, loptička vypláva na hladinu vody. Vyskúšajte pokus a vysvetlite pozorovaný jav.

193. Urobte si z dvoch kníh položených na stole vo vzdialenosti asi 15 cm prúdový tunel. Tunel tvorí medzeru medzi knihami zakrytú zhora tenkým zošitom s mäkkými doskami. Ak budete do tunela silne fúkať, zistíte, že tenký zošit sa prehne dovnútra tunela. Vysvetlite.

194. Fúkajte rúrkou vzduch medzi dve zapálené sviečky umiestené blízko seba. Na ktorú stranu sa ohýbajú plamene? Nakreslite pokus a odôvodnite.

195. Pri inštalácii vodovodu sa na rúru s priemerom 30 cm napojila rúra s priemerom 20 cm. V ktorej z nich bude tlak tečúcej vody väčší?

196. Voda v potrubí prúdi rýchlosťou $0{,}15\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$. Priemer potrubia je 20 cm. Určte hmotnostný tok vody v potrubí.

197. Určte vhodný priemer pre ropovodné potrubie, aby ním mohla pretekať nafta s objemom $1\,\mathrm{m^3}$ za sekundu maximálnou rýchlosťou $1\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$.

198. V nádobe je vzduch s malým pretlakom 6,02 Pa vzhľadom na okolie. Hustota vzduchu okolo nádoby je $1{,}194\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$. Akou rýchlosťou bude vzduch unikať z nádoby? (Predpokladáme, že pri malej zmene tlaku je hustota vzduchu stála.)

199. Prúd vody smerujúci horizontálne naráža na zvislú stenu. Akou silou naráža prúd na stenu, ak jeho rýchlosť v trubici s obsahom prierezu $4\,\mathrm{cm^2}$ bola $10\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$? Predpokladajme, že po náraze voda steká po stene.

Riešenie

$S = 4 \,.\, 10^{-4}\,\mathrm{m}^2$, $v = 10\,\mathrm{m}\,.\,\mathrm{s}^{-1}$, $\varrho_0 = 1\,.\,10^3\,\mathrm{kg}\,.\,\mathrm{m}^{-3}$; $F = ?$

Z druhého pohybového zákona vyplýva, že veľkosť zmeny hybnosti Δp vody za dobu Δt je $F.\,\Delta t$, kde F je veľkosť sily, ktorou stena pôsobí na vodu. Za dobu Δt prierezom trubice pretečie voda s hmotnosťou $m = \varrho_0 v S \Delta t$. Podľa zadania v úlohe konečná rýchlosť v vo vodorovnom smere je nulová. Preto za dobu Δt zmena veľkosti hybnosti prúdu je $\Delta p = mv = \varrho_0 v^2 S \Delta t$, kde ϱ_0 je hustota vody. Veľkosť sily, ktorou naráža prúd vody na stenu, určíme zo vzťahu

$$F = \varrho_0 S v^2 = 1\,.\,10^3\,.\,4\,.\,10^{-4}\,.\,(10)^2\,\mathrm{N} = 40\,\mathrm{N}$$

Veľkosť sily, ktorou naráža prúd vody na stenu, je 40 N.

*** 200.** Prúd vzduchu v aerodynamickom tuneli má veľkosť rýchlosti $v_1 = 40\,\mathrm{m}\,.\,\mathrm{s}^{-1}$ a tlak p_1. V istom mieste hornej strany krídla vloženého do tunela zmenila sa veľkosť rýchlosti vzduchu na v_2 a tlak na p_2. Rozdiel tlakov Δp_{12} sa zistil meraním ($2\,.\,10^3\,\mathrm{Pa}$). Vzduch považujeme za ideálnu tekutinu s hustotou $1{,}2\,\mathrm{kg}\,.\,\mathrm{m}^{-3}$. Aká veľká je rýchlosť v_2?

*** 201.** Voľný povrch vody v nádobe siaha do výšky h. Ako ďaleko dopadá voda z otvoru, ktorý je vo výške y nad dnom nádoby? V akej výške by musel byť otvor y_1, aby prúd dopadol do maximálnej vzdialenosti pri stálej výške h voľného povrchu vody? Zúženie vytekajúceho prúdu, trenie a odpor prostredia zanedbáme.

*** 202.** Na hladkom povrchu stola stojí široká nádoba s vodou. Výška voľného povrchu vody v nádobe je h, tiaž nádoby spolu s vodou je G. V bočnej stene pri dne nádoby je otvor s obsahom prierezu S, uzavretý zátkou. Pri akom súčiniteli trenia medzi dnom nádoby a stolom sa dá nádoba do pohybu, ak odkryjeme otvor?

203. V knihe História grécko-perzských vojen starogréckeho historika Herodota sa píše o poznatkoch z putovania po Egypte: „Pri silnom protivetre pred korábom plávajúcim po prúde je zvislo do vody a kolmo na prúd spustená doska, ktorá má úlohu hnacieho stroja a ťahá koráb.“ Nakreslite obrázok a vysvetlite funkciu dosky, ktorú používali staroegyptskí lodivodi.

204. Pri cyklistických pretekoch družstiev sa členovia družstva pohybujú v stope druhého, čo možno najbližšie k sebe, pričom prední pretekári periodicky prechádzajú na miesto posledného pretekára. Vysvetlite príčinu.

205. Väčšina reaktívnych lietadiel má tvar kvapkového modelu. Načrtnite najvhodnejší tvar automobilu a tvary niektorých automobilov, ktoré poznáte. Porovnajte ich tvar s tvarom, ktorý ste navrhli. Čo navrhujete na nich upraviť?

206. Automobil sa 60 sekúnd po štarte pohyboval rovnomerne zrýchlene so zrýchlením veľkosti $a_1 = 0{,}2\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$. V čase od 60 s do 240 s sa pohyboval rovnomerne a v čase od 240 s do 360 s sa pohyboval rovnomerne spomalene so zrýchlením veľkosti $a_2 = 0{,}1\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Zistite, ako sa menila veľkosť sily odporu v závislosti od veľkosti okamžitej rýchlosti automobilu. a) Zostavte tabuľku usporiadaných dvojíc veľkosti okamžitej rýchlosti a odporovej sily po 20 sekundách. b) Zostrojte graf závislosti veľkosti sily od času a závislosti okamžitej rýchlosti od času. Čelná plocha automobilu má obsah $2{,}00\,\mathrm{m^2}$, súčiniteľ odporu je 0,32, hustota vzduchu je $1{,}2\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

207. Akou rýchlosťou letí lietadlo, ak veľkosť vztlakovej aerodynamickej sily je 105 kN a obsah plochy kolmého priemetu nosnej plochy krídiel na dotyčnicovú rovinu je $36\,\mathrm{m^2}$? Súčiniteľ vztlaku C_y je 0,35, hustota vzduchu je $1{,}3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

208. Automobil prekonáva odporovú silu veľkosti 0,50 kN pri stálej rýchlosti veľkosti $80\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$ vzhľadom na pokojný vzduch. Hustota vzduchu je $1{,}3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ a obsah čelnej plochy automobilu kolmej na smer jazdy je $3{,}5\,\mathrm{m^2}$. Aký je súčiniteľ odporu automobilu?

209. Určte polomer gule, ktorá sa pohybuje vo vode rýchlosťou s veľkosťou $3\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ a je brzdená odporovou silou s veľkosťou 60 N. Ako by sa zmenila veľkosť odporovej sily, ak by sa za tých istých podmienok zväčšila veľkosť rýchlosti gule na $6\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$? Súčiniteľ odporu C gule je 0,48, teplota vody je 20 °C.

6. GRAVITAČNÉ POLE

Gravitačné pôsobenie medzi dvoma telesami opisujeme gravitačnou silou $\boldsymbol{F}_g$. Veľkosť gravitačnej sily medzi dvoma hmotnými bodmi s hmotnosťami m_1, m_2 vo vzájomnej vzdialenosti r je daná vzťahom $F_g = \varkappa\frac{m_1 m_2}{r^2}$, kde $\varkappa \doteq 6{,}67 \,.\, 10^{-11}\,\mathrm{N\,.\,m^2\,.\,kg^{-2}}$ je gravitačná konštanta. Tento vzťah platí aj pre dve rovnorodé gule, ktorých stredy majú vzdialenosť r.

Silové pôsobenie gravitačného poľa na teleso s hmotnosťou m v danom bode poľa charakterizuje intenzita gravitačného poľa $\boldsymbol{K} = \frac{\boldsymbol{F}_g}{m}$. Jednotkou intenzity gravitačného poľa je $\mathrm{N\,.\,kg^{-1}}$.

Homogénne gravitačné pole má vo všetkých miestach konštantný vektor intenzity. V radiálnom gravitačnom poli je veľkosť intenzity gravitačného poľa $K = \frac{\varkappa M}{R^2}$, kde M je hmotnosť telesa a R je vzdialenosť daného bodu od stredu radiálneho poľa.

Vo vzdialenosti h od povrchu Zeme má intenzita gravitačného poľa veľkosť $K = \frac{\varkappa M_Z}{(R_Z + h)^2}$, kde M_Z je hmotnosť Zeme a R_Z je polomer Zeme. Okrem intenzity je gravitačné pole v danom bode charakterizované gravitačným potenciálom $\varphi = \frac{E_p}{m}$, kde E_p je gravitačná potenciálna energia telesa s hmotnosťou m v tomto bode. Jednotkou gravitačného potenciálu je $\mathrm{J\,.\,kg^{-1}}$.

Práca, ktorú vykonajú gravitačné sily pri premiestení telesa s hmotnosťou m v homogénnom gravitačnom poli s intenzitou veľkosti K z miesta, ktoré je vo výške h_1 nad povrchom Zeme do miesta, ktoré je vo výške h_2 nad povrchom Zeme, je $W = mK(h_1 - h_2)$. Ak je povrch

Zeme miesto s nulovou hladinou gravitačnej potenciálnej energie, vzťah $E_p = mKh$ určuje gravitačnú potenciálnu energiu telesa s hmotnosťou m vo výške h nad Zemou. Prácu potrebnú na prenesenie telesa s hmotnosťou m z povrchu Zeme do vzdialenosti $r > R_Z$ určuje vzťah $W = \varkappa m M_Z \left(\frac{1}{R_Z} - \frac{1}{r}\right)$.

V neinerciálnej sústave spojenej so Zemou pôsobi na teleso s hmotnosťou m tiažová sila $\boldsymbol{F}_G = m\boldsymbol{g}$, ktorá je výslednicou gravitačnej sily $\boldsymbol{F}_g$ a zotrvačnej odstredivej sily $\boldsymbol{F}_0$. Platí $\boldsymbol{F}_G = \boldsymbol{F}_g + \boldsymbol{F}_0$.

Úlohy

210. Mesiac obieha okolo Zeme v strednej vzdialenosti $r = 60\,R_Z$. Hmotnosť Mesiaca $M_m = \frac{1}{81} M_Z$. Na spojnici stredov oboch telies nájdite bod, v ktorom sú príťažlivé sily pôsobiace na teleso smerom k Mesiacu a smerom k Zemi rovnaké. Čo by musel urobiť človek, keby vystupoval zo Zeme na Mesiac po rebríku?

Riešenie

$R_Z = 6{,}37 \,.\, 10^6\,\mathrm{m}$, $M_Z = 6{,}0 \,.\, 10^{24}\,\mathrm{kg}$, $M_m = \frac{1}{81} M_Z$, $r = 60\,R_Z$;

$x = ?$

Nakreslíme si obrázok 6-1. Vzdialenosť od stredu Zeme, v ktorej budú veľkosti obidvoch síl rovnaké, označíme x. Platí

$$\frac{\varkappa m M_Z}{x^2} = \frac{\varkappa m M_m}{(60\,R_Z - x)^2} = \frac{\varkappa m M_Z}{81\,(60\,R_Z - x)^2}$$

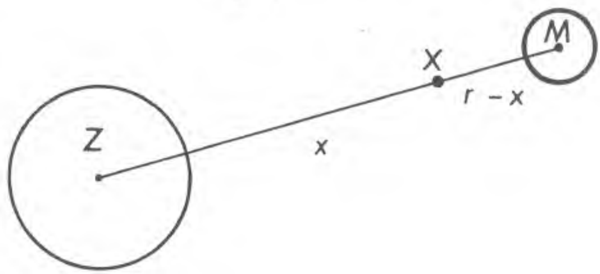
$$\text{a po úprave } \frac{x^2}{(60\,R_Z - x)^2} = 81$$

Po odmocnení dostaneme dve riešenia

$$\frac{x_1}{60\,R_Z - x} = 9, \quad x_1 = 540\,R_Z - 9\,x_1, \quad x_1 = 54\,R_Z$$

$\frac{6}{81}\,10^{24} = 7{,}4\,10^{22}$

Obr. 6-1



$$\frac{x_2}{x_2 - 60\,R_Z} = 9, \quad x_2 = 9\,x_2 - 540\,R_Z, \quad x_2 = 67{,}5\,R_Z$$

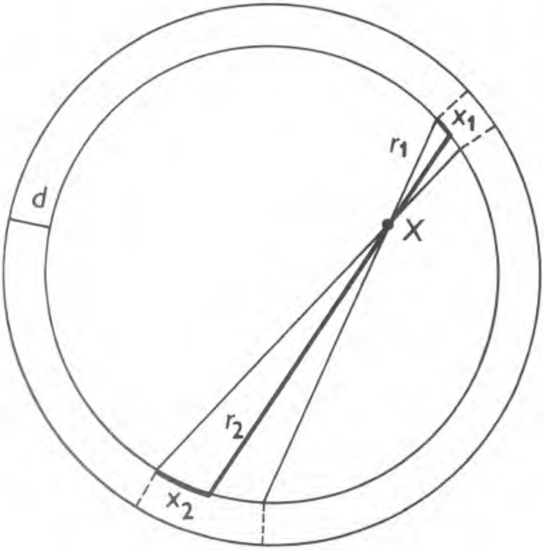
Vo vzdialenosti $x_1 = 54\,R_Z$ sú obidve sily rovnako veľké a opačného smeru, teda v tejto vzdialenosti je výsledná intenzita gravitačného poľa nulová. Vo vzdialenosti $x_2 = 67{,}5\,R_Z$ sú obidve sily rovnako veľké, ale rovnakého smeru. Keby človek vystupoval z povrchu Zeme po rebríku na Mesiac, vo vzdialenosti x_1 by sa musel otočiť hlavou smerom k Zemi a zostupovať po rebríku dolu na povrch Mesiaca.

11. Uvážte, aká je intenzita gravitačného poľa vnútri dutej guľovej škrupiny s malou hrúbkou d z materiálu s hustotou ϱ.

Riešenie

Označenie veličín je zrejmé z obr. 6-2, ktorý si nakreslíme do zošita. Pre ľubovoľný bod X vnútri škrupiny zostrojíme úzky dvojkužeľ, ktorý ohraničí na škrupine dve telesá takmer valcového tvaru s malou výškou d. Z obrázka je zrejmé, že na základe podobnosti platí $x_1 : x_2 = r_1 : r_2$, teda $x_2 = \frac{r_2}{r_1} x_1$. Hmotnosti ohraničených telies sú $m_1 = \pi x_1^2 \varrho d$, $m_2 = \pi x_2^2 \varrho d$. Pre veľkosti gravitačných síl F_1, F_2 týchto telies, ktorými tieto telesá pôsobia na ďalšie teleso s hmotnosťou m, platí

$$F_1 = \varkappa \frac{m_1 m}{r_1^2} = \varkappa \frac{m \pi x_1^2 \varrho d}{r_1^2}$$



Obr. 6-2

$$F_2 = \varkappa\frac{m_2 m}{r_2^2} = \varkappa\frac{m\pi x_1^2 r_2^2 \varrho d}{r_1^2 r_2^2} = F_1$$

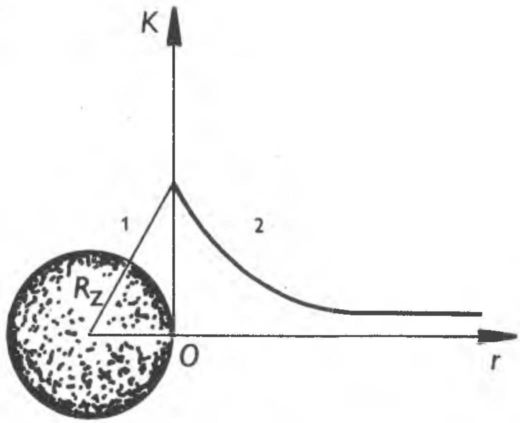
Pretože vektorovo platí $\boldsymbol{F}_1 = -\boldsymbol{F}_2$, tak $\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 = \mathbf{0}$. Intenzita gravitačného poľa vnútri guľovej škrupiny je nulová.

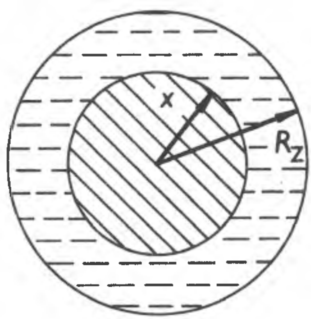
212. Načrtnite graf zmeny veľkosti intenzity gravitačného poľa v závislosti od zmeny vzdialenosti od stredu Zeme.

Riešenie

Hmotnosť Zeme označíme M_Z, jej polomer R_Z, vzdialenosť bodu mimo Zeme od povrchu Zeme h, vzdialenosť tohto bodu od stredu Zeme $r = R_Z + h$. Pre vonkajší priestor okolo Zeme platí $r > R_Z$.
Veľkosť intenzity je $K = \dfrac{\varkappa M_Z}{r^2} = \dfrac{\varkappa M_Z}{(R_Z + h)^2}$
Grafom je krivka 2 na obr. 6-3.
Pre bod vnútri homogénnej gule (obr. 6-4) je $r < R_Z$. Zem môžeme rozdeliť na dve časti — dutú guľu (čiarkovane), vnútri ktorej podľa úlohy 211 veľkosť intenzity gravitačného poľa je nulová,

Obr. 6-3





Obr. 6-4

a na menšiu guľu (šrafovane) s polomerom x. Hmotnosť tohto telesa $M' = \frac{4}{3}\pi x^3 \varrho$. Pre veľkosť intenzity potom platí

$$K = \frac{\varkappa M'}{x^2} = \frac{\frac{4}{3}\pi x^3 \varrho}{x^2} = \frac{4}{3}\varkappa\pi\varrho x$$

Intenzita gravitačného poľa závisí lineárne od vzdialenosti bodu vnútri homogénnej gule od stredu Zeme. Priebeh veľkosti intenzity v miestach pod povrchom homogénnej gule (je to jeden z modelov Zeme pri riešení fyzikálnych problémov) znázorňuje krivka 1 na obr. 6-3.

213. Keď Isaac Newton uvažoval o gravitačnom zákone, zisťoval hodnotu gravitačného zrýchlenia a_{g_0} na povrchu Zeme, teda vo vzdialenosti $R_Z = 6\,370\,\text{km}$ od stredu Zeme, a vo vzdialenosti obežnej trajektórie Mesiaca, t. j. vo vzdialenosti $r = 60,3\,R_Z \doteq 384\,100\,\text{km}$ od stredu Zeme. Gravitačné zrýchlenie sa malo rovnať dostredivému zrýchleniu a_d pohybu telesa po trajektórii Mesiaca. Určte pomer $a_{g_0} : a_d$ a vyjadrite pomer vzdialeností $r : R_Z$. Porovnajte obidva pomery ($T = 2{,}361 \,.\, 10^6\,\text{s}$).

214. Akou veľkou silou pôsobí Mesiac na $1\,\text{m}^3$ morskej vody s hustotou $1\,030\,\text{kg}\,.\,\text{m}^{-3}$ na povrchu Zeme? Aké javy v dôsledku tohto pôsobenia Mesiaca vznikajú?

215. Akou veľkou silou pôsobí Mesiac na kozmickú loď s hmotnosťou 10 t, ktorá obieha okolo Mesiaca po kružnici vo výške 22 km nad povrchom Mesiaca? Polomer Mesiaca $R_M = 1\,738\,\text{km}$, hmotnosť Mesiaca $M_M = 0{,}012\,3\,M_Z$. Určte veľkosť dostredivej sily, ktorá pôsobí na kozmickú loď, ktorá má obežnú dobu 6 640 s.

216. Určte veľkosť intenzity gravitačného poľa na povrchu Slnka, na povrchu Venuše a Marsu. Získané hodnoty porovnajte s veľkosťou intenzity gravitačného poľa Zeme na povrchu Zeme.

217. Určte hmotnosť Marsu, ak viete, že intenzita gravitačného poľa Marsu tesne nad jeho povrchom má veľkosť $3{,}63\,\text{N}\,.\,\text{kg}^{-1}$. Určte pomer hmotnosti Marsu a Zeme.

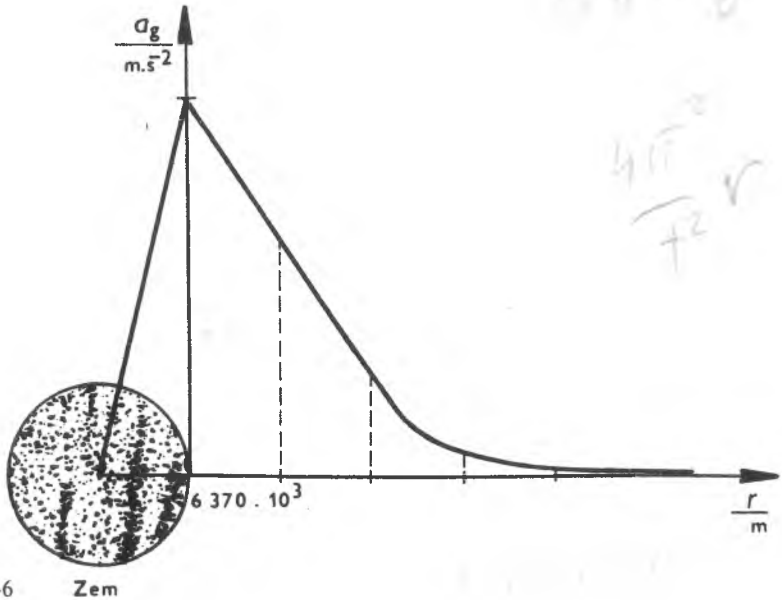
218. Na obr. 6-5 je znázornený vektor gravitačného zrýchlenia telesa s hmotnosťou 2 kg. Prekreslite obrázok do zošita a vedľa neho znázornite

a) vektor gravitačnej sily pôsobiacej na teleso ($1\,\text{cm} \mathrel{\hat{=}} 1\,\text{N}$), b) vektor intenzity gravitačného poľa ($1\,\text{cm} \mathrel{\hat{=}} 2\,\text{N}\,.\,\text{kg}^{-1}$), v ktorom sa teleso nachádza.

($1\,\text{cm} \mathrel{\hat{=}} 2\,\text{m}\,.\,\text{s}^{-2}$) Obr. 6-5

219. Určte veľkosť gravitačného zrýchlenia vo vzdialenostiach $r = \dfrac{R_Z}{3}$,

$\frac{R_Z}{2}$, R_Z, 1,5 R_Z, 2,3 R_Z, 60 R_Z od stredu Zeme. Vypočítané hodnoty si skontrolujte v grafe na obr. 6-6.

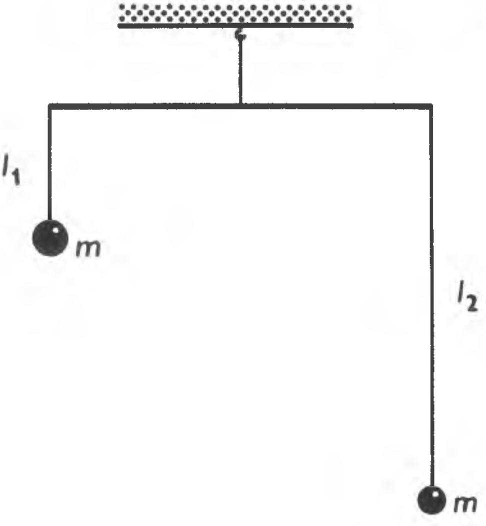


Obr. 6-6

220. Akú veľkosť rýchlosti musí udeliť motor kozmickej lodi, aby sa z povrchu Marsu dostala na mesiac Phobos? Polomer Marsu $R_M = 3\,400$ km, hmotnosť Marsu $M_M = 0{,}108\,M_Z = 6{,}4\,.\,10^{23}$ kg, polomer obežnej trajektórie Phobosu je 9 400 km.

221. Pri akom rozdiele dĺžok vlákien l_1, l_2 možno zostrojiť také rovnoramenné váhy (obr. 6-7), aby pri zisťovaní hmotnosti telesa 10 kg na povrchu Zeme ukázali rozdiel 0,01 g = 1 cg? Stredná hustota Zeme je 5 600 kg . m^{-3}.

222. Po rovníku idú dve vlakové súpravy, každá rýchlosťou veľkosti 90 km . h^{-1}, jedna smerom na východ, druhá smerom na západ. Ktorá súprava pôsobí na koľajnice väčšou tlakovou silou? Ak sa postupne v obidvoch súpravách postaví na osobnú váhu človek s hmotnosťou 75 kg, v ktorej z nich ukáže osobná váha väčšiu hodnotu?



Obr. 6-7

223. Ako sa musí pohybovať klietka výťahu, ak má byť človek v nej v beztiažovom stave? Za akých podmienok bude tiaž človeka v klietke výťahu 1,5-krát menšia (príp. väčšia), ako keď je výťah v relatívnom pokoji vzhľadom na inerciálnu sústavu?

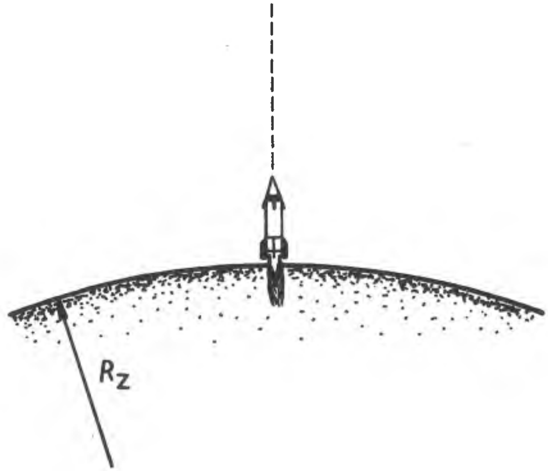
224. Kozmická loď s hmotnosťou 10 t sa pohybuje rýchlosťou veľkosti 7,7 km . s^{-1} vo výške 350 km nad povrchom Zeme. Akú prácu musia vykonať motory rakety pri vynesení kozmickej lode na obežnú trajektóriu?

225. Raketa s hmotnosťou 5 000 kg bola vystrelená zvisle nahor začiatočnou rýchlosťou veľkosti 500 m . s^{-1} (obr. 6-8). Zistite, do akej výšky vyletela. Pri riešení využite zákon zachovania mechanickej energie. Predpokladajte, že gravitačné pole v okolí miesta vystrelenia rakety je a) homogénne, b) radiálne. Úlohu vyriešte aj pre hodnotu začiatočnej rýchlosti s veľkosťou 3 km . s^{-1}. Úlohu riešte s hodnotou tiažového zrýchlenia $g = 9{,}806$ m . s^{-2}.

226. Zistite, akou silou sa priťahujú dve kozmické lode tesne pred spojením (tzv. „stykovkou“). Hmotnosti lodí sú 10 t a 15 t, vzájomná vzdialenosť lodí je 20 m. Kozmické lode nahraďte telesami guľového tvaru.

227. Slapy, tzv. príliv a odliv mora, vznikajú v dôsledku pôsobenia

Obr. 6-8



Mesiaca na vodné plochy na povrchu Zeme. Ak sa Zem otáča okolo svojej osi raz za 24 h, vysvetlite, prečo príliv nastane za tento čas dvakrát. Vysvetlite ďalej, prečo doba medzi dvoma po sebe nasledujúcimi začiatkami odlivov je trochu dlhšia ako 12 h.

228. Aké sily pôsobia na planétku, ktorá sa dostala do úplnej blízkosti planéty Jupiter? Opíšte osud planétky.

7. POHYBY TELIES V GRAVITAČNOM POLI

Jednoduchým pohybom v homogénnom tiažovom poli Zeme je voľný pád. Je to pohyb telesa s nulovou začiatočnou rýchlosťou vo vákuu, ak naň pôsobí len tiažová sila.

Ak udelíme telesu vo vákuu v homogénnom tiažovom poli Zeme začiatočnú rýchlosť $\boldsymbol{v}_0$, bude toto teleso vykonávať zložený pohyb — vrh. Pre veľkosť okamžitej rýchlosti a pri vodorovnom a šikmom vrhu aj pre polohu telesa v danom okamihu platí:

zvislý vrh nahor $v = v_0 - gt, \; s = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$

zvislý vrh nadol $v = v_0 + gt, \; s = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$

vodorovný vrh $v = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}, \; x = v_0 t, \; y = h - \frac{1}{2}gt^2$

šikmý vrh nahor $v_x = v_0 \cos \alpha, \; x = v_0 t \cos \alpha$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt, \; y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2$$

Dĺžku alebo výšku vrhu, príp. čas výstupu alebo pádu telesa určíme v jednotlivých prípadoch takto:

dĺžka vrhu pri vodorovnom vrhu $l = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$

dĺžka vrhu pri šikmom vrhu $l = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$

výška vrhu pri šikmom vrhu $h = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \alpha$

čas výstupu a čas pádu pri šikmom vrhu $t = \dfrac{v_0 \sin \alpha}{g}$.

Pri pohybe telesa v radiálnom gravitačnom poli Zeme pôsobí naň gravitačná sila $\boldsymbol{F}_g$; pre jej veľkosť platí

$$F_g = \varkappa \frac{mM_Z}{r^2} = \varkappa \frac{mM_Z}{(R_Z + h)^2}$$

kde h je výška telesa nad povrchom Zeme a m jeho hmotnosť, M_Z je hmotnosť Zeme a R_Z jej polomer (uvažujeme o tzv. guľovom modeli Zeme z homogénnej látky).

Ak sa teleso pohybuje po trajektórii tvaru kružnice, gravitačná sila je silou dostredivou a pre jej veľkosť platia vzťahy

$$F_d = m \frac{v^2}{(R_Z + h)} = m\omega^2 (R_Z + h) = \frac{4\pi^2}{T^2} m (R_Z + h) = 4\pi^2 f^2 m (R_Z + h)$$

Porovnaním vzťahov pre veľkosť síl F_g a F_d dostaneme vzťah pre veličinu, ktorú určujeme.

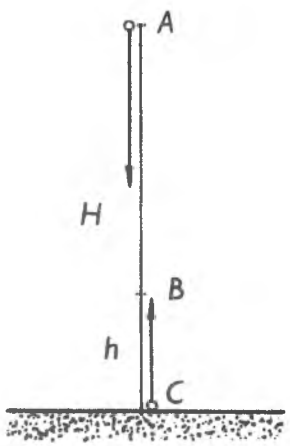
Eliptickú trajektóriu, po ktorej sa pohybuje napr. väčšina umelých družíc Zeme, môžeme v mnohých prípadoch nahradiť trajektóriou tvaru kružnice. Ak poznáme hodnoty vzdialenosti telesa od stredu Zeme v perigeu r_p a v apogeu r_a, môžeme určiť polomer kružnice $r = R_Z + \dfrac{h_a + h_p}{2} = \dfrac{r_a + r_p}{2}$; h_a a h_p sú výšky telesa nad povrchom Zeme v apogeu a perigeu.

Pre každú vzdialenosť r od stredu Zeme možno nájsť tzv. kruhovú rýchlosť $v_k = \sqrt{\dfrac{\varkappa M}{r}}$ a parabolickú rýchlosť $v_p = \sqrt{\dfrac{2\varkappa M}{r}} = v_k\sqrt{2}$.

Pre pohyb dvoch telies v radiálnom gravitačnom poli platí, že pomer druhých mocnín ich obežných dôb sa rovná pomeru tretích mocnín hlavných polosí ich trajektórií, t.j. $T_1^2 : T_2^2 = a_1^3 : a_2^3$.

Úlohy*

229. V okamihu, keď jedno teleso začne voľne padať z bodu A vo výške $H + h$ nad povrchom Zeme, je druhé teleso vrhnuté zvislo nahor rýchlosťou veľkosti v_0 z bodu C na povrchu Zeme (obr. 7-1). Určte veľkosť rýchlosti v_0 druhého telesa tak, aby sa stretlo s prvým telesom v bode B v istej výške h nad povrchom Zeme. Aká bude pri tejto rýchlosti maximálna výška výstupu druhého telesa? Diskutujte o prípade, keď $H = h$.



Obr. 7-1

Riešenie

Prvé teleso voľne padá z výšky $H + h$ a do okamihu stretnutia s druhým telesom prejde vzdialenosť H. Pre jeho pohyb platia vzťahy:

$$H = \frac{1}{2}gt^2, \quad v = gt, \quad t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Druhé teleso koná zvislý vrh nahor. Pre tento pohyb platia vzťahy

$$h = v_0t - \frac{1}{2}gt^2, \; v = v_0 - gt$$

---

* Ak sa v úlohách neuvádza inak, považujeme tiažové zrýchlenie $g = 10\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$ v istom mieste a v jeho bezprostrednom okolí za konštantné.

Druhé teleso má výšku h dosiahnuť za rovnaký čas, za aký má prvé teleso prejsť dráhu H, teda

$$h = v_0\sqrt{\frac{2H}{g}} - \frac{1}{2}g\left(\sqrt{\frac{2H}{g}}\right)^2 = v_0\sqrt{\frac{2H}{g}} - H$$

Pre začiatočnú rýchlosť druhého telesa odtiaľ vyplýva

$$v_0 = \frac{H + h}{\sqrt{\frac{2H}{g}}} = \frac{H + h}{2H}\sqrt{2gH}$$

Potom najväčšia výška, do ktorej sa dostane druhé teleso, je

$$h_m = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(H + h)^2}{4H}$$

V prípade $H = h$ je $v_0 = \sqrt{2gh}$, $h_m = h$; druhé teleso sa v tejto výške zastaví.

230. Z dvoch bodov brehu, ktorý je v istej výške h nad voľným povrchom vody, sú v istom okamihu súčasne vrhnuté dve telesá vodorovným smerom začiatočnými rýchlosťami s veľkosťami $v_1 = 5\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, $v_2 = 7{,}5\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$. Obidve telesá dopadnú na voľný povrch vody súčasne. Prvé teleso dopadne na voľný povrch vody vo vzdialenosti $l_1 = 10\,\mathrm{m}$ od brehu.

a) Určte, ako dlho padalo prvé teleso a z akej výšky padalo.

b) V akej vzdialenosti od brehu dopadlo na voľný povrch vody druhé teleso?

Riešenie

$v_1 = 5\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, $v_2 = 7{,}5\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, $l_1 = 10\,\mathrm{m}$, $g = 10\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$; $t = ?$, $h = ?$, $l_2 = ?$

---

a) V zvislom smere pre výšky platí $h_1 = \frac{1}{2}gt^2$, $h_2 = \frac{1}{2}gt^2$, preto

$h_1 = h_2 = h$.

Vo vodorovnom smere je $l_1 = v_1 t$, $l_2 = v_2 t$. Preto môžeme určiť

$$t = \frac{l_1}{v_1} = \frac{10}{5}s = 2s, \ h = \frac{1}{2}g\left(\frac{l_1}{v_1}\right)^2 = \frac{1}{2}10 \cdot \frac{100}{25}m = 20\,m$$

b) Druhé teleso dopadlo na voľný povrch vody vo vzdialenosti l_2 od brehu, $l_2 = v_2 t = v_2 \frac{l_1}{v_1} = 15\,m$.

Breh mal výšku 20 m, telesá padali 2 s, druhé teleso dopadlo na voľný povrch vody vo vzdialenosti 15 m od brehu.

231. Určte uhol, ktorý musí zvierať ústie trubice s vodou s vodorovnou rovinou, aby sa výška, do ktorej sa voda dostane, rovnala vzdialenosti, v ktorej voda dopadne na vodorovný povrch Zeme.

Riešenie

Uhol, ktorý zviera ústie trubice s vodorovnou rovinou, označíme α, začiatočnú rýchlosť vody $\boldsymbol{v}_0$, bod trajektórie má súradnice x, y, výška vrhu je h, dĺžka vrhu l.
Pre súradnice bodu trajektórie platí

$$x = v_0 t \cos\alpha, \ y = v_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2$$

pre zložky rýchlosti $v_x = v_0 \cos\alpha$, $v_y = v_0 \sin\alpha - gt$. Najväčšiu výšku, do ktorej sa voda dostane, určíme podľa vzťahov pre súradnicu y a rýchlosť v_y na vrchole trajektórie

$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt = 0, \text{ teda } t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$

Potom najväčšia výška $y = h$, teda

$$h = v_0 \frac{v_0 \sin\alpha}{g} - \frac{1}{2}g\frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g^2} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

Pretože $x = l$, za čas $t' = 2t = 2\frac{v_0 \sin\alpha}{g}$ voda dopadne do vzdialenosti $l = v_0 \cos\alpha \, 2v_0 \frac{v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g}\sin^2\alpha$.

Keďže $h = l$, tak $\frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$; pretože $\sin \alpha \neq 0$, platí, že

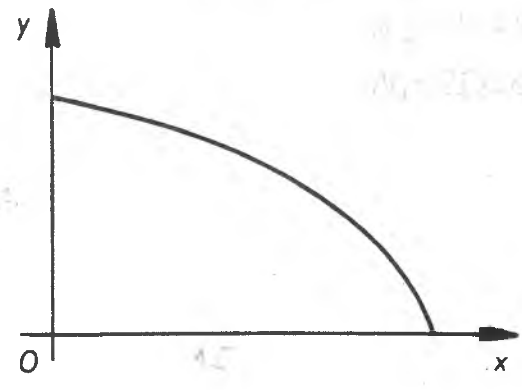
$2\cos\alpha = \frac{1}{2}\sin\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha = 4$, $\alpha = 76°$.

Ústie trubice musí zvierať s vodorovnou rovinou uhol 76°.

232. Lopta bola vrhnutá zvislo nahor a dopadla späť na povrch Zeme za 2,8 s. Určte veľkosť začiatočnej rýchlosti lopty a najväčšiu výšku, do ktorej sa lopta dostala.

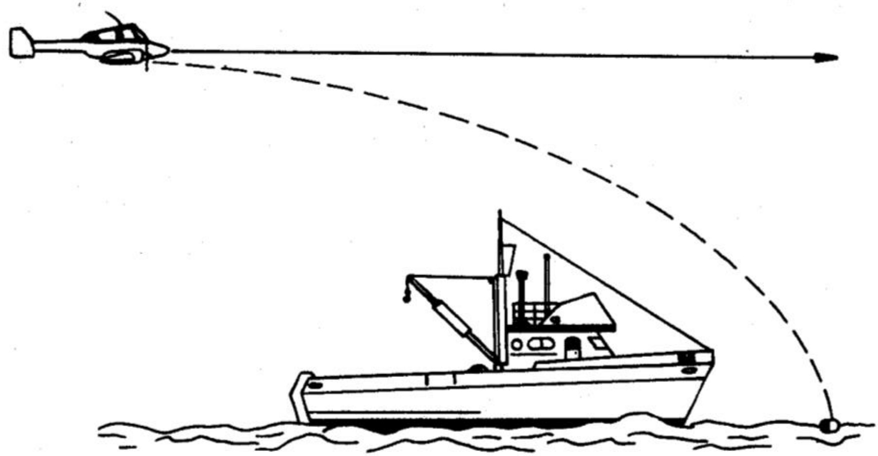
233. Z balóna vo výške 400 m nad povrchom Zeme pustili kameň. Za aký čas kameň dopadne na povrch Zeme, ak balón a) stúpa rýchlosťou veľkosti $5\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, b) je v pokoji, c) klesá rýchlosťou veľkosti $5\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$?

234. Chlapec hodil kameň vodorovným smerom. Kameň dopadol na vodorovný povrch Zeme vo vzdialenosti 15 m od miesta vrhu za 0,6 s po uvoľnení z ruky (obr. 7-2). a) Akou rýchlosťou letel kameň hneď po uvoľnení z ruky a akou rýchlosťou dopadol na Zem? b) Z akej výšky bol kameň vrhnutý? c) Vo vhodnej mierke nakreslite trajektóriu kameňa so súradnicami x vo vodorovnom smere a y v zvislom smere.



Obr. 7-2

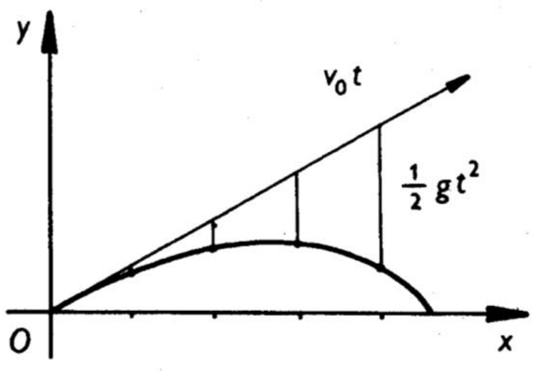
235. Poštové lietadlo zhadzuje zásielku na more do blízkosti lode (obr. 7-3). Veľkosť rýchlosti lietadla vzhľadom na povrch Zeme je $180\,\mathrm{km\,.\,h^{-1}}$, veľkosť rýchlosti lode v tej istej vzťažnej sústave je $36\,\mathrm{km\,.\,h^{-1}}$. Lietadlo je vo výške 320 m nad vodorovným povr-



Obr. 7-3

chom spojeným s voľnou hladinou mora. V akej vzdialenosti od lode musí posádka lietadla balík voľne pustiť, aby dopadol do bezprostrednej blízkosti lode, ak sa lietadlo pohybuje rovnakým smerom, prípadne opačným smerom ako loď? O rozmeroch lode neuvažujeme.

236. Lopta bola vyhodená rýchlosťou veľkosti 30 m . s^{-1} pod uhlom $\alpha = 40°$. Nakreslite vo vhodnej mierke trajektóriu pohybu v rovine súradníc x, y. (Návod: pozri obr. 7-4.)



Obr. 7-4

237. Na športových závodoch opustí pri vrhu guľa ruku športovca vo výške 2,0 m rýchlosťou veľkosti 13 m . s^{-1}. Nakreslite trajektóriu pohybu stredu gule v rovine súradníc (x, y) pre uhol 45° a vysvetlite, prečo takto nemožno dosiahnuť najlepší športový výkon. Pokúste sa do tej istej súradnicovej sústavy znázorniť trajektóriu pohybu stredu gule pre uhol 38°.

238. Pri obrane stredovekého hradu bol z veže z výšky 25 m nad vodorovným povrchom Zeme vrhnutý samostrelom kameň rýchlosťou veľkosti $15\,\mathrm{m.s^{-1}}$ pod uhlom 30°. Určte a) ako dlho sa kameň pohyboval, b) v akej vzdialenosti od úpätia veže musí stáť útočník, aby ho obrancovia nezasiahli, c) akou veľkou rýchlosťou dopadne kameň na povrch Zeme. Odpor vzduchu neuvažujeme.

239. Ústie hadice s obsahom priečneho rezu $0{,}5\,\mathrm{cm^2}$ je umiestené tesne nad vodorovným povrchom Zeme. Voda z hadice dostrekne najďalej do vzdialenosti 15 m. Určte hmotnosť vody, ktorá môže byť v istom okamihu nad povrchom Zeme.

240. Na telekomunikačné účely sa používajú stacionárne družice Zeme. Stacionárna družica sa nachádza stále nad tým istým miestom na povrchu Zeme. Určte údaje o pohybe družice. Hmotnosť Zeme $M_Z = 5{,}97 \,.\, 10^{24}\,\mathrm{kg}$, polomer Zeme (tvaru gule) $R_Z = 6\,370\,\mathrm{km}$.

Riešenie

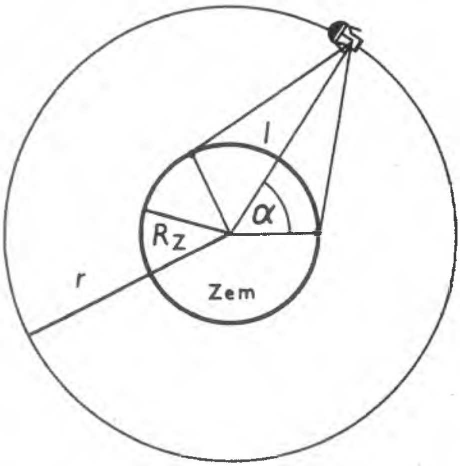
Určíme najprv miesto, nad ktorým sa musí družica nachádzať. Rovina obežnej trajektórie musí obsahovať stred Zeme, doba obehu družice sa musí rovnať presne dobe rotácie Zeme okolo osi. Aby družica a bod na povrchu Zeme boli v relatívnom pokoji, musia byť ich uhlové rýchlosti rovnaké. Preto sa môže stacionárna družica nachádzať nad niektorým bodom nad povrchom Zeme na rovníku.

Doba obehu T_s stacionárnej družice sa musí rovnať dobe T_r rotácie Zeme. Dobu rotácie nájdeme v MFChT. Môžeme ju určiť aj sami. Definujeme ju ako dobu, za ktorú niektorý bod na rovníku opíše uhol 2π rad vo vzťažnej sústave spojenej s hviezdami. Zem však postúpi na svojej trajektórii okolo Slnka každý deň o uhol

$$\frac{360°}{365{,}24} \doteq 0{,}985\,7° \doteq 59'08'' \doteq 0{,}017\,2\ \mathrm{rad}.$$

Aby sa bod na rovníku dostal do rovnakej polohy vzhľadom na Slnko ako minulý deň, musí sa Zem „pretočiť“ o uhol 0,017 2 rad. Dobu rotácie potom určíme zo vzťahu $T_r = 24\,\mathrm{h}\,00\,\mathrm{min}\,00\,\mathrm{s} - \Delta t$, kde Δt je doba zodpovedajúca otočeniu Zeme o uhol 0,0172 rad, teda $\Delta t = 86\,400\,\mathrm{s}\,\dfrac{0{,}0172\,\mathrm{rad}}{2\pi\,\mathrm{rad}} = 236\,\mathrm{s} = 3\,\mathrm{min}\,56\,\mathrm{s}$. Doba rotácie Zeme $T_r = 23\,\mathrm{h}\,56\,\mathrm{min}\,04\,\mathrm{s} = 86\,164\,\mathrm{s}$. Pri určovaní výšky družice nad povrchom Zeme vyjdeme zo vzťahu $\varkappa\dfrac{mM_Z}{T^2} = \dfrac{4\pi^2}{T^2}rm$, kde $r = R_Z + h$ je vzdialenosť stacionárnej družice od stredu Zeme. Výška stacionárnej družice nad povrchom Zeme je potom $h = r - R_Z$. Po dosadení $r \doteq 42\,250\,\mathrm{km}$, $h = 35\,880\,\mathrm{km}$. Pri pohybe je veľkosť rýchlosti družice vzhľadom na vzťažnú sústavu spojenú so stredom Zeme, ale nerotujúcu s ňou, $v = \dfrac{2\pi r}{T} \doteq 3{,}1\,\mathrm{km\,.\,s^{-1}}$ (bod na povrchu Zeme na rovníku sa v tej istej vzťažnej sústave pohybuje veľkosťou rýchlosti $465\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$).

241. Valentína Tereškovová, prvá kozmonautka sveta, sa pri svojom lete v istom okamihu nachádzala v kozmickej lodi nad Berlínom. Zistite, akou veľkou rýchlosťou sa pohybovala kozmická loď, ak priemerná výška lode nad povrchom Zeme bola 200 km. Aká bola doba obletu lode okolo Zeme? Mohla kozmonautka v okamihu, keď bola nad Berlínom, vidieť z lode Moskvu? (Návod na riešenie je na obr. 7-5.)



Obr. 7-5

242. Najmenšia vzdialenosť kozmickej lode Vostok 2 od povrchu Zeme bola 183 km, najväčšia 244 km. Určte dobu obletu kozmickej lode okolo Zeme.

243. Určte veľkosť rýchlosti pohybu Zeme po jej trajektórii okolo Slnka. Hmotnosť Slnka je $2{,}0 \,.\, 10^{30}$ kg, polomer obežnej trajektórie je $149{,}6 \,.\, 10^{6}$ km. Určte dobu obehu Zeme okolo Slnka.

244. Kozmonauti obletúvajú Mesiac po trajektórii tvaru kružnice vo výške 60 km nad povrchom Mesiaca. Aká je veľkosť rýchlosti pohybu kozmickej lode? O koľko sa musí rýchlosť kozmickej lode zväčšiť, aby sa z oblasti Mesiaca mohla začať vracať späť na Zem? Hmotnosť Mesiaca $M_m = 7{,}35 \,.\, 10^{22}$ kg, polomer Mesiaca $R_m = 1\,738$ km.

245. Určte pomer hmotnosti Slnka a hmotnosti Zeme. Využite pritom tieto údaje: Doba obehu Zeme okolo Slnka po trajektórii tvaru kružnice s polomerom $149{,}6 \,.\, 10^{6}$ km je 365,24 dňa, doba obehu Mesiaca okolo Zeme v strednej vzdialenosti 384 400 km od stredu Zeme je 27,32 dňa.

246. Halleyova kométa má dobu obehu 76,02 roka. Dňa 20. 4. 1910 prešla perihéliom vo vzdialenosti 0,59 AU. Určte ďalší najbližší prechod kométy perihéliom. Do akej najväčšej vzdialenosti sa táto periodická kométa pri obehu okolo Slnka dostane?

247. Pri ceste k planéte Mars je energeticky najvýhodnejšia taká eliptická trajektória, ktorá sa dotýka trajektórií Zeme a Marsu (približne tvaru kružnice). Určte dobu letu zo Zeme na Mars, ak viete, že polomery obežných trajektórií Zeme a Marsu sú $149{,}6 \,.\, 10^{6}$ km a $227{,}7 \,.\, 10^{6}$ km.

Riešenie

$r_Z = 1{,}496 \,.\, 10^{11}$ m, $T_Z = 365{,}24$ d, $r_M = 2{,}277 \,.\, 10^{11}$ m; $t = ?$

Doba letu zo Zeme na Mars po eliptickej trajektórii sa rovná polovici obežnej doby kozmickej lode po tejto trajektórii, $t = \frac{1}{2} T_e$. Veľkú polos eliptickej trajektórie určíme pomocou tretieho Keplerovho zákona $a = \frac{1}{2}(r_Z + r_M)$.

Potom
$$T_e = T_Z\left(\frac{a}{r_Z}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$t = \frac{1}{2}T_Z\left(\frac{\frac{1}{2}(r_Z + r_M)}{r_Z}\right)^{\frac{3}{2}} =$$

$$= \frac{1}{2}365{,}24\left(\frac{\frac{1}{2}(1{,}496 \,.\, 10^{11} + 2{,}277 \,.\, 10^{11})}{1{,}496 \,.\, 10^{11}}\right)^{\frac{3}{2}} \mathrm{d} = 258{,}60\,\mathrm{d}$$

Doba letu kozmickej lode zo Zeme na Mars je asi 258 dní.

248. Kozmická loď štartuje zo stacionárnej obežnej stanice Zeme smerom na Mesiac. Určte, ako dlho sa bude kozmická loď pohybovať, kým dosiahne oblasť Mesiaca.

8. ELEKTRICKÉ POLE

Vzájomné silové pôsobenie dvoch bodových elektrických nábojov Q_1 a Q_2 vyjadruje Coulombov zákon

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

v ktorom F_e je veľkosť elektrickej sily, ktorou na seba pôsobia bodové náboje zo vzdialenosti r a ε permitivita prostredia. Jednotkou elektrického náboja je coulomb (C).

Intenzita elektrického poľa v istom bode je vektor $\boldsymbol{E}$ definovaný vzťahom

$$\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{F}_e}{Q}$$

kde $\boldsymbol{F}_e$ je elektrická sila, ktorou elektrické pole pôsobí v danom mieste na kladný bodový náboj Q.

Elektrický potenciál φ_e v istom bode poľa je definovaný vzťahom

$$\varphi_e = \frac{W}{Q}$$

kde W je práca, ktorú vykonajú sily elektrického poľa pri premiestení častice s kladným nábojom Q z daného miesta na povrch Zeme (alebo povrch telesa spojeného vodivo so Zemou). Absolútna hodnota rozdielu potenciálov dvoch bodov elektrického poľa je elektrické napätie U medzi danými bodmi: $U = |\varphi_{e2} - \varphi_{e1}|$. Jednotkou potenciálu aj napätia je volt (V).

Práca vykonaná pri prenesení náboja Q z jedného bodu poľa do druhého, medzi ktorými je napätie U, je daná vzťahom $W = QU$.

V homogénnom elektrickom poli (napr. medzi platňami nabitého kondenzátora) je vektor intenzity $\mathbf{E}$ elektrického poľa všade rovnaký a platí preň

$$|\mathbf{E}| = \frac{U}{d}$$

kde U je napätie medzi dvoma rovnobežnými ekvipotenciálnymi rovinami vo vzájomnej vzdialenosti d. Jednotkou intenzity elektrického poľa je $N.C^{-1}$, resp. $V.m^{-1}$.

V okolí bodového elektrického náboja Q je tzv. radiálne elektrické pole, ktorého intenzita má vo vzdialenosti r od náboja veľkosť

$$|\mathbf{E}| = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r^2}$$

Rovnakým spôsobom možno vyjadriť aj veľkosť intenzity poľa rovnorodej nabitej gule s celkovým nábojom Q v jej okolí. Veličina r je pritom vzdialenosť od stredu gule (väčšia ako polomer gule).

Plošná hustota náboja sa definuje vzťahom

$$\sigma = \frac{Q}{S}$$

kde Q je náboj rovnomerne rozmiestený na ploche s obsahom S. Jednotkou plošnej hustoty náboja je $C.m^{-2}$.

Kapacita C vodiča je definovaná podielom náboja Q nachádzajúceho sa na izolovanom vodiči a jeho potenciálu

$$C = \frac{Q}{\varphi_e}$$

V prípade kondenzátora je

$$C = \frac{Q}{U}$$

kde Q je náboj na kondenzátore a U napätie medzi jeho platňami. Jednotkou kapacity je farad (F).

Pre kapacitu platňového kondenzátora s účinným obsahom platní S a vzdialenosťou platní d platí

$$C = \frac{\varepsilon S}{d}$$

kde ε je permitivita prostredia nachádzajúceho sa medzi platňami.

Pri paralelnom spojení dvoch kondenzátorov s kapacitami C_1 a C_2 je výsledná kapacita C sústavy určená vzťahom

$$C = C_1 + C_2$$

pri sériovom spojení vzťahom

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Pri nabití kondenzátora s kapacitou C nábojom Q na napätie U sa vykoná práca

$$W = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2$$

ktorá sa súčasne rovná energii nabitého kondenzátora.

Najmenší elektrický náboj sa nazýva elementárny náboj. Ľubovoľný náboj telesa alebo častice je vždy jeho celistvým násobkom. Náboj elektrónu e sa rovná elementárnemu náboju $e \doteq 1{,}6 \,.\, 10^{-19}$ C so záporným znamienkom. Pokojová hmotnosť elektrónu je $m_e \doteq 9{,}1 \,.\, 10^{-31}$ kg. Náboj protónu je rovnaký ako náboj elektrónu, ale je kladný. Pre pokojovú hmotnosť m_p protónu platí $m_p \doteq 1{,}7 \,.\, 10^{-27}$ kg. Neutrón je elektricky neutrálny.

Úlohy

249. Kedy sa dva elektrické náboje navzájom priťahujú?

250. Prečo sa pri plnení cisterny benzínom cisterna uzemňuje a vodivo spája s nádržou, z ktorej sa bude čerpať benzín?

251. Akým spôsobom môže vodič odovzdať celý náboj inému izolovanému vodiču?

252. Ako sa zmení elektrická sila medzi dvoma bodovými nábojmi, keď ich vzdialenosť zdvojnásobíme, strojnásobíme, zoštvornásobíme?

253. Uvážte, či pri pokusoch z elektrostatiky, pri ktorých sa prejavujú silové účinky medzi nábojmi, majú tieto náboje veľkosť približne 1 C. Vychádzajte pritom z výsledku riešenia tejto úlohy: Akou veľkou silou pôsobia na seba vo vákuu dva bodové kladné elektrické náboje, každý s veľkosťou 1 C, zo vzdialenosti 1 km? Porovnajte túto silu s tiažou človeka.

254. Prečo sa na pokusy z elektrostatiky vyrábajú duté vodiče (napr. guľové)?

255. Podľa Bohrovho modelu atómu vodíka, ktorý poskytuje veľmi zjednodušenú a nepresnú predstavu o atóme, si vodíkový atóm možno predstaviť tak, že záporný elektrón v ňom obieha po kružnici okolo pevného kladného jadra tvoreného protónom. Polomer tejto kružnice je $5{,}3 \,.\, 10^{-11}$ m. Akou rýchlosťou sa v atóme vodíka elektrón pohybuje?

256. Jedným zo spôsobov uvoľňovania jadrovej energie je spájanie atómových jadier ľahkých prvkov, pričom z dvoch jadier vznikne jedno jadro ťažšieho prvku. Hoci všetky jadrá atómov majú kladný náboj, môžu sa spájať preto, lebo medzi dvoma jadrami môžu pôsobiť aj príťažlivé jadrové sily, ktoré môžu byť niekedy silnejšie ako elektrické sily. Príťažlivé jadrové sily sa však uplatnia len vtedy, keď je vzdialenosť jadier veľmi malá. Ťažkosť pri spájaní jadier je v tom, ako ich dostatočne k sebe priblížiť. Vysvetlite, čo tomu bráni. Pri veľmi vysokých teplotách (10^8 K) však spájanie jadier môže prebiehať. Prečo?

257. Akou veľkou silou pôsobia na seba dva elektróny vo vákuu zo vzdialenosti 10 nm?

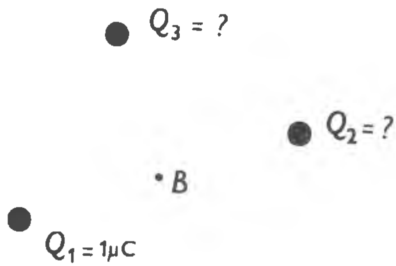
258. Nenabitá kovová guľôčka s objemom 1 cm^3 obsahuje $1{,}0 \,.\, 10^{22}$ voľných elektrónov. Koľko ďalších elektrónov treba guľôčke dodať, aby jej celkový náboj bol $-2{,}0 \,.\, 10^{-7}$ C? Porovnajte počet elektrónov potrebných na nabitie guľôčky s počtom voľných elektrónov v nenabitej guľôčke.

259. Zem predstavuje nabitú vodivú guľu so záporným elektrickým nábojom 0,58 C. Aká je plošná hustota náboja na povrchu Zeme?

260. Určte veľkosť intenzity elektrického poľa v bode, v ktorom na elektrický náboj $1{,}0 \,.\, 10^{-4}$ C pôsobí elektrická sila s veľkosťou 2,0 N. Akú prácu vykonajú sily poľa pri prenesení tohto náboja z daného bodu do bodu vo vzdialenosti 4 cm?

261. Aká veľká elektrická sila pôsobí na protón, ktorý sa nachádza v elektrostatickom poli s veľkosťou intenzity $2{,}0 \,.\, 10^5 \,\mathrm{V} \,.\, \mathrm{m}^{-1}$? Akú veľkosť bude mať zrýchlenie protónu v danom mieste elektrostatického poľa? Pokojová hmotnosť protónu je $1{,}7 \,.\, 10^{-27}\,\mathrm{kg}$.

262. Na obr. 8-1 sú znázornené tri malé kovové guľôčky ako bodové náboje. Jedna z nich má kladný náboj 1 μC. Aké náboje sú na druhých dvoch guľôčkach? Intenzita elektrického poľa v bode B je nulová. Bod B leží v strede spojnice bodových nábojov Q_1, Q_2.



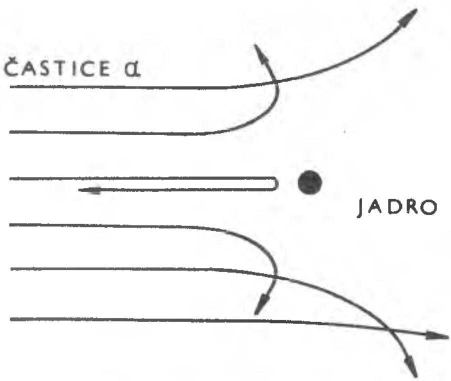
Obr. 8-1

263. Aká je veľkosť intenzity elektrického poľa medzi dvoma rovnobežnými kovovými platňami, na ktoré je pripojené napätie 100 V? Vzdialenosť platní je 1 cm. Aká bude veľkosť intenzity, ak platne umiestime do vzájomnej vzdialenosti 3 cm?

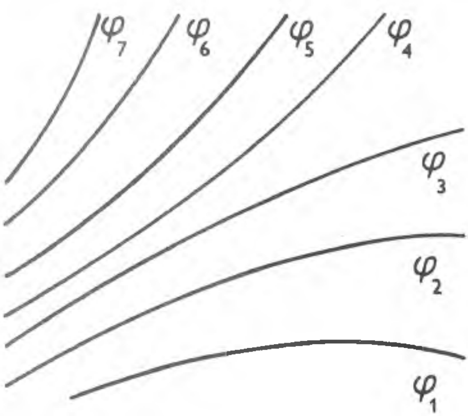
264. Určte veľkosť intenzity elektrického poľa bodového náboja $2{,}0 \,.\, 10^{-10}\,\mathrm{C}$ vo vzdialenosti 1 m od neho vo vákuu.

265. Fyzik Rutherford robil začiatkom nášho storočia experimenty, pri ktorých ostreľoval atómové jadrá rôznych látok kladnými časticami α s istou energiou (častica α je jadro atómu hélia, ktoré tvoria dva protóny a dva neutróny). Ostreľované jadrá atómov rôznych látok možno považovať za pevné a nehybné. Trajektórie niektorých častíc α, ktoré sa dostali do blízkosti istého pevného jadra, sú znázornené na obr. 8-2. V ktorých miestach jednotlivých trajektórií je veľkosť zrýchlenia jednotlivých častíc najväčšia? Čo je podmienkou, aby sa smer pohybu častice α po interakcii s jadrom zmenil na opačný? Prečo sú trajektórie častíc výraznejšie zakrivené len v tesnej blízkosti jadra?

266. Niekedy sa hovorí, že siločiary elektrického poľa sú trajektórie, po ktorých by sa pohyboval v tomto poli kladný bodový náboj, keby sme ho vniesli do poľa a uvoľnili ho v ňom. Je takéto tvrdenie správne?



Obr. 8-2



Obr. 8-3

267. Prečo je farbenie predmetov striekaním, pri ktorom sa medzi striekacou pištoľou a predmetom utvára elektrické pole, výhodné aj z ekonomického hľadiska, aj z hľadiska ochrany zdravia robotníka?

268. Aká veľká práca je potrebná na prenesenie kladného elektrického náboja 1 C zo záporného pólu vreckovej batérie s napätím 4,5 V na kladný pól? Akú prácu by vykonalo elektrické pole batérie, keby sa tento náboj prostredníctvom vodiča a žiarovky vrátil nazad na záporný pól batérie?

269. Obrázok 8-3 znázorňuje rozloženie ekvipotenciálnych plôch elektrického poľa. Aký približný priebeh majú elektrické siločiary tohto poľa? K istej ekvipotenciálnej ploche prislúchajú okrem bodov príslušnej krivky na obrázku aj body ležiace na kolmiciach na nákresňu, ktoré prechádzajú ľubovoľným bodom danej krivky.

270. V televíznej obrazovke sa na urýchlenie elektrónov používa napätie 15 kV. Akú rýchlosť dosiahnu elektróny v obrazovke?

Riešenie

$U = 15\,\mathrm{kV} = 1{,}5\,.\,10^4\,\mathrm{V}$, $m_e = 9{,}1\,.\,10^{-31}\,\mathrm{kg}$, $e = 1{,}6\,.\,10^{-19}\,\mathrm{C}$;
$v = ?$

V urýchľovacom systéme obrazovky prekoná elektrón rozdiel potenciálov $U = 1{,}5\,.\,10^4\,\mathrm{V}$. Elektrické pole vykoná pritom prácu $W = Q\,.\,U = eU$, kde e je elementárny náboj. V priebehu urýchľovania získa elektrón kinetickú energiu

$$E_k = W$$

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = eU$$

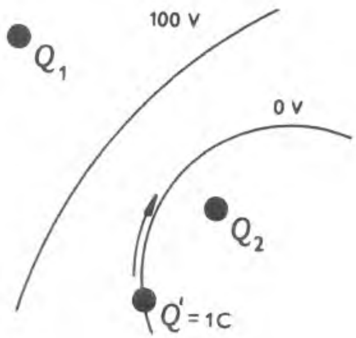
Predpokladáme pritom, že začiatočná kinetická energia elektrónu sa rovná nule. Z posledného vzťahu pre rýchlosť elektrónu vyplýva

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\,.\,1{,}6\,.\,10^{-19}\,.\,1{,}5\,.\,10^4}{9{,}1\,.\,10^{-31}}}\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}} \doteq 73\,.\,10^3\,\mathrm{km\,.\,s^{-1}}$$

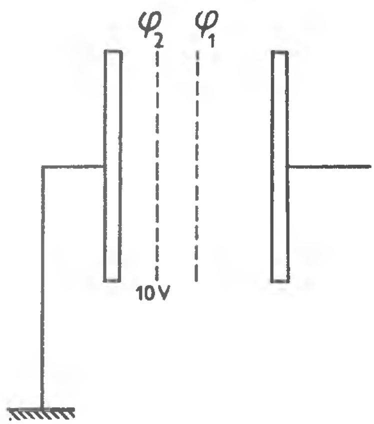
V televíznej obrazovke dosiahnu elektróny rýchlosť asi 73 000 km . s^{-1}.

271. V elektrickom poli je v mieste A potenciál $\varphi_{eA} = 300\,\mathrm{V}$, v mieste B $\varphi_{eB} = 1{,}2\,\mathrm{kV}$. Aká práca je potrebná na prenesenie náboja $3{,}0\,.\,10^{-8}\,\mathrm{C}$ z bodu A do bodu B? Aká práca sa vykoná pri prenose náboja opačným smerom po tej istej, prípadne po inej krivke? Určte prácu potrebnú na prenesenie náboja po uzavretej krivke.

272. Na obr. 8-4 sú znázornené dva pevné bodové náboje Q_1 a Q_2 a dve ekvipotenciálne plochy elektrického poľa utvoreného týmito nábojmi. Akú prácu konáme, ak kladný náboj $Q' = 1\,\mathrm{C}$ prenášame po ekvipotenciálnej ploche s nulovým potenciálom? Aký je smer elektrickej sily pôsobiacej na prenášaný náboj počas pohybu?



Obr. 8-4



Obr. 8-5

Akú prácu treba vynaložiť na to, aby sme náboj Q' preniesli na ekvipotenciálnu plochu s potenciálom 100 V? Akú prácu by sme konali pri prenášaní náboja Q' po ekvipotenciálnej ploche s potenciálom 100 V?

273. Na obr. 8-5 je znázornený nabitý kondenzátor, ktorý má jednu platňu uzemnenú. V priestore medzi platňami sú dve ekvipotenciálne plochy — roviny. Jedna z nich má potenciál 10 V. Aký je potenciál druhej ekvipotenciálnej plochy a potenciál jednotlivých platní kondenzátora? Aké je napätie medzi ekvipotenciálnymi plochami na obr. 8-5?

274. Aký elektrický náboj má mikroskopická olejová kvapôčka s hmotnosťou $6{,}4 \cdot 10^{-16}$ kg, ktorá sa nachádza medzi platňami nabitého kondenzátora; vzdialenosť platní je 1 cm. Priamym pozorovaním pohybu kvapôčky pomocou mikroskopu sme zistili, že pri napätí 400 V medzi platňami kondenzátora sa kvapôčka vznáša. (Horná platňa kondenzátora má väčší potenciál ako dolná.)

Riešenie

$m = 6{,}4 \,.\, 10^{-16}\,\mathrm{kg}$, $d = 0{,}01\,\mathrm{m}$, $U = 400\,\mathrm{V}$, $g = 10\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$; $Q = ?$

Na olejovú kvapôčku pôsobí jednak tiažová sila $\boldsymbol{F}_G$, jednak elektrická sila $\boldsymbol{F}_e$. Pre veľkosť týchto síl platí

$$F_G = mg\,, \quad F_e = QE$$

kde E je veľkosť intenzity elektrického poľa medzi platňami, pričom

$$E = \frac{U}{d}$$

Keď sa kvapôčka medzi platňami vznáša, tiažová a elektrická sila sú v rovnováhe. To je však možné len vtedy, keď elektrická sila smeruje nahor, t.j. ku kladnej platni. Náboj kvapôčky musí byť teda záporný.
Porovnaním veľkostí uvedených dvoch síl dostávame

$$QE = mg$$

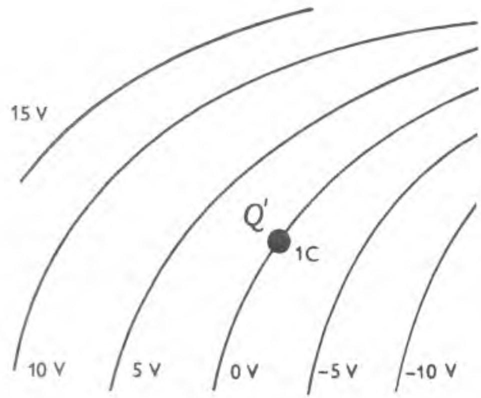
odkiaľ

$$Q = \frac{mg}{E} = \frac{mgd}{U}$$

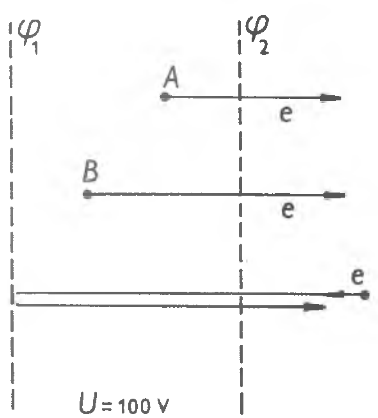
$$Q = \frac{6{,}4\,.\,10^{-16}\,.\,10\,.\,1{,}0\,.\,10^{-2}}{400}\,\mathrm{C} = 1{,}6\,.\,10^{-19}\,\mathrm{C}$$

Kvapôčka má záporný elektrický náboj $-1{,}6\,.\,10^{-19}\,\mathrm{C}$.

275. Obrázok 8-6 znázorňuje ekvipotenciálne plochy elektrického poľa. Na jednej z nich je kladný náboj $Q' = 1\,\mathrm{C}$. Do ktorých miest poľa možno tento náboj preniesť, ak práca vykonaná proti elektrickým silám má byť kladná, ale nie väčšia ako 5 J? Do ktorých miest poľa možno náboj Q' preniesť, ak uvedená práca má mať hodnotu 10 J (kladnú)?



Obr. 8-6



Obr. 8-7

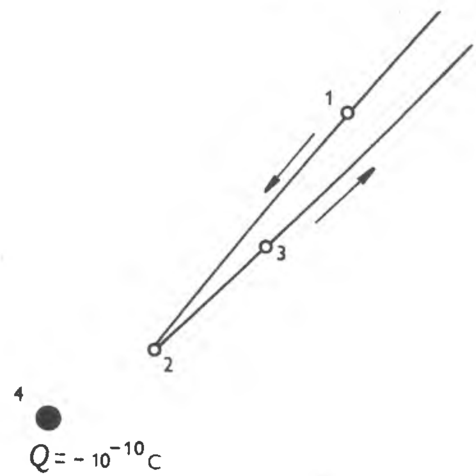
276. Aký je potenciál nabitej vodivej gule, ak na prenesenie náboja $2{,}0 \,.\, 10^{-2}$ C zo zeme na ňu treba vynaložiť prácu 8 J?

277. Obrázok 8-7 znázorňuje trajektórie dvoch elektrónov, ktoré boli najprv vložené do elektrického poľa medzi dvoma rovnobežnými kovovými sieťkami a potom uvoľnené v bode A, prípadne B. Medzi sieťkami je napätie $U = \varphi_{e2} - \varphi_{e1} = 100\,\text{V}$.
Aká bude kinetická energia elektrónov po prechode otvormi v sieťke? Akou rýchlosťou vstupuje do priestoru medzi sieťkami tretí elektrón, ak sa potom pohybuje po krivke, ktorá sa takmer dotýka sieťky s potenciálom φ_1?

278. Akú kinetickú energiu získa elektrón v röntgenovej trubici, v ktorej sa používa urýchľovacie napätie 50 kV?

279. Jeden elektrónvolt (1 eV) je jednotka energie, prípadne práce, ktorá sa používa napr. v jadrovej fyzike a fyzike elementárnych častíc. Je to energia, ktorú získa elektrón, ak „prekoná" rozdiel potenciálov 1 V, t. j. ak sa premiesti z bodu 1 do bodu 2, medzi ktorými je napätie 1 V. Vyjadrite jednotky MeV a GeV v elektrónvoltoch. Vyjadrite jednotky eV, MeV, GeV v jouloch.

280. Obrázok 8-8 znázorňuje trajektóriu, po ktorej sa pohyboval letiaci elektrón v poli pevného bodového náboja $Q = -1{,}0 \,.\, 10^{-10}$ C.

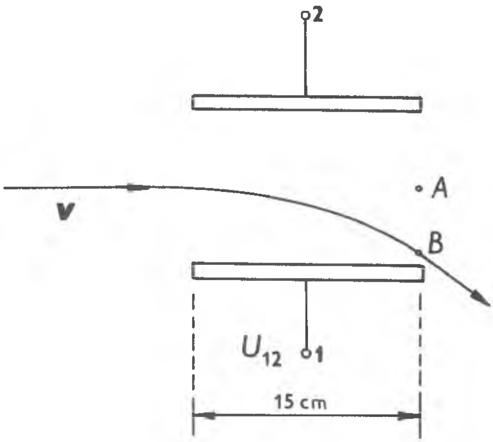


Obr. 8-8

Aká veľká bola rýchlosť elektrónu v bodoch 1, 2, 3? Predpokladajte, že trajektória elektrónu je v skutočnosti ešte užšia ako na obrázku. Na ktorých z úsekov 1—2, 2—3 vykonalo elektrické pole pevného náboja kladnú a na ktorých zápornú prácu? V ktorom z bodov 1, 2, 3 má zrýchlenie elektrónu najväčšiu veľkosť? Pri riešení využite poznatok, že potenciál v okolí bodového náboja Q je daný vzťahom

$$\varphi_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r}$$

kde r je vzdialenosť od náboja (príslušné vzdialenosti si odmerajte na obrázku).



Obr. 8-9

281. Na obr. 8-9 je znázornená trajektória elektrónu, ktorý sa pohyboval v homogénnom elektrickom poli medzi dvoma kovovými platňami. Pri vstupe do priestoru medzi platňami mal elektrón rýchlosť s veľkosťou 10 000 km . s^{-1} a pohyboval sa rovnobežne s platňami. Pod vplyvom elektrických síl koná elektrón krivočiary pohyb a miesto jeho výstupu z poľa medzi platňami sa posunie z bodu *A* (rovnako vzdialeného od oboch platní) do bodu *B*, pričom $AB = 2$ cm. Vzdialenosť medzi platňami je 5 cm, napätie medzi nimi je 50,5 V, dĺžka platní je 15 cm.
Možno z uvedených údajov určiť hmotnosť elektrónu za predpokladu, že náboj elektrónu považujeme za známy?
(Náboj elektrónu možno určiť nezávisle spôsobom opísaným v úlohe 272.)

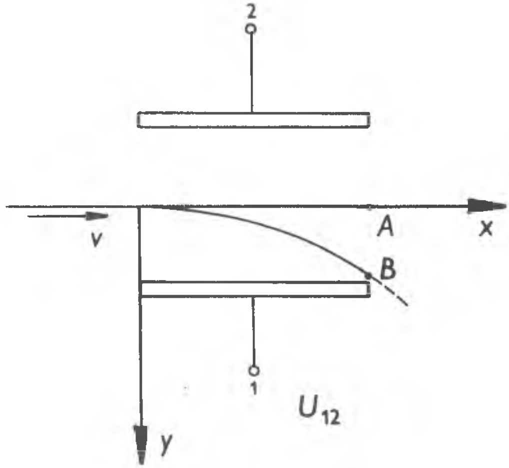
Riešenie

$v_0 = 10\,000\,\mathrm{km\,.\,s^{-1}} = 1{,}0\,.\,10^7\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, $d = 0{,}05\,\mathrm{m}$, $l = 0{,}15\,\mathrm{m}$,
$U = 50{,}5\,\mathrm{V}$, $AB = 0{,}02\,\mathrm{m}$, $e = 1{,}6\,.\,10^{-19}\,\mathrm{C}$; $m_e = ?$

Zvoľme si súradnicovú sústavu podľa obr. 8-10. V priestore medzi platňami koná elektrón zložený pohyb — v smere osi x rovnomerný priamočiary pohyb, v smere osi y rovnomerne zrýchlený pohyb. Súradnice elektrónu sú

$$x = v_x t$$

Obr. 8-10



$$y = \frac{1}{2}at^2$$

pričom $v_x = v_0$

$$a = \frac{F_e}{m_e} = \frac{eE}{m_e}$$

Zrýchlenie elektrónu vyvoláva elektrická sila s veľkosťou $F_e = eE$. Pre veľkosť intenzity elektrického poľa pritom platí

$$E = \frac{U}{d}$$

Pre súradnice x a y dostávame

$$x = v_0 t$$

$$y = \frac{1}{2}\frac{eU}{m_e d}t^2$$

Z posledných dvoch vzťahov vylúčime čas a dostaneme

$$y = \frac{eUx^2}{2m_e v_0^2 d}$$

V okamihu výstupu elektrónu z priestoru medzi platňami je $x = l$, $y = AB$. Pre AB platí

$$AB = \frac{eUl^2}{2m_e dv_0^2}$$

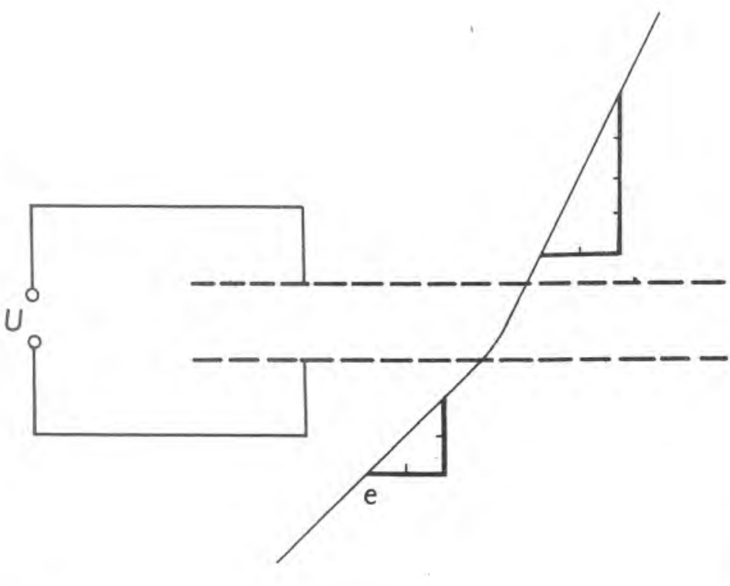
a odtiaľ

$$m_e = \frac{eUl^2}{2ABdv_0^2}$$

$$m_e = \frac{1{,}6 \,.\, 10^{-19} \,.\, 50{,}5 \,.\, 0{,}15^2}{2 \,.\, 0{,}02 \,.\, 0{,}05 \,.\, 1{,}0 \,.\, (10^7)^2}\,\mathrm{kg} = 9{,}1 \,.\, 10^{-31}\,\mathrm{kg}$$

Na základe údajov daných v úlohe sme zistili, že hmotnosť elektrónu je $9{,}1 \,.\, 10^{-31}$ kg.

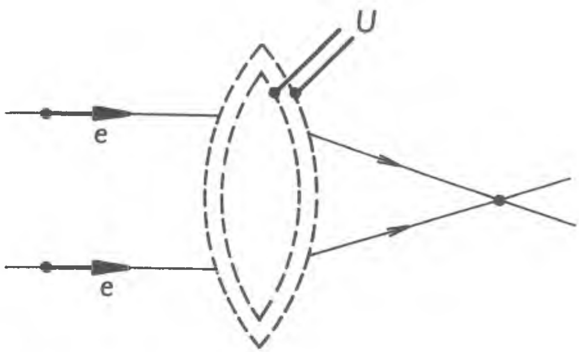
282. Obrázok 8-11 znázorňuje dve kovové sieťky, medzi ktorými je napätie 1 000 V, a trajektóriu elektrónu, ktorý po prechode priestorom medzi sieťkami zmenil smer svojho pohybu. Ktorá sieťka má vyšší potenciál? Ako sa zmenila kinetická energia elektrónu



Obr. 8-11

pri prechode priestorom medzi sieťkami? Aká bola veľkosť rýchlosti elektrónu pred vstupom do priestoru medzi sieťkami? Aká bola veľkosť rýchlosti elektrónu po prechode druhou sieťkou?

283. Na obr. 8-12 je znázornená „elektrónová šošovka", ktorú tvorí dvojitá kovová sieťka. Medzi vonkajšou a vnútornou sieťkou je isté napätie. Pohybujúce sa elektróny prechádzajú takouto šošovkou podobne ako svetlo obyčajnou sklenou šošovkou. Tá istá elektrónová šošovka sa však môže správať raz ako spojka, druhý raz ako rozptylka. Od čoho to závisí? Dal by sa pomocou takýchto šošoviek zostrojiť elektrónový mikroskop?



Obr. 8-12

284. Aká je kapacita kondenzátora, ktorý sa po dodaní náboja $2{,}0 \,.\, 10^{-4}$ C nabije na napätie 100 V? Aké bude napätie na kondenzátore, ak mu dodáme dvojnásobný, prípadne trojnásobný náboj?

285. Kondenzátor s kapacitou 20 μF pripojíme k vreckovej batérii s napätím 4,5 V. Aký veľký náboj prijme kondenzátor? Čo budeme pozorovať, ak takto nabitý kondenzátor pripojíme k miliampérmetru?

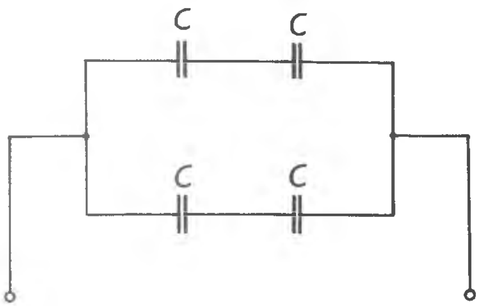
286. Vypočítajte kapacitu platňového kondenzátora, ktorý má platne s obsahom 0,01 m^2. Vzdialenosť platní je 2,0 cm. Medzi platňami je vzduch, ktorého permitivitu považujte za zhodnú s permitivitou vákua. Ako sa zmení kapacita kondenzátora, ak platne priblížime, alebo oddialime?

287. Koľkokrát sa zväčší napätie medzi platňami nabitého kondenzátora, ak platne vzdialime na trojnásobnú hodnotu pôvodnej vzdialenosti? Predpokladajte, že medzi platňami je vákuum.

288. Rádioamatér má k dispozícii dva kondenzátory s rovnakou kapacitou. Ako ich musí zapojiť, aby získal sústavu s dvojnásobnou, prípadne polovičnou kapacitou?

289. Štyri kondenzátory, z ktorých každý má kapacitu 1 μF, sú zapojené podľa schémy na obr. 8-13. Aká je výsledná kapacita sústavy?

290. Na aké napätie sa nabijú kondenzátory s kapacitami 0,1 μF a 0,2 μF, ak ich spojíme za sebou a pripojíme na zdroj s napätím 30 V? Aké náboje budú na jednotlivých kondenzátoroch po pripojení zdroja?



Obr. 8-13

291. Aká veľká energia sa nahromadí na kondenzátore s kapacitou 16 μF, ak ho pripojíme na zdroj s napätím 100 V a potom 1 000 V?

292. Napätie medzi búrkovými mrakmi a zemou dosiahlo v okamihu vzniku blesku hodnotu 10^9 V. Búrkový mrak mal náboj 10 C. Koľko elektrickej energie sa uvoľnilo pri blesku? Na aké formy energie sa premenila elektrická energia?

293. Ako možno zmeniť energiu nabitého otočného kondenzátora bez toho, aby sme zmenili náboj na ňom?

294. Nabitý kondenzátor pripojíme k rovnakému nenabitému kondenzátoru. Ako sa pritom zmení celková elektrická energia sústavy?

2. ročník

1. ZÁKLADNÉ POZNATKY MOLEKULOVEJ FYZIKY A TERMODYNAMIKY

Relatívna atómová hmotnosť A_r je definovaná vzťahom

$$A_r = \frac{m_a}{m_u}$$

kde m_a je pokojová hmotnosť atómu a m_u atómová hmotnostná konštanta, definovaná ako $\frac{1}{12}$ pokojovej hmotnosti atómu nuklidu ${}^{12}_{6}C$; $m_u \doteq 1{,}66 \,.\, 10^{-27}\,kg$.

Relatívna molekulová hmotnosť M_r je definovaná vzťahom

$$M_r = \frac{m_m}{m_u}$$

kde m_m je pokojová hmotnosť molekuly.

Ak je v telese z danej látky N častíc, látkové množstvo n tohto telesa je dané vzťahom

$$n = \frac{N}{N_A}$$

kde $N_A = 6{,}022 \,.\, 10^{23}\,mol^{-1}$ je Avogadrova konštanta. Jednotkou látkového množstva je 1 mol. Mol je látkové množstvo sústavy, ktorá obsahuje práve toľko elementárnych jedincov (napr. atómov, iónov, molekúl), koľko je atómov v nuklide uhlíka ${}^{12}_{6}C$ s hmotnosťou 12 g. Počet častíc v telese s látkovým množstvom 1 mol udáva číselná hodnota Avogadrovej konštanty.

Molová hmotnosť M_m je definovaná vzťahom

$$M_m = \frac{m}{n}$$

kde m je hmotnosť telesa z chemicky rovnorodej látky a n zodpovedajúce látkové množstvo. Molovú hmotnosť M_m možno určiť zo vzťahu

$$M_m = M_r \,.\, 10^{-3}\,\mathrm{kg\,.\,mol^{-1}}$$

Molový objem V_m telesa z chemicky rovnorodej látky za daných fyzikálnych podmienok definujeme vzťahom

$$V_m = \frac{V}{n}$$

kde V je objem telesa za daných fyzikálnych podmienok a n zodpovedajúce látkové množstvo.

Celziova teplota t sa definuje vzťahom

$$t = (\{T\} - 273{,}15)\,°\mathrm{C}$$

kde T je zodpovedajúca termodynamická teplota. Pri prevode Celziovej teploty na termodynamickú teplotu používame vzťah

$$T = (\{t\} + 273{,}15)\,\mathrm{K}$$

Úlohy

295. Majú všetky atómy daného prvku rovnakú hmotnosť? Majú rovnakú hmotnosť atómy daného nuklidu? Vysvetlite.

296. Žiak počítal hmotnosti atómov rôznych prvkov zo vzťahu $m_a = A_r m_u$; relatívne atómové hmotnosti A_r pritom vyhľadával pomocou tabuľky periodickej sústavy prvkov. Vysvetlite, prečo pri niektorých prvkoch určujeme takýmto spôsobom len stredné hmotnosti atómov.

297. Určte pokojové hmotnosti atómov týchto prvkov: H, C, Zn, W, U.

298. Žiak dostal za úlohu zistiť pomer pokojových hmotností atómov uránu a uhlíka. Preto vypočítal pokojové hmotnosti atómov týchto prvkov, vydelil ich a dostal výsledok 19,8. Ukážte, že úlohu možno riešiť jednoduchšie.

299. Určte približný počet atómov, ktoré sú obsiahnuté v železnom závaží s hmotnosťou 1 kg. Aký dlhý rad by vznikol zoradením všetkých týchto atómov tesne vedľa seba? Priemery atómov sú rádovo 10^{-10} m.

Riešenie

$m = 1$ kg, $A_r = 55{,}847$; $m_u \doteq 1{,}66 \,.\, 10^{-27}$ kg, $d = 10^{-10}$ m; $N = ?$, $l = ?$

Hmotnosť atómu železa je určená vzťahom $m_a = A_r m_u$. Celkový počet atómov obsiahnutých v železnom závaží s hmotnosťou m je teda

$$N = \frac{m}{m_a} = \frac{m}{A_r m_u} = \frac{1}{55{,}847 \,.\, 1{,}66 \,.\, 10^{-27}} \doteq 10^{25}$$

Zoradením N atómov s priemerom d tesne vedľa seba dostaneme rad s dĺžkou

$$l = Nd = 10^{25} \,.\, 10^{-10}\,\mathrm{m} = 10^{15}\,\mathrm{m}$$

V železnom závaží s hmotnosťou 1 kg je približne 10^{25} atómov železa. Zoradením týchto atómov do priamky by sme dostali rad s dĺžkou 10^{15} m.

300. Predpokladajme, že z povrchu vodnej kvapky s objemom 1 mm^3 sa za každú sekundu odparí 10^6 molekúl. Za aký čas sa odparí celá kvapka?

301. Určte počet elektrónov, ktoré sú obsiahnuté v medi s hmotnosťou 1 g. Aká je ich celková hmotnosť, ak hmotnosť jedného elektrónu je $m_e = 9{,}1 \,.\, 10^{-31}$ kg?

***302.** Do jazera s hĺbkou 10 m a povrchom s obsahom 10 km^2 bol vhodený kryštál kuchynskej soli NaCl s hmotnosťou 0,01 g. Koľko iónov chlóru by sa vyskytovalo v náprstku vody s objemom 2 cm^3 z tohto jazera, ak budeme predpokladať, že soľ sa v jazere rovnomerne rozpustila?

303. Vysvetlite, prečo relatívna molekulová hmotnosť M_r plynného argónu je rovnaká ako jeho relatívna atómová hmotnosť A_r. Platí rovnaká veta pre plynný vodík?

304. Určte relatívnu molekulovú hmotnosť vodíka H_2, dusíka N_2, kyslíka O_2, oxidu uhličitého CO_2 a síranu meďnatého $CuSO_4 \,.\, 5\,.\, H_2O$. Aké sú hmotnosti molekúl týchto látok?

305. Je hmotnosť molekuly kyseliny dusičnej HNO_3 väčšia ako hmotnosť molekuly oxidu strieborného Ag_2O?

306. Vypočítajte, aké látkové množstvo predstavuje $4{,}8\,.\,10^{24}$ atómov vodíka.

307. Vypočítajte, aký počet molekúl obsahuje vodík H_2 s látkovým množstvom 10 mol a kyselina olejová $C_{17}H_{33}COOH$ s rovnakým látkovým množstvom 10 mol.

308. Určte molovú hmotnosť medi Cu, hliníka Al, vodíka H_2, dusíka N_2, kyslíka O_2, oxidu uhličitého CO_2, kyseliny chlorovodíkovej HCl a kyseliny olejovej $C_{17}H_{33}COOH$.

309. Určte látkové množstvo vody s objemom 3,6 l a hustotou $10^3\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$.

Riešenie

$V = 3{,}6\,.\,10^{-3}\,\mathrm{m}^3$, $\varrho = 10^3\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$, $M_\mathrm{m} = 18\,.\,10^{-3}\,\mathrm{kg\,.\,mol^{-1}}$; $n = ?$

Z definície molovej hmotnosti $M_\mathrm{m} = \dfrac{m}{n}$ dostávame

$$n = \frac{m}{M_\mathrm{m}} = \frac{\varrho V}{M_\mathrm{m}} = \frac{10^3\,.\,3{,}6\,.\,10^{-3}}{18\,.\,10^{-3}}\,\mathrm{mol} = 200\,\mathrm{mol}$$

Voda s objemom 3,6 l a hustotou $10^3\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$ má látkové množstvo 200 mol.

310. Určte látkové množstvo telesa z medi s hmotnosťou 190,6 g. Koľko atómov medi obsahuje toto teleso?

311. Akú hmotnosť má voda s látkovým množstvom 8 mol, uhlík s látkovým množstvom 10 mol a oxid hlinitý Al_2O_3 s látkovým množstvom 4 kmol?

312. Vysvetlite, prečo možno pokojovú hmotnosť molekuly (atómu) vypočítať aj zo vzťahu $m = \dfrac{M_\mathrm{m}}{N_\mathrm{A}}$. Určte pomocou tohto vzťahu hmotnosť molekuly argónu a kyseliny dusičnej.

313. Dokážte, že molový objem látky možno vypočítať aj zo vzťahu

$V_m = \frac{M_m}{\varrho}$, kde M_m je molová hmotnosť látky a ϱ jej hustota. Určte pomocou tohto vzťahu molový objem olova pri teplote 20 °C.

Riešenie

$A_r = 207{,}2$, $M_m = 207{,}2 \,.\, 10^{-3}\,\mathrm{kg\,.\,mol^{-1}}$, $\varrho = 11{,}3 \,.\, 10^3\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$;
$V_m = ?$

Z definície molového objemu V_m a molovej hmotnosti M_m vyplýva

$$V_m = \frac{V}{n} = \frac{\frac{m}{\varrho}}{n} = \frac{m}{n\varrho} = \frac{\frac{m}{n}}{\varrho} = \frac{M_m}{\varrho}$$

Po dosadení dostaneme

$$V_m = \frac{M_m}{\varrho} = \frac{207{,}2 \,.\, 10^{-3}}{11{,}3 \,.\, 10^3}\,\mathrm{m^3\,.\,mol^{-1}} \doteq 1{,}83 \,.\, 10^{-5}\,\mathrm{m^3\,.\,mol^{-1}}$$

Molový objem olova je $1{,}83 \,.\, 10^{-5}\,\mathrm{m^3\,.\,mol^{-1}}$.

314. Možno naliať do odmerného valca s objemom $10\,\mathrm{cm^3}$ vodu s látkovým množstvom 1 mol?

315. Vysvetlite, prečo sa nedá jednoznačne odpovedať na otázku, aký je molový objem plynného dusíka, kyslíka alebo iného plynu.

316. Určte molový objem vodíka H_2, dusíka N_2 a kyslíka O_2 za normálnych podmienok ($t_n = 0\,°\mathrm{C}$, $p_n = 1{,}013\,25 \,.\, 10^5\,\mathrm{Pa}$). Hustoty týchto plynov za normálnych podmienok sú $\varrho(H_2) = 0{,}089\,88\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$, $\varrho(N_2) = 1{,}250\,5\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$, $\varrho(O_2) = 1{,}428\,97\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$.

317. Aký objem zaberá za normálnych podmienok argón s látkovým množstvom 5,0 mol? Hustota argónu za normálnych podmienok je $1{,}784\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$.

318. Odhadnite pomocou Avogadrovej konštanty priemer atómu železa. Hustota železa je $7\,860\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$, relatívna atómová hmotnosť železa je 55,85 a Avogadrova konštanta $6{,}022 \,.\, 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$.

Riešenie

$\varrho = 7\,860\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$, $A_r = 55{,}85$, $N_A = 6{,}022 \,.\, 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$; $d = ?$

Pomocou daných veličín určíme najprv molový objem železa V_m. Počet atómov železa s látkovým množstvom 1 mol a molovým objemom V_m určuje Avogadrova konštanta N_A. Preto delením molového objemu V_m a Avogadrovej konštanty N_A dostaneme objem V_0 pripadajúci na jeden atóm železa. Priemer atómu železa určíme kvôli zjednodušeniu výpočtu za predpokladu, že atóm železa s objemom V_0 má tvar kocky s hranou d. Prirodzenejší by bol však predpoklad, že atóm s objemom V_0 má tvar gule s priemerom d. Rádová hodnota veličiny d je však v obidvoch prípadoch rovnaká.

$$V_m = \frac{M_m}{\varrho}; \; V_0 = \frac{V_m}{N_A} = \frac{M_m}{\varrho N_A}$$

$$d = \sqrt[3]{V_0} = \sqrt[3]{\frac{M_m}{\varrho N_A}} = \sqrt[3]{\frac{55{,}85 \, . \, 10^{-3}}{7\,860 \, . \, 6{,}022 \, . \, 10^{23}}} \, \mathrm{m} = 2{,}3 \, . \, 10^{-10} \, \mathrm{m}$$

Priemer atómu železa je asi 0,23 nm.

319. Odhadnite pomocou Avogadrovej konštanty priemer molekuly vody.

320. Aký jav by sme pozorovali, keby v látke existoval smer, v ktorom by pohyb molekúl prevládal? Kedy môže nastať takáto situácia?

321. Je správny názor, že Brownov pohyb je tepelný pohyb molekúl?

322. Žiak vysvetľoval Brownov pohyb tak, že v istom okamihu môže počet nárazov na Brownovu časticu z jednej strany prevládať nad počtom nárazov z druhej strany. Keby bol v istom okamihu tento počet rovnaký, Brownova častica by sa podľa názoru žiaka nepohybovala. Vysvetlite, prečo je tento názor nesprávny.

323. Prečo je Brownov pohyb veľmi dobre viditeľný pri malých rozptýlených časticiach a prečo je menej intenzívny pri väčších časticiach?

324. Prečo pri písaní kriedou zostávajú častice kriedy na tabuli?

325. Ak k sebe pritlačíme dva čerstvo zrezané olovené valčeky, spoja sa tak, že ich možno od seba len veľmi ťažko odtrhnúť. Ako vysvetlíte tento jav? Prečo sa tento pokus demonštruje pomocou olovených valčekov?

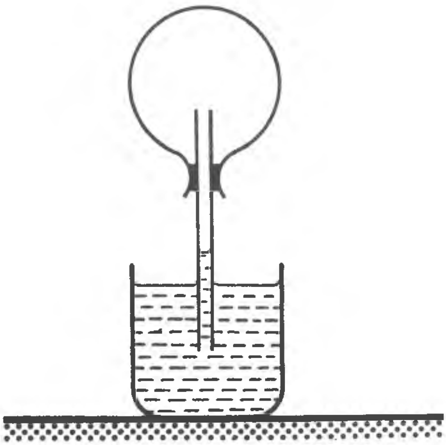
326. Do teplej kávy v šálke hodíme kocku cukru. Kedy nastane v tejto sústave rovnovážny stav?

327. Ak otvoríme fľaštičku s voňavkou, za krátky čas sa vôňa rozšíri po celej miestnosti. Je možné, aby sa pri svojom náhodnom pohybe molekuly voňavky vrátili späť do fľaštičky? Vysvetlite.

328. V nádobe rozdelenej stenou na dve rovnaké časti A a B je N rovnakých molekúl plynu. a) Určte počet mikrostavov, pri ktorých je napr. v časti A nádoby k molekúl. b) Určte pravdepodobnosť tohto javu. Obidve úlohy riešte aj numericky pre $N = 5$, $k = 0, 1, 2, \ldots, 5$, a $N = 10$, $k = 0, 1, 2, \ldots, 10$. Vysvetlite, prečo najčastejšie pozorujeme rovnomerné rozdelenie molekúl plynu.

329. Vysvetlite, prečo je názov teplomer nesprávny.

330. Prvý prístroj, ktorý sa dal použiť na meranie teploty, zostrojil okolo roku 1597 taliansky fyzik Galileo Galilei (1564—1642). Galileiho teplomer sa zakladal na teplotnej rozťažnosti vzduchu uzavretého v sklenej banke (obr. 1-1); teplota sa určovala podľa polohy hladiny vody v rúrke. V čom bol hlavný nedostatok tohto teplomeru?



Obr. 1-1

331. Ak ponoríme teplomer do teplej vody, hladina ortuti v teplomere najprv mierne poklesne, a potom začne rýchlo stúpať. Čo je príčinou tohto javu?

332. Vysvetlite, prečo nie sú správne zápisy $T = 273{,}15\,\mathrm{K} = 0\,°\mathrm{C}$ a $t = 100\,°\mathrm{C} = 373{,}15\,\mathrm{K}$. Zapíšte to správne.

333. a) Vyjadrite teploty 323,0 K; 8,15 K a 1 131 K v °C. b) Vyjadrite teploty −131,5 °C; −0,13 °C a 1 131 °C v kelvinoch.

334. V súčasnej fyzike sa podarilo dosiahnuť teplotu menšiu ako 1 mK. Vyjadrite túto teplotu v Celziovej teplotnej stupnici.

335. Rozdiel termodynamických teplôt dvoch telies je $\Delta T = 200$ K. Vyjadrite ho v °C.

336. Žiak, ktorý mal vypočítať pomer dvoch termodynamických teplôt T_1 a T_2, sa domnieval, že tento pomer je rovnaký ako pomer zodpovedajúcich teplôt t_1 a t_2 vyjadrených v Celziovej teplotnej stupnici. Svoj názor odôvodnil tým, že ak meriame dve veličiny v rovnakých jednotkách, ich pomer od voľby jednotiek nezávisí. Je tento názor správny?

2. VNÚTORNÁ ENERGIA, PRÁCA A TEPLO

Vnútorná energia telesa sa rovná súčtu celkovej kinetickej energie neusporiadane sa pohybujúcich častíc telesa (molekúl, atómov, iónov) a celkovej potenciálnej energie vzájomnej polohy týchto častíc. Vnútorná energia sa môže meniť konaním práce alebo tepelnou výmenou.

Pri zmene vnútornej energie konaním práce sa kinetická alebo potenciálna energia telesa mení na jeho vnútornú energiu, alebo naopak. Súčet kinetickej, potenciálnej a vnútornej energie zostáva pri dejoch prebiehajúcich v izolovanej sústave telies konštantný. Pri tepelnej výmene častice teplejšieho telesa odovzdávajú časticiam chladnejšieho telesa časť svojej energie. Tepelná výmena sa môže uskutočniť aj prostredníctvom tepelného žiarenia.

Teplo Q je určené energiou, ktorú pri tepelnej výmene odovzdáva teplejšie teleso chladnejšiemu.

Tepelnú kapacitu telesa C definujeme vzťahom

$$C = \frac{Q}{\Delta t}$$

kde Q je teplo, ktoré prijme teleso, ak sa jeho teplota zvýši o Δt. Toto teplo možno vyjadriť vzťahom

$$Q = cm\Delta t$$

Veličina c sa nazýva merná tepelná kapacita; jej jednotkou je $\mathrm{J\,.\,kg^{-1}\,.\,K^{-1}}$.

Kalorimetrickú rovnicu vyjadrujeme vzťahom

$$c_1 m_1 (t_1 - t) = c_2 m_2 (t - t_2)$$

kde c_1, m_1 a t_1 je merná tepelná kapacita, hmotnosť a začiatočná teplota teplejšieho telesa; c_2, m_2 a t_2 sú analogické veličiny charakterizujúce chladnejšie teleso a t je výsledná teplota po dosiahnutí rovnovážneho stavu.

Podľa prvého termodynamického zákona prírastok vnútornej energie sústavy ΔU sa rovná súčtu práce W vykonanej okolitými telesami, ktoré pôsobia na sústavu silami, a tepla Q odovzdaného okolitými telesami sústave

$$\Delta U = W + Q$$

alebo

$$Q = \Delta U + W'$$

kde W' je práca, ktorú vykoná sústava.

Úlohy

337. Aké druhy energie má guľôčka, ktorá sa pohybuje po naklonenej rovine zrýchleným pohybom?

338. Porovnajte a) vnútornú energiu vody s hmotnosťou 800 g a teplotou 60 °C s vnútornou energiou vody s rovnakou hmotnosťou a teplotou 65 °C, b) vnútornú energiu vody s hmotnosťou 800 g a teplotou 45 °C s vnútornou energiou vody s hmotnosťou 500 g a teplotou 45 °C.

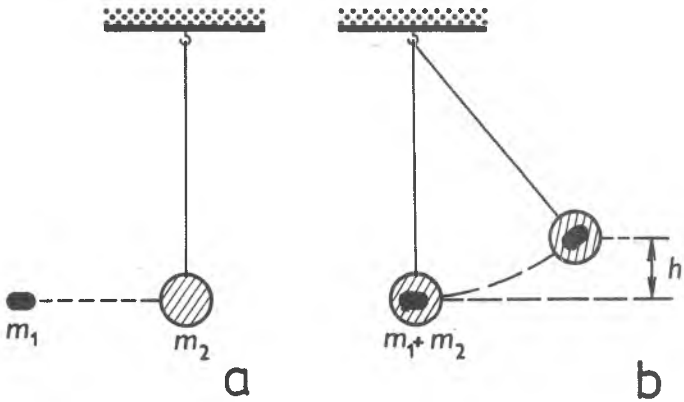
339. Je vnútorná energia vody s hmotnosťou 1 kg a teplotou 0 °C rovnaká ako vnútorná energia ľadu s rovnakou hmotnosťou a teplotou? Odôvodnite.

340. Žiak s hmotnosťou 70 kg sa spúšťal pri telocviku po tyči rovnomerným klzavým pohybom z výšky 3 m. Vysvetlite tento dej z hľadiska zákona zachovania energie a určte, aká veľká časť začiatočnej potenciálnej energie tiažovej žiaka sa premenila v miestach trenia na vnútornú energiu.

341. Teleso s hmotnosťou 1 kg kĺže po naklonenej rovine s dĺžkou 21 m, ktorá zviera s horizontálnou rovinou uhol 30°. Rýchlosť, ktorou teleso opúšťa naklonenú rovinu, je 4,1 m . s^{-1}; začiatočná rýchlosť telesa v najvyššom bode naklonenej roviny je nulová. Určte pri tomto deji celkovú zmenu vnútornej energie telesa a naklonenej roviny.

*** 342.** Naklonená rovina zviera s vodorovnou rovinou uhol α. Pomocou motúza rovnobežného s naklonenou rovinou zdvihli teleso s hmotnosťou m rovnomerným pohybom do výšky h. Súčiniteľ trenia medzi telesom a naklonenou rovinou je f. Určte pri tomto deji zmenu vnútornej energie telesa a podložky.

343. Do telesa v pokoji, ktoré má hmotnosť 1 kg a je zavesené na niti, narazí vo vodorovnom smere strela s hmotnosťou 0,01 kg (obr. 2-1a). Po zrážke zostane strela v telese. Teleso sa spolu so strelou pohybujú do výšky 0,2 m nad pôvodnú polohu telesa (obr. 2-1b). Určte prírastok vnútornej energie strely a telesa po zrážke.



Obr. 2-1

Riešenie

$m_1 = 0{,}01\,\mathrm{kg}$, $m_2 = 1\,\mathrm{kg}$, $h = 0{,}2\,\mathrm{m}$, $g \doteq 9{,}8\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$; $\Delta U = ?$

Hľadaný prírastok vnútornej energie strely a telesa určíme zo vzťahu

$$\Delta U = E_{k_1} - E_{k_2} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\, v^2$$

kde E_{k_1} je kinetická energia strely pred zrážkou a E_{k_2} kinetická energia sústavy teleso-strela bezprostredne po ich zrážke.

Veľkosť rýchlosti v sústavy teleso-strela tesne po zrážke môžeme určiť zo zákona zachovania mechanickej energie

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\, v^2 = (m_1 + m_2)\, gh$$

z ktorého dostávame

$$v = \sqrt{2gh}$$

Pri výpočte veľkosti rýchlosti strely v_1 pred zrážkou však zákon zachovania mechanickej energie nemôžeme použiť, lebo časť kinetickej energie strely sa pri preniknutí do zaveseného telesa zmení na vnútornú energiu sústavy teleso-strela. Pri zrážke však podľa zákona zachovania hybnosti platí

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2)\, v$$

odkiaľ vyplýva

$$v_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} v = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \sqrt{2gh}$$

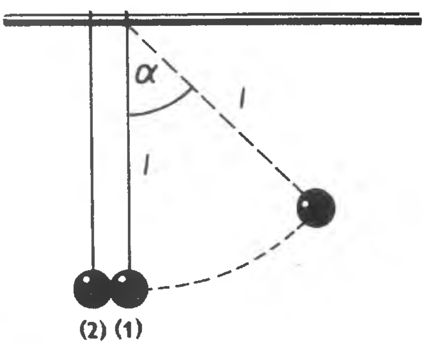
Po dosadení rýchlosti v_1 a v do vzťahu pre prírastok vnútornej energie ΔU a po úprave dostávame

$$\Delta U = m_1 + m_2 \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1} gh - gh \right) = (m_1 + m_2) \frac{m_2}{m_1} gh =$$

$$= (0{,}01 + 1) \cdot \left(\frac{1}{0{,}01} \right) \cdot 9{,}8 \,.\, 0{,}2\,\mathrm{J} = 198\,\mathrm{J}$$

Vnútorná energia strely a telesa sa po zrážke zväčšila o 198 J.

*** 344.** Dve dokonale nepružné gule s rovnakými hmotnosťami $m = 1$ kg sú zavesené na nitiach dĺžky $l = 0{,}50$ m vedľa seba tak, že sa v rovnovážnej polohe vzájomne dotýkajú (obr. 2-2). Guľa (1) sa



Obr. 2-2

vychýli z rovnovážnej polohy vpravo o uhol $\alpha = 60°$ a uvoľní sa. Určte zmenu vnútornej energie obidvoch gúľ po zrážke.

345. Veličiny, ktoré určujú stav sústavy (napr. teplota, tlak, objem), sa nazývajú stavové veličiny. Sú teplo a práca stavové veličiny? Je stavovou veličinou vnútorná energia sústavy?

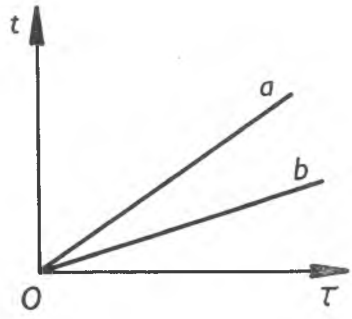
346. Vzduch sa pri vykurovaní bytu ohrieva. Ohrieva sa aj pri stlačení piestom vznetového motora. V ktorom z týchto prípadov možno povedať, že vzduch prijal teplo?

347. Akú tepelnú kapacitu má železné závažie s hmotnosťou 2,00 kg? Merná tepelná kapacita železa je $452\,\mathrm{J\,.\,kg^{-1}\,.\,K^{-1}}$.

348. Olovené a hliníkové teleso majú rovnaký objem. Ktoré z týchto telies má väčšiu tepelnú kapacitu?

349. Žiak pri skúšaní uviedol, že voda s hmotnosťou 2 kg a teplotou 100 °C obsahuje teplo $Q = mc\Delta t = 2\,.\,4\,180\,.\,100\,\mathrm{J} = 8{,}36\,.\,10^5\,\mathrm{J}$. Vysvetlite, prečo je táto odpoveď nesprávna a čo žiak vypočítal.

350. Pomocou dvoch rovnakých ponorných varičov sa v jednej nádobe ohrievala voda a v druhej glycerín s rovnakou hmotnosťou. Závislosť teploty t od doby τ je na obr. 2-3 vyjadrená pre obidve kvapaliny graficky. Určte, ktorý graf vyjadruje túto závislosť pre vodu a ktorý pre glycerín.



Obr. 2-3

351. Je možný dej, pri ktorom sústava prijme teplo a pritom sa nezmení jej teplota?

352. Voda s hmotnosťou 1 kg sa ohriala z teploty 0 °C na teplotu 100 °C a prijala pritom určité teplo. Porovnajte toto teplo a) s potenciálnou energiou tiažovou telesa s hmotnosťou 1 kg umiesteného vo výške 10 km, b) s kinetickou energiou telesa s hmotnosťou 1 kg pohybujúceho sa rýchlosťou $100\,m\,.\,s^{-1}$.

353. Aké teplo prijme olej s objemom 2 l a hustotou $910\,kg\,.\,m^{-3}$ pri ohriatí z teploty 20 °C na 65 °C? Merná tepelná kapacita oleja je $1{,}7\,kJ\,.\,kg^{-1}\,.\,K^{-1}$.

354. Aký je tepelný výkon radiátora ústredného kúrenia, ak pri objemovom prietoku vody v radiátore $0{,}90\,m^3\,.\,h^{-1}$ sa voda ochladí z teploty 92 °C na teplotu 70 °C?

355. Vypočítajte, za aký čas sa ohreje ponorným varičom voda potrebná na uvarenie šálky čiernej kávy. Objem vody je $150\,cm^3$, jej začiatočná teplota 15 °C, výsledná teplota 100 °C. Príkon ponorného variča je 500 W, účinnosť 95 %. Výsledok overte pokusom a vysvetlite, prečo je varenie malého množstva vody v nádobe ohrievanej zospodu varičom neekonomické.

356. Pri sústružení sa obrábací nôž aj obrábaná súčiastka zahrievajú, preto sa musia chladiť chladiacou kvapalinou. Predpokladajme, že tepelný výkon, ktorým sa zohrieva chladiaca kvapalina, je $50\,kJ\,.\,min^{-1}$. Koľko litrov chladiacej kvapaliny treba na jednu hodinu sústruženia, ak je hustota kvapaliny $980\,kg\,.\,m^{-3}$, merná tepelná kapacita $3{,}9\,kJ\,.\,kg^{-1}\,.\,K^{-1}$, začiatočná teplota 20 °C a konečná teplota nemá prevýšiť 60 °C?

357. Olovená strela letiaca rýchlosťou $100\,m\,.\,s^{-1}$ dopadla na nehybnú drevenú dosku a uviazla v nej. Určte prírastok teploty strely, ak predpokladáme, že 50 % jej kinetickej energie sa po náraze na drevo zmení na jej vnútornú energiu. Merná tepelná kapacita olova je $129\,J\,.\,kg^{-1}\,.\,K^{-1}$. Čo sa stane so zostávajúcimi 50 % kinetickej energie strely?

358. Pri zatĺkaní klinca s hmotnosťou 50 g udrel robotník 20-krát kladivom s hmotnosťou 0,5 kg. Veľkosť rýchlosti kladiva pri údere na klinec je $12\,m\,.\,s^{-1}$, merná tepelná kapacita železa je $452\,J\,.\,kg^{-1}\,.\,K^{-1}$. Ako sa zvýši teplota klinca za predpokladu, že 60 % kinetickej energie kladiva sa mení na vnútornú energiu klinca?

359. Výhrevnosť paliva definujeme vzťahom $H = \dfrac{Q}{m}$, kde Q je teplo, ktoré vznikne dokonalým spálením paliva s hmotnosťou m. Zistite pomocou tabuliek výhrevnosť benzínu, hnedého uhlia, koksu, čierneho uhlia, etanolu, vodíka, svietiplynu, antracitu a petroleja. Hodnoty, ktoré sú v tabuľkách určené intervalom, nahraďte aritmetickým priemerom. Zoraďte výhrevnosti podľa veľkosti a znázornite ich rôzne dlhými úsečkami. Voľte mierku $10^4\,\mathrm{kJ\,.\,kg^{-1}} \mathrel{\hat{=}} 1\,\mathrm{cm}$.

360. Určte hmotnosť kamenného uhlia potrebného na zohriatie oceľového predmetu s hmotnosťou 10 t a teplotou 20 °C na kovaciu teplotu 1 100 °C. Výhrevnosť uhlia je $30\,\mathrm{MJ\,.\,kg^{-1}}$, merná tepelná kapacita ocele je $460\,\mathrm{J\,.\,kg^{-1}\,.\,K^{-1}}$, účinnosť pece je 30 %.

Riešenie

$m = 10^4\,\mathrm{kg}$, $t_1 = 20\,°\mathrm{C}$, $t_2 = 1\,100\,°\mathrm{C}$, $H = 3\,.\,10^7\,\mathrm{J\,.\,kg^{-1}}$, $c = 460\,\mathrm{J\,.\,kg^{-1}\,.\,K^{-1}}$, $\eta = 0{,}3$; $m_1 = ?$

Účinnosť pece je určená vzťahom $\eta = \dfrac{Q}{Q_1}$, kde Q je teplo potrebné na ohriatie oceľového predmetu, a $Q_1 = m_1 H$ je teplo, ktoré vznikne spálením uhlia s hmotnosťou m_1 a výhrevnosťou H. Pre teplo Q potrebné na ohriatie oceľového predmetu platí

$$Q = \eta Q_1 = \eta m_1 H = mc(t_2 - t_1)$$

Odtiaľ pre hľadanú hmotnosť m_1 uhlia dostaneme

$$m_1 = \frac{mc(t_2 - t_1)}{\eta H} = \frac{10^4\,.\,460\,(1\,100 - 20)}{0{,}3\,.\,3\,.\,10^7}\,\mathrm{kg} \doteq 552\,\mathrm{kg}$$

Na ohriatie oceľového predmetu treba za daných podmienok uhlie s hmotnosťou 552 kg.

361. Prúdové lietadlo má štyri motory, z ktorých každý vyvíja ťahovú silu 20 000 N. Aká je hmotnosť paliva potrebného na let s dĺžkou 5 000 km? Výhrevnosť paliva $H = 45\,\mathrm{MJ\,.\,kg^{-1}}$, účinnosť motorov je 25 %.

362. Automobil Volga má štvorvalcový motor s výkonom 52 kW. Určte účinnosť motora, ak pri rýchlosti $120\,\mathrm{km\,.\,h^{-1}}$ spotrebuje na dráhe 100 km 15 l benzínu. Výhrevnosť benzínu je $46\,\mathrm{MJ\,.\,kg^{-1}}$, jeho hustota $700\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$.

363. Určte hmotnosť strelného prachu potrebného na to, aby strela s hmotnosťou 50 g pri zvislom výstrele z pušky dosiahla výšku 2 km. Účinnosť pušky je 15 %, výhrevnosť strelného prachu $2{,}94\,\mathrm{MJ\,.\,kg^{-1}}$. Odpor vzduchu zanedbajte. Tiažové zrýchlenie $g \doteq 10\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$.

364. Vysvetlite, aké deje prebiehajú pri ohrievaní miestnosti radiátorom ústredného kúrenia.

365. Oceľový predmet s hmotnosťou 0,90 kg a teplotou 300 °C bol vložený do vody s hmotnosťou 2,5 kg a teplotou 15 °C. Aká je teplota predmetu a vody po dosiahnutí rovnovážneho stavu? Merná tepelná kapacita ocele je $452\,\mathrm{J\,.\,kg^{-1}\,.\,K^{-1}}$. Predpokladáme, že tepelná výmena nastala len medzi oceľovým predmetom a vodou.

Riešenie

$m_1 = 0{,}90\,\mathrm{kg}$, $t_1 = 300\,°\mathrm{C}$, $c_1 = 452\,\mathrm{J\,.\,kg^{-1}\,.\,K^{-1}}$, $m_2 = 2{,}5\,\mathrm{kg}$, $t_2 = 15\,°\mathrm{C}$, $c_2 = 4\,180\,\mathrm{J\,.\,kg^{-1}\,.\,K^{-1}}$; $t = ?$

Podľa kalorimetrickej rovnice platí

$$m_1c_1(t_1 - t) = m_2c_2(t - t_2)$$

Pre hľadanú teplotu t odtiaľ dostávame

$$t = \frac{m_1c_1t_1 + m_2c_2t_2}{m_1c_1 + m_2c_2}$$

$$t = \frac{0{,}90\,.\,452\,.\,300 + 2{,}5\,.\,4\,180\,.\,15}{0{,}90\,.\,452 + 2{,}5\,.\,4\,180}\,°\mathrm{C} \doteq 25{,}7\,°\mathrm{C}$$

Po dosiahnutí rovnovážneho stavu má voda a oceľový predmet teplotu približne 25,7 °C.

366. Vo vani je voda s objemom 220 l a teplotou 65 °C. Určte hmotnosť vody s teplotou 14 °C, ktorú prilejeme, aby výsledná teplota vody vo vani bola 45 °C. Tepelnú výmenu medzi vodou a okolím zanedbáme.

367. V nádobe je 420 g vody s teplotou 20 °C. Ak prilejeme do nádoby ešte 900 g vody s teplotou 70 °C, zistíme, že výsledná teplota po dosiahnutí rovnovážneho stavu je 50 °C. Aká je tepelná kapacita nádoby? O tepelnej výmene medzi nádobou a okolím neuvažujeme.

368. Päť oceľových platní s celkovou hmotnosťou 7 kg bolo zohriatych na teplotu 910 °C a ponorených do oleja s teplotou 10 °C. Hustota oleja je 940 kg . m^{-3}, merná tepelná kapacita oleja 1 760 J . kg^{-1} . K^{-1}, teplota vzplanutia oleja 230 °C a merná tepelná kapacita ocele 452 J . kg^{-1} . K^{-1}. Koľko litrov oleja musíme použiť do kaliaceho kúpeľa, aby jeho konečná teplota bola 40 °C pod teplotou vzplanutia oleja?

369. V kalorimetri s tepelnou kapacitou 90 J . K^{-1} je voda s hmotnosťou 200 g. Teplota sústavy je 80 °C. Do vody v kalorimetri bol ponorený medený valček s hmotnosťou 100 g a teplotou 20 °C. Určte výslednú teplotu sústavy po dosiahnutí rovnovážneho stavu. Merná tepelná kapacita medi je 383 J . kg^{-1} . K^{-1}.

370. V hliníkovej nádobe kalorimetra s hmotnosťou 40 g je voda s hmotnosťou 150 g; teplota sústavy je 20 °C. Oceľová guľôčka s hmotnosťou 20 g bola rýchle prenesená z priestoru pece do nádoby kalorimetra. Určte teplotu priestoru pece, ak je prírastok teploty vody v kalorimetri 10 °C. Merná tepelná kapacita ocele je 452 J . kg^{-1} . K^{-1}, merná tepelná kapacita hliníka 896 J . kg^{-1} . K^{-1}.

*371. V železnej nádobe s hmotnosťou 0,1 kg je voda s hmotnosťou 0,5 kg a teplotou 15 °C. Do kalorimetra bolo vložené hliníkové a olovené teleso s celkovou hmotnosťou 0,15 kg a teplotou 100 °C. Po dosiahnutí rovnovážneho stavu sa teplota vody zvýšila na 17 °C. Určte hmotnosť hliníkového a oloveného telesa. Merná tepelná kapacita hliníka je 896 J . kg^{-1} . K^{-1}, olova 129 J . kg^{-1} . K^{-1}, železa 452 J . kg^{-1} . K^{-1}.

372. Pri stlačení plynu uzavretého v nádobe s pohyblivým piestom sa vykonala práca 3,1 MJ; plyn súčasne prijal teplo 2,4 MJ. Ako sa pri tomto deji zmenila vnútorná energia plynu?

373. Sústava prijala od okolia teplo 2,8 kJ a súčasne vykonala prácu 1,2 kJ. Určte, ako sa pri tomto deji zmenila vnútorná energia sústavy.

374. Pri adiabatickom stlačení plynu uzavretého v nádobe s pohyblivým piestom sa vykonala práca 6 MJ. Určte zmenu vnútornej energie plynu. Ako sa zmení pri tomto deji teplota plynu? Ako

možno vysvetliť zmenu teploty plynu pri tomto deji z hľadiska molekulovej fyziky? (Pri adiabatickom deji neprebieha tepelná výmena medzi plynom a okolím.)

375. Sústava prijala od okolia teplo $1{,}7 \cdot 10^4$ J a súčasne vykonala prácu $0{,}5 \cdot 10^5$ J. Určte, ako sa pri tomto deji zmenila jej vnútorná energia.

3. ŠTRUKTÚRA A VLASTNOSTI PLYNOV

Molekuly plynu, ktorý je v rovnovážnom stave, nemajú v istom okamihu rovnakú rýchlosť. Ak poznáme rozdelenie molekúl podľa rýchlosti, môžeme vypočítať strednú kvadratickú rýchlosť molekúl zo vzťahu

$$v_k^2 = \frac{\Delta N_1 v_1^2 + \Delta N_2 v_2^2 + \ldots + \Delta N_i v_i^2}{N}$$

Stredná kvadratická rýchlosť v_k závisí od termodynamickej teploty T podľa vzťahu

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

kde $k \doteq 1{,}38 \,.\, 10^{-23}\,\mathrm{J\,.\,K^{-1}}$ je Boltzmannova konštanta a m_0 hmotnosť molekuly.

Pre strednú kinetickú energiu E_0, ktorú má molekula v dôsledku neusporiadaného pohybu, platí

$$E_0 = \frac{1}{2} m_0 v_k^2 = \frac{3}{2} kT$$

Základná rovnica pre tlak ideálneho plynu je

$$p = \frac{1}{3} N_V m_0 v_k^2$$

kde N_V je hustota molekúl, m_0 hmotnosť molekuly a v_k stredná kvadratická rýchlosť molekúl.

Stavovú rovnicu ideálneho plynu môžeme písať v tvaroch

$$pV = NkT$$

$$pV = \frac{m}{M_m} R_m T$$

$$pV = nR_m T$$

kde $R_m \doteq 8{,}31\ \mathrm{J\,.\,K^{-1}\,.\,mol^{-1}}$ je molová plynová konštanta.

Pri stavovej zmene ideálneho plynu so stálou hmotnosťou platí

$$\frac{pV}{T} = \text{konšt.}$$

Izotermický dej s ideálnym plynom:

$$T = \text{konšt.} \quad pV = \text{konšt.} \quad \text{Boylov-Mariottov zákon}$$

Izochorický dej s ideálnym plynom:

$$V = \text{konšt.} \quad \frac{p}{T} = \text{konšt.} \quad \text{Charlesov zákon}$$

Izobarický dej s ideálnym plynom:

$$p = \text{konšt.} \quad \frac{V}{T} = \text{konšt.} \quad \text{Gay-Lussacov zákon}$$

Merná tepelná kapacita plynu pri stálom objeme c_V a tlaku c_p je definovaná vzťahmi

$$c_V = \frac{Q_V}{m\Delta T}; \; c_p = \frac{Q_p}{m\Delta T}$$

Pre adiabatický dej s ideálnym plynom ($Q = 0$) platí Poissonov zákon

$$pV^{\varkappa} = \text{konšt.}$$

kde $\varkappa = \frac{c_p}{c_V}$ je Poissonova konštanta.

Z Poissonovho zákona a zo stavovej rovnice možno pre adiabatický dej s ideálnym plynom odvodiť vzťah

$$T_1 V_1^{\varkappa - 1} = T_2 V_2^{\varkappa - 1}$$

Úlohy

376. Vysvetlite, prečo je vo fyzike účelné zaviesť pojem ideálneho plynu. Sú plyny, ktoré sa vyskytujú v prírode alebo v technickej praxi ideálne?

377. Možno vypočítať okamžitú rýchlosť vybranej molekuly plynu? Má táto veličina význam pre poznanie vlastností plynu?

378. V tabuľke je uvedené rozdelenie molekúl kyslíka podľa rýchlosti pri teplote 0 °C. V ľavej časti tabuľky sú intervaly rýchlostí molekúl v až $v + \Delta v$, v pravej časti sú stredné relatívne početnosti molekúl $\frac{\Delta N}{N}$, ktorých rýchlosti ležia v uvedených intervaloch.

$\frac{v, v + \Delta v}{\mathrm{m\,.\,s^{-1}}}$	$\frac{\Delta N}{N}$
0—100	0,014
100—200	0,081
200—300	0,165
300—400	0,214
400—500	0,206
500—600	0,151
600—700	0,092
700—800	0,048
800—900	0,020
nad 900	0,009
Súčet	1,000

a) Pomocou tabuľky zistite, aká je pravdepodobnosť, že veľkosť rýchlosti náhodne vybratej molekuly kyslíka leží v intervaloch: $100\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}} - 200\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, $300\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}} - 400\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, $v > 900\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, $v \leqq 400\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, $v > 400\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$.

b) Pomocou tabuľky vypočítajte približnú hodnotu strednej kvadratickej rýchlosti molekúl kyslíka pri teplote 0 °C. Vysvetlite, prečo pomocou tabuľky možno túto veličinu určiť len približne.

c) Vypočítajte strednú kvadratickú rýchlosť molekúl kyslíka pri teplote 0 °C aj zo vzorca, ktorý udáva závislosť strednej kvadratickej rýchlosti molekúl od termodynamickej teploty.

379. Ako sa zmení stredná kinetická energia, ktorú má molekula ideálneho plynu v dôsledku svojho neusporiadaného posuvného pohybu, ak sa termodynamická teplota zvýši 3-krát? Vysvetlite.

380. Určte pomer stredných kvadratických rýchlostí molekúl hélia He a dusíka N_2 pri rovnakých teplotách.

381. Vypočítajte strednú kvadratickú rýchlosť molekúl dusíka pri teplote -73 °C.

382. Vypočítajte strednú kvadratickú rýchlosť molekúl oxidu uhličitého CO_2 pri teplotách -100 °C, 0 °C a 100 °C.

383. Určte zmenu vnútornej energie ideálneho plynu s jednoatómovými molekulami, ak sa jeho teplota zvýši z 200 K na 400 K. V plyne je 10^{28} molekúl.

Riešenie

$T_1 = 200\,\mathrm{K}$, $T_2 = 400\,\mathrm{K}$, $N = 10^{28}$, $k \doteq 1{,}38 \,.\, 10^{-23}\,\mathrm{J}\,.\,\mathrm{K}^{-1}$; $\Delta U = ?$

Stredná kinetická energia, ktorú má molekula ideálneho plynu v dôsledku svojho neusporiadaného pohybu, je $\frac{3}{2}kT$. Preto vnútornú energiu ideálneho plynu s jednoatómovými molekulami pri teplotách T_1 a T_2 možno vyjadriť vzťahmi

$$U_1 = N\frac{3}{2}kT_1$$

$$U_2 = N\frac{3}{2}kT_2$$

z ktorých dostávame

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{3}{2}Nk(T_2 - T_1) =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot 10^{28} \,.\, 1{,}38 \,.\, 10^{-23}(400 - 200)\,\mathrm{J} = 41{,}4 \,.\, 10^{6}\,\mathrm{J}$$

Vnútorná energia ideálneho plynu sa zväčšila o 41,4 MJ.

384. Kyslík O_2 s hmotnosťou 20 g má teplotu 10 °C. Vypočítajte celkovú kinetickú energiu všetkých molekúl tejto vzorky kyslíka vyplývajúcu z neusporiadaného posuvného pohybu molekúl. Je táto energia úhrnnou vnútornou energiou kyslíka? Vysvetlite.

385. Vysvetlite, aký je rozdiel medzi hustotou plynu ϱ a hustotou molekúl N_V. Napíšte pre obidve veličiny definičné vzťahy a uveďte ich jednotky.

386. Atóm argónu pohybujúci sa rýchlosťou s veľkosťou 500 m . s^{-1} sa pružne odráža od steny nádoby. Vektor rýchlosti atómu argónu zviera s kolmicou na stenu nádoby uhol a) 0°, b) 60°. Určte v obidvoch prípadoch veľkosť zmeny jeho hybnosti po dokonale pružnom odraze od steny nádoby.

387. Ako sa zmení tlak ideálneho plynu, ak hustota molekúl tohto plynu sa zväčší 4-krát a stredná kvadratická rýchlosť molekúl sa nezmení?

388. Žiak riešil pri kontrolnej písomnej skúške túto úlohu: V jednej uzavretej nádobe je hélium He, v druhej vodík H_2. Aký je pomer tlaku p_1 hélia k tlaku p_2 vodíka, ak obidva ideálne plyny majú rovnakú hustotu molekúl a rovnaké termodynamické teploty? Žiak napísal riešenie úlohy takto:

$$\text{He: } p_1 = \frac{1}{3} N_{V1} m_{01} v_{k1}^2$$

$$\text{H}_2\text{: } p_2 = \frac{1}{3} N_{V2} m_{02} v_{k2}^2$$

$$N_{V1} = N_{V2}; \; v_{k1} = v_{k2}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_{01}}{m_{02}} = \frac{A_{r1} m_u}{A_{r2} m_u} = \frac{A_{r1}}{A_{r2}} \doteq \frac{4}{1} = 4$$

Nájdite správne riešenie a opravte chyby v žiakovom riešení.

389. Aký tlak má kyslík O_2 s hustotou 1,41 kg . m^{-3} pri teplote 0 °C? Stredná kvadratická rýchlosť molekúl kyslíka pri teplote 0 °C je 461 m . s^{-1}.

390. Ideálny plyn s hmotnosťou 6,0 kg je uzavretý v nádobe s objemom 5,0 m^3 pri tlaku 2,0 . 10^5 Pa. Určte strednú kvadratickú rýchlosť jeho molekúl.

391. Určte objem kyslíka O_2 s hmotnosťou 8,0 g pri teplote 21 °C a tlaku $1{,}4 \cdot 10^5$ Pa.

Riešenie

$m = 8 \cdot 10^{-3}$ kg, $T = 294$ K, $p = 1{,}4 \cdot 10^5$ Pa,
$M_m \doteq 32 \cdot 10^{-3}$ kg . mol^{-1}, $R_m \doteq 8{,}31$ J . K^{-1} . mol^{-1}; $V = ?$

Zo stavovej rovnice

$$pV = \frac{m}{M_m} R_m T$$

dostávame

$$V = \frac{mR_mT}{pM_m} = \frac{8 \cdot 10^{-3} \cdot 8{,}31 \cdot 294}{1{,}4 \cdot 10^5 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}\,\mathrm{m}^3 \doteq 4{,}4 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$$

Objem kyslíka pri uvedených podmienkach je $4{,}4 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$.

392. Pri tlaku 10^5 Pa a teplote 15 °C má vzduch objem $2{,}0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$. Aký bude tlak vzduchu, ak sa jeho objem zväčší na $4{,}0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$ a teplota sa zvýši na 20 °C?

Riešenie

$p_1 = 10^5$ Pa, $T_1 = 288$ K, $V_1 = 2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$, $T_2 = 293$ K,
$V_2 = 4 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$; $p_2 = ?$

Pri stavovej zmene ideálneho plynu so stálou hmotnosťou platí

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

Pre hľadaný tlak p_2 odtiaľ dostávame

$$p_2 = \frac{p_1V_1T_2}{T_1V_2} = \frac{10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 293}{288 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}\,\mathrm{Pa} = 0{,}51 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$$

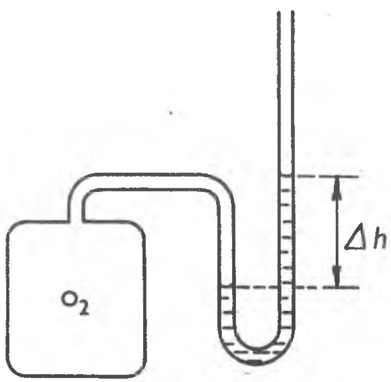
Tlak vzduchu sa zmenší na $0{,}51 \cdot 10^5$ Pa.

393. Pri riešení úloh na stavovú rovnicu ideálneho plynu sa stretávame s dvoma základnými typmi úloh.

a) Úlohy, v ktorých sa daný stav ideálneho plynu nemení. Niektoré stavové veličiny, ktoré charakterizujú tento stav, sú pritom dané, jednu stavovú veličinu hľadáme (pozri napr. úlohu 391).
b) Úlohy, v ktorých plyn prechádza z daného začiatočného stavu do výsledného stavu. Niektoré stavové veličiny, ktoré charakterizujú začiatočný a výsledný stav plynu, sú dané, jednu stavovú veličinu hľadáme (pozri napr. úlohu 392).
Navrhnite na obidva druhy úloh aspoň jeden príklad a vyriešte ho.

394. V nádobe s vnútorným objemom 8,3 m^3 je vodík H_2 s hmotnosťou 0,2 kg a teplotou 27 °C. Určte jeho tlak.

395. V nádobe s objemom 10 l je uzavretý kyslík O_2 s hmotnosťou 12,8 g a teplotou 27 °C. Aký je rozdiel výšok Δh voľných hladín vody v ramenách kvapalinového manometra, ktorým meriame tlak kyslíka (obr. 3-1)? Atmosferický tlak je 1 000 hPa.



Obr. 3-1

396. V nádobe s vnútorným objemom $5{,}0 \,.\, 10^{-3}$ m^3 je uzavretý dusík N_2 pri teplote 39 °C a tlaku $1{,}6 \,.\, 10^5$ Pa. Určte jeho hmotnosť.

397. V nádobe s objemom 1 l je uzavretý plyn, ktorý je zlúčeninou kyslíka a dusíka. Hmotnosť plynu je 1 g, teplota 17 °C a tlak $3{,}17 \,.\, 10^4$ Pa. Určte názov a chemický vzorec tejto zlúčeniny.

398. Aký tlak má vzduch v pneumatike nákladného automobilu pri teplote 20 °C a hustote $8{,}0 \,\mathrm{kg} \,.\, \mathrm{m}^{-3}$? Molová hmotnosť vzduchu $M_m \doteq 29 \,.\, 10^{-3} \,\mathrm{kg} \,.\, \mathrm{mol}^{-1}$.

399. Koľko molekúl je v guľovej nádobe s vnútorným polomerom 3,0 cm, naplnenej kyslíkom O_2, ktorý má teplotu 27 °C a tlak $1{,}36 \cdot 10^{-2}$ Pa?

400. V nádobe je dusík N_2 s hmotnosťou 10 kg pri tlaku 10 MPa. Určte hmotnosť dusíka, ktorý treba vypustiť z nádoby, aby sa jeho tlak zmenšil na 2,5 MPa. Teplota dusíka sa nemení.

* **401.** Vo fľaši je kyslík O_2 s hmotnosťou 1,0 g, s tlakom 1 MPa a s teplotou 47 °C. Uzáver fľaše dobre netesní, takže kyslík uniká. Po istom čase sa opäť zmeral tlak a teplota kyslíka a zistilo sa, že tlak klesol na $\frac{5}{8}$ svojej pôvodnej hodnoty a teplota na 27 °C. a) Aký je vnútorný objem fľaše? b) Určte hmotnosť kyslíka, ktorý unikol.

* **402.** Vzduchová bublina s polomerom 5,0 mm stúpa zo dna jazera hlbokého 20,7 m. Teplota pri dne jazera je 7,0 °C a pri hladine 27 °C. Atmosferický tlak je 1 000 hPa. Aký bude polomer bubliny, keď sa dostane k hladine?

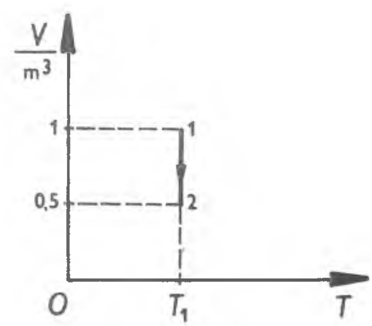
403. Určte hustotu molekúl N_V ideálneho plynu pri normálnych podmienkach. Vysvetlite, či táto veličina závisí od druhu plynu.

404. Dokážte, že ideálne plyny s rovnakým objemom, teplotou a tlakom obsahujú rovnaký počet molekúl (Avogadrov zákon).

405. Dokážte, že ľubovoľný ideálny plyn má pri normálnych podmienkach ($p_n = 1{,}013\,25 \cdot 10^5$ Pa a $T_n = 273{,}15$ K) rovnaký molový objem $V_{mn} \doteq 22{,}4 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3 \cdot mol^{-1}}$.

406. Ideálny plyn má pri teplote 21 °C objem $1{,}4 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m^3}$ a tlak $2{,}0 \cdot 10^5$ Pa. Aký objem má tento plyn za normálnych podmienok?

407. Ako sa zmení tlak ideálneho plynu, ak sa jeho objem aj termodynamická teplota zväčšia 2-krát?



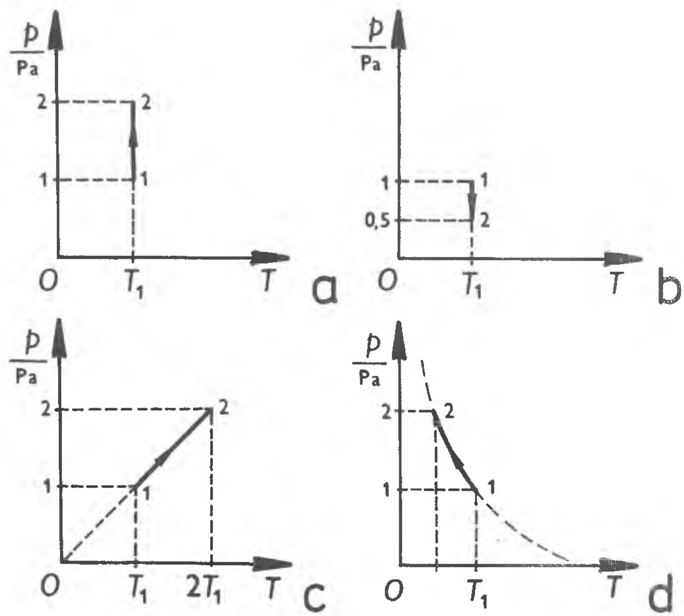
Obr. 3-2

408. Hustota plynu pri teplote T_1 a tlaku p_1 je ϱ_1. Akú hustotu ϱ_2 má tento plyn pri teplote T_2 a tlaku p_2?

409. Zostrojte graf závislosti tlaku kyslíka O_2 od jeho objemu pri izotermickom deji. Hmotnosť kyslíka je 40 g a teplota 27 °C.

410. Je možné, aby pri izotermickom deji s ideálnym plynom so stálou hmotnosťou sa tlak aj objem plynu zmenšili 3-krát?

411. Na obr. 3-2 je graf znázorňujúci dej, pri ktorom ideálny plyn so stálou hmotnosťou prešiel zo stavu znázorneného bodom 1 do stavu znázorneného bodom 2. Ktorý z grafov na obr. 3-3 prislúcha tomuto deju? Svoj výber odôvodnite.

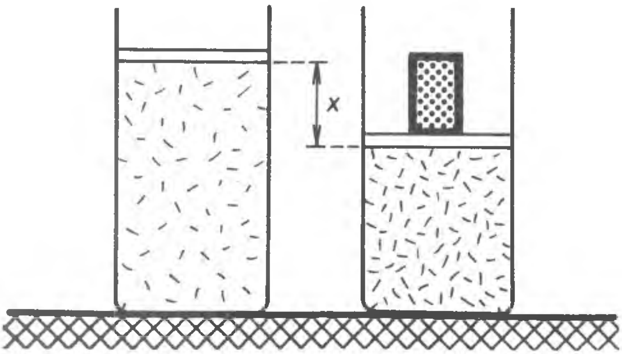


Obr. 3-3

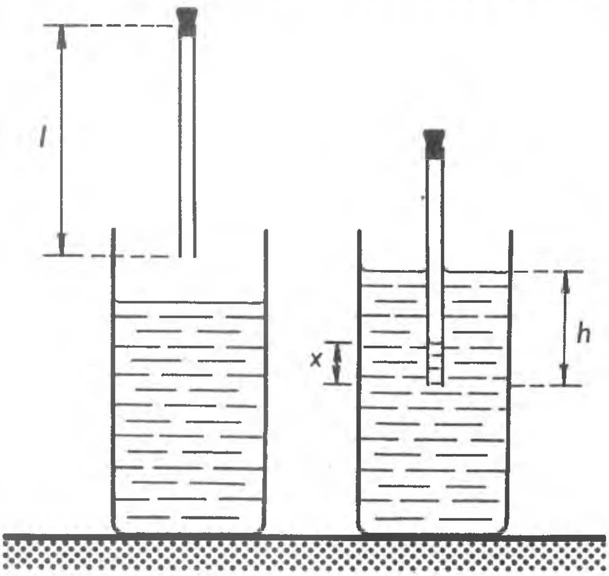
412. V nádobe s vnútorným objemom 10 l je uzavretý vzduch pri tlaku 10^5 Pa. Nádobu spojíme krátkou trubicou s inou nádobou s vnútorným objemom 5 l, v ktorej je vákuum. Určte výsledný tlak vzduchu pri stálej teplote. Objem spojovacej trubice je vzhľadom na objem nádoby zanedbateľný.

413. Ako sa zmení vnútorná energia ideálneho plynu s jednoatómovými molekulami, ak sa jeho tlak 2-krát zväčší a jeho objem 2-krát zmenší? Hmotnosť plynu sa pri tomto deji nemení. Odpoveď odôvodnite.

414. Nádoba má tvar priameho valca s obsahom podstavy $0{,}2\,m^2$ a s vnútorným objemom $0{,}5\,m^3$. V nádobe je vzduch pri atmosferickom tlaku 1 000 hPa. Vzduch uzavrieme piestom, na ktorý položíme závažie s hmotnosťou 100 kg (obr. 3-4). Predpokladáme, že piest sa pohybuje bez trenia, hmotnosť piesta je zanedbateľná vzhľadom na hmotnosť závažia a dej je izotermický. Určte dĺžku, o ktorú piest klesne.



Obr. 3-4



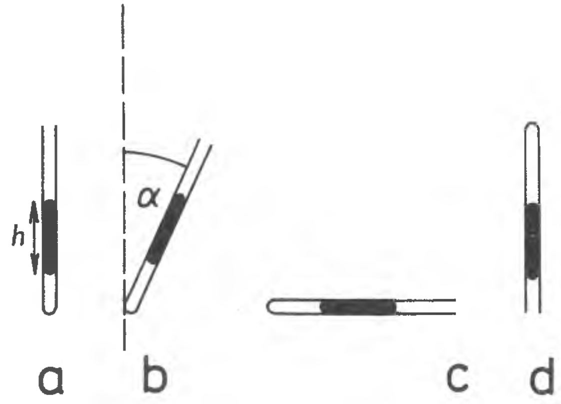
Obr. 3-5

415. Sklená trubica otvorená na obidvoch koncoch má po uzavretí na jej hornom konci zátkou dĺžku l. Voľný koniec trubice ponoríme do hĺbky h pod voľným povrchom vody; os trubice je vertikálna (obr. 3-5). Vzduch v trubici sa takto izotermicky stlačí a voda v trubici vystúpi do výšky x. Určte výšku x a výsledok riešenia úlohy overte pokusom. Atmosferický tlak p_a zmerajte barometrom.

416. Pri meraní rozličných hodnôt objemu V daného ideálneho plynu so stálou hmotnosťou m a príslušných tlakov p sa získali výsledky, ktoré sú zaznamenané v nasledujúcej tabuľke. Zistite, či sa teplota plynu pri tomto meraní menila, prípadne či zostávala rovnaká. Aký záver vyplýva z tabuľky o závislosti tlaku plynu so stálou hmotnosťou od jeho objemu pri uvedenom deji?

číslo merania	1	2	3	4	5
$\frac{V}{cm^3}$	165	167	169	171	173
$\frac{p}{kPa}$	102,79	101,55	100,36	99,18	98,03

417. V trubici, ktorá má jeden koniec uzavretý, je vzduch, nad ktorým je ortuťový stĺpec s dĺžkou h (obr. 3-6a). Aký je tlak vzduchu uzavretého v trubici v štyroch polohách trubice znázornených na



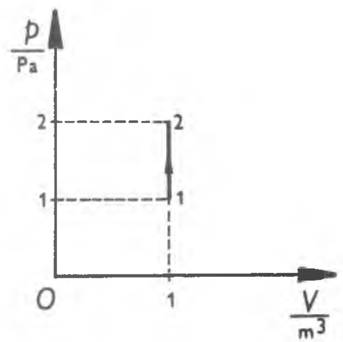
Obr. 3-6

obr. 3-6? Atmosferický tlak je p_a; vysvetlite, ako možno pomocou tejto trubice experimentálne overiť Boylov-Mariottov zákon?

418. Ako sa zmení tlak vzduchu v pneumatike automobilu, ktorá je nahustená na tlak 250 kPa, ak počas jazdy sa jej teplota zvýšila zo 17 °C na 77 °C? Vnútorný objem pneumatiky sa nemení. Vysvetlite, prečo sa napr. pri závodoch formuly F1 ide najprv tzv. „zahrievacie kolo."

419. Plyn uzavretý v nádobe má pri teplote 15 °C tlak $4{,}0 \,.\, 10^5$ Pa. Pri akej teplote bude mať tlak $5{,}0 \,.\, 10^5$ Pa? Predpokladáme, že vnútorný objem nádoby sa nemení.

420. Na obr. 3-7 je graf znázorňujúci dej, pri ktorom ideálny plyn so



Obr. 3-7

stálou hmotnosťou prešiel zo stavu označeného bodom 1 do stavu označeného bodom 2. Ktorý z grafov na obr. 3-8 prislúcha tomuto deju? Výber odôvodnite.

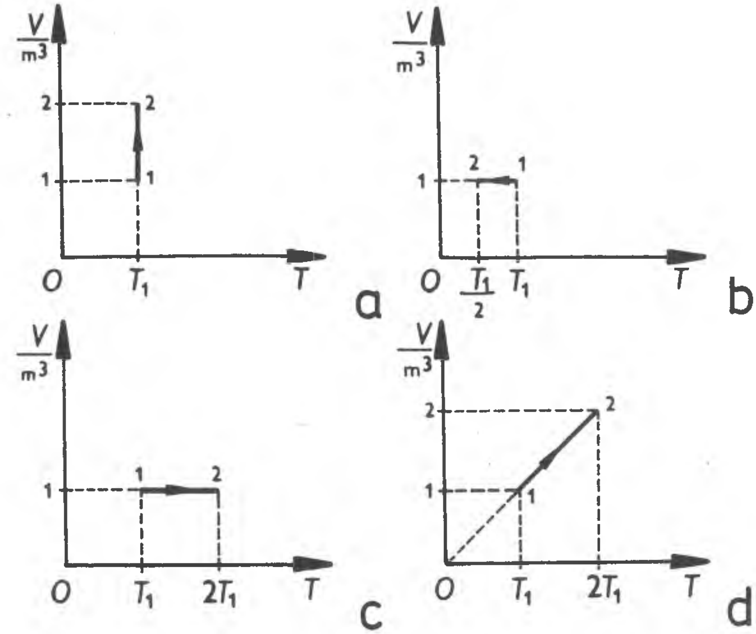
421. Zostrojte graf závislosti tlaku kyslíka O_2 od jeho teploty pri izochorickom deji. Hmotnosť kyslíka je 40 g, objem $3{,}1 \,.\, 10^{-2}\,m^3$.

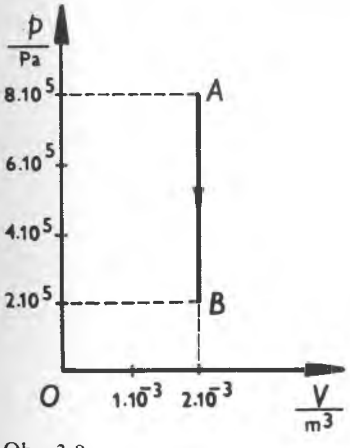
422. Ideálny plyn so stálou hmotnosťou prešiel zo stavu A do stavu B (obr. 3-9). Teplota plynu v stave B je 0 °C. Zobrazte tento dej v diagrame p, T.

423. Dve nádoby s rozličnými vnútornými objemami V_1 a V_2 sú naplnené vzduchom pri normálnom tlaku a teplote. Obidve uzavreté nádoby sa zohrejú na teplotu 100 °C. V ktorej z nich bude po zohriatí na výslednú teplotu väčší tlak?

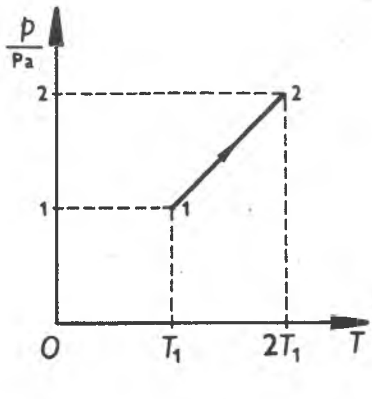
424. Na obr. 3-10 je graf znázorňujúci dej, pri ktorom ideálny plyn so stálou hmotnosťou prešiel zo stavu označeného bodom 1 do stavu

Obr. 3-8





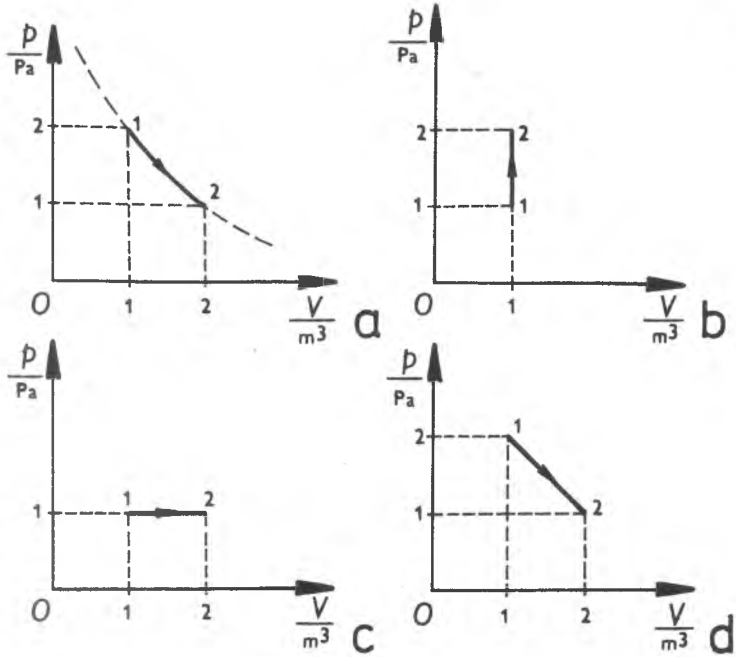
Obr. 3-9



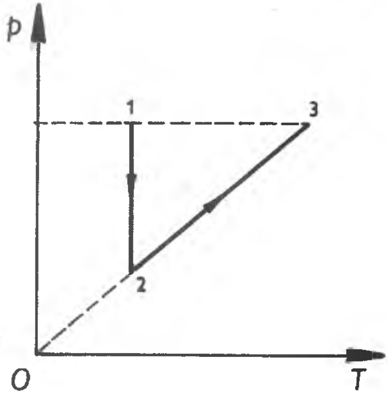
Obr. 3-10

označeného bodom 2. Ktorý z grafov na obr. 3-11 prislúcha tomuto deju? Výber odôvodnite.

425. Na obr. 3-12 je graf znázorňujúci dej, pri ktorom ideálny plyn so



Obr. 3-11



Obr. 3-12

stálou hmotnosťou prešiel postupne zo stavu označeného bodom 1 do stavov označených bodmi 2 a 3. a) Aké deje znázorňujú úseky grafu 1—2 a 2—3? b) Aké zákony platia pre tieto deje a ako sa tieto zákony nazývajú? c) Znázornite dej 1—2—3 aj v p-V diagrame.

426. Zostrojte graf závislosti objemu kyslíka O_2 s danou hmotnosťou od jeho teploty pri izobarickom deji. Hmotnosť kyslíka je 40 g, tlak 10^5 Pa.

427. Plyn uzavretý v nádobe s voľne pohyblivým piestom sa zohrial pri stálom tlaku z teploty 27 °C na teplotu 39 °C. O koľko percent sa zväčšil jeho objem?

Riešenie

$T_1 = 300\,\text{K},\ T_2 = 312\,\text{K};\ \dfrac{\Delta V}{V_1} = ?$

Plyn prešiel zo začiatočného stavu s teplotou T_1 a objemom V_1 do konečného stavu s teplotou T_2 a objemom V_2. Vzhľadom na to, že tlak plynu sa pri tomto deji nemenil, podľa Gay-Lussacovho zákona platí

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Ak do tohto vzťahu dosadíme $V_2 = V_1 + \Delta V$, kde ΔV je zmena objemu plynu pri jeho prechode zo začiatočného do konečného stavu, dostaneme

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_1 + \Delta V}{T_2}$$

a odtiaľ

$$V_1 T_2 = V_1 T_1 + \Delta V T_1$$

$$\Delta V T_1 = V_1 (T_2 - T_1)$$

$$\frac{\Delta V}{V_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{312 - 300}{300} = 0{,}04 \mathrel{\hat{=}} 4\,\%$$

Pri zohriatí plynu z teploty 27 °C na teplotu 39 °C pri stálom tlaku sa jeho objem zväčšil o 4 %.

428. Teplota dusíka N_2 s danou hmotnosťou sa zvyšuje pri stálom tlaku zo začiatočnej hodnoty 20 °C. Pri akej teplote má dusík dvojnásobný objem ako pri začiatočnej teplote?

429. Hustota vzduchu pri normálnych podmienkach $t_n = 0\,°C$ a $p_n \doteq 1{,}01 \,.\, 10^5\,Pa$ je $1{,}29\,kg \,.\, m^{-3}$. Určte hustotu vzduchu pri teplote 30 °C a normálnom tlaku.

430. V uzavretej nádobe s objemom 2,0 l je dusík N_2 s hustotou $1{,}4\,kg \,.\, m^{-3}$. Aké teplo prijme dusík, ak sa jeho teplota zvýši o 100 °C pri stálom objeme? Merná tepelná kapacita dusíka pri stálom objeme je $739\,J \,.\, kg^{-1} \,.\, K^{-1}$.

431. Aké teplo prijme kyslík O_2 s hmotnosťou 12 g, ak sa jeho teplota zvýši o 50 °C pri stálom tlaku? Merná tepelná kapacita kyslíka pri stálom tlaku je $912\,J \,.\, kg^{-1} \,.\, K^{-1}$.

432. Ako sa zmení vnútorná energia kyslíka O_2 s hmotnosťou 100 g, ak sa jeho teplota zvýši z 10 °C na 60 °C a) pri stálom objeme, b) pri stálom tlaku? Merná tepelná kapacita kyslíka pri stálom objeme je $651\,J \,.\, kg^{-1} \,.\, K^{-1}$. Kyslík považujeme pri uvedených podmienkach za ideálny plyn.

*** 433.** Použitím základných poznatkov molekulovej fyziky plynov určte mernú tepelnú kapacitu argónu pri stálom objeme.

434. Dokážte, že pre adiabatický dej s ideálnym plynom platí medzi termodynamickou teplotou plynu T a jeho objemom V vzťah $T_1 V_1^{\varkappa - 1} = T_2 V_2^{\varkappa - 1}$.

435. Pri adiabatickej kompresii vzduchu sa jeho objem zmenšil na a) $\frac{1}{10}$, b) $\frac{1}{20}$ pôvodného objemu. Vypočítajte v obidvoch prípadoch tlak a teplotu vzduchu po ukončení adiabatickej kompresie. Začiatočný tlak vzduchu je $10^5\,Pa$, začiatočná teplota 20 °C. Poissonova konštanta pre vzduch $\varkappa \doteq 1{,}40$.

436. Vodík H_2 s daným objemom má teplotu −3 °C. Adiabatickým dejom sa jeho objem zväčší na trojnásobok pôvodného objemu. Aká je výsledná teplota vodíka? Poissonova konštanta pre vodík $\varkappa \doteq 1{,}41$.

437. V kruhovom valci je vzduch uzavretý piestom umiesteným vo vzdialenosti 50,0 cm od dna valca. Vzduch má teplotu 20,0 °C a tlak $10^5\,Pa$. Ako sa zmení tlak a teplota vzduchu, ak sa piest pri adiabatickom deji posunie bez trenia o 20,0 cm smerom ku dnu nádoby? Poissonova konštanta pre vzduch $\varkappa \doteq 1{,}40$.

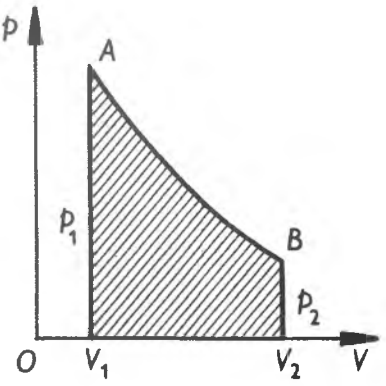
438. Prečo nemožno plyn pri vysokých tlakoch a nízkych teplotách považovať za ideálny?

4. KRUHOVÝ DEJ S IDEÁLNYM PLYNOM

Práca vykonaná plynom pri stálom tlaku je určená vzťahom

$$W' = p\Delta V$$

Všeobecne možno prácu vykonanú plynom pri zväčšení jeho objemu znázorniť v p, V diagrame obsahom plochy, ktorá leží pod príslušným úsekom krivky $p = f(V)$ (obr. 4-1).



Obr. 4-1

Dej, pri ktorom je konečný stav sústavy totožný so začiatočným stavom, nazýva sa kruhový (cyklický) dej. Obsah plochy vnútri krivky znázorňujúci v p, V diagrame kruhový dej znázorňuje celkovú prácu W' vykonanú pracovnou látkou počas jedného cyklu. Táto práca sa rovná celkovému teplu $Q = Q_1 - Q_2$, ktoré pracovná látka prijme počas tohto cyklu od okolia (Q_1 je teplo, ktoré pracovná látka prijme počas jedného cyklu od ohrievača, Q_2 teplo, ktoré odovzdá chladiču). Celková zmena vnútornej energie po ukončení jedného cyklu je nulová ($\Delta U = 0$).

Účinnosť kruhového deja je určená vzťahom

$$\eta = \frac{W'}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

Druhý termodynamický zákon možno vysloviť v dvoch navzájom ekvivalentných formuláciách.

1. Nie je možné zostrojiť periodicky pracujúci tepelný stroj, ktorý by len prijímal teplo od istého telesa (ohrievača) a konal rovnako veľkú prácu.
2. Pri tepelnej výmene teleso s vyššou teplotou nemôže samovoľne prijímať teplo od telesa s nižšou teplotou.

Tepelné motory sú stroje, ktoré menia časť vnútornej energie paliva uvoľnenej horením na mechanickú energiu.

Pre účinnosť η tepelného motora, ktorý pracuje s ohrievačom s teplotou T_1 a chladičom s teplotou T_2, platí

$$\eta \leqq \eta_{max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

kde η_{max} je horná hranica účinnosti tepelných motorov.

Úlohy

439. Akú prácu vykoná plyn pri stálom tlaku 0,25 MPa, ak sa jeho pôvodný objem 0,5 l zväčší o 300 cm^3?

440. Pri expanzii ideálneho plynu so stálou hmotnosťou pri stálom tlaku 9,0 MPa zväčšil plyn svoj objem o 0,50 m^3 a prijal pritom teplo 6,0 MJ. Ako sa pri tomto deji zmenila jeho vnútorná energia? Možno zistiť, či sa pri tomto deji teplota plynu zvýšila alebo znížila?

441. Pri kompresii ideálneho plynu so stálou hmotnosťou pri stálom tlaku 2,0 MPa plyn zmenšil svoj pôvodný objem z 0,40 m^3 na 0,10 m^3 a odovzdal pritom okolným telesám teplo 0,6 MJ. Ako sa pri tomto deji zmenila jeho vnútorná energia?

442. Vysvetlite, aké energetické premeny nastávajú pri týchto dejoch s ideálnym plynom so stálou hmotnosťou: a) pri izochorickom deji, b) pri izotermickom deji, c) pri izobarickom deji, d) pri adiabatickom deji.

443. Vzduch s danou hmotnosťou, ktorý je vo valci s pohyblivým piestom, prijme pri izobarickom deji teplo 5,0 kJ. Akú prácu pritom vykoná? Ako sa zmení jeho vnútorná energia? Merná tepelná kapacita vzduchu pri stálom tlaku je $10^3\,\mathrm{J\,.\,kg^{-1}\,.\,K^{-1}}$, molová hmotnosť vzduchu je $29\,.\,10^{-3}\,\mathrm{kg\,.\,mol^{-1}}$.

Riešenie

$Q_p = 5\,.\,10^3\,\mathrm{J}$, $c_p = 10^3\,\mathrm{J\,.\,kg^{-1}\,.\,K^{-1}}$, $M_m \doteq 29\,.\,10^{-3}\,\mathrm{kg\,.\,mol^{-1}}$, $R_m \doteq 8{,}31\,\mathrm{J\,.\,K^{-1}\,.\,mol^{-1}}$; $W' = ?$, $\Delta U = ?$

Pre začiatočný a konečný stav vzduchu podľa stavovej rovnice platia vzťahy

$$pV_1 = \frac{m}{M_m} R_m T_1$$

$$pV_2 = \frac{m}{M_m} R_m T_2$$

z ktorých vyplýva

$$p\Delta V = \frac{m}{M_m} R_m \Delta T$$

Pre hľadanú prácu W' potom dostaneme

$$W' = p\Delta V = \frac{m}{M_m} R_m \Delta T$$

Na pravej strane tejto rovnice nepoznáme hmotnosť plynu m a zmenu jeho teploty ΔT. Keďže ale poznáme mernú tepelnú kapacitu vzduchu c_p pri stálom tlaku, použijeme vzťah $Q_p = c_p m \Delta T$, z ktorého dostaneme $m\Delta T = \dfrac{Q_p}{c_p}$. Po dosadení do vzťahu pre prácu W' potom dostaneme

$$W' = \frac{m}{M_m} R_m \Delta T = \frac{R_m Q_p}{M_m c_p} = \frac{8{,}31\,.\,5\,.\,10^3}{29\,.\,10^{-3}\,.\,10^3}\,\mathrm{J} \doteq 1{,}4\,\mathrm{kJ}$$

Zmenu vnútornej energie vzduchu vypočítame z prvého termodynamického zákona

$$\Delta U = W + Q \doteq -1{,}4\,\text{kJ} + 5\,\text{kJ} = 3{,}6\,\text{kJ}$$

Plyn vykoná za daných podmienok prácu 1,4 kJ. Jeho vnútorná energia sa pritom zväčší o 3,6 kJ.

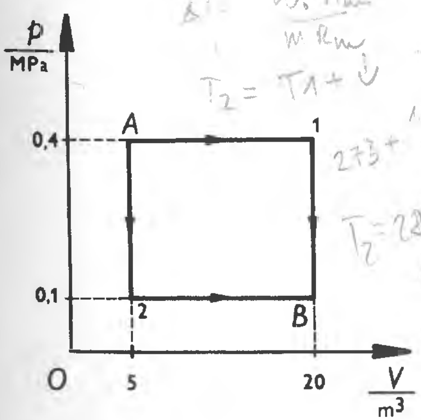
*** 444.** Akú prácu vykoná ideálny plyn s látkovým množstvom 1 mol, ak sa pri stálom tlaku zvýši jeho teplota o 1 K?

445. Kyslík O_2 má hmotnosť 4,0 kg a teplotu 0 °C. Ako sa zvýši jeho teplota pri izobarickom deji, ak plyn vykoná prácu 10,4 kJ? 10 °C

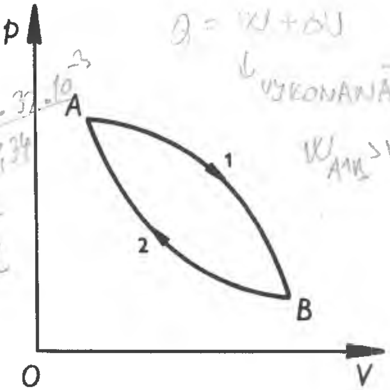
446. Ideálny plyn s danou hmotnosťou má v začiatočnom stave tlak p_1 a objem V_1. Z tohto stavu plyn zväčšuje svoj objem a) izotermicky, b) izobaricky tak, že prírastok objemu je v obidvoch prípadoch rovnaký. Pri ktorom z uvedených dejov vykoná plyn väčšiu prácu?

447. Ideálny plyn so stálou hmotnosťou prešiel zo stavu označeného bodom A do stavu označeného bodom B dvoma rôznymi spôsobmi: $A1B$ a $A2B$ (obr. 4-2). Akú prácu vykonal plyn pri týchto dejoch? Pri ktorých častiach týchto dejov plyn prijíma teplo z okolia a pri ktorých teplo okoliu odovzdáva? Porovnajte zmenu vnútornej energie plynu pri deji $A1B$ a $A2B$.

448. Ideálny plyn so stálou hmotnosťou prešiel zo stavu označeného bodom A do stavu označeného bodom B dvoma rôznymi dejmi: $A1B$ a $A2B$ (obr. 4-3). a) Pri ktorom deji vykonal plyn väčšiu prácu? b) Porovnajte zmenu vnútornej energie plynu pri deji $A1B$ a $A2B$. c) Pri ktorom z obidvoch dejov prijal plyn väčšie teplo?



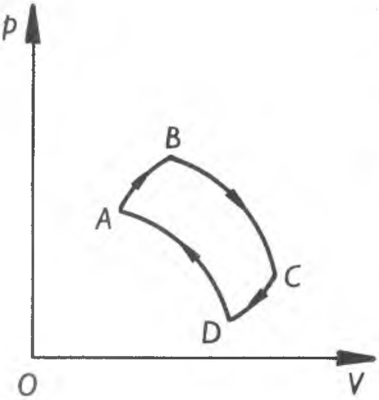
Obr. 4-2



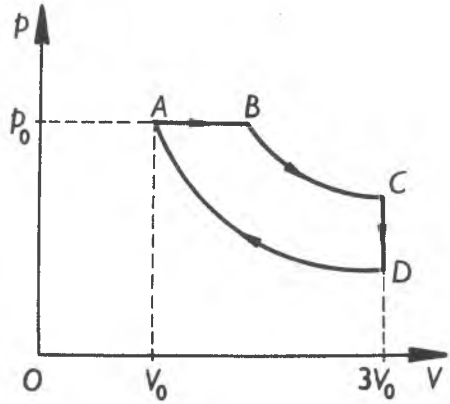
Obr. 4-3

449. Ideálny plyn so stálou hmotnosťou vykonal kruhový dej *ABCDA* znázornený v p, V diagrame na obr. 4-4. Ako sa zmenila jeho vnútorná energia?

450. Ideálny plyn so stálou hmotnosťou vykonal kruhový dej *ABCDA* znázornený na obr. 4-5. Krivky *BC* a *DA* sú izotermy. V tabuľke



Obr. 4-4



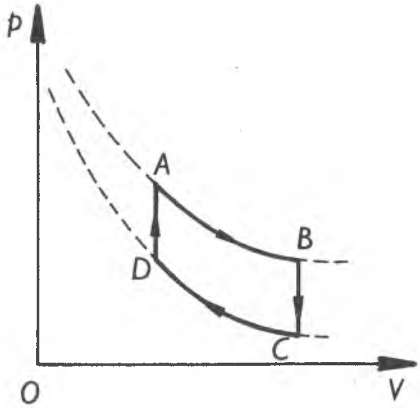
Obr. 4-5

sú uvedené stavové veličiny p, V, T pre stavy plynu znázornené na obrázku bodmi A, B, C, D. Doplňte chýbajúce stavové veličiny.

	p	V	T
A	p_0	V_0	T_0
B	p_0	?	$2T_0$
C	?	$3V_0$	$2T_0$
D	?	$3V_0$	T_0

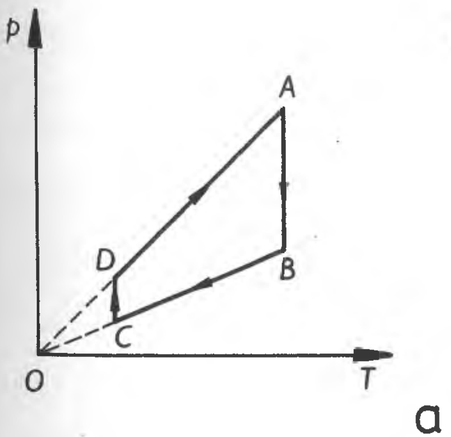
451. Ideálny plyn so stálou hmotnosťou vykonal kruhový dej *ABCDA*, ktorý sa skladá z dvoch izotermických a dvoch izochorických dejov. Na obr. 4-6 je tento dej znázornený v p, V diagrame. Znázornite tento dej aj v p, T diagrame a ϱ, T diagrame. Zistite, pri ktorých častiach kruhového deja, o ktorom uvažujeme, plyn prijíma teplo od svojho okolia a pri ktorých častiach tohto deja plyn teplo odovzdáva okolným telesám.

Obr. 4-6

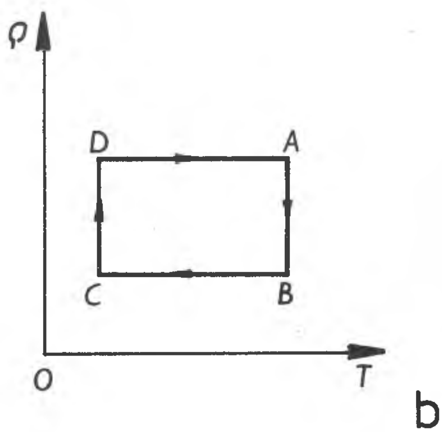


Riešenie

Riešenie je znázornené na obr. 4-7a a 4-7b. Pri dejoch znázornených krivkami BC a CD plyn teplo okolným telesám odovzdáva, pri dejoch znázornených krivkami DA a AB teplo prijíma.



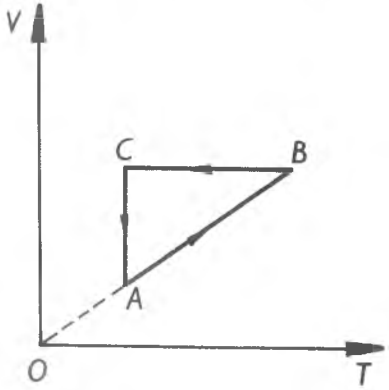
Obr. 4-7a



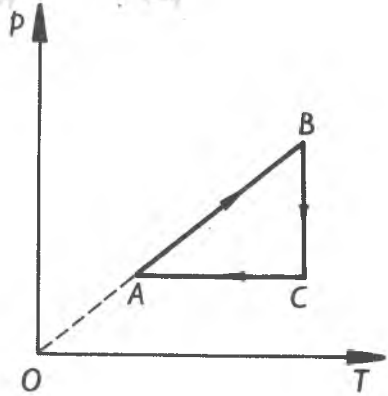
Obr. 4-7b

*** 452.** Ideálny plyn so stálou hmotnosťou vykonal kruhový dej $ABCA$. Na obr. 4-8 je tento dej znázornený vo V, T diagrame. Znázornite tento dej aj v p, V diagrame a v p, T diagrame. Zistite, pri ktorom

$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{W}{Q_1}$



Obr. 4-8



Obr. 4-9

z uvažovaných dejov AB, BC a CA plyn prijíma teplo od svojho okolia a pri ktorých dejoch okolným telesám teplo odovzdáva.

***453.** Ideálny plyn so stálou hmotnosťou vykonal kruhový dej $ABCA$. Na obr. 4-9 je tento dej znázornený v p,T diagrame. Znázornite tento dej aj v p,V diagrame a V,T diagrame. Zistite, pri ktorom z dejov AB, BC a CA plyn prijíma teplo od svojho okolia a pri ktorých dejoch plyn odovzdáva teplo okolným telesám.

454. Tepelný stroj prijal počas jedného cyklu z ohrievača teplo 100 MJ a odovzdal chladiču teplo 60 MJ. Aká je účinnosť tepelného stroja?

455. Aká je horná hranica účinnosti parnej turbíny, ak je teplota ohrievača 530 °C a teplota chladiča 50 °C?

456. Aká je hmotnosť paliva, ktoré spotrebujú motory lietadla pri lete na vzdialenosť 500 km, ak je jeho stredná rýchlosť 250 km . h^{-1}. Stredný výkon motorov je 2 MW, účinnosť motora 25 % a výhrevnosť paliva 45 MJ . kg^{-1}.

457. Akú maximálnu prácu môže vykonať ideálny tepelný stroj, ak počas každého cyklu prijme z ohrievača s teplotou 727 °C teplo 1 kJ? Teplota chladiča je 20 °C.

458. Teplota pary vstupujúca z parného kotla do parného stroja je 600 K, teplota chladiča 390 K. Akú maximálnu prácu môže tento stroj vykonať, ak v parnom kotle s účinnosťou 80 % sa spálilo uhlie s hmotnosťou 200 kg a výhrevnosťou 3,1 . 10^7 J . kg^{-1}?

$P = 2\,MW$ $t = 2\,h$ $\eta = \frac{P}{P'}$ $W = P' \cdot t$

$\eta = 25\%$ $H = 45\,MJ\,kg^{-1}$ $P' = \frac{P}{0{,}25} = 8\,MW$ $W = \ldots$

5. ŠTRUKTÚRA A VLASTNOSTI PEVNÝCH LÁTOK

Pevné látky rozdeľujeme na kryštalické a amorfné. Pri kryštalických látkach sústava pravidelne rozložených častíc v priestore utvára ideálnu kryštálovú mriežku. Jej základom je elementárna bunka, ktorá v kockovej sústave má tvar kocky. Dĺžka jej hrany sa nazýva mriežková konštanta. Medzi najdôležitejšie elementárne bunky kockovej sústavy patrí primitívna, plošne centrovaná alebo priestorovo centrovaná bunka.

Zmena tvaru pevného telesa spôsobená účinkom vonkajších síl sa volá deformácia. Pre pružnú deformáciu v ťahu (alebo v tlaku) platí Hookov zákon

$$\sigma_n = E\varepsilon$$

kde $\sigma_n = \dfrac{F_p}{S}$ je normálové napätie spôsobené silou pružnosti s veľkosťou F_p pôsobiacou kolmo na plochu rezu s obsahom S, $\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l_1}$ je relatívne predĺženie a E je konštanta úmernosti, ktorá charakterizuje pružné vlastnosti látok (modul pružnosti).

Maximálne napätie, pri ktorom ešte nevzniká trvalá deformácia, sa nazýva medza pružnosti σ_d. Napätie σ_p, pri ktorom nastane porušenie súdržnosti látky, sa nazýva medza pevnosti. V technickej praxi nesmie napätie prekročiť dovolené napätie $\sigma_{dov} = \dfrac{\sigma_p}{k}$, kde k je miera bezpečnosti.

Pri zmene teploty telesa z pevnej látky nastáva jeho teplotná rozťažnosť.

Predĺženie tyče Δl pri zmene jeho teploty je priamo úmerné začiatočnej dĺžke l_1 a prírastku teploty Δt:

$$\Delta l = a l_1 \Delta t$$

Veličina α sa nazýva súčiniteľ teplotnej dĺžkovej rozťažnosti. Závislosť dĺžky tyče od jej teploty vyjadruje vzťah

$$l = l_1(1 + \alpha\Delta t)$$

kde l_1 je dĺžka tyče pri začiatočnej teplote t_1, l dĺžka tyče pri teplote t a $\Delta t = t - t_1$ je zmena teploty tyče.

Pre objemovú rozťažnosť platia analogické vzťahy

$$\Delta V = \beta V_1 \Delta t$$
$$V = V_1(1 + \beta\Delta t)$$

kde veličina β je súčiniteľ teplotnej objemovej rozťažnosti. Pre izotropné látky $\beta \doteq 3\alpha$.

Závislosť hustoty pevnej látky od teploty vyjadruje vzťah

$$\varrho = \varrho_1(1 + \beta\Delta t)$$

kde ϱ_1 je hustota látky pri začiatočnej teplote t_1, ϱ hustota látky pri teplote t a $\Delta t = t - t_1$ je zmena teploty.

Úlohy

459. Vypočítajte hustotu volfrámu, ktorý kryštalizuje v kockovej sústave s priestorovo centrovanou kubickou mriežkou. Relatívna atómová hmotnosť volfrámu je 183,85, mriežková konštanta je 0,317 nm.

***460.** Železo pri teplote 910 °C tvorí priestorovo centrovanú kubickú mriežku s mriežkovou konštantou 0,287 nm. Táto kryštalická modifikácia železa sa nazýva železo α. Pri teplote väčšej ako 910 °C tvorí železo plošne centrovanú kubickú mriežku s mriežkovou konštantou 0,363 nm (železo γ). Má železo α a železo γ rovnakú hustotu? Relatívna atómová hmotnosť železa je 55,847.

461. Vypočítajte mriežkovú konštantu niklu a chrómu, ak je relatívna atómová hmotnosť niklu 58,7, chrómu 52,0, hustota niklu $8{,}90 \,.\, 10^3\,\mathrm{kg} \,.\, \mathrm{m}^{-3}$ a hustota chrómu $7{,}10 \,.\, 10^3\,\mathrm{kg} \,.\, \mathrm{m}^{-3}$. Nikel má plošne centrovanú kubickú mriežku, chróm kubickú mriežku priestorovo centrovanú.

462. Vrchnák s priemerom 32 cm treba pripevniť k otvoru tlakovej nádoby 24 skrutkami. Tlak plynu v nádobe je 6 MPa, modul pružnosti ocele je 220 GPa. Aký plošný obsah prierezu skrutiek treba zvoliť, ak dovolené napätie skrutiek v ťahu je 50 MPa?

Riešenie

$r = 16 \,.\, 10^{-2}\,\mathrm{m}$, $N = 24$, $p = 6 \,.\, 10^6\,\mathrm{Pa}$, $E = 2{,}2 \,.\, 10^{11}\,\mathrm{Pa}$, $\sigma_{\mathrm{dov}} =$
$= 50 \,.\, 10^6\,\mathrm{Pa}$; $S_0 = ?$

Celkovú tlakovú silu pôsobiacu na vrchnák nádoby určíme zo vzťahu

$$F = pS = p\pi r^2$$

kde p je tlak plynu vnútri nádoby a S plošný obsah vrchnáka. Ak je vrchnák pripevnený N skrutkami, tak na jednu skrutku pôsobí sila

$$F_0 = \frac{p\pi r^2}{N}$$

Dovolené napätie skrutiek v ťahu je

$$\sigma_{\mathrm{dov}} = \frac{F_0}{S_0}$$

a odtiaľ

$$S_0 = \frac{F_0}{\sigma_{\mathrm{dov}}} = \frac{p\pi r^2}{\sigma_{\mathrm{dov}} N} = \frac{6 \,.\, 10^6 \,.\, 3{,}14(16 \,.\, 10^{-2})^2}{50 \,.\, 10^6 \,.\, 24}\,\mathrm{m}^2 \doteq 4 \,.\, 10^{-4}\,\mathrm{m}^2$$

Na upevnenie vrchnáka tlakovej nádoby musíme za daných podmienok použiť skrutky, ktorých plošný obsah prierezu je najmenej $4\,\mathrm{cm}^2$. Pri riešení úlohy sme zanedbávali predpätie skrutiek, ktoré vzniká pri ich priťahovaní.

463. Osobný výťah s hmotnosťou 500 kg držia 3 oceľové laná, každé s priemerom 1 cm. Vypočítajte napätie v každom oceľovom lane. Vlastnú tiaž lana zanedbáme ($g = 9{,}81\,\mathrm{m} \,.\, \mathrm{s}^{-2}$).

464. Ako sa zmení napätie drôtu, ak sa ťahová sila pôsobiaca na drôt zväčší 4-krát a priemer drôtu 2-krát?

465. Oceľová skúšobná tyčinka s priemerom 15 mm sa pretrhla silou $1{,}63 \,.\, 10^5\,\mathrm{N}$. Určte medzu pevnosti v ťahu použitej ocele.

466. Zistite, či sa pretrhne železný drôt s priemerom 2 mm, ak je napínaný silou 1 kN. Medza pevnosti železa je 314 MPa.

467. Aký musí byť polomer medeného drôtu, aby sa účinkom sily s veľkosťou 500 N pôsobiacou v smere jeho dĺžky nepretrhol? Medza pevnosti medi je 200 MPa.

468. Akú dĺžku musí mať železný drôt zavesený vo vertikálnej polohe, aby sa roztrhol pôsobením vlastnej tiaže? Hustota železa je $7\,800\ \mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$, medza pevnosti železa je 314 MPa, tiažové zrýchlenie $9{,}81\ \mathrm{m\,.\,s^{-2}}$.

469. Akú vysokú stenu možno postaviť z tehál, ktoré majú medzu pevnosti 6 MPa? Hustota materiálu, z ktorého sú tehly, je $2\,.\,10^3\ \mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$, tiažové zrýchlenie $g \doteq 10\ \mathrm{m\,.\,s^{-2}}$. Aká by bola výška tejto steny, keby sa vyžadovala miera bezpečnosti $k = 5$?

470. Medza pevnosti v tlaku menej kvalitného betónu je 18 MPa. Možno z tohto betónu postaviť stožiar televíznej stanice s výškou 300 m, ak je tlaková miera bezpečnosti 3? Hustota betónu je $2{,}4\,.\,10^3\ \mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$.

471. Gumové vlákno má obsah prierezu $0{,}25\ \mathrm{cm^2}$, dĺžku 1 m a modul pružnosti 1,6 MPa. Znázornite graficky závislosť relatívneho pozdĺžneho predĺženia vlákna od napätia, ak deformáciu po napätie 0,16 MPa považujeme za pružnú. Sú všetky veličiny dané v tejto úlohe potrebné na zostrojenie grafu?

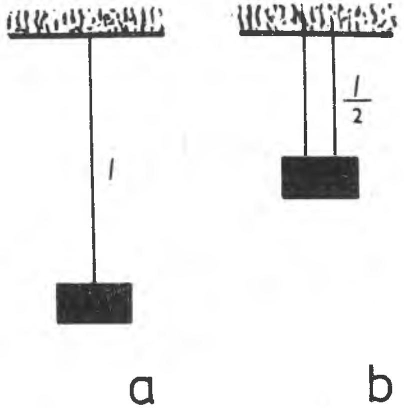
472. Ktoré telesá sa pri inak rovnakých podmienkach ľahšie deformujú v ťahu — telesá s malým, alebo telesá s veľkým modulom pružnosti?

473. Ako sa zmení absolútne a relatívne predĺženie oceľového drôtu, ak sa zväčší ťahová sila 2-krát, dĺžka drôtu 3-krát a obsah prierezu drôtu 4-krát?

474. Na obr. 5-1a je znázornené závažie zavesené na drôte. To isté závažie je na obr. 5-1b zavesené na dvoch rovnakých drôtoch s polovičnou dĺžkou. V obidvoch prípadoch sa na zavesenie drôtu použil ten istý drôt. Porovnajte v obidvoch prípadoch absolútne a relatívne pozdĺžne predĺženie drôtu.

475. Oceľová tyč so začiatočnou dĺžkou 2 m a prierezom s obsahom $1\ \mathrm{cm^2}$ je na jednom konci upevnená a na druhom konci napínaná silou 10 kN. Rozhodnite, či je deformácia tyče pružná a vypočí-

Obr. 5-1



tajte dĺžku tyče po jej predĺžení. Medza pružnosti použitej ocele je 572 MPa, modul pružnosti v ťahu je 200 GPa.

Riešenie

$l_1 = 2\,\text{m}$, $S = 10^{-4}\,\text{m}^2$, $F = 10^4\,\text{N}$, $\sigma_d = 572 \,.\, 10^6\,\text{Pa}$, $E =$
$= 200 \,.\, 10^9\,\text{Pa}$; $\sigma_n = ?$, $\Delta l = ?$

Normálové napätie v tyči je

$$\sigma_n = \frac{F}{S} = \frac{10^4}{10^{-4}}\,\text{Pa} = 10^2\,\text{MPa}$$

Toto napätie je menšie ako medza pružnosti ocele 572 MPa, preto je deformácia tyče pružná.
Predĺženie tyče vypočítame z Hookovho zákona

$$\sigma_n = E\varepsilon$$

z ktorého vyplýva

$$\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l_1}$$

a odtiaľ

$$\Delta l = \frac{Fl_1}{ES} = \frac{10^4 \,.\, 2}{200 \,.\, 10^9 \,.\, 10^{-4}}\,\text{m} = 10^{-3}\,\text{m} = 1\,\text{mm}$$

Oceľová tyč bude mať po predĺžení dĺžku 2,001 m.

476. Akou veľkou silou je napätá oceľová struna gitary s dĺžkou 0,65 m a obsahom prierezu 0,325 mm^2, ak sa pri napínaní predĺžila o 5 mm? Modul pružnosti ocele je 220 GPa.

477. Pri výrobe dielcov z predpätého železobetónu sa napínali oceľové prúty s dĺžkou 6 m silou 6 . 10^4 N. Vypočítajte predĺženie oceľových tyčí, ak majú priemer 10 mm. Modul pružnosti použitej ocele je 220 GPa.

478. Mosadzný drôt s dĺžkou 1,1 m a prierezom s obsahom 4 mm^2 sa deformoval v ťahu silou 80 N, čím sa predĺžil o 0,2 mm. Vypočítajte modul pružnosti v ťahu mosadze.

479. Na koniec oceľovej tyče s dĺžkou 1,5 m umiestenej vo vertikálnej polohe má byť zavesené závažie s hmotnosťou 500 kg. Aký priemer tyče zvolíme, ak chceme, aby sa tyč po zavesení závažia nepredĺžila viac ako o 0,3 mm. Modul pružnosti použitej ocele je 196 GPa. O deformácii spôsobenej vlastnou tiažou tyče neuvažujeme ($g = 9{,}81\ \mathrm{m} \,.\, \mathrm{s}^{-2}$).

* 480. Určte prácu, ktorú treba vykonať, aby sa oceľová tyč s dĺžkou 1 m a obsahom prierezu 1 cm^2 predĺžila pri pružnej deformácii v ťahu o 1 mm. Modul pružnosti použitej ocele je 200 GPa.

481. Určte zmenu dĺžky medeného a hliníkového drôtu, ktoré majú pri začiatočnej teplote t_1 dĺžku 1 m, ak sa zvýši ich teplota o 1 °C. Ktoré veličiny potrebné na riešenie tejto úlohy vyhľadáte v tabuľkách? Vysvetlite, čo vyplýva z tejto úlohy o názornom význame súčiniteľa teplotnej dĺžkovej rozťažnosti.

482. Železné potrubie parného vedenia má pri teplote 20 °C dĺžku 45 m. Ako sa predĺži, ak ním prúdi para s teplotou 450 °C? Súčiniteľ teplotnej dĺžkovej rozťažnosti železa je $1{,}2 \,.\, 10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1}$.

483. Olovená tyč má pri teplote 20 °C dĺžku 2 m. Ako sa táto tyč predĺži, ak ju zohrejeme na teplotu 500 °C? Súčiniteľ teplotnej dĺžkovej rozťažnosti olova je $2{,}9 \,.\, 10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1}$.

484. Medený drôt má pri teplote 20 °C dĺžku 50 m. Určte skrátenie drôtu, ak sa ochladí na teplotu −25 °C. Súčiniteľ teplotnej rozťažnosti medi je $1{,}7 \,.\, 10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1}$.

485. O koľko sa predĺži oceľová koľajnica, ktorá má pri teplote 0 °C dĺžku 25 m, pri zmene teploty z −30 °C na 30 °C? Súčiniteľ teplotnej rozťažnosti ocele je $1{,}2 \,.\, 10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1}$.

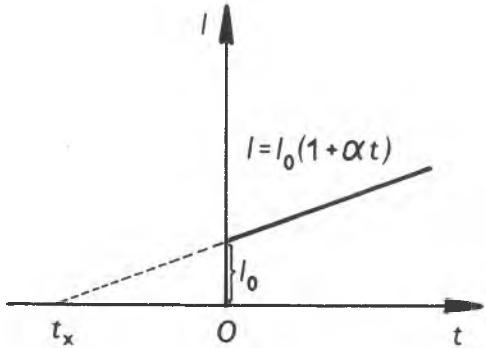
486. Platinový drôt s dĺžkou 1,5 m má teplotu 0 °C. Pri prechode

elektrického prúdu sa rozžeravil a predĺžil o 15 mm. Aká bola teplota rozžeraveného drôtu? Súčiniteľ teplotnej dĺžkovej rozťažnosti platiny je $0{,}9 \,.\, 10^{-5}\,K^{-1}$.

487. Hliníkový drôt má pri teplote $-12\,°C$ dĺžku 30 m. Akú dĺžku má pri teplote 30 °C? Súčiniteľ teplotnej dĺžkovej rozťažnosti hliníka je $2{,}4 \,.\, 10^{-5}\,K^{-1}$.

488. Dokážte, že vzťah pre teplotnú dĺžkovú rozťažnosť možno napísať v tvare $l = l_0(1 + \alpha t)$, kde l_0 je začiatočná dĺžka tyče pri teplote $t_0 = 0\,°C$ a l dĺžka tyče pri teplote t. Napíšte aj analogický vzťah pre teplotnú objemovú rozťažnosť.

*** 489.** Na obr. 5-2 je graf vyjadrujúci dĺžku tyče ako funkciu jej teploty. Vyplýva z tohto grafu, prípadne zo vzťahu $l = l_0(1 + \alpha t)$, že pri dostatočne nízkej teplote t_x bude dĺžka tyče nulová? Vysvetlite.



Obr. 5-2

490. Ako sa zmení polomer železnej obruče, ktorá má pri teplote 480 °C polomer 60 cm, ak ju ochladíme na teplotu 20 °C?

491. Dĺžka hliníkovej tyče pri teplote 0 °C je 79,5 cm, dĺžka oceľovej tyče pri tej istej teplote je 80 cm. Pri akej teplote budú mať obidve tyče rovnakú dĺžku? Súčiniteľ teplotnej dĺžkovej rozťažnosti hliníka je $2{,}4 \,.\, 10^{-5}\,K^{-1}$, ocele $1{,}2 \,.\, 10^{-5}\,K^{-1}$.

492. Aké teplo prijme medená tyč, ktorá má pri teplote 20 °C dĺžku 10 cm a obsah plošného prierezu $2\,cm^2$, ak sa pri zohriatí predĺži o 0,1 mm? Hustota medi pri teplote 20 °C je $8\,930\,kg \,.\, m^{-3}$, súčiniteľ teplotnej dĺžkovej rozťažnosti medi $1{,}7 \,.\, 10^{-5}\,K^{-1}$ a merná tepelná kapacita medi $383\,J \,.\, kg^{-1} \,.\, K^{-1}$.

Riešenie

$t_1 = 20\,°C$, $l_1 = 10\,cm$, $S_1 = 2\,cm^2$, $\Delta l = 0{,}1\,mm$, $\varrho_1 = 8\,930\,kg\,.$
$.\,m^{-3}$, $\alpha = 1{,}7\,.\,10^{-5}\,K^{-1}$, $c = 383\,J\,.\,kg^{-1}\,.\,K^{-1}$; $Q = ?$

Hľadané teplo vypočítame zo vzťahu $Q = cm\Delta t$, kde $\Delta t = \dfrac{\Delta l}{l_1 \alpha}$

Po dosadení dostávame

$$Q = cm\Delta t = cm\frac{\Delta l}{l_1\alpha} = cl_1S_1\varrho\frac{\Delta l}{l_1\alpha} = \frac{cS_1\varrho\Delta l}{\alpha}$$

$$Q = \frac{383\,.\,2\,.\,10^{-4}\,.\,8\,930\,.\,0{,}1\,.\,10^{-3}}{1{,}7\,.\,10^{-5}}\,J \doteq 4\,020\,J$$

Teplo, ktoré prijme medená tyč pri jej zohriatí za daných podmienok, je asi 4 kJ.

493. Oceľová tyč sa dotýka oboma svojimi koncami pevných stien. Vypočítajte, ako sa má zvýšiť jej teplota, aby na stykovej ploche tyče a steny vznikol tlak 4,9 MPa. Modul pružnosti ocele je 200 GPa, súčiniteľ teplotnej dĺžkovej rozťažnosti ocele je $1{,}2\,.\,10^{-5}\,K^{-1}$.

494. Z tenkého plechu je vyrezaná platňa so štvorcovou podstavou. Pri teplote 0 °C je dĺžka strany štvorca a_0. Vyjadrite obsah štvorcovej platne ako funkciu jej teploty. Súčiniteľ teplotnej dĺžkovej rozťažnosti plechu je α.

495. Kváder z mramoru má pri teplote 0 °C objem 900 cm³. Aký objem má pri teplote 40 °C? Teplotný súčiniteľ dĺžkovej rozťažnosti mramoru je $8{,}5\,.\,10^{-6}\,K^{-1}$.

496. Hliníková nádoba má pri teplote 20 °C vnútorný objem 10 l. Ako sa zmení jej vnútorný objem pri teplote 100 °C? Teplotný súčiniteľ dĺžkovej rozťažnosti hliníka je $24\,.\,10^{-6}\,K^{-1}$.

497. V tabuľkách je uvedené, že meď má pri teplote 20 °C hustotu $8\,930\,kg\,.\,m^{-3}$. Aká je hustota medi pri teplote 80 °C? Súčiniteľ teplotnej dĺžkovej rozťažnosti medi je $1{,}7\,.\,10^{-5}\,K^{-1}$.

498. Zmenu hustoty pevných látok so zmenou teploty možno vyjadriť vzťahom $\varrho = \dfrac{\varrho_1}{1 + \beta\Delta t}$. Dokážte, že tento vzťah možno pre menšie teplotné rozdiely Δt vyjadriť aj v tvare $\varrho \doteq \varrho_1(1 - \beta\Delta t)$. Riešte predchádzajúcu úlohu s použitím týchto vzťahov a ukážte, že v obidvoch prípadoch dostanete približne rovnaký číselný výsledok. Pri výpočtoch použite kalkulačku.

6. ŠTRUKTÚRA A VLASTNOSTI KVAPALÍN

Kvapaliny sa správajú tak, ako by ich povrch pokrývala tenká pružná povrchová vrstva, ktorá sa snaží zmenšiť plošný obsah povrchu kvapaliny. Molekula kvapaliny v povrchovej vrstve má vzhľadom na susedné molekuly väčšiu potenciálnu energiu, ako by mala, keby sa nachádzala vnútri kvapaliny. Preto má povrchová vrstva povrchovú energiu E.

Ak sa povrch kvapaliny s daným objemom zmení o ΔS, zmení sa jej povrchová energia o

$$\Delta E = \sigma \Delta S$$

Veličina σ sa nazýva povrchové napätie. Závisí od druhu kvapaliny a od prostredia nad voľným povrchom kvapaliny. So zvyšujúcou sa teplotou povrchové napätie kvapaliny klesá. Jednotkou povrchového napätia je $\mathrm{J \,.\, m^{-2}}$.

Sila pôsobiaca v povrchovej vrstve kvapaliny na okraj povrchovej blany sa nazýva povrchová sila. Jej veľkosť možno vyjadriť zo vzťahu

$$F = \sigma l$$

kde l je dĺžka okraja blany. Z tohto vzťahu vyplýva jednotka povrchového napätia $\mathrm{N \,.\, m^{-1}}$.

Účinkom pružných vlastností povrchovej vrstvy kvapaliny vzniká pod zakriveným povrchom kvapaliny tzv. kapilárny tlak. Pre voľný povrch kvapaliny guľového tvaru je daný vzťahom

$$p_k = \frac{2\sigma}{R}$$

kde R je polomer guľového povrchu a σ povrchové napätie. Pre tenkú guľovú mydlinovú bublinu s polomerom R, ktorá má dve povrchové vrstvy, je kapilárny tlak určený vzťahom

$$p_k = \frac{4\sigma}{R}$$

V dôsledku kapilárneho tlaku pozorujeme v kapilárach kapilárnu eleváciu alebo depresiu. V kapiláre vystúpi kvapalina do takej výšky h, že hydrostatický tlak zodpovedajúci výške h je rovnaký ako kapilárny tlak zodpovedajúci zakriveniu voľného povrchu kvapaliny v kapiláre. Túto podmienku možno zapísať v tvare

$$h\varrho g = \frac{2\sigma}{R}$$

kde ϱ je hustota kvapaliny a R vnútorný polomer kapiláry.

Objem kvapaliny sa mení s teplotou podľa vzťahu

$$V = V_1(1 + \beta\Delta t)$$

a hustota kvapaliny podľa vzťahu

$$\varrho = \varrho_1(1 - \beta\Delta t)$$

kde β je súčiniteľ teplotnej objemovej rozťažnosti kvapaliny.

Úlohy

499. Vodnú kvapku s polomerom 3 mm rozprášime na drobné kvapôčky s polomermi $3 \,.\, 10^{-5}$ mm. Koľkokrát sa pritom zväčší povrchová energia vodných kvapiek?

Riešenie

$r_1 = 3\,\text{mm}$, $r_2 = 3 \,.\, 10^{-5}\,\text{mm}$; $\dfrac{E_2}{E_1} = ?$

Povrchová energia pôvodnej kvapky je $E_1 = \sigma S_1 = \sigma 4\pi r_1^2$. Celková povrchová energia všetkých drobných kvapôčok je $E_2 = \sigma S_2 = \sigma N 4\pi r_2^2$, kde N je počet drobných kvapôčok, ktoré vznikli rozprášením kvapky. Vzhľadom na to, že objem väčšej kvapky sa rovná súčtu objemov všetkých malých kvapôčok, platí

$$\frac{4}{3}\pi r_1^3 = N\frac{4}{3}\pi r_2^3$$

odkiaľ vyplýva

$$N = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

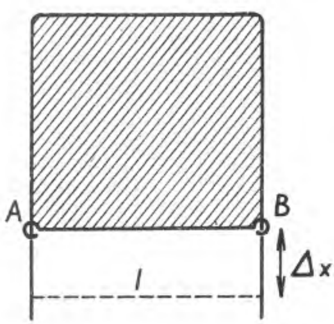
Pre hľadaný pomer povrchových energií potom dostaneme

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\sigma N 4\pi r_2^2}{\sigma 4\pi r_1^2} = \frac{\sigma \frac{r_1^3}{r_2^3} 4\pi r_2^2}{\sigma 4\pi r_1^2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{3\,\text{mm}}{3\,.\,10^{-5}\,\text{mm}} = 10^5$$

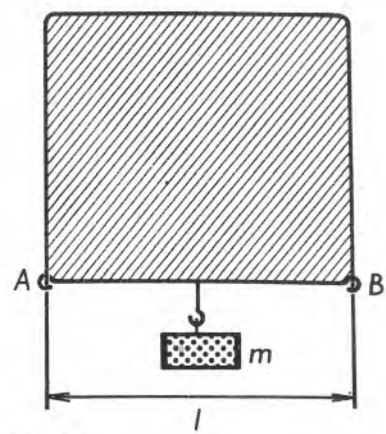
Celková povrchová energia všetkých kvapôčok je 10^5-krát väčšia ako povrchová energia pôvodnej väčšej kvapky.

*** 500.** Vypočítajte zmenu povrchovej energie pri spojení drobných vodných kvapiek s priemerom 10^{-3} mm do jednej väčšej kvapky s priemerom 3 mm. Povrchové napätie vody v styku so vzduchom je 73 mN . m^{-1}.

501. Na ráme s pohyblivou priečkou s dĺžkou 10 cm (obr. 6-1) je mydlinová blana. Akú prácu treba vykonať, aby sme priečku



Obr. 6-1



Obr. 6-2

posunuli o 2 cm? Povrchové napätie použitej mydlovej vody je 40 mN . m^{-1}.

502. Pohyblivá priečka s dĺžkou 40 mm na rámčeku s mydlinovou blanou je v rovnovážnej polohe, ak je zaťažená závažím s hmotnosťou 320 mg (obr. 6-2). Aké je povrchové napätie mydlového roztoku vo vode v styku so vzduchom? Tiažové zrýchlenie $g \doteq 10\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$. Hmotnosť priečky je vzhľadom na hmotnosť závažia zanedbateľná.

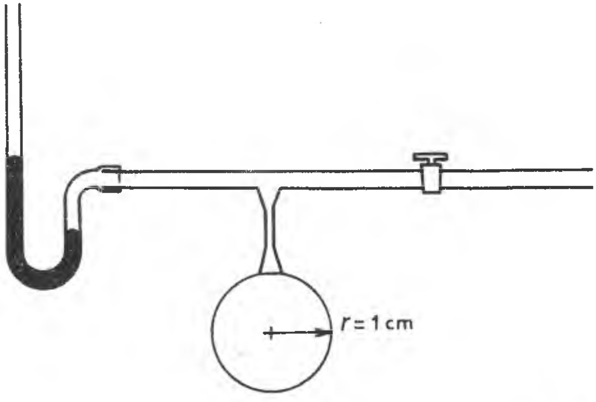
503. Z vodovodného kohútika padajú kvapky. Kedy majú kvapky väčšiu hmotnosť, keď je voda teplá alebo studená?

504. Aká je hmotnosť kvapky, ktorá odkvapla z rúrky s priemerom 1 mm? Povrchové napätie vody je 73 mN . m^{-1}. Vysvetlite, prečo výpočtom dosiahneme v porovnaní so skutočnosťou len približný výsledok.

505. Kapilárou s priemerom 4 mm odmerali 100 kvapiek liehu s hmotnosťou 1,81 g. Rovnaký počet kvapiek vody s rovnakou teplotou mal hmotnosť 6,26 g. Určte povrchové napätie liehu, ak povrchové napätie vody je 73 mN . m^{-1}.

506. Aký je kapilárny tlak vo vzduchovej bubline guľového tvaru, ktorá je vnútri vody, ak má priemer a) 10^{-4} mm, b) 10^{-3} mm, c) 10^{-2} mm, d) 10^{-1} mm, e) 1 mm, f) 10 mm? Povrchové napätie vody v styku so vzduchom je $73\,.\,10^{-3}\,\mathrm{N\,.\,m^{-1}}$.

*** 507.** Na obr. 6-3 je schéma pokusu na demonštráciu pretlaku vzduchu v mydlinovej bubline s polomerom $r = 1$ cm. Pri meraní pretlaku



Obr. 6-3

sa použil otvorený ortuťový manometer. Možno však ortuťovým manometrom pretlak vzduchu vnútri mydlinovej bubliny s polomerom 1 cm naozaj odmerať? Povrchové napätie mydlovej vody je $40 . 10^{-3}\,N . m^{-1}$.

508. Znázornite graficky závislosť zvýšenia vodnej hladiny v kapiláre od jej vnútorného priemeru.

509. Určte hmotnosť vody, ktorá vystúpi v kapiláre s vnútorným priemerom 0,5 mm pri teplote 20 °C. Povrchové napätie vody je $73\,mN . m^{-1}$, tiažové zrýchlenie $g = 9{,}81\,m . s^{-2}$.

510. Kapilára má vnútorný priemer 0,2 mm. Vypočítajte:

a) Ako vysoko vystúpi v kapiláre benzén, ak má teplotu 18 °C, hustotu $870\,kg . m^{-3}$ a povrchové napätie $29{,}1\,mN . m^{-1}$?

b) Ako sa zmení výška výstupu benzénu, ak použijeme kapiláru s dvojnásobným priemerom?

c) Ako by sa zmenil výsledok pokusu s pôvodnou kapilárou, keby sme pokus urobili na Mesiaci, kde je tiažové zrýchlenie asi 6-krát menšie ako na Zemi?

d) Ako by pokus prebiehal v družici v beztiažovom stave?

e) Zmení sa dĺžka stĺpca v kapiláre, keď ju skloníme pod uhlom 30° vzhľadom na kvapalinu ($g = 9{,}81\,m . s^{-2}$)?

511. V kapiláre vystúpil petrolej do výšky 13 mm a v kapiláre s rovnakým priemerom poklesla ortuť o 13,9 mm pod úroveň voľnej hladiny. Aké je povrchové napätie ortuti, ak má hustotu $13{,}6 . 10^3\,kg . m^{-3}$, hustota petroleja je $0{,}8 . 10^3\,kg . m^{-3}$ a povrchové napätie petroleja je $27\,mN . m^{-1}$?

512. V kapiláre vystúpila voda do výšky 2 cm nad voľným povrchom vody. Bude voda z kapiláry vytekať, ak ju zlomíme vo výške 1 cm nad voľným povrchom vody? Vysvetlite.

513. Vnútorný objem banky ortuťového teplomera pri teplote 0 °C je $1\,cm^3$. Obsah prierezu kapiláry pri rovnakej teplote je $1\,mm^2$. Predpokladajme, že ortuť pri teplote 0 °C práve vypĺňa banku teplomera. Akú dĺžku má stĺpec ortuti v kapiláre teplomera pri teplote 100 °C? Súčiniteľ teplotnej dĺžkovej rozťažnosti skla je $5 . 10^{-6}\,K^{-1}$, súčiniteľ objemovej rozťažnosti ortuti je $0{,}18 . 10^{-3}\,K^{-1}$.

Riešenie

$V_0 = 10^{-6}\,\mathrm{m}^3$, $S_0 = 10^{-6}\,\mathrm{m}^2$, $\alpha = 5 \,.\, 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$, $\beta = 0{,}18 \,.\, 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}$, $t = 100\,°\mathrm{C}$; $h = ?$

Objem sklenej banky teplomera pri teplote t je

$$V_s = V_0(1 + 3\alpha t)$$

Objem ortuti pri tej istej teplote je

$$V_0 = V_0(1 + \beta t)$$

Preto do kapiláry teplomera vystúpi pri teplote t ortuť s objemom

$$\Delta V = V_r - V_s = V_0(1 + \beta t) - V_0(1 + 3\alpha t) = V_0(\beta - 3\alpha)\,t$$

Tento objem môžeme vyjadriť aj vzťahom

$$\Delta V = Sh = S_0(1 + 2\alpha t)\,h$$

kde S je obsah prierezu kapiláry pri teplote t, h dĺžka ortuťového stĺpca v kapiláre pri tej istej teplote a 2α súčiniteľ teplotnej plošnej rozťažnosti skla (pozri úlohu 494, kap. 5).
Z rovnosti obidvoch objemov dostaneme

$$S_0(1 + 2\alpha t)\,h = V_0(\beta - 3\alpha)\,t$$

$$h = \frac{V_0(\beta - 3\alpha)\,t}{S_0(1 + 2\alpha t)} = \frac{10^{-6}(0{,}18 \,.\, 10^{-3} - 3 \,.\, 5 \,.\, 10^{-6}) \,.\, 10^2}{10^{-6}(1 + 2 \,.\, 5 \,.\, 10^{-6} \,.\, 10^2)}\,\mathrm{m} \doteq$$

$$\doteq 1{,}7 \,.\, 10^{-2}\,\mathrm{m}$$

Pri teplote $100\,°\mathrm{C}$ má stĺpec ortuti v kapiláre teplomera dĺžku $1{,}7\,\mathrm{cm}$.

514. V nádobe je lieh s objemom $10\,\mathrm{l}$ a teplotou $0\,°\mathrm{C}$. Aký bude mať lieh objem pri teplote $30\,°\mathrm{C}$? Súčiniteľ teplotnej objemovej rozťažnosti liehu je $1{,}1 \,.\, 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}$.

515. V hliníkovej nádrži automobilu na dopravu pohonných látok sa prepravuje benzín s objemom $5\,\mathrm{m}^3$. Nádrž naplnili pri teplote $20\,°\mathrm{C}$. Počas dopravy sa slnečným žiarením zohriala na $28\,°\mathrm{C}$.

Vypočítajte objem benzínu, ktorý by vytiekol z nádrže, keby bola táto úplne naplnená. Súčiniteľ teplotnej objemovej rozťažnosti benzínu je $10^{-3}\,K^{-1}$, súčiniteľ teplotnej dĺžkovej rozťažnosti hliníka je $24 \cdot 10^{-6}\,K^{-1}$.

516. Oceľový sud, ktorý má pri danej teplote vnútorný objem $100\,dm^3$, je naplnený až po okraj petrolejom. Aký objem má petrolej, ktorý vytečie zo suda, keď sa teplota suda a petroleja zvýšila o $40\,°C$? Súčiniteľ teplotnej objemovej rozťažnosti petroleja je $9{,}5 \cdot 10^{-4}\,K^{-1}$, súčiniteľ teplotnej dĺžkovej rozťažnosti ocele je $1{,}2 \cdot 10^{-5}\,K^{-1}$.

517. Hustota ortuti pri teplote $0\,°C$ je $13\,590\,kg \cdot m^{-3}$. Akú hustotu má ortuť pri teplote $100\,°C$? Súčiniteľ teplotnej objemovej rozťažnosti ortuti je $0{,}18 \cdot 10^{-3}\,K^{-1}$.

518. Hustota benzínu pri teplote $20\,°C$ je $690\,kg \cdot m^{-3}$. Akú hustotu namerali hustomerom pri kontrole benzínu v nádrži pri teplote $-8\,°C$? Súčiniteľ teplotnej objemovej rozťažnosti benzínu je $10^{-3}\,K^{-1}$.

7. ZMENY SKUPENSTVA LÁTOK

Medzi zmeny skupenstva látok patrí topenie, tuhnutie, vyparovanie, kondenzácia, sublimácia a desublimácia.

Teplota t_t, pri ktorej sa kryštalická látka pri danom tlaku topí, sa nazýva teplota topenia. Teplo, ktoré prijme teleso z pevnej látky s danou hmotnosťou m pri teplote topenia, aby pri danom tlaku prešlo z pevnej do kvapalnej fázy s rovnakou teplotou, sa nazýva skupenské teplo topenia L_t. Merné skupenské teplo topenia definujeme vzťahom

$$l_t = \frac{L_t}{m}$$

Aby sa kvapalina s danou hmotnosťou m a danou teplotou t premenila na paru s rovnakou teplotou, musí kvapalina prijať teplo L_v, čo je skupenské teplo vyparovania. Merné skupenské teplo vyparovania definujeme vzťahom

$$l_v = \frac{L_v}{m}$$

Jednotkou merného skupenského tepla topenia i merného skupenského tepla vyparovania je $J\,.\,kg^{-1}$.

Para, ktorá je v dynamickej rovnováhe so svojou kvapalinou, sa nazýva nasýtená para. Para s nižším tlakom a hustotou ako nasýtená para s rovnakou teplotou je prehriata para.

Veličina definovaná vzťahom

$$\Phi = \frac{m}{V}$$

kde m je hmotnosť vodnej pary obsiahnutej vo vzduchu s objemom V, sa nazýva absolútna vlhkosť. Jednotkou absolútnej vlhkosti je $kg\,.\,m^{-3}$.

Relatívnu vlhkosť definujeme vzťahom

$$\varphi = \frac{\Phi}{\Phi_m}$$

kde Φ je absolútna vlhkosť vzduchu za daných podmienok a Φ_m absolútna vlhkosť vzduchu, ktorú by mal vzduch pri tej istej teplote, ako keby bol nasýtený vodnými parami. Pri danej teplote Φ_m sa rovná hustote ϱ_s nasýtenej pary s rovnakou teplotou.

Teplota rosného bodu t_r je teplota, pri ktorej sa vodná para vo vzduchu stane nasýtenou a pri ďalšom znížení teploty začne kvapalnieť.

Úlohy

519. Vysvetlite, prečo sa v tabuľkách neuvádza teplota topenia asfaltu, vosku alebo parafínu.

520. Vypočítajte teplo potrebné na roztavenie mosadzného predmetu s hmotnosťou 0,5 kg a začiatočnou teplotou 20 °C. Teplota topenia mosadze je 970 °C, merná tepelná kapacita mosadze $394\,\mathrm{J\,.\,kg^{-1}\,.\,K^{-1}}$ a merné skupenské teplo topenia mosadze je $159\,\mathrm{kJ\,.\,kg^{-1}}$.

Riešenie

$m = 0{,}5\,\mathrm{kg}$, $t_1 = 20\,°\mathrm{C}$, $t_t = 970\,°\mathrm{C}$, $c = 394\,\mathrm{J\,.\,kg^{-1}\,K^{-1}}$, $l_t = 159\,.\,10^3\,\mathrm{J\,.\,kg^{-1}}$; $Q = ?$

Hľadané teplo vypočítame zo vzťahu $Q = Q_1 + L_t$, kde Q_1 je teplo potrebné na zohriatie mosadzného predmetu zo začiatočnej teploty t_1 na teplotu topenia t_t a L_t je skupenské teplo topenia mosadze. Po dosadení dostaneme

$$Q = mc(t_t - t_1) + ml_t =$$
$$= 0{,}5\,.\,394(970 - 20)\,\mathrm{J} + 0{,}5\,.\,159\,.\,10^3\,\mathrm{J} \doteq 2{,}67\,.\,10^5\,\mathrm{J}$$

Na roztavenie mosadzného predmetu za daných podmienok je potrebné teplo $2{,}67\,.\,10^5\,\mathrm{J}$.

521. Aké teplo je potrebné na roztopenie ľadu s hmotnosťou 5,4 kg a začiatočnou teplotou −15 °C? Merná tepelná kapacita ľadu je 2,1 kJ . kg^{-1} . K^{-1}, merné skupenské teplo topenia ľadu je 334 kJ . kg^{-1}.

522. Vypočítajte teplo potrebné na premenu ľadu s hmotnosťou 10 kg a teplotou −10 °C na vodu s teplotou 20 °C. Merná tepelná kapacita ľadu je 2,1 kJ . kg^{-1} . K^{-1}, merná tepelná kapacita vody 4,18 kJ . kg^{-1} . K^{-1}, merné skupenské teplo topenia ľadu 334 kJ . kg^{-1}.

523. Olovené teleso s hmotnosťou 1 kg prijalo teplo 54,5 kJ, v dôsledku čoho sa časť olova s hmotnosťou 0,5 kg roztavila. Aká bola začiatočná teplota telesa? Teplota topenia olova je 327 °C, merná tepelná kapacita olova 126 J . kg^{-1} . K^{-1} a merné skupenské teplo topenia olova je 22,6 kJ . kg^{-1}.

524. Vypočítajte hmotnosť ľadu s teplotou −20 °C, ktorý sa rozpustí vo vode s hmotnosťou 1 kg a teplotou 30 °C, ak je výsledná teplota vody po dosiahnutí rovnovážneho stavu 20 °C. Merná tepelná kapacita ľadu je 2,1 kJ . kg^{-1} . K^{-1}, merné skupenské teplo topenia ľadu 334 kJ . kg^{-1} a merná tepelná kapacita vody je 4,18 kJ . kg^{-1} . K^{-1}.

Riešenie

$t_1 = -20\,°\mathrm{C}$, $c_1 = 2{,}1 \cdot 10^3\,\mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, $l_t = 334 \cdot 10^3\,\mathrm{J \cdot kg^{-1}}$, $m_2 = 1\,\mathrm{kg}$, $t_2 = 30\,°\mathrm{C}$, $c_2 = 4{,}18 \cdot 10^3\,\mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, $t = 20\,°\mathrm{C}$;
$m_1 = ?$

Pre tepelnú výmenu v uvažovanej sústave platí

$$Q = Q_1 + L_t + Q_2$$

kde Q je teplo, ktoré odovzdá voda ľadu pri jej ochladení zo začiatočnej teploty t_2 na výslednú teplotu t, Q_1 je teplo potrebné na zohriatie ľadu zo začiatočnej teploty t_1 na teplotu topenia $t_0 = 0\,°\mathrm{C}$, L_t je skupenské teplo topenia ľadu s hmotnosťou m_1 a Q_2 je teplo, ktoré prijme voda vzniknutá roztopením ľadu pri jej zohriatí z teploty $t_0 = 0\,°\mathrm{C}$ na výslednú teplotu t.
Po dosadení dostaneme vzťah

$$m_2 c_2 (t_2 - t) = m_1 c_1 (t_0 - t_1) + m_1 l_t + m_1 c_2 (t - t_0)$$

z ktorého vyplýva

$$m_1 = \frac{m_2c_2(t_2 - t)}{c_1(t_0 - t_1) + l_t + c_2(t - t_0)} =$$

$$= \frac{1 \cdot 4{,}18 \cdot 10^3(30 - 20)}{2{,}1 \cdot 10^3 \cdot 20 + 334 \cdot 10^3 + 4{,}18 \cdot 10^3 \cdot 20}\,\text{kg} \doteq 9{,}1 \cdot 10^{-2}\,\text{kg}$$

Pri podmienkach daných v úlohe sa vo vode roztopil ľad s hmotnosťou 91 g.

525. Vypočítajte hmotnosť ľadu s teplotou $-5\,°C$, ktorý sa roztopí vo vode s hmotnosťou 3 kg a teplotou 60 °C. Výsledná teplota sústavy je 0 °C. Merná tepelná kapacita ľadu je $2{,}1\,kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$, merné skupenské teplo topenia ľadu $334\,kJ \cdot kg^{-1}$ a merná tepelná kapacita vody $4{,}18\,kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$.

526. Do vody s hmotnosťou 4 kg a teplotou 80 °C dáme ľad s hmotnosťou 1 kg a teplotou 0 °C. Aká bude výsledná teplota sústavy po dosiahnutí rovnovážneho stavu? Merná tepelná kapacita vody je $4{,}18\,kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$, merné skupenské teplo topenia ľadu je $334\,kJ \cdot kg^{-1}$.

527. V nádobe je nasýtená vodná para s hmotnosťou 0,01 kg; v druhej nádobe je prehriata vodná para s rovnakou hmotnosťou. V ktorej nádobe je väčší počet molekúl vody?

528. Na elektrickom variči s príkonom 600 W a účinnosťou 60 % sa zohrievala voda s hmotnosťou 2 kg a začiatočnou teplotou 10 °C na teplotu varu; pri tejto teplote sa odparilo 5 % vody. Ako dlho trvalo zohrievanie vody? Merná tepelná kapacita vody je $4{,}18\,kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$, merné skupenské teplo vyparovania vody pri teplote 100 °C je $2{,}26\,MJ \cdot kg^{-1}$.

529. Určte teplo potrebné na premenu ľadu s hmotnosťou 1 kg a teplotou $-5\,°C$ na paru s teplotou 100 °C. Merná tepelná kapacita ľadu je $2{,}1\,kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$, merné skupenské teplo topenia ľadu je $334\,kJ \cdot kg^{-1}$, merná tepelná kapacita vody je $4{,}18\,kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ a merné skupenské teplo vyparovania vody pri teplote 100 °C je $2{,}26\,MJ \cdot kg^{-1}$.

530. Vo vode s hmotnosťou 2 kg a teplotou 18 °C kondenzovala vodná para s teplotou 100 °C a hmotnosťou 100 g. Aká bude výsledná teplota vody? Merné skupenské teplo kondenzácie vody pri teplote $100\,°C$ je $2{,}26\,MJ\,.\,kg^{-1}$.

531. Určte hmotnosť uhlia s výhrevnosťou $30\,MJ\,.\,kg^{-1}$, ktoré treba spáliť v kotle, aby sa voda s hmotnosťou $6\,.\,10^3\,kg$ a teplotou $10\,°C$ zohriala na teplotu $100\,°C$ a pri tejto teplote sa ešte vyparilo $10^3\,kg$ vody. Merná tepelná kapacita vody je $4{,}18\,kJ\,.\,kg^{-1}\,.\,K^{-1}$, merné skupenské teplo vyparovania vody pri teplote $100\,°C$ je $2{,}26\,MJ\,.\,kg^{-1}$ a účinnosť kotla je $70\,\%$.

526, 505, 506
529 504
509
514

8. VZNIK ELEKTRICKÉHO PRÚDU

Látky rozdeľujeme podľa elektrických vlastností na vodiče, polovodiče a izolanty.

Keď vložíme nenabitý vodič do elektrického poľa, nastane elektrická indukcia. Protiľahlé časti vodiča sa zelektrizujú nábojmi rovnakej veľkosti, ale opačného znamienka.

Keď do elektrického poľa vložíme izolant (dielektrikum), nastane polarizácia dielektrika. Vnútri izolantu sa utvorí elektrické pole $\boldsymbol{E}_i$ opačného smeru, ako je smer intenzity vonkajšieho poľa $\boldsymbol{E}_e$. Intenzita $\boldsymbol{E}$ výsledného poľa v izolante má smer intenzity $\boldsymbol{E}_e$ a veľkosť $|\boldsymbol{E}| = |\boldsymbol{E}_e| - |\boldsymbol{E}_i|$. Pomer $\frac{|\boldsymbol{E}_e|}{|\boldsymbol{E}|} = \varepsilon_r$ sa volá relatívna permitivita.

Keď sú v homogénnom izotropnom dielektriku umiestené dva voľné bodové náboje s veľkosťou Q_1 a Q_2, potom na každý z nich pôsobí elektrická sila s veľkosťou $F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_1Q_2}{r^2}$, kde $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$* je permitivita dielektrika. Jednotkou permitivity je $F \,.\, m^{-1}$. Veličina $\varepsilon_0 \doteq 8{,}85 \,.\, 10^{-12}\, F \,.\, m^{-1}$ je permitivita vákua.

Usporiadaný pohyb elektricky nabitých častíc sa volá elektrický prúd. Elektrický prúd I ako fyzikálna veličina je definovaný vzťahom

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

kde ΔQ je veľkosť celkového náboja častíc, ktoré prejdú prierezom vodiča v jednom smere za dobu Δt. Jednotkou elektrického prúdu je ampér (A).

---

* Tento vzťah budeme používať aj pri riešení úloh o kapacite platňového kondenzátora.

Úlohy

532. Dva bodové elektrické náboje vo vzájomnej vzdialenosti 11 cm pôsobia na seba vo vákuu rovnakou silou ako v terpentíne vo vzdialenosti 7,4 cm. Určte relatívnu permitivitu terpentínu.

533. Molekula kuchynskej soli NaCl je tvorená kladným iónom sodíka a záporným iónom chlóru, ktoré sú spolu viazané elektrickou príťažlivou silou. Čo môže byť príčinou zoslabenia príťažlivých síl medzi uvedenými časticami (iónmi), ak sa molekula dostane zo vzduchu do vody?

534. Zvitkový kondenzátor má polepy s obsahom 0,1 m^2. Vzdialenosť polepov je 0,1 mm. Relatívna permitivita dielektrika kondenzátora je 2,5. Aká je kapacita kondenzátora? Akým nábojom sa nabije na napätie 1 V?

535. Vložením dielektrika do vzduchového kondenzátora sa jeho kapacita zväčší 7-krát. Aká je relatívna permitivita dielektrika?

536. Medzi platne kondenzátora vložíme tehlu. Kapacita kondenzátora sa tým zmení. Prečo? Kedy bude zmena kapacity väčšia — keď je tehla suchá, alebo keď je vlhká? Akú úlohu tu môže mať permitivita vody, ktorá je asi 80-krát väčšia ako permitivita vzduchu? Dal by sa uvedený poznatok využiť pri meraní vlhkosti stavebných materiálov?

537. Určte kapacitu platňového kondenzátora s obsahom platní 0,01 m^2 a vzájomnej vzdialenosti medzi nimi 5 mm, ak obe platne ponoríme do polovice do petroleja s relatívnou permitivitou 2.

538. Vodičom prechádza stály prúd 2 A. Aký celkový náboj majú častice, ktoré prejdú prierezom vodiča za jednu minútu?

539. Pri rozbiehaní elektrickej súpravy ozubnicovej dráhy sa odoberá z vedenia prúd 500 A. Určte celkový náboj, ktorý prenesú voľné elektróny prierezom prívodných vodičov súpravy za 10 s.

540. Meranie malých elektrických prúdov rádovo 1 μA je v súčasnosti na hraniciach možností meracej techniky. Koľko voľných elektrónov prejde prierezom vodiča za 1 s pri uvedenom prúde?

541. Niektoré kovy, prípadne zliatiny, sú pri veľmi nízkych teplotách približujúcich sa 0 K supravodivé. Supravodiče, na rozdiel od bežných vodičov, nekladú elektrickému prúdu odpor. Keby sme istým spôsobom v uzavretom prstenci supravodiča utvorili prúd, za aký čas by ním prúd prechádzal? Za aký čas by prechádzal bežným vodičom?

542. V zvislom vodiči sa voľné elektróny pohybujú smerom nahor. Aký je smer elektrického prúdu vo vodiči?

9. ELEKTRICKÝ PRÚD V KOVOCH

Pre elektrický prúd v kovoch platí Ohmov zákon

$$I = \frac{U}{R}$$

kde R je elektrický odpor tej časti obvodu, na ktorej je napätie U. Jednotkou elektrického odporu je ohm (Ω). Ohmov zákon pre uzavretý obvod má tvar

$$I = \frac{U_e}{R + R_i}$$

kde U_e je elektromotorické napätie zdroja, R vonkajší odpor a R_i vnútorný odpor zdroja. Pre odpor vodiča platí

$$R = \varrho \frac{l}{S}$$

kde l je dĺžka vodiča s obsahom S a ϱ je merný elektrický odpor látky, z ktorej je vodič. Jednotkou merného elektrického odporu je $\Omega\,.\,\mathrm{m}$.

Teplotnú závislosť odporu kovov vyjadruje vzťah

$$R = R_0[1 + \alpha(t - t_0)]$$

v ktorom R_0 je odpor vodiča pri teplote t_0, R odpor pri teplote t a α je teplotný súčiniteľ elektrického odporu. Jeho jednotkou je K^{-1}.

Výsledný odpor pri sériovom spojení dvoch rezistorov s odpormi R_1 a R_2 je určený vzťahom

$$R = R_1 + R_2$$

pri paralelnom spojení vzťahom

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Pri riešení zložitejších elektrických obvodov (sietí) sa používajú Kirchhoffove zákony

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0 \qquad \sum_{i=1}^{m} U_{ei} = \sum_{k=1}^{n} R_k I_k$$

Prvý z nich vyjadruje, že algebraický súčet prúdov v uzle sa rovná nule. Druhý hovorí, že v jednoduchom uzavretom obvode sa súčet elektromotorických napätí U_{ei} zaradených zdrojov rovná súčtu úbytkov napätí $R_k I_k$.

Prácu W ustáleného prúdu vyjadruje vzťah $W = UI\Delta t$, kde Δt je doba, za ktorú sa uvedená práca vykonala. Výkon ustáleného prúdu je daný vzťahom $P = UI$.

Medzi elektromotorickým napätím U_e zdroja (t.j. napätím na svorkách nezaťaženého zdroja) a svorkovým napätím U (t.j. napätím na svorkách zaťaženého zdroja) platí vzťah

$$U = U_e - R_i I$$

kde I je prúd prechádzajúci obvodom. Svorkové napätie závisí od zaťaženia zdroja.

Elektrický prúd meriame ampérmetrom. Do obvodu ho zapájame vždy sériovo. Ak chceme zväčšiť merací rozsah ampérmetra n-krát, musíme k nemu pripojiť bočník s odporom

$$R_b = \frac{R_A}{n - 1}$$

kde R_A je odpor ampérmetra.

Napätie meriame voltmetrom. Merací rozsah voltmetra možno zväčšiť n-krát pomocou predradného rezistora s odporom

$$R_p = (n - 1) R_V$$

kde R_V je odpor voltmetra.

Úlohy

543. Pri náraze kovovej tyče pohybujúcej sa v smere svojej osi na nevodivú stenu vznikne medzi jej koncami isté veľmi malé elektrické napätie. Vysvetlite, prečo. Určte polaritu tohto napätia.

544. Nenabitý kovový disk rotuje veľkou uhlovou rýchlosťou okolo svojej osi. Medzi stredom a okrajom disku vznikne rozdiel potenciálov. Vysvetlite, prečo. V ktorom z uvedených miest je potenciál vyšší?

545. Vysvetlite, prečo pri prudkom zabrzdení roztočenej cievky, navinutej na obvode kolesa, objaví sa na vývodoch cievky napätie.

546. Môže vzniknúť pri údere kladiva na nákovu elektrické napätie medzi kovovou časťou kladiva a nákovou? Z čoho možno usúdiť, že pôjde o veľmi malé napätie?

547. Aké sily pôsobia na voľný elektrón v kovovej tyči, ktorá koná rovnomerne zrýchlený pohyb?

548. Aby sa zabránilo prehrievaniu vodičov, sú pre rôzne prierezy medených vodičov s gumovou izoláciou prijaté obmedzenia prúdu takto: pre obsah prierezu 1 mm^2 maximálny prúd 17 A, pre 5 mm^2 52 A, pre 10 mm^2 80 A, a pre obsah prierezu 50 mm^2 maximálny prúd 215 A. Vidíme, že maximálny prúd nie je úmerný obsahu prierezu. Nie je chyba v predpise? Má obmedzenie prúdu vo vodiči nejakú súvislosť s jeho izoláciou?

549. Keď sa opravár — elektrotechnik pri práci na elektrickom zariadení nechtiac zľahka dotkne súčasne dvoch vodičov s rôznymi potenciálmi, prejde jeho telom krátkodobý elektrický prúd. Prečo prejde niekedy telom človeka prúd aj vtedy, keď sa dotkne len jedného vodiča?

***550.** Keď vo vodiči s obsahom prierezu 10 mm^2 utvoríme elektrické pole s intenzitou 0,4 $V \cdot m^{-1}$, voľné elektróny vo vodiči sa pohybujú tak, že prúd bude mať hodnotu 23,5 A. Aký je merný odpor vodiča? Pomocou MFChT zistite, z akého kovu by mohol byť vodič.

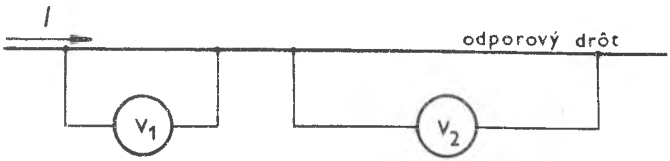
551. Aký elektrický odpor má cievka telefónneho slúchadla, ak po pripojení slúchadla na batériu s napätím 4,5 V prechádza ním prúd 1,12 mA?

552. Keď uzavrieme elektrický obvod, ktorý tvorí batéria s napätím 4,5 V a miliampérmeter, cez ľudské telo tak, že jeden vodič držíme prstami jednej ruky a druhý prstami druhej ruky, miliampérmeter ukáže prúd 2 mA. Aký je v tomto prípade elektrický odpor ľudského tela? Ktoré činitele môžu ovplyvniť veľkosť tohto odporu?

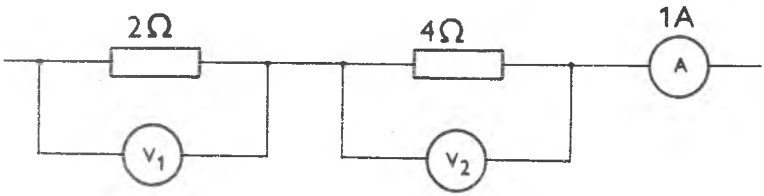
553. Na ktorom z voltmetrov V_1, V_2 pripojených k homogénnemu odporovému drôtu podľa obr. 9-1 nameriame pri prechode prúdu drôtom vyššie napätie?

554. Aké údaje ukážu jednotlivé voltmetre v zapojení podľa obr. 9-2? Údaj ampérmetra je známy. Odpory rezistorov sú $2\,\Omega$ a $4\,\Omega$.

555. Nakreslite schému zapojenia, ktoré by ste použili na meranie odporu žiarovky.



Obr. 9-1



Obr. 9-2

556. Určte merný elektrický odpor striebra, medi, hliníka a konštantánu, keď vieme, že vodič s obsahom prierezu $1\,\text{mm}^2$, ktorý by mal odpor $1\,\Omega$, musí mať pri striebre dĺžku 62,5 m, pri medi 55,6 m, pri hliníku 37,0 m a pri konštantáne 2,0 m.

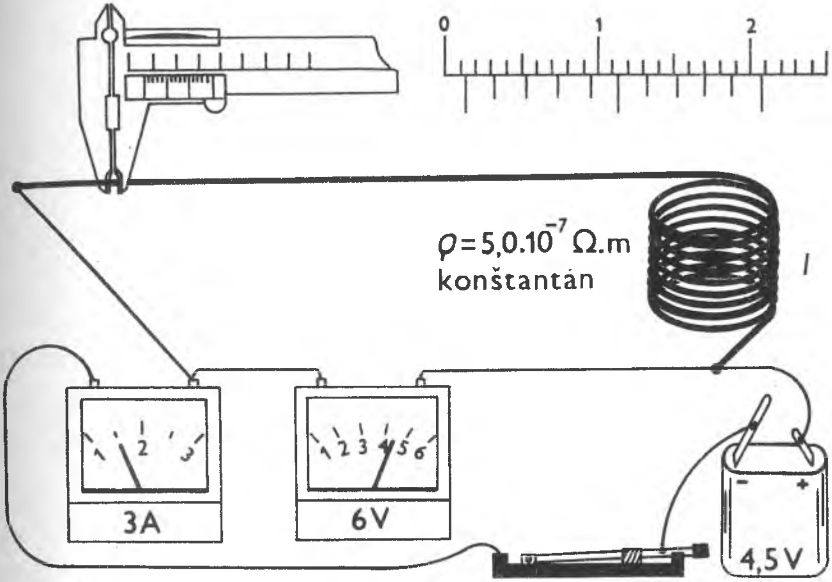
557. Ktorú elektrickú veličinu konštantánového drôtu možno zmerať podľa elektrického zapojenia na obr. 9-3? Z údajov na obr. zistite dĺžku konštantánového drôtu. Rozsah ampérmetra je 3 A, merací rozsah voltmetra 6 V. Na stupnici posuvného meradla je údaj 1,7 mm. Merný elektrický odpor konštantánu je $5{,}0 \cdot 10^{-7}\,\Omega \cdot \text{m}$.

558. Prečo býva akumulátor umiestený v automobile čo najbližšie k štartéru? Prečo je so štartérom spojený hrubým vodičom?

559. V dvojvodičovom kábli, ktorý je zakopaný do zeme, vznikol niekde skrat. Ako by sa dalo zistiť miesto skratu bez vykopania kábla, keď jeho vývody vyúsťujú v centrále?

560. Prečo musí mať ampérmeter čo najmenší a voltmeter čo najväčší elektrický odpor?

561. Žiarovkou, pripojenou na sieť s napätím 220 V, prechádza prúd



Obr. 9-3

0,45 A. Ohmmeter, ktorým meriame odpor žiarovky, keď je odpojená od siete, ukáže hodnotu 56,0 Ω. Je táto hodnota správna? Vysvetlite.

562. Na akú teplotu sa zahriala medená cievka vinutia elektromotora, keď jej odpor pred zapnutím motora (t. j. pri izbovej teplote) mal hodnotu 0,15 Ω a hneď po vypnutí motora 0,17 Ω? Teplotný súčiniteľ odporu medi je $4{,}0 . 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}$.

Riešenie

$t_0 = 20\,°\mathrm{C}$, $R_0 = 0{,}15\,\Omega$, $R = 0{,}17\,\Omega$, $\alpha = 4{,}0 . 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}$; $t = ?$

Ak označíme $\Delta t = t = t_0$, možno pre odpor vodiča pri teplote t písať

$$R = R_0(1 + \alpha\Delta t)$$

Odtiaľ vyplýva

$$\Delta t = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{R}{R_0} - 1\right)$$

Pre teplotu t dostávame

$$t = t_0 + \Delta t = t_0 + \frac{1}{\alpha}\left(\frac{R}{R_0} - 1\right)$$

240

$$t = 20\,°\mathrm{C} + \frac{1}{4{,}0\,.\,10^{-3}}\left(\frac{0{,}17}{0{,}15} - 1\right)°\mathrm{C}$$

$$t = 53{,}3\,°\mathrm{C}$$ 0,13

Medená cievka elektromotora sa zahreje na teplotu 53,3 °C.

563. Platinový odporový teplomer má pri teplote 0 °C odpor 500 Ω. Odpor teplomera v rozpálenej peci je 3 600 Ω. Aká je teplota pece? Teplotný súčiniteľ odporu platiny pre príslušnú oblasť teplôt je $3{,}9\,.\,10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}$.

564. Určte hmotnosť medi potrebnej na zhotovenie elektrického vedenia s dvoma vodičmi dĺžky 5 km, ak odpor vedenia nemá prekročiť hodnotu 5 Ω. Hustota medi je $8{,}9\,.\,10^3\,\mathrm{kg}\,.\,\mathrm{m}^{-3}$. Merný odpor medi je $1{,}8\,.\,10^{-8}\,\Omega\,.\,\mathrm{m}$.

565. Určte pokles napätia na hliníkovej dvojlinke dlhej 500 m, ak ňou prechádza prúd 15 A. Každý z vodičov má obsah prierezu $10\,\mathrm{mm}^2$. Merný odpor hliníka je $2{,}7\,.\,10^{-8}\,\Omega\,.\,\mathrm{m}$.

Riešenie

$l = 500\,\mathrm{m}$, $S = 10\,\mathrm{mm}^2 = 1{,}0\,.\,10^{-5}\,\mathrm{m}^2$, $\varrho = 2{,}7\,.\,10^{-8}\,\Omega\,.\,\mathrm{m}$,
$I = 15\,\mathrm{A}$; $\Delta U = ?$

Označme podľa obr. 9-4a vstupné napätie na dvojlinke U_{12}, výstupné napätie U_{34}. Pre pokles napätia na dvojlinke možno písať

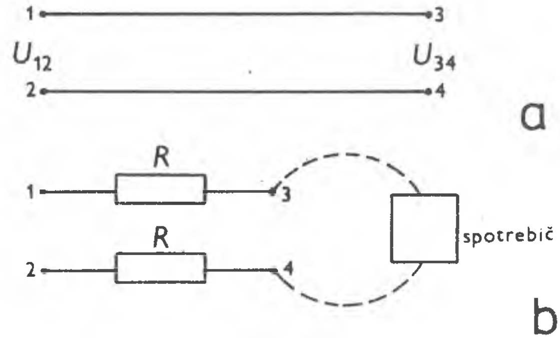
$$\Delta U = U_{12} - U_{34}$$

Každý vodič dvojlinky má istý odpor R, pre ktorý platí

$$R = \varrho\frac{l}{S}$$

Situáciu v obvode schematicky znázorňuje obr. 9-4b. Pre napätie platí

Obr. 9-4



$$U_{12} = U_{13} + U_{34} + U_{42}$$

pričom $U_{13} = U_{42} = RI$ je napätie na príslušných vodičoch. Z uvedených vzťahov vyplýva

$$\Delta U = U_{12} - U_{34} = 2RI = 2\varrho \frac{l}{S} I$$

$$\Delta U = 2 \,.\, 2{,}7 \,.\, 10^{-8} \frac{5{,}0 \,.\, 10^{2}}{1{,}0 \,.\, 10^{-5}} 15\,\mathrm{V} = 40{,}5\,\mathrm{V}$$

Pokles napätia na dvojlinke je 40,5 V.

566. Prečo je elektrický prúd prechádzajúci žiarovkou hneď po jej zapnutí väčší, ako keď trvale svieti?

567. Konštantánový drôt má v teplotnom intervale 0 °C až 100 °C teplotný súčiniteľ odporu $5{,}0 \,.\, 10^{-5}\,\mathrm{K}^{-1}$. O koľko percent sa zmení odpor drôtu pri zmene teploty z 0 °C na 100 °C? Použite MFChT a riešte úlohu aj pre medený drôt.

568. Na svorky batérie s elektromotorickým napätím 4,5 V a vnútorným odporom 0,9 Ω pripojíme rezistor s odporom 8,1 Ω. Aký prúd bude prechádzať obvodom? Aký bude skratový prúd?

569. Pri zapnutí štartéra automobilu prechádza ním prúd 120 A. Elektromotorické napätie akumulátora je 12 V, vnútorný odpor akumulátora je 0,06 Ω. Aký je odpor štartéra?

570. Na svorkách nezaťaženej batérie nameriame voltmetrom hodnotu 6 V. Pri zaťažení batérie prúdom 50 A klesne údaj na voltmetri na 5,2 V. Aký vnútorný odpor má akumulátorová batéria?

571. Ako treba spojiť tri rovnaké akumulátory s elektromotorickým napätím 2 V a s vnútorným odporom 0,2 Ω, aby po pripojení vonkajšieho rezistora s odporom 0,6 Ω prechádzal ním najväčší prúd?

* 572. Akumulátor s elektromotorickým napätím 11,2 V a vnútorným odporom 0,3 Ω sa nabíja prúdom 4 A. Aké napätie ukazuje voltmeter pripojený na svorky akumulátora?

573. Na batérii vreckovej baterky je uvedené elektromotorické napätie 4,5 V a na žiarovke napätie 3,5 V. Prečo je dovolený taký rozdiel v napätiach?

574. Ako treba zapojiť tri rovnaké rezistory, každý s odporom 10 Ω, aby sústava mala najväčší (najmenší) odpor? Po pripojení sústavy na zdroj musí každým rezistorom prechádzať prúd rôzny od nuly.

575. Možno pripojiť na sieť dve sériovo spojené žiarovky s údajmi 220 V (0,45 A a 3,5 V) 0,5 A? Na ktorej žiarovke bude po pripojení na sieť väčšie napätie?

576. Do elektrického obvodu zdroja je zapojený rezistor sériovo s ampérmetrom. Ako sa zmení prúd prechádzajúci ampérmetrom, ak k rezistoru pripojíme paralelne iný rezistor? Bude zmena prúdu väčšia pri veľkom alebo malom odpore pripojeného rezistora? Kedy by sa po pripojení rezistora prúd nezmenil?

577. V jednoduchom elektrickom obvode je zapojený zdroj, žiarovka a ampérmeter. Ak k žiarovke pripojíme paralelne voltmeter, prúd prechádzajúci ampérmetrom sa nezmení. Vysvetlite.

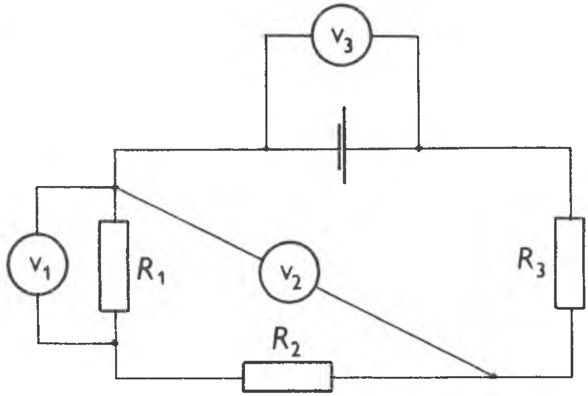
578. Do obvodu je zapojený zdroj, spotrebič a ampérmeter. Ak do tohto obvodu zapojíme ďalší ampérmeter, údaj prvého ampérmetra sa nezmení. Prečo?

579. Ktorý z voltmetrov na schéme na obr. 9-5 ukazuje najvyššie a ktorý najnižšie napätie?

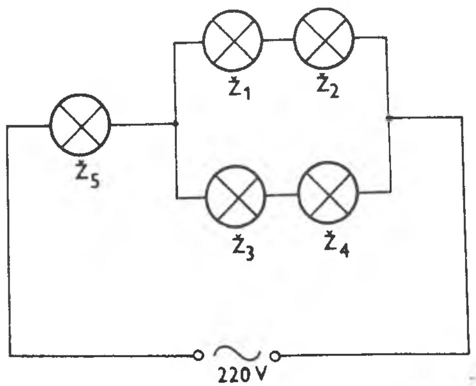
580. Päť rovnakých žiaroviek, z ktorých každá je dimenzovaná na napätie 110 V, je zapojených do obvodu podľa obr. 9-6. Napätie zdroja je 220 V. Povedzte, bez toho aby ste počítali, ktorá žiarovka bude svietiť najjasnejšie.

581. Tri rezistory sú spojené sériovo. Ako môžete pomocou ďalších vodičov spojiť tieto rezistory paralelne, a to bez prerušenia pôvodného obvodu?

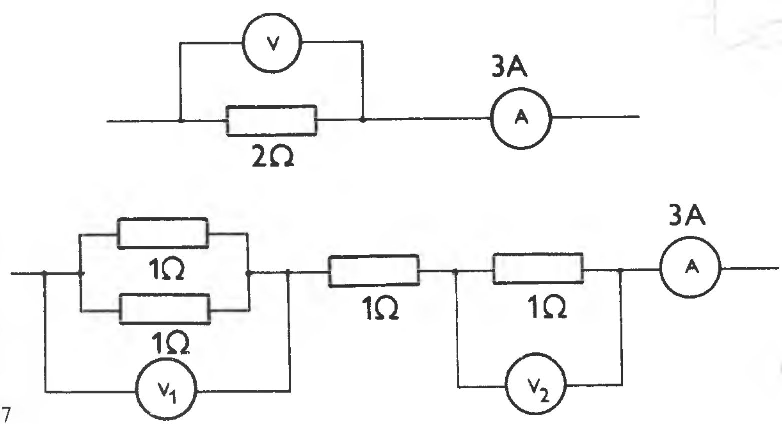
582. Na obr. 9-7 sú znázornené časti dvoch elektrických obvodov.



Obr. 9-5



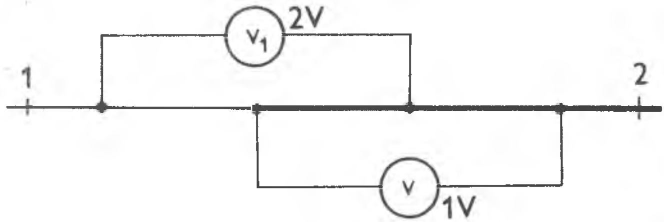
Obr. 9-6



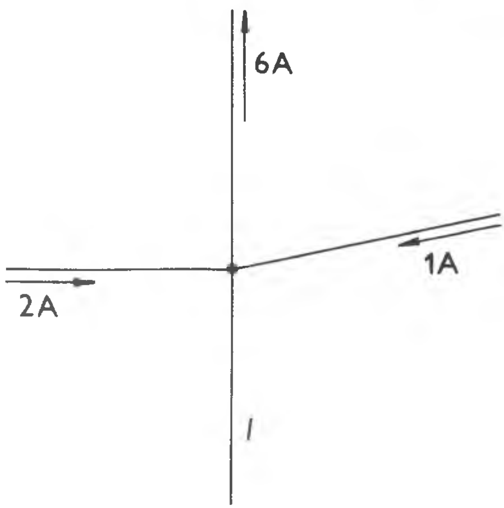
Obr. 9-7

Odpory rezistorov a údaje ampérmetrov sú zrejmé z obrázka. Aké napätie ukazujú voltmetre V, V_1 a V_2?

583. Priamym vodičom, ktorý tvoria dva rôzne vodiče, prechádza elektrický prúd. K vodiču sú pripojené dva voltmetre podľa obr. 9-8. Údaje voltmetrov sú zrejmé z obrázka. Aké je napätie medzi bodmi 1 a 2?



Obr. 9-8

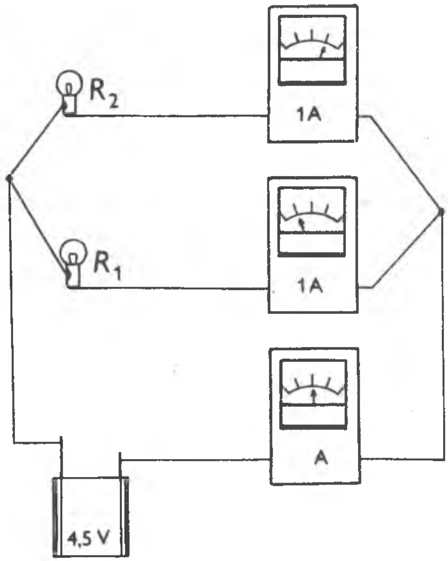


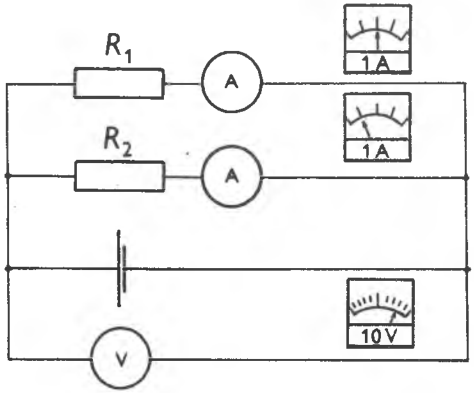
Obr. 9-9

584. Na obr. 9-9 je znázornený uzol elektrickej siete. Veľkosti a smery troch prúdov poznáme. Aký prúd prechádza štvrtým vodičom?

585. Na obr. 9-10 je znázornený rozvetvený obvod, do ktorého je zapojený zdroj, dve žiarovky a tri ampérmetre. Meracie rozsahy dvoch ampérmetrov sú známe. Aký je merací rozsah tretieho ampérmetra? Aký prúd zodpovedá jednému dieliku na stupni-

Obr. 9-10



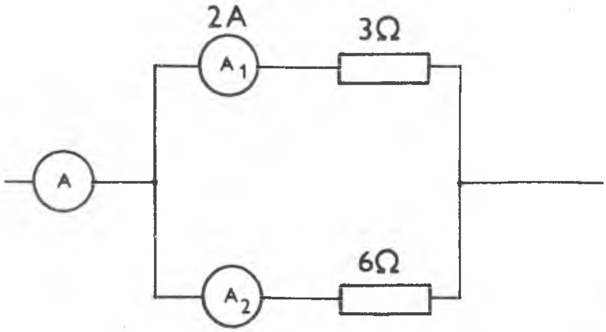


Obr. 9-11

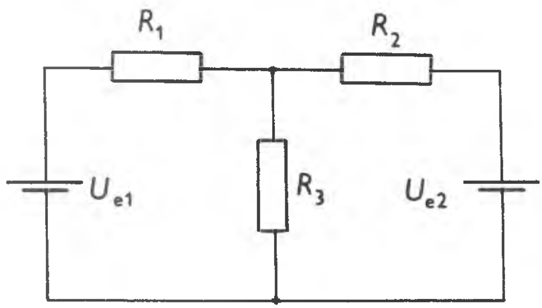
ciach jednotlivých ampérmetrov? Určte odpory jednotlivých žiaroviek pri príslušnom zaťažení. Vnútorný odpor batérie je 1 Ω.

586. Aký prúd prechádza jednotlivými ampérmetrami v zapojení podľa obr. 9-11? Akú hodnotu napätia udáva voltmeter? Určte odpory R_1 a R_2. Potrebné údaje odpočítajte na stupniciach vedľa meracích prístrojov. Rozsahy meracích prístrojov sú 1 A, 1 A, 10 V.

587. Na obr. 9-12 je časť elektrického obvodu s dvoma rezistormi a s tromi ampérmetrami. Prúd prechádzajúci jedným z ampérmetrov je známy. Aké prúdy prechádzajú ostatnými ampérmetrami?



Obr. 9-12



Obr. 9-13

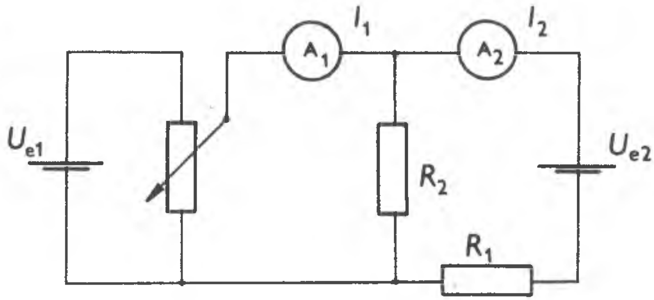
588. Na obr. 9-13 je znázornená elektrická sieť, ktorú tvoria dva zdroje s elektrickými napätiami U_{e1} a U_{e2} a tri rezistory s odpormi R_1, R_2 a R_3. Kedy sa bude prúd prechádzajúci rezistorom s odporom R_1 rovnať nule?

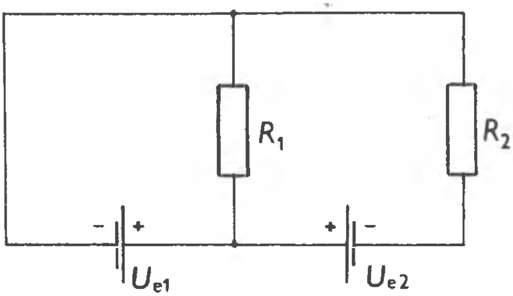
589. Na schéme znázornenej na obr. 9-14 je poloha jazdca potenciometra zvolená tak, že $I_2 = 0$. Aký je prúd I_1?

*** 590.** Na obr. 9-15 je znázornené zapojenie s dvoma rovnakými zdrojmi s elektromotorickými napätiami 1,0 V a s dvoma rovnakými rezistormi s odpormi 20 Ω. Aké prúdy prechádzajú jednotlivými rezistormi? O vnútornom odpore zdrojov neuvažujeme.

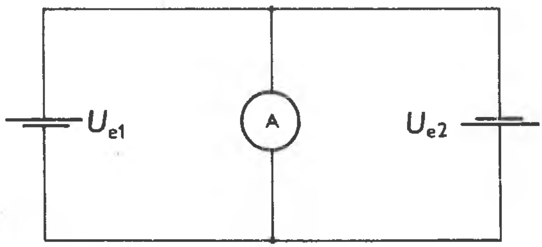
*** 591.** Dve batérie s elektromotorickými napätiami U_{e1} a U_{e2} sú zapojené

Obr. 9-14





Obr. 9-15



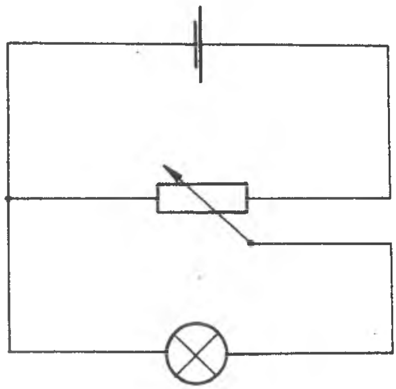
Obr. 9-16

podľa obr. 9-16. Pri akom pomere medzi vnútornými odpormi zdrojov neprechádza ampérmetrom žiaden prúd?

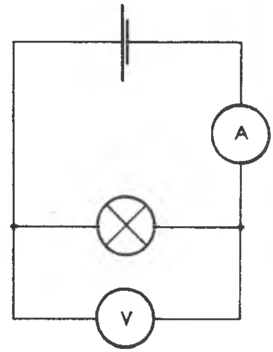
592. Napätie batérie v zapojení podľa obr. 9-17 časom pokleslo. Ako treba zmeniť polohu jazdca reostatu, aby na žiarovke bolo zasa pôvodné napätie? Vysvetlite.

593. Voltmeter má pri meracom rozsahu 1 V odpor 1 kΩ. S akým predradným rezistorom treba voltmeter spojiť, aby sa jeho merací rozsah zväčšil na 100 V?

594. Ampérmeter s rozsahom do 50 mA má odpor 0,2 Ω. Aký bočník treba pripojiť k ampérmetru, ak ním chceme merať prúdy do 1 A?



Obr. 9-17



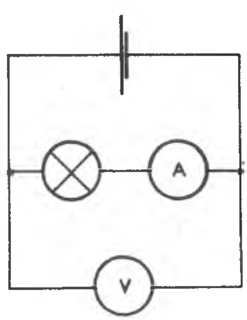
Obr. 9-18

595. Ako možno pomocou dvoch rovnakých ampérmetrov merať prúd, ktorý je väčší ako rozsah každého z nich?

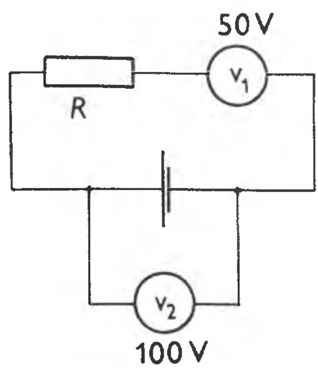
596. Potrebujete zmerať napätie väčšie ako 600 V. Máte na to dva rovnaké voltmetre s meracím rozsahom do 600 V. Ako si poradíte?

597. Žiak pri zapájaní obvodu podľa schémy na obr. 9-18 omylom zapojil namiesto voltmetra ampérmeter a naopak. Čo sa stane s meracími prístrojmi? Čo by sa stalo s meracími prístrojmi pri podobnom omyle pri zapojení podľa obr. 9-19?

* **598.** Voltmeter spájame so spotrebičom paralelne, ampérmeter sériovo. Zamyslime sa nad zapojením znázorneným na obr. 9-20.



Obr. 9-19



Obr. 9-20

Voltmeter je spojený sériovo s rezistorom s odporom R a so zdrojom. Údaj na tomto voltmetri je 50 V. Na voltmetri pripojenom na svorky batérie je údaj 100 V. Obidva voltmetre majú vnútorný odpor 1 MΩ. Určte odpor R rezistora. Na aké účely by sa zapojenie podľa obr. 9-20 dalo využiť?

599. Elektrickým varičom pripojeným na sieť s napätím 220 V prechádza prúd 3 A. Aký je príkon variča? Akú spotrebu elektrickej energie zaznamená elektromer, ak varič bol zapnutý na sieť dve hodiny?

600. Ako dlho bude svietiť žiarovka pripojená na nabitý akumulátor s napätím 12 V a s kapacitou 80 A . h, ak príkon žiarovky je 40 W? Vnútorný odpor zdroja je zanedbateľne malý.

601. Vedeli by ste doma určiť odpor výhrevného telesa len z údajov elektromeru? Vysvetlite.

602. Aký prúd prechádza malým ponorným varičom s údajmi 220 V a 500 W po jeho pripojení na sieť s napätím 220 V? Za aký čas zohreje tento varič vodu s hmotnosťou 1 kg z teploty 10 °C na teplotu varu (100 °C)? O stratách tepla do okolia neuvažujte. Čo sa stane so špirálou ponorného variča, ak ju vytiahneme z vody skôr, ako varič odpojíme zo siete?

603. Žiarovkou vreckového lampáša a žiarovkou pripojenou na sieť prechádza približne rovnaký prúd. Prečo tieto žiarovky uvoľňujú za rovnaký čas rôzne teplo?

604. Elektrický vankúš zapojený na najnižší stupeň vyhrievania má pri pripojení na sieť s napätím 220 V príkon 15 W. Aký je odpor vankúša? Aký prúd ním prechádza? Koľko elektrickej energie vankúš spotrebuje za 10 h prevádzky? Vyjadrite túto hodnotu v korunách, ak viete, že poplatok za 1 kW . h je 1 Kčs. Porovnajte náklady a spotrebovanú energiu vankúša a elektrického žiariča s výkonom 1 kW.

605. Za aký čas sa v elektrickom prietokovom ohrievači zohreje voda z vodovodu s teplotou 10 °C na teplotu 80 °C? Ohrievač má objem 120 l, takže sa v ňom zohrieva voda s hmotnosťou 120 kg. Výkon výhrevného telieska ohrievača je 2 kW. Koľko Kčs stojí jedno zohriatie, keď poplatok za 1 kW . h je 1 Kčs?

606. Koľko by stálo elektrické zohriatie vody z teploty 14 °C na teplotu 30 °C v bazéne, ktorý má vnútorné rozmery 25 m, 10 m, 2 m a je až po okraj naplnený vodou? Hustota vody je $1{,}0 \,.\, 10^3\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$. Predpokladáme, že straty tepla do okolia sú malé. Poplatok za 1 kW . h je 1 Kčs.

607. Pri odchode z domu ste zabudli vypnúť 100 W žiarovku. Zbytočne svietila 24 h. Koľko elektrickej energie spotrebovala? Určte hmotnosť vody, ktorá by sa s využitím tejto energie dala vyčerpať čerpadlom do výšky 10 m. Predpokladajte, že účinnosť čerpadla je 100%.

*** 608.** Vedeli by ste odmerať mernú tepelnú kapacitu vzduchu pri konštantnom tlaku elektrickým sušičom na vlasy? Príkon výhrevnej špirály je uvedený na sušiči.

609. Elektrický prietokový ohrievač vody na sieť (220 V) zohreje za minútu jeden liter vody z vodovodu s teplotou 14 °C na teplotu 80 °C. Aký je príkon a elektrický odpor výhrevnej špirály ohrievača? Merná tepelná kapacita vody je $4\,186\,\mathrm{J\,.\,kg^{-1}\,.\,K^{-1}}$.

Riešenie

$U = 220\,\mathrm{V}$, $\tau = 1\,\mathrm{min} = 60\,\mathrm{s}$, $m = 1\,\mathrm{kg}$, $t_0 = 14\,°\mathrm{C}$, $t = 80\,°\mathrm{C}$, $c = 4\,186\,\mathrm{J\,.\,kg^{-1}\,.\,K^{-1}}$; $P = ?$ $R = ?$

Za čas τ pretečie prietokovým ohrievačom voda s hmotnosťou m, na zohriatie ktorej sa spotrebuje teplo

$$Q = cm(t - t_0)$$

Toto teplo sa rovná elektrickej práci vykonanej prúdom za rovnaký čas, takže možno písať

$$Q = W = P\tau$$

kde P je príkon ohrievača.
Porovnaním dostaneme

$$P\tau = cm(t - t_0)$$

odkiaľ

$$P = \frac{cm(t - t_0)}{\tau}$$

$$P = \frac{4\,186 \, . \, 1\,(80 - 14)}{60}\,\mathrm{W} = 4{,}6\,\mathrm{kW}$$

Elektrický odpor ohrievača zistíme na základe vzťahov

$$R = \frac{U}{I}; \qquad P = U\,I$$

z ktorých

$$R = \frac{U^2}{P}$$

$$R = \frac{220^2}{4\,600}\,\Omega = 10{,}5\,\Omega$$

Výhrevná špirála má mať príkon 4,6 kW a odpor 10,5 Ω.

10. ELEKTRICKÝ PRÚD V POLOVODIČOCH

Polovodiče sú látky, ktorých merný elektrický odpor so zvyšovaním teploty sa rýchlo zmenšuje.

Polovodiče rozdeľujeme na vlastné a nevlastné. Vo vlastných polovodičoch je elektrická vodivosť sprostredkovaná jednak voľnými elektrónmi, jednak dierami. Vo vlastných polovodičoch je hustota voľných elektrónov a dier rovnaká. So zvyšovaním teploty sa rýchlo zväčšuje.

Nevlastné, čiže prímesové polovodiče sa rozdeľujú na polovodiče typu N s elektrónovou vodivosťou a na polovodiče typu P s dierovou vodivosťou. Na rozhraní dvoch polovodičov s rozličným typom vodivosti sa utvára prechod PN, ktorý má usmerňujúce vlastnosti. To sa využíva pri polovodičovej dióde, ktorá môže byť zapojená v priepustnom alebo závernom smere.

Graf závislosti elektrického prúdu prechádzajúceho polovodičovou diódou od napätia na dióde sa nazýva voltampérová charakteristika polovodičovej diódy.

Tranzistor je polovodičová súčiastka s dvoma prechodmi PN spojenými za sebou. Používa sa na zosilňovanie elektrického signálu. Môže byť typu PNP alebo NPN. Skladá sa z emitora, kolektora a bázy, podľa toho sú prívody emitorový E, kolektorový C a bázový B. Medzi prúdmi, ktoré prechádzajú jednotlivými oblasťami, platí vzťah

$$I_E = I_C + I_B$$

Dôležitým parametrom tranzistora je prúdový zosilňovací činiteľ. Pri zapojení so spoločným emitorom je definovaný vzťahom

$$\beta = \left(\frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}\right)_{U_{CE}}$$

kde ΔI_C je zmena kolektorového prúdu vyvolaná zmenou ΔI_B bázového prúdu pri konštantnom napätí U_{EC} medzi kolektorom a emitorom.

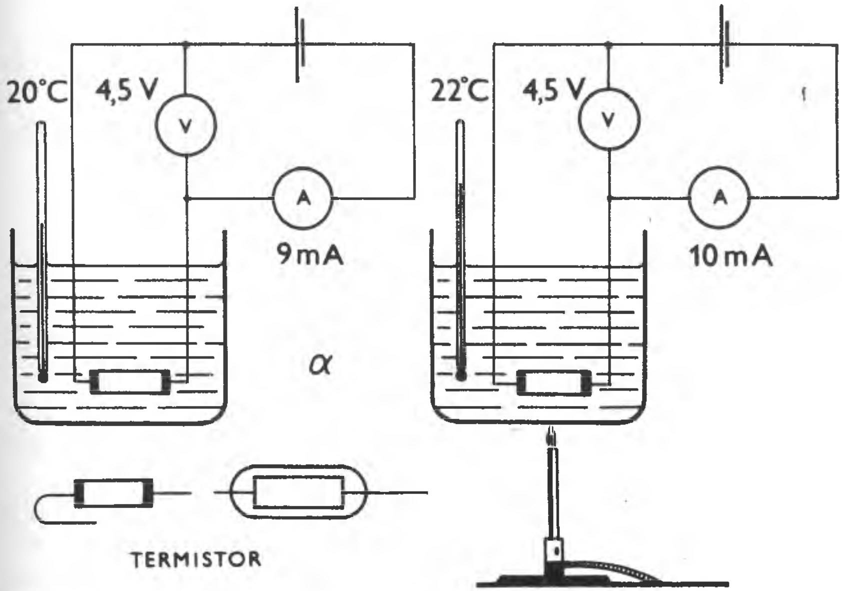
Úlohy

610. Merný elektrický odpor polovodičov a kovov závisí od teploty. Povedzte, ako.

611. Na akom princípe pracuje termistor?

612. Dal by sa termistor využiť v zariadení na hlásenie požiaru?

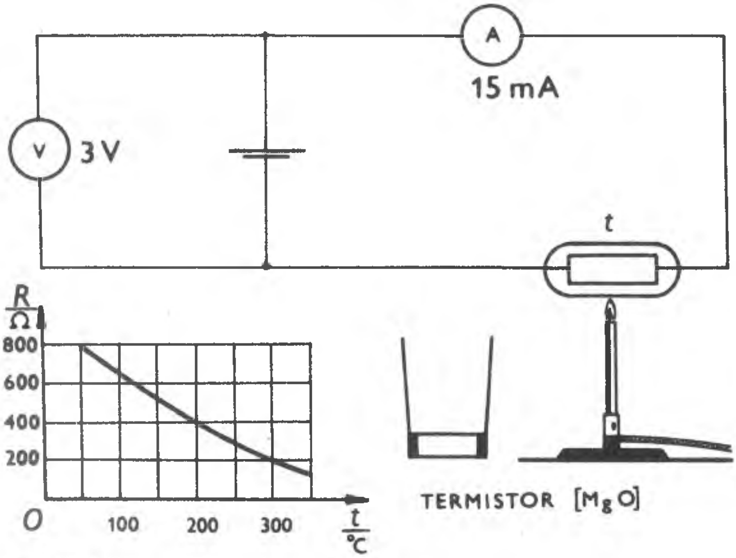
613. Na obr. 10-1 je znázornený termistor ponorený do oleja a zapojený do elektrického obvodu. Napätie na termistore má stálu hodnotu 4,5 V. Pri teplote 20 °C prechádza termistorom prúd 9 mA, ktorý po zohriatí termistora na teplotu 22 °C sa zväčší na 10 mA.



Obr. 10-1

Aký je odpor termistora pri uvedených dvoch teplotách? Určte strednú hodnotu teplotného súčiniteľa odporu polovodiča, z ktorého je termistor zhotovený, v teplotnom intervale 20 °C až 22 °C. Výsledok porovnajte s teplotným súčiniteľom odporu kovov.

614. Termistor, zapojený do elektrického obvodu podľa obr. 10-2, zohrievame plameňom plynového kahana. Akú teplotu má ter-



Obr. 10-2

mistor, keď údaj na voltmetri je 3 V a na ampérmetri 15 mA? Graf na obrázku znázorňuje závislosť odporu termistora od teploty.

615. Čo je príčinou vzniku dvojice voľný elektrón — diera?

616. Pri nezmenených vonkajších podmienkach zostáva hustota voľných elektrónov a dier v polovodiči konštantná, hoci vznik dvojíc voľný elektrón — diera pokračuje. Vysvetlite.

-617. Energia potrebná na vznik voľných elektrónov v germániu je $1{,}12 \cdot 10^{-19}$ J a v kremíku $1{,}76 \cdot 10^{-19}$ J. V ktorom z uvedených polovodičov bude pri rovnakej teplote väčšia hustota vlastných vodivostných elektrónov?

618. V elektronickej praxi sa germánium považuje za čisté, ak na miliardu atómov Ge pripadá v priemere nanajvýš jeden atóm nečistoty. Určte hmotnosť úplne čistého germánia, ktoré by sa dalo znečistiť jedným gramom železa. Relatívna atómová hmotnosť germánia je 72,6, železa 55,95.

619. Pri teplote 20 °C je hustota voľných elektrónov v čistom germániu $2{,}3 \cdot 10^{19}\,\mathrm{m^{-3}}$. Koľko atómov germánia pripadá na jeden voľný elektrón? Aká je hustota dier za tých istých podmienok? Hustota germánia je 5,3 . 10^3 kg . m^{-3}, jeho relatívna atómová hmotnosť 72,6.

620. Polovodičová vzorka vybrúsená z monokryštálu čistého kremíka má tvar kvádra s dĺžkou 5 mm a s obsahom podstavy 4 mm^2. Na dvoch protiľahlých podstavách s obsahom 4 mm^2 sú utvorené kovové kontakty — podstavy sú pokovované. Ak medzi kontakty pripojíme napätie 4,5 V, prechádza vzorkou pri teplote 20 °C prúd 1,2 mA. Po zohriatí vzorky na teplotu 300 °C sa prúd zväčší na 2,16 mA. Aký je merný elektrický odpor kremíka pri teplotách 20 °C a 300 °C?

621. Ako možno v prímesovom polovodiči zväčšiť hustotu menšinových (minoritných) voľných častíc s nábojom?

622. Môže nastať rekombinácia medzi dvoma väčšinovými (majoritnými) voľnými časticami s nábojom?

623. Nepatrné množstvo prímesi pridané do polovodiča môže podstatne zmeniť jeho elektrický merný odpor. Prečo ďalšie zväčšovanie množstva prímesi nemá väčšinou badateľný vplyv na merný odpor kovov?

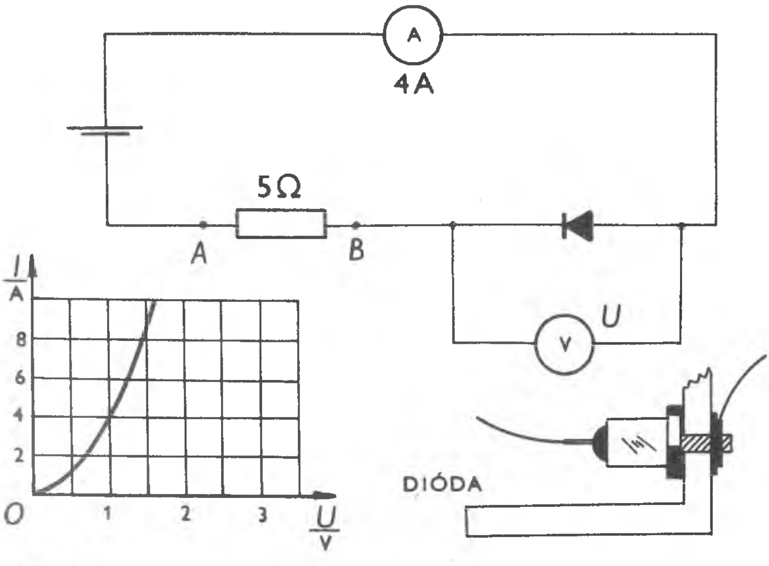
624. Na uvoľnenie valenčného aj prímesového (donorového) elektrónu treba vykonať istú prácu. V ktorom prípade je táto práca väčšia?

625. Ktorá vodivosť (vlastná alebo prímesová) bude prevládať v prímesovom polovodiči pri nízkych a ktorá pri vysokých teplotách?

626. Vzorka prímesového kremíka tvaru kocky s hranou 1 cm obsahuje 10^{14} atómov fosforu. Dve protiľahlé steny kocky sú pokovované. Na nich je utvorený tzv. ohmický (neusmerňujúci) kontakt. Ak prostredníctvom kontaktov pripojíme na vzorku napätie 4,5 V, prechádza vzorkou prúd 108 mA. Určte hustotu voľných elektrónov vo vzorke pri izbovej teplote. Hustota dier je pri tejto teplote zanedbateľne malá. Aký je pri daných podmienkach merný odpor vzorky? Koľko atómov kremíka pripadá na jeden atóm fosforu? Hustota atómov kremíka v kryštáli je 5,0 . 10^{28} m^{-3}.

627. V uzavretej nepriehľadnej škatuľke je polovodičová dióda a rezistor. Konce diódy a rezistora sú pripojené na svorky na škatuľke. Ako zistíte, ktoré svorky patria dióde a ktoré rezistoru?

628. Na obr. 10-3 je znázornená polovodičová dióda zapojená do elektrického obvodu v priepustnom smere. Aký údaj je na voltmetri, ak prúd, ktorý prechádza diódou, má hodnotu 4 A? Určte



Obr. 10-3

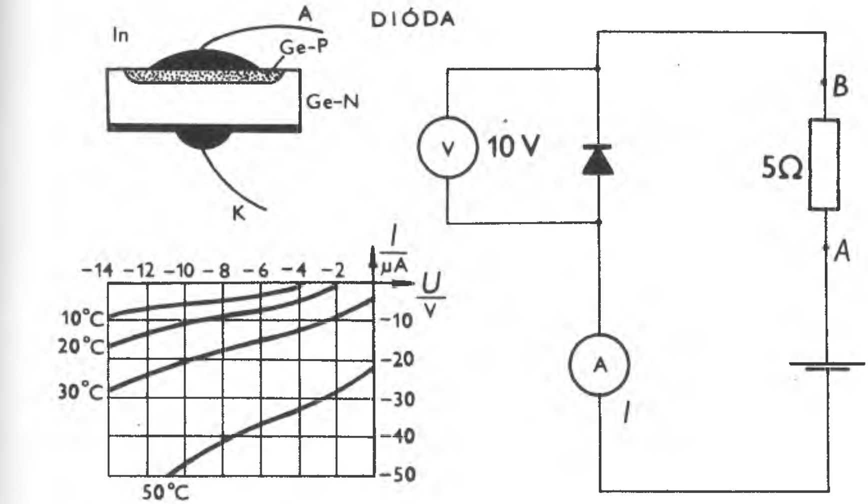
napätie medzi bodmi A, B (t.j. napätie na rezistore) a svorkové napätie batérie. Pri akom napätí na dióde bude ňou prechádzať prúd 8 A? Graf na obrázku znázorňuje voltampérovú charakteristiku diódy zapojenej v priepustnom smere.

629. Prečo sa usmerňovacie vlastnosti polovodičovej diódy so zvyšujúcou teplotou zhoršujú?

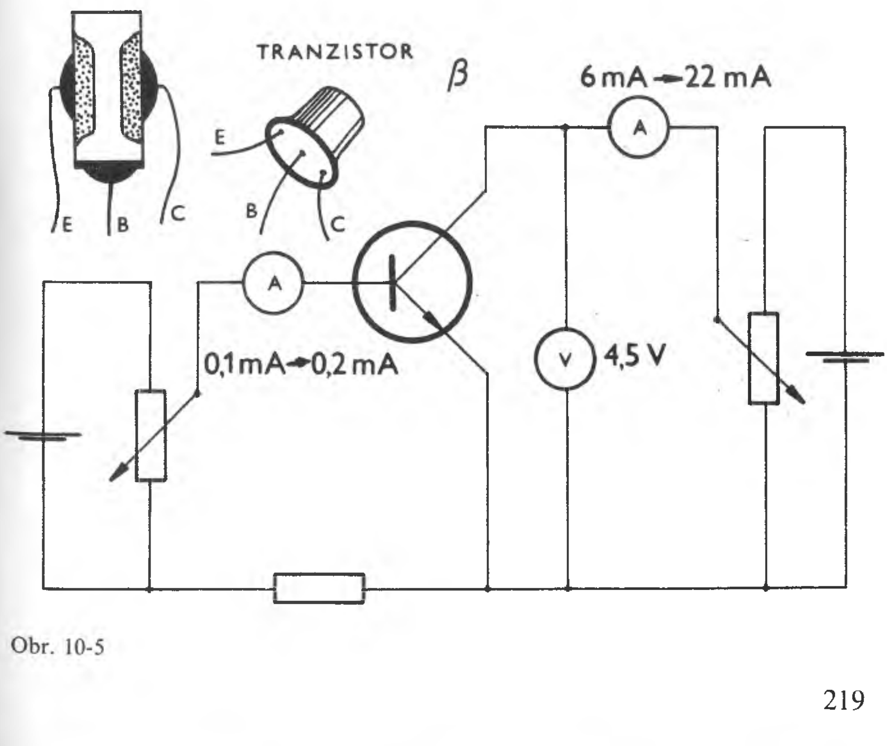
630. Kremíkové diódy môžu pracovať pri vyšších teplotách ako germániové. S čím to súvisí?

631. Na polovodičovú diódu, zapojenú do elektrického obvodu v závernom smere (obr. 10-4), je pripojené napätie 10 V. Aký prúd prechádza diódou pri teplotách 10 °C, 20 °C, 30 °C a 50 °C? Grafické závislosti na obr. 10-4 sú voltampérové charakteristiky diódy zapojenej do elektrického obvodu v závernom smere pri rôznych teplotách. Aké napätie bude na rezistore s odporom 5 Ω pri teplote 20 °C?

632. Na obr. 10-5 je znázornené elektrické zapojenie na meranie prevodnej charakteristiky tranzistora. Kolektorový prúd I_C závisí od bázového prúdu I_B pri konštantnom napätí U_{CE} medzi kolektorom a emitorom. Zmenu bázového prúdu dosahujeme potencio-



Obr. 10-4



Obr. 10-5

metrom v bázovom obvode. Z obrázka vyplýva, že ak bázový prúd zmeníme z hodnoty 0,1 mA na 0,2 mA, zmení sa kolektorový prúd z hodnoty 6 mA na hodnotu 22 mA. Kolektorové napätie musí mať pritom rovnakú hodnotu 4,5 V. Možno ho doregulovať potenciometrom na strane kolektora. Aké zapojenie tranzistora je na obrázku? Je to tranzistor typu PNP alebo NPN? Určte prúdový zosilňovací činiteľ tranzistora pre dané zapojenie pri $U_{CE} = 4{,}5\,\mathrm{V}$.

Riešenie

$I_{B1} = 0{,}1\,\mathrm{mA}$, $I_{C1} = 6\,\mathrm{mA}$, $I_{B2} = 0{,}2\,\mathrm{mA}$, $I_{C2} = 22\,\mathrm{mA}$,
$U_{CE} = 4{,}5\,\mathrm{V}$; $\beta = ?$

Podľa obr. 10-5 je emitor spoločný aj pre bázový, aj pre kolektorový obvod. Ide teda o zapojenie so spoločným emitorom.

Šípka na schematickej značke tranzistora ukazuje, že emitorový prúd má smer od bázy von, takže elektróny musia prechádzať z emitora do bázy. Emitor teda injektuje do bázy elektróny; má vodivosť typu N. Ide o tranzistor typu NPN.

Prúdový zosilňovací činiteľ tranzistora so spoločným emitorom určíme zo vzťahu

$$\beta = \left(\frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}\right)_{U_{CE}} = \text{konšt.}$$

V našom prípade

$$\Delta I_B = I_{B2} - I_{B1} = 0{,}1\,\mathrm{mA}$$
$$\Delta I_C = I_{C2} - I_{C1} = 16\,\mathrm{mA}$$
$$U_{CE} = 4{,}5\,\mathrm{V}$$

Pre β dostaneme

$$\beta = \frac{16}{0{,}1} = 160$$

V našej úlohe ide o tranzistor typu NPN v zapojení so spoločným emitorom. Prúdový zosilňovací činiteľ tranzistora pri napätí 4,5 V medzi kolektorom a emitorom je 160.

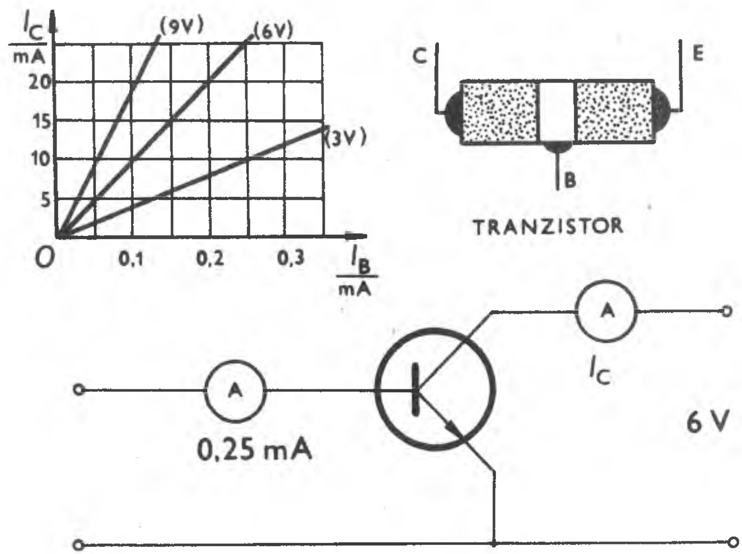
633. Prečo býva hustota prímesí v emitore oveľa väčšia ako v báze?

634. Čo môže spôsobiť prepólovanie zdroja v kolektorovom obvode tranzistora?

635. Mohol by sa tranzistor použiť namiesto diódy (ako usmerňovač)? Odôvodnite.

636. Prečo máva tranzistor nepriesvitné puzdro?

637. Na obr. 10-6 je znázornený tranzistor v zapojení so spoločným emitorom. Bázový prúd má stálu hodnotu 0,25 mA. Určte veľkosť kolektorového a emitorového prúdu pri napätí 6 V medzi kolektorom a emitorom. Aký je vtedy prúdový zosilňovací činiteľ tranzistora? Na obrázku sú prevodné charakteristiky tranzistora, t.j. závislosti kolektorového prúdu od bázového, pre niekoľko hodnôt napätia medzi kolektorom a emitorom (3 V, 6 V, 9 V). Určte veľkosť kolektorového prúdu, ak napätie medzi kolektorom a emitorom zmenšíme na 3 V.



Obr. 10-6

11. ELEKTRICKÝ PRÚD V ELEKTROLYTOCH

Kvapaliny, ktoré vedú elektrický prúd, nazývajú sa elektrolyty. Vodivosť elektrolytov podmieňujú ióny. Keď do elektrolytu vložíme dve elektródy pripojené na zdroj jednosmerného napätia, vznikne usporiadaný pohyb iónov (záporných k anóde, kladných ku katóde) — elektrický prúd.

Dej, pri ktorom prechodom elektrického prúdu elektrolytom nastávajú látkové zmeny, nazýva sa elektrolýza. Pre elektrolýzu platia Faradayove zákony.

1. Faradayov zákon: Hmotnosti látok vylúčených na elektródach sú priamo úmerné celkovému elektrickému náboju, ktorý preniesli ióny pri elektrolýze

$$m = AQ = AI\Delta t$$

Konštanta A sa nazýva elektrochemický ekvivalent látky

$$A = \frac{1}{F}\frac{M_m}{v}$$

Hodnoty A sú pre niektoré látky uvedené v MFChT; Faradayova konštanta $F \doteq 9{,}652 \,.\, 10^4\,\mathrm{C\,.\,mol^{-1}}$, M_m je molová hmotnosť a v prirodzený násobok elementárneho náboja.

2. Faradayov zákon: Hmotnosti rozličných prvkov (alebo radikálov) vylúčených pri elektrolýze tým istým nábojom sú chemicky ekvivalentné, pričom

$$m \sim \frac{M_m}{v}$$

Hmotnosť m vylúčenej látky určíme zo spoločného vyjadrenia oboch Faradayových zákonov

$$m = \frac{M_m}{v}\frac{1}{F}Q = \frac{1}{F}\frac{M_m}{v}I\Delta t$$

Úlohy

638. Prečo sa pri elektrolýze kovy a vodík vylučujú vždy na katóde?

639. Elektrický prúd 1 A prechádza elektrolytom, pričom každú sekundu kladné ióny prenášajú kladný náboj s veľkosťou 0,5 C. Akému náboju zodpovedá hmotnosť látky vylúčenej za 1 s na elektródach?

640. Určte hmotnosť striebra, ktoré sa vylúči prúdom 1 A za 2 h z roztoku $AgNO_3$ ($A_{Ag} = 1{,}118 \cdot 10^{-6}\,kg \cdot C^{-1}$).

641. Akým prúdom by sa vylúčil z elektrolytu chróm ($v = 3$) s hmotnosťou 3,24 g za 1 h? ($A_{Cr} = 0{,}18 \cdot 10^{-6}\,kg \cdot C^{-1}$).

642. Pri elektrolýze modrej skalice ($CuSO_4$) sa na katóde za 2 h vylúči meď s hmotnosťou 9,504 g. Ampérmeter zapojený do obvodu ukazoval prúd 4,1 A. Bol tento údaj správny? Ak nie, určte chybu.

643. Za koľko sekúnd sa vylúči z roztoku $CuSO_4$ meď s hmotnosťou 1,778 g prúdom 3 A? ($A_{Cu} = 0{,}33 \cdot 10^{-6}\,kg \cdot C^{-1}$).

644. Vypočítajte hmotnosť kyslíka a vodíka, ktoré sa pri elektrolýze vylúčia z roztoku H_2SO_4 prúdom 1 A za 5 minút.

645. Určte hmotnosť hliníka ($v = 3$), ktorý sa vyrobí elektrolyticky za deň v elektrolytickej vani, ak roztokom prechádza prúd 12,4 kA

646. Roztokom $CuSO_4$ prechádza prúd 1 A. Koľko atómov medi sa vylúči na katóde za 1 s?

Riešenie

$I = 1\,A$, $\Delta t = 1\,s$; $N = ?$

Meď s látkovým množstvom 1 mol má hmotnosť M_m a obsahuje toľko atómov, aká je číselná hodnota Avogadrovej konštanty N_A. Ak sa pri elektrolýze vylúči meď s hmotnosťou m, a táto meď obsahuje N atómov, platí $N_A : M_m = N : m$, odkiaľ $m = \frac{N M_m}{N_A}$. Po dosadení do Faradayovho zákona pre elektrolýzu

$$m = \frac{N M_m}{N_A} = \frac{1}{F}\frac{M_m}{v} I \Delta t$$

dostaneme

$$N = \frac{N_A}{F}\frac{I\Delta t}{v} = \frac{6{,}022 \,.\, 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}}{9{,}652 \,.\, 10^{4}\,\mathrm{C\,.\,mol^{-1}}}\frac{1\,.\,1}{2} = 3{,}1 \,.\, 10^{18}$$

Na katóde sa za 1 s vylúči $3{,}1 \,.\, 10^{18}$ atómov medi.

647. Aby sme určili elektrochemický ekvivalent medi, nechali sme roztokom $CuSO_4$ prechádzať 25 minút prúd 0,60 A. Hmotnosť vylúčenej medi sa určila vážením katódy pred pokusom a po ňom a bola 0,29 g. Aká bola hodnota elektrochemického ekvivalentu?

648. Cez rôzne kúpele s roztokom $CuSO_4$ prechádza elektrický prúd. Druhý kúpeľ je dvakrát taký dlhý ako prvý, v treťom sa roztok zohrieva, vo štvrtom kúpeli je nasýtený roztok $CuSO_4$. Na katóde prvého kúpeľa sa vylúčili 2 g medi. Určte hmotnosť medi v gramoch, ktorá sa vylúčila na ostatných katódach, keď všetky sú spojené sériovo.

649. Určte pomer hmotností vodíka a kyslíka, ktoré sa za normálnych podmienok vylúčia pri elektrolýze vody.

650. Porovnajte objemy vodíka a kyslíka, ktoré sa vylúčia pri elektrolýze vody.

Riešenie

Vodík a kyslík sú plyny tvorené dvojatómovými molekulami, pri molovej hmotnosti M_m zaujímajú pri normálnych podmienkach rovnaký molový objem $V_m \doteq 22{,}4 \,.\, 10^{-3}\,\mathrm{m^3\,.\,mol^{-1}}$. Pre objem V plynu s hmotnosťou m platí

$$V = \frac{m}{M_m} V_m$$

a pre pomer objemov vylúčeného vodíka a kyslíka po úprave dostaneme

$$\frac{V_H}{V_0} = \frac{m_H}{M_{m_H}}\frac{M_{m_0}}{m_0} = \frac{A_H}{A_0}\frac{M_{m_0}}{M_{m_H}} = \frac{M_{m_H}}{v_H}\frac{v_0}{M_{m_0}}\frac{M_{m_0}}{M_{m_H}} = \frac{2}{1}$$

Pri elektrolýze vody sa vylúčia objemy kyslíka a vodíka v pomere 2 : 1.

651. Ako dlho môže prebiehať elektrolýza roztoku $CuSO_4$, keď elektródy sú a) medené, b) uhlíkové?

652. Na ktorej elektróde elektrolytického kondenzátora sa utvorí tenká vrstva oxidu hlinitého (Al_2O_3)?

653. Pri zinkovaní súčiastok sa spotrebovala elektrická energia 10 kW . h. Určte hmotnosť vylúčeného zinku, ak napätie na elektródach bolo 4 V.

654. Pri elektrolýze síranu zinočnatého ($ZnSO_4$) sa za 1 h vylúčil zinok s hmotnosťou 2,45 g. Určte elektrický odpor roztoku v elektrolytickej nádobe, ak napätie na elektródach bolo 6 V.

655. Obsah plochy medenej elektródy ponorenej do roztoku $CuSO_4$ je 25 cm^2 a elektróda sa používa ako katóda. Pri elektrolýze prechádzal roztokom prúd 0,4 A a hmotnosť elektródy sa zväčšila o 132 mg. Určte a) ako dlho prebiehala elektrolýza, b) akú hrúbku má vrstva medi vylúčenej na katóde ($\varrho_{Cu} = 8\,600\ \mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$).

656. Dve elektrolytické nádoby s roztokmi $AgNO_3$ a $CuSO_4$ sú sériovo spojené. Určte hmotnosť medi, ktorá sa pri elektrolýze vylúči za čas, za ktorý sa v druhej nádobe vylúčilo striebro s hmotnosťou 180 g.

657. V praxi sa polarita svoriek dynama určuje často tak, že vodiče pripojené k dynamu sa ponoria do pohára s vodou, pričom sa sleduje, pri ktorom z vodičov sa uvoľňuje viac plynu. Ako možno podľa toho určiť, ktorý z pólov dynama je záporný?

658. Pred nabíjaním akumulátora sa zistilo, že hladina elektrolytu v ňom je pod normálom. Čo treba urobiť — doliať hotový elektrolyt alebo destilovanú vodu?

12. ELEKTRICKÝ PRÚD V PLYNOCH A VO VÁKUU

Elektrický prúd v plynoch (výboj) je usporiadaný pohyb voľných iónov a elektrónov. Elektrický prúd vedie iba ionizovaný plyn. Najmenšia energia potrebná na ionizáciu plynu sa nazýva ionizačná energia, pre ktorú platí

$$E_i = \frac{1}{2}mv^2 = eE\lambda$$

kde m je hmotnosť nabitej častice, v jej rýchlosť, e náboj častice, E veľkosť intenzity elektrického poľa a λ stredná voľná dráha častice.

S ionizáciou plynu prebieha súčasne opačný proces — vznik neutrálnych molekúl z dvojíc opačne nabitých častíc — rekombinácia.

Výboj v plynoch je buď samostatný — trvá aj po odstránení ionizátora (tlejivý, oblúkový, iskrový, koróna), alebo nesamostatný — po odstránení ionizátora zaniká.

Graf závislosti prúdu od napätia medzi elektródami vloženými do plynu sa nazýva voltampérová charakteristika výboja.

Tok elektrónov z katódy vo vákuovej trubici nazývame katódové žiarenie. Rýchlosť pohybu elektrónov vo vákuovej trubici vypočítame zo vzťahu

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}$$

kde U je napätie medzi anódou a katódou, e je náboj elektrónu a m_e jeho hmotnosť.

Uvoľňovanie elektrónov z povrchu pevných alebo kvapalných telies pri vysokej teplote sa nazýva termoemisia.

Úlohy

659. Čím sa ionizácia plynov odlišuje od disociácie elektrolytov?

660. Prečo sa počet iónov v plyne za stálej prítomnosti ionizátora zvyšuje len po istú hodnotu?

661. Atómy ktorého prvku sa ľahšie ionizujú — lítia alebo hélia? Vysvetlite.

662. V plyne majú jednotlivé ióny rôzne stredné voľné dráhy. Ktoré z nich majú väčší účinok pri ionizácii nárazom?

663. Pri pohybe elektrónov od katódy k anóde sa zväčšuje ich kinetická energia. Vysvetlite. Ako sa mení kinetická energia elektrónov pri ich dopade na anódu?

664. Elektrón sa pohybuje súhlasne so smerom intenzity homogénneho elektrického poľa. Akú vzdialenosť preletí, kým sa úplne zastaví, ak má začiatočnú rýchlosť veľkosti $10^4\,\mathrm{km\,.\,s^{-1}}$ a veľkosť intenzity elektrického poľa je $300\,\mathrm{V\,.\,m^{-1}}$?

Riešenie

$v = 10^7\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, $E = 300\,\mathrm{V\,.\,m^{-1}}$; $s = ?$

Vektor začiatočnej rýchlosti elektrónu má smer súhlasný s vektorom intenzity elektrického poľa a elektrón sa bude pohybovať rovnomerne spomaleným pohybom. Proti jeho pohybu pôsobí stála sila s veľkosťou $F = eE$. Práca vykonaná touto silou pri zastavení elektrónu na dráhe s sa rovná kinetickej energii elektrónu

$$W = Fs = eEs = \frac{1}{2}mv^2$$

Odtiaľ

$$s = \frac{mv^2}{2eE} = \frac{9{,}11\,.\,10^{-31}\,.\,10^{14}}{2\,.\,1{,}602\,.\,10^{-19}\,.\,300}\,\mathrm{m} \doteq 0{,}95\,\mathrm{m}$$

Elektrón preletí vzdialenosť približne 0,95 m.

665. Ak je veľkosť intenzity elektrického poľa $3\,.\,10^6\,\mathrm{V\,.\,m^{-1}}$, nastáva vo vzduchu pri normálnom tlaku iskrový výboj. Vypočítajte kinetickú energiu elektrónu, ktorú dosiahne, ak jeho stredná voľná dráha je $5 \cdot 10^{-6}$ m.

666. Akú minimálnu rýchlosť musí mať elektrón, aby mohol ionizovať atóm ortuti, ktorého ionizačná energia je 10,38 eV?

667. Pri akom napätí sa rozsvieti neónová lampa pri ionizačnej energii 21,6 eV a strednej voľnej dráhe elektrónov 1 mm? Vzdialenosť medzi elektródami lampy je 1 cm.

668. Napätie medzi katódou a anódou, ktoré sú vo vzdialenosti 10 cm, je 300 V. Určte veľkosť rýchlosti elektrónov pri dopade na anódu, veľkosť zrýchlenia, ktoré pri pohybe získali a čas pohybu od katódy k anóde.

669. V tabuľke sú hodnoty prúdu elektrického výboja zodpovedajúce napätiu medzi elektródami.

a) Zostrojte voltampérovú charakteristiku výboja.

b) Určte, koľkokrát je rýchlosť elektrónov pri dopade na anódu pri prúde 610 mA väčšia ako pri prúde 20 mA.

$\frac{U}{\mathrm{V}}$	0	40	80	120	160	200	240	280	320	360
$\frac{I}{\mathrm{mA}}$	0	20	60	115	190	270	360	460	570	610

670. Vypočítajte výkon a prúd blesku, ak rozdiel potenciálov medzi Zemou a mrakom bol 10^8 V, energia výboja 2 800 kW . h a čas jeho trvania 10^{-3} s.

671. Čo sa stane s elektrickým oblúkovým výbojom, ak ochladíme katódu? Čo sa stane, ak ochladíme anódu?

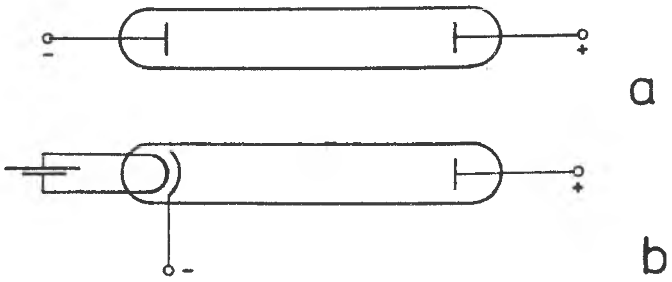
672. Akým javom vysvetľujeme prítomnosť voľných nábojov v plyne, ak v ňom vznikne oblúkový výboj pri nízkom napätí?

673. Prečo sa na elektródy sviečky vo valci spaľovacieho motora privádza vysoké napätie (až 20 000 V)?

674. Prečo možno katódové lúče pozorovať len v priestore, v ktorom je vysoké vákuum?

675. Na obr. 12-1a, b sú dva druhy trubíc, v ktorých vzniká katódové žiarenie. V trubici na obr. 12a vzniká katódové žiarenie pri vyso-

Obr. 12-1



kom napätí, v trubici na obr. 12b pri oveľa nižšom napätí. Vysvetlite.

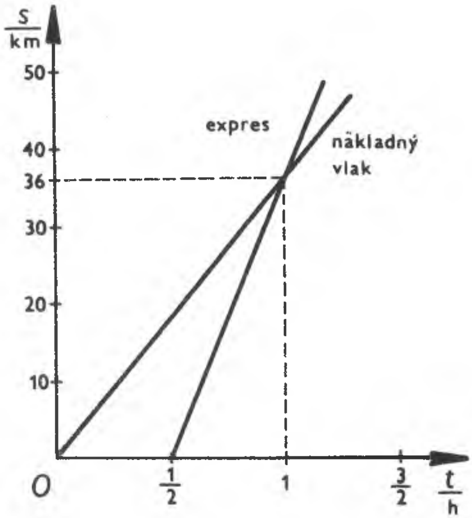
676. Pri napätí 800 V vzniká v katódovej trubici prúd 5 mA. Aké teplo sa uvoľní na anóde za 1 min, ak predpokladáme, že celá kinetická energia sa premenila na teplo?

VÝSLEDKY, RIEŠENIA, NÁVODY

1. ROČNÍK

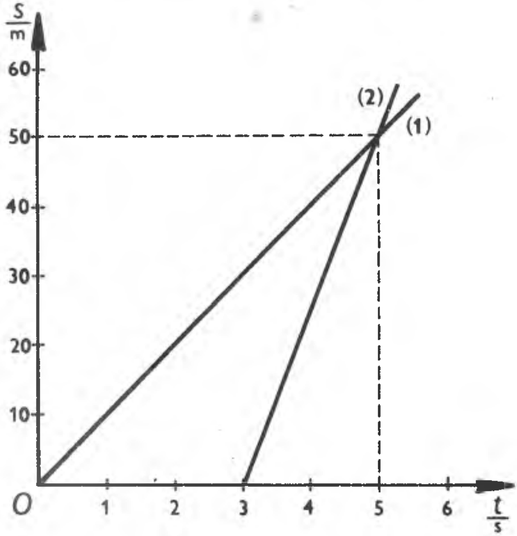
1. Kinematika hmotného bodu

1. V okolí nie je vzťažný bod **2.** a) nie, b) áno, c) áno, d) nie **3.** Os x-sedadlá, os y-rady, súradnice diváka 7, VIII. **4.** Vo vzťažnej sústave spojenej s loďou je trajektóriou kotvy časť zvislej priamky, vo vzťažnej sústave spojenej so zemou krivka **5.** a) časť kružnice, b) bod, c) špirála **6.** a) graf I: $s_1 = v_1 t, v_1 = 6\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, graf II: $s_2 = s_0 + v_2 t, s_0 = 20\,\mathrm{m}$, $v_2 = 10\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, b) grafom závislosti rýchlosti od času sú časti polpriamok rovnobežné s časovou osou, ktorých začiatočné body sú na osi rýchlosti vo vzdialenosti $v_1 = 6\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, $v_2 = 10\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$ od začiatku 0 **7.** a) 400 m, je súhlasný so smerom pohybu cyklistu v opačnom smere, b) 4400 m, c) nie **8.** a) áno, b) áno **9.** 120 cm **10.** Zložky posunutia: $d_1 = 4l$, kde l je dĺžka vozňa a d_2 uhlopriečka podlahy vozňa. Ich zložením pomocou rovnobežníka určíme výsledný vektor posunutia vzhľadom na zem. **11.** a) 6 m, b) 6 m, c) $0{,}5\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$; $0{,}5\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$ **12.** a) 7,8 m, b) 3,9 m, c) $|d_x| = 3\,\mathrm{m}$, $|d_y| = 2{,}4\,\mathrm{m}$, d) $1{,}3\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$ **13.** a) $21{,}5\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, b) $18{,}5\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$ **14.** $7{,}2\,\mathrm{km\,.\,h^{-1}}$; 400 m; 721 m **15.** a) Relatívna rýchlosť vzájomného pohybu vlakov sa rovná rozdielu veľkostí rýchlostí oboch vlakov vzhľadom na zem. Táto rýchlosť je menšia ako rýchlosť pohybu vlaku vzhľadom na nepohybujúce sa predmety. b) Ak sa vlaky pohybujú proti sebe, relatívna rýchlosť vzájomného pohybu sa rovná súčtu ich rýchlostí. Keď vlak prejde, cestujúci zistí, že rýchlosť jeho vlaku sa zmenšila. **16.** a) **17.** Automobil, lebo veľkosť jeho rýchlosti je $16{,}7\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$ **18.** Podľa rýchlosti pásu vzhľadom na steny miestnosti **19.** $9{,}62\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$; $10{,}8\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$ **21.** $8{,}82\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$; čas by sa predĺžil o 14 s **22.** $22\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$ **23.** Nie, jeho veľkosť rýchlosti bola $267\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$ **24.** Nie, ak sa objekt pohybuje menšou rýchlosťou ako $225\,\mathrm{km\,.\,h^{-1}}$ **25.** $C = [7\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}, 7\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}]$ **26.** $8{,}2\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, smer pohybu zviera so zvislým smerom uhol 14° **27.** a) b, c, b) okamžitá **28.** Môže, ale len na určitých úsekoch **29.** a) a c) okamžitá rýchlosť, b) a d) priemerná rýchlosť **30.** Vlaky sa stretnú za 1 hodinu vo vzdialenosti 36 km od stanice (obr. 1-16) **31.** a) rovnomerný, b) priesečník grafu

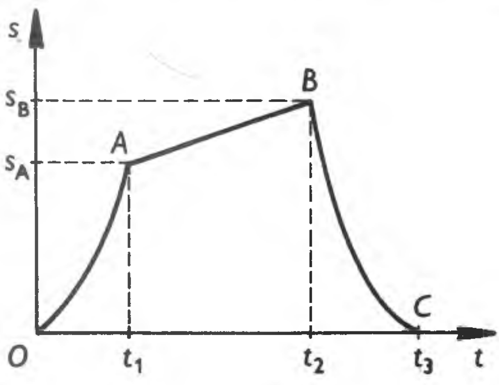


Obr. 1-16

s osou času určuje čas, v ktorom sa teleso nachádza v bode, od ktorého začíname počítať dráhu telesa, priesečník grafu s osou dráhy určuje vzdialenosť, v ktorej sa teleso nachádza v bode, od ktorého začíname počítať čas, c) časový okamih, v ktorom sú dráhy telies rovnaké, d) III. **32.** a) za 80 sekúnd, b) za 83 sekúnd **33.** Návod: pozri obr. 1-17. a) 50 m; 5 s, b) na začiatku piatej sekundy bolo prvé vozidlo pred druhým vo vzdialenosti 15 m, na konci šiestej sekundy bolo druhé vozidlo o 15 m pred prvým **34.** a) v sklone grafu, b) pretínajú os rýchlosti v rôznych vzdialenostiach od začiatku súradnicovej sústavy **35.** $v_0 = \dfrac{hv_1}{h_1 \sin \alpha + h \cos \alpha}$ **36.** $23\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$ **37.** Po rieke (bodmi ACA) je čas dlhší ako po jazere (bodmi ABA) **38.** a) rovnomerný, b) rovnomerný priamočiary, c) rovnomerne zrýchlený, d) rovnomerný **39.** a) $v = v_0 + at, s = s_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2}at^2$, b) 16 s, c) 7 s **40.** a) veľkosť zrýchlenia je $0{,}08\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$ a smer je opačný ako smer okamžitej

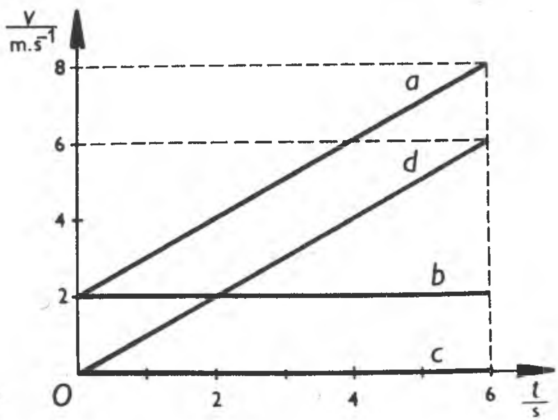


Obr. 1-17

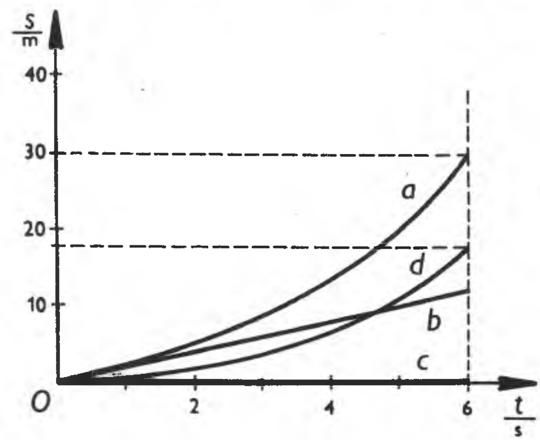


Obr. 1-18

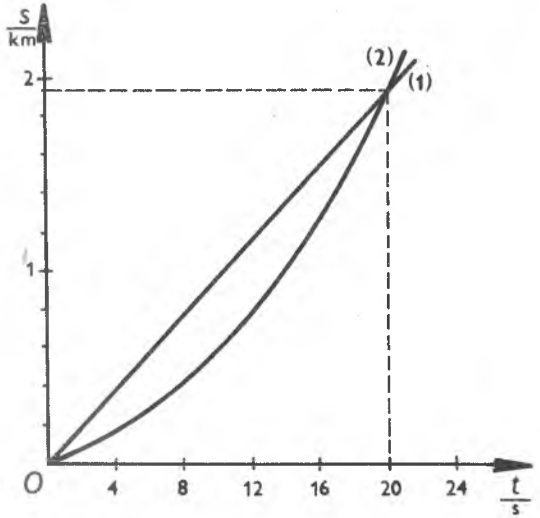
rýchlosti, b) 21,8 m . s^{-1}, c) 270 s **41.** 10 m . s^{-1} **42.** a) rovnomerne zrýchlený; $s_1 = \frac{1}{2}a_1 t$, $t \in < 0, t_1 >$, $a_1 = \frac{v_1}{t_1}$, b) v intervale AB rovnomerný; $s_2 = v_1(t - t_1) + \frac{1}{2}a_1 t_1^2$, $t \in < t_1, t_2 >$, $a_2 = 0$, v intervale BC rovnomerne spomalený; $s_3 = \frac{1}{2}a_1 t_1^2 + v_1(t_2 - t_1) - \frac{1}{2}a_3(t - t_2)^2$, $t \in < t_2, t_3 >$, $a_3 = \frac{v_1}{t_3 - t_2}$, c) obr. 1-18 **43.** Keďže $a > 0$, okamžitá rýchlosť na konci tretej sekundy je väčšia ako na jej začiatku. Ak na konci tretej sekundy je veľkosť rýchlosti $5\,m\,.\,s^{-1}$, je dráha vlaku menšia ako 5 m **44.** 33 s; 330 m **46.** 1. a, d rovnomerne zrýchlené pohyby, b rovnomerný pohyb, c pokoj 2. Graf rýchlosti sa posunie do dvojnásobnej vzdialenosti od osi času, graf dráhy bude mať dvojnásobný sklon. **47.** 0,28 m **48.** a) $v_t = 24\,m\,.\,s^{-1} - 3\,m\,.\,s^{-2}t$, b) $v_8 = 0\,m\,.\,s^{-1}$, c) $v_{12} = -12\,m\,.\,s^{-1}$ **49.** (obr. 1-20) 20 s; 1 960 m **50.** $a = \dfrac{2(n-1)s}{(n+1)t^2}$ **51.** a) $1{,}2\,m\,.\,s^{-2}$, b) $3\,m\,.\,s^{-1}$, c) 15 m **52.** 2 000 m; 200 s **53.** a) (0,04; 0,16; 0,36; 0,64; 1,00) m, b) 1 : 3 : 5 : 7 : 9 **54.**



Obr. 1-19a



Obr. 1-19b



Obr. 1-20

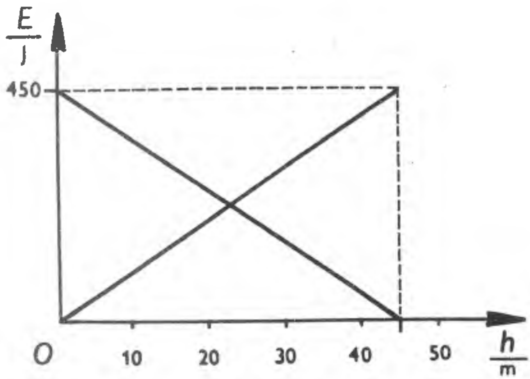
140 m . s^{-1} **56.** a) Teleso s menšou rýchlosťou zviazané s telesom s väčšou rýchlosťou ho bude brzdiť, výsledná rýchlosť nebude sa rovnať súčtu ich rýchlostí, b) ak dve telesá začnú padať súčasne z tej istej výšky, dopadnú vo vákuu súčasne **57.** 26 m **58.** 4,91 m . s^{-1}; 9,81 m . s^{-1}; 3,68 m . s^{-1}; 7,36 m . s^{-1} **59.** 0,981 m . s^{-1}; 24,5 m **60.** 6 000 m **61.** 4,08 s; 204 m **62.** 1 s **63.** 6,3 m . s^{-1} **64.** 3 s; 44,1 m **65.** 4,95 m . s^{-1} **66.** Okamžitá rýchlosť má stálu veľkosť, jej smer sa však mení. Veľkosť dostredivého zrýchlenia je stála, smer sa mení **67.** a) 288°, b) 7,5 m . s^{-1}; 25 rad . s^{-1}, c) 189 m . s^{-2} **68.** 0,16 s **69.** a) 35,5 m . s^{-2}; 71 m . s^{-2}; 106,5 m . s^{-2}; 142 m . s^{-2}; grafom je polpriamka, $a =$ $= 355{,}3\,\mathrm{s}^{-2} \cdot r$, b) 11,3 m . s^{-1} **70.** a) 470 m . s^{-1}; 0,034 m . s^{-2}, b) 230 m . s^{-1}; 0,017 m . s^{-2}.

2. Dynamika priamočiarych a krivočiarych pohybov hmotného bodu a sústav hmotných bodov

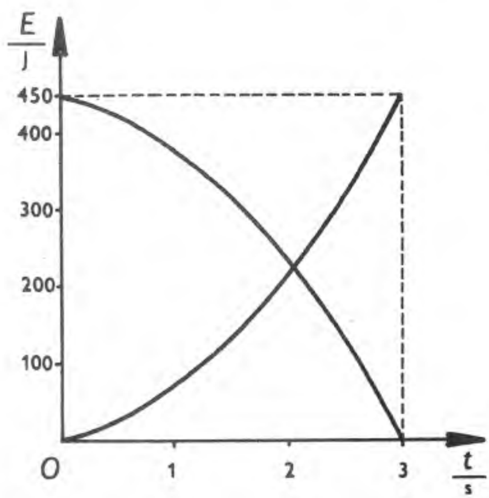
71. Stôl, stolička, kľučka na okne. Automobil v pohybe, učiteľ fyziky pohybujúci sa rovnomerne priamočiaro, krieda pri rovnomernom kreslení priamky. Rozbiehajúci sa automobil, automobil prechádzajúci zákrutou **72.** Môžeme. Sústava je inerciálna. Inerciálne sústavy: sústavy spojené so staničnou budovou, s človekom, ktorý stojí na nástupišti, s vozíkom s poštovými zásielkami, ktorý sa pohybuje rovnomerne priamočiaro. Neinerciálne sústavy: sústavy spojené s brzdiacim alebo rozbiehajúcim sa vlakom, s človekom vyskakujúcim z idúceho vlaku **76.** $F_{t1} = 6\,N$; $F_{t2} = 4\,N$ **77.** a) $1{,}8\,m \, . \, s^{-2}$; 0; $0{,}9\,m \, . \, s^{-2}$, b) 32,4 m, c) 17 700 N, 15 000 N; 13 650 N **78.** $\frac{3}{4}F_t$; $\frac{1}{2}F_t$; $\frac{1}{4}F_t$ **79.** $3\,m \, . \, s^{-2}$ **80.** a) $2\,m \, . \, s^{-2}$ smerom nahor, b) $1\,m \, . \, s^{-2}$ smerom nadol **81.** $10\,m \, . \, s^{-1}$; 2 400 N **82.** 28 000 N **83.** a) 3 000 N, b) 15 000 N, c) 60 000 N **84.** 620 N **85.** $43\,km \, . \, h^{-1}$ **87.** a) $5{,}6 \, . \, 10^{-23}\,kg \, . \, m \, . \, s^{-1}$, b) $2{,}8 \, . \, 10^{23}\,kg \, . \, m \, . \, s^{-1}$ **88.** 0,41 mm; pretože Zem má oveľa väčšiu hmotnosť ako lopta **89.** 2 000 N **90.** 0,17 **92.** 0,25 mg **93.** $1{,}6\,m \, . \, s^{-2}$, 8,4 N **94.** Návod: vyjdeme zo zákona zachovania hybnosti, $u = \frac{mv}{M + m}$ **95.** $1{,}3\,kg \, . \, m \, . \, s^{-1}$; 130 N **96.** a) približne 2 N, b) $-4{,}5\,kg \, . \, m \, . \, s^{-1}$ **97.** $v = 7{,}2\,km \, . \, h^{-1}$, $v' = 5{,}76\,km \, . \, h^{-1}$ **98.** $-12{,}5\,m \, . \, s^{-1}$; smer rýchlosti je opačný **100.** 1,35 m **101.** 20 N **102.** a) 86 200 s, b) 2,71 N **103.** 3 000 N **104.** $R \doteq 1\,560\,m$; $F' = 3F_G$ **105.** a) 120 N, b) 11°; c) 120 N **106.** $48\,km \, . \, h^{-1}$ **107.** $tg\,\alpha_1 = 0{,}75$, $\alpha_1 = 37°$; $tg\,\alpha_2 = 0{,}33$, $\alpha_2 = 19°$; v zákrute má jazdná dráha rozličný sklon (pozri obr. 2-13 v texte) **108.** a) 5 500 N, b) tlaková sila je nulová pri rýchlosti $80\,km \, . \, h^{-1}$, c) pri rýchlosti $90\,km \, . \, h^{-1}$ by sa automobil pred dosiahnutím vrcholu oblúka odpútal od vozovky a jeho pohybom v nasledujúcom krátkom okamihu by bol šikmý vrh **109.** $2{,}0\,m \, . \, s^{-1}$; $41{,}7\,m \, . \, s^{-1}$ **110.** $1{,}3 \, . \, 10^6\,N$; 45 km **111.** $h_1 = 0{,}64\,m$; $h_2 = 0{,}41\,m$; $h_5 = 0{,}11\,m$; $|\Delta \boldsymbol{p}_1| = 0{,}78\,kg \, . \, m \, . \, s^{-1}$, $|\Delta \boldsymbol{p}_2| = 0{,}64\,kg \, . \, m \, . \, s^{-1}$, $|\Delta \boldsymbol{p}_5| = 0{,}33\,kg \, . \, m \, . \, s^{-1}$ **112.** 2 700 N **113.** Odporová sila a tiažová sila; $6\,m \, . \, s^{-1}$ **114.** a) 19,8 N, b) 19,8 N, c) 20 N **115.** $5\,m \, . \, s^{-2}$, $2{,}5\,m \, . \, s^{-2}$; 15 N **116.** $\frac{7}{2}v$ **117.** $1{,}5\,m \, . \, s^{-2}$; 400 N **118.** 4 235 N; 5,3 g **119.** 18 m; 11,3° **120.** $a_1 = 1{,}04\,m \, . \, s^{-2}$, $v_1 = 21\,m \, . \, s^{-1}$; $s_1 = 210\,m$; $a_2 = 1{,}09\,m \, . \, s^{-2}$ proti smeru rýchlosti, $t_2 = 19\,s$, $s_2 = 200\,m$ **121.** Ak je pôsobiaca sila menšia ako trecia sila, $F < F_t$, sústava sa pohybuje účinkom sily F ako jedno teleso so zrýchlením $a = \frac{F}{M + m}$ = konšt.; $v = \frac{Ft}{M + m}$. Ak $F > F_t$, nastane vzájomný pohyb debny a vozíka. Na vozík pôsobí sila $F_t = Ma_1$, na debnu sila $F - F_t = ma_2$. Pri veľkých hodnotách sily F zostane vozík v pokoji.

3. Energia hmotných bodov

122. a) $0{,}25\,m\,.\,s^{-2}$, b) $3{,}9\,m\,.\,s^{-1}$, c) 2 300 J **123.** −4 800 J; 0 **124.** $58\,km\,.\,h^{-1}$ **125.** 4 600 W **126.** 7,2 MJ; 30 kW **128.** 23 min **129.** 47 m; 27 000 J **130.** 120 W **131.** 560 kW **132.** a) 22,5 MJ, b) 22,5 MJ, c) 560 m **133.** 33 J **136.** a) 29 J; 88 J; 176 J; b) 149 J; 2,4 J; 4,8 J; 64 J; 21 J; 109 J **139.** $2{,}6\,.\,10^{12}$ J **140.** 170 m **142.** 60° **143.** obr. 3-6, 3-7 **144.** $\frac{11}{13}v_0$, $\frac{117}{118}v_0$.



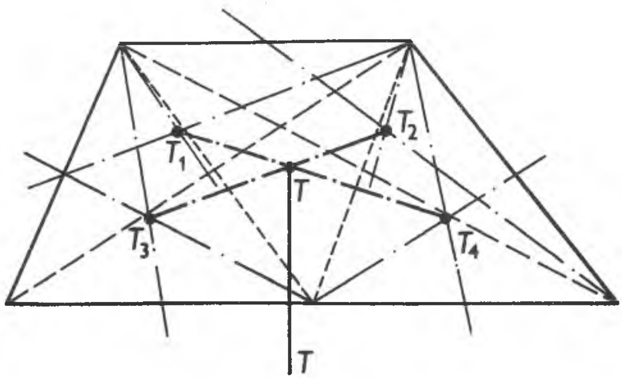
Obr. 3-6



Obr. 3-7

4. Mechanika tuhého telesa

150. 173 N **151.** 960 N **152.** Rozdeľuje vzdialenosť vektorových priamok v pomere 1 : 2 **153.** $3\frac{2}{3}$ l **154.** Ak $T_1T < T_2T$, potom podľa momentovej vety platí, že hmotnosť $m_1 > m_2$ **155.** 12,8 cm **156.** Tiažová sila pôsobí v ťažisku, platí $F_1 + F_2 + F_3 = \frac{mg}{3}$, ale súčasne $F_1 : F_{2,3} = 1 : 2$, $F_2 : F_3 = 1 : 1$ **157.** Úlohu riešime graficky. Lichobežník rozdelíme dvojako na dva trojuholníky, v ktorých polohu ťažiska poznáme, využijeme ťažnice (priamky prechádzajúce ťažiskom) — pozri obr. 4-21 **158.** Ťažisko útvaru bude od stredu štvorca vzdialené



Obr. 4-21

o $x = \frac{\pi\sqrt{2}}{4(16-\pi)}a \doteq 0{,}086\,a$. **159.** Určíme najprv ťažisko sústavy $x = \frac{m(R-r)}{M+m}$ od stredu stola. Jedna noha stola je vo vrchole A, ďalšie dve nohy na kolmici BC k spojnici AT. Ťažisko musí rozdeľovať vzdialenosť AD v pomere $AT : TD = 1 : 2$, $AT = \frac{MR + mr}{M+m}$ **160.** 24 J **161.** 0,1 J **162.** $v_2 = 4{,}5\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$; $v_1 = 5{,}5\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$ **163.** $19\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, 8 m **164.** $a = \frac{2m_2g}{2m_2 + m_1}$; $F_t = \frac{2m_2m_1g}{2m_1 + m_1}$ **165.** $a = l\frac{k_2}{k_1 + k_2} = 6\,\mathrm{cm}$ **166.** 1 470 J;

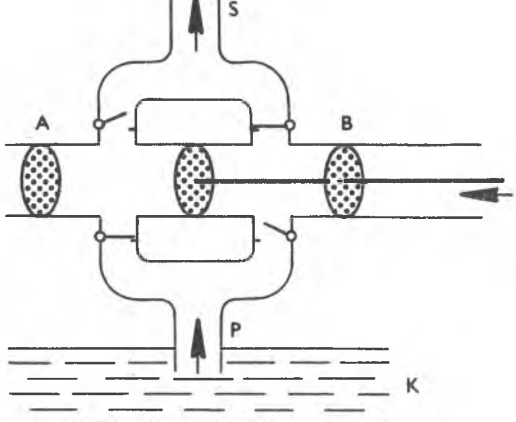
najväčšia práca sa vykoná pri prevracaní kvádra okolo hrany c; 6 100 J

167. $W = 12\,500\,\mathrm{J}$; $W' = 6\,250\,\mathrm{J}$ **168.** $W = F_p x_2 = \frac{1}{2} k\, x_2^2 = 60\,\mathrm{J}$.

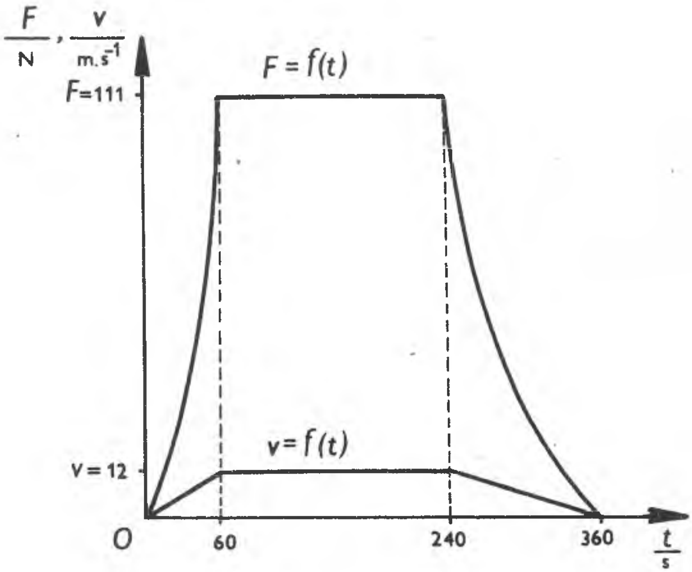
5. Mechanika kvapalín a plynov

169. 1 MPa; 20 MPa; 36 MPa **170.** a) Pri stálej h a S závisí tlaková sila od hustoty kvapaliny, c) graf nemôže prechádzať začiatkom sústavy súradníc, lebo hustota kvapaliny nie je nulová **171.** 1,4 kPa **172.** 73,6 N **173.** $\frac{S_1}{S_2} = 490$ **174.** 100,8 kPa **175.** $\Delta h = \frac{\varrho_0 V + m}{2\varrho S}$ **176.** Najmenšiu výchylku ukáže silomer vo vode, najväčšiu vo vákuu **177.** Teleso vyvážime na váhach. Potom ho ponoríme do kvapaliny, čím sa rovnováha poruší. Obnoví sa, ak pridáme na stranu telesa toľko kvapaliny, koľko jej vytlačí teleso svojím objemom **178.** Hustota valčeka $\varrho = \frac{G_2\varrho_1 - G_1\varrho_2}{G_2 - G_1}$, kde G_1 a G_2 sú tiaže telesa v jednotlivých kvapalinách **179.** a) Výška voľnej hladiny sa nezmení, b) áno, po roztopení ľadu voľná hladina klesne, pretože tiaž ľadu s olovom je väčšia, c) nie, po roztopení ľadu sa výška voľnej hladiny nezmení, pretože bublina nezostane pod hladinou **180.** nie **182.** Návod: Využite riešenie úlohy 178. Zistenú hustotu porovnajte s hustotou uvedenou v MFChT **183.** 1,58 **185.** 1,7 m^3 **186.** 28 g; 14,3 cm **187.** a) $F_{vz} = V\varrho_0(g - a)$, ϱ_0 je hustota vody, b) $F_{vz} = 0$ **188.** 73,6 kJ **189.** 74 kg **190.** obr. 5-3 **191.** Víry vznikajú na konci rozšírenej časti a tvoria oblasť zníženého tlaku, do ktorej je plameň vťahovaný **192.** Prúdiaca voda v odtoku tvorí oblasť zníženého tlaku, do ktorého je loptička vťahovaná. Ak sa odtok uzavrie, pôsobením vztlakovej sily loptička vypláva na voľnú hladinu **193.** V prúdovom tuneli vznikne podtlak **194.** Plamene sa priklonia k sebe **195.** Tlak bude väčší v prvej rúre **196.** 4,7 kg . s^{-1} **197.** 1,13 m **198.** 3,17 m . s^{-1} **200.** 70 m . s^{-1} **201.** $x = 2\sqrt{hy - y^2}$; $y_1 = \frac{1}{2}h$; $x_{max} = h$ **202.** Nádoba sa dá do pohybu, ak $f < \frac{2\varrho g h S}{G}$ **203.** Doska zväčšovala plochu, preto ak pôsobil na ňu riečny prúd, pomáhala odolať vetru. **204.** Družstvo tvorí jedno obtekané teleso. Odporovú silu prekonáva vedúci pretekár **205.** Návod: Aerodynamický tvar

Obr. 5-3



auta je najvýhodnejší, pretože pri pohybe pôsobí na auto najmenšia sila odporu a preto je aj najmenšia spotreba pohonných látok **206.** obr. 5-4 **207.** 110 m . s^{-1} **208.** 0,45 **209.** 9 cm; odporová sila sa zväčší štvornásobne.



Obr. 5-4

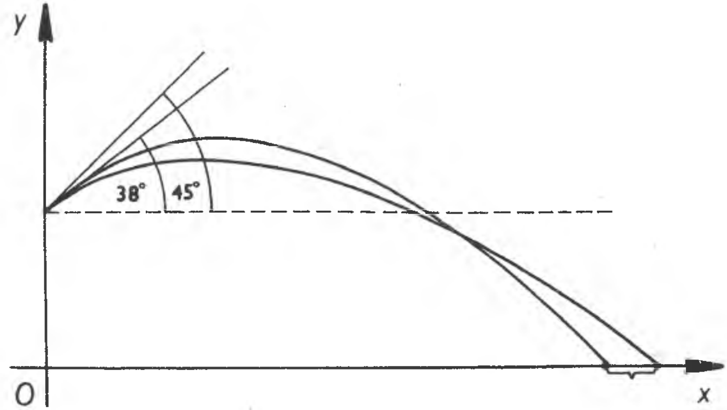
6. Gravitačné pole

213. $a_d = 0{,}002\,72\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$, $a_{g0} : a_d \doteq 3\,610 \doteq 60^2$ Newton uvážil, že gravitačná sila medzi dvoma telesami je nepriamo úmerná druhej mocnine ich vzdialenosti **214.** 0,034 N; pôsobením príťažlivej sily Mesiaca vznikajú tzv. slapové javy — príliv a odliv **215.** $F_g = 15\,900\,\mathrm{N}$; $F_d = 15\,800\,\mathrm{N}$ **216.** $K_S \doteq 28\,K_Z$; $K_V = 0{,}87\,K_Z$; $K_M = 0{,}38\,K_Z$ **217.** $M_M = 6{,}29\,.\,10^{23}\,\mathrm{kg}$; $M_M : M_Z = 0{,}105$ **219.** $3{,}3\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$; $4{,}9\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$; $4{,}36\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$; $1{,}85\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$; $0{,}002\,7\,\mathrm{m\,.\,s^{-2}}$ **220.** $4{,}0\,\mathrm{km\,.\,s^{-1}}$ (Návod: vyjdeme zo zákona zachovania mechanickej energie.) **221.** $l = \dfrac{3\Delta F}{8\pi\varkappa\varrho m} = 3{,}2\,\mathrm{m}$ **222.** $F_{t_1} > F_{t_2}$; $F_{G_1} > F_{G_2}$ **223.** Beztiažový stav nastane pri voľnom páde. Tiaž človeka sa zväčší, pri rozbiehaní kabíny smerom nahor, alebo pri brzdení smerom nadol. Tiaž sa zmenší pri rozbiehaní kabíny smerom nadol, alebo brzdení smerom nahor **224.** $3{,}3\,.\,10^{11}\,\mathrm{J}$ **225.** a) 12 750 m, b) 12 770 m; pre väčšiu rýchlosť vychádzajú hodnoty 459 km, 495 km **226.** $2{,}5\,.\,10^{-5}\,\mathrm{N}$ **227.** Na privrátenej strane Zeme priťahuje Mesiac viac vodu ako zemské teleso, na odvrátenej strane je to naopak. Preto voda vystúpi do istej výšky nad pôvodný voľný povrch vody. Tak vznikajú prílivy a následne odlivy. Keďže jav nastáva súčasne na privrátenej a odvrátenej strane Zeme, je perióda javov asi 12 h (presnejšie 12,5 h, lebo musíme rátať s tým, že počas jedného otočenia Zeme okolo osi sa Mesiac na svojej trajektórii posunie asi o 13°) **228.** Jupiter pôsobí na privrátenú a odvrátenú časť planétky inou silou. Tieto sily napínajú materiál planétky, ktorý pri prekročení istej hodnoty rozdielu pôsobiacich síl nevydrží a planétka sa roztrhne.

7. Pohyby telies v gravitačnom poli

232. $14\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$; 9,8 m **233.** a) 9,5 s, b) 9,94 s, c) 8,46 s **234.** a) $25\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$; $25{,}71\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$, b) 1,8 m, c) grafom je časť paraboly **235.** 320 m a 480 m **236.** Tvarom dráhy je časť paraboly podľa obr. 7-4 **237.** Úlohu riešime graficky podľa obr. 7-6. Pre menší uhol je trajektória nižšia a dĺžka vrhu väčšia **238.** a) 3,11 s, b) 41,1 m, c) $26{,}7\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$ **239.** 1,05 kg **241.** $7{,}8\,\mathrm{km\,.\,s^{-1}}$; 1,47 h; z kozmickej lode vidieť do vzdialenosti 1 575 km, vzdialenosť obidvoch miest je asi 2 000 km, teda Moskvu z lode nemohla vidieť **242.**

Obr. 7-6



5 280 s = 1 h 28 min **243.** 29,8 km . s^{-1}, 31,5 . 10^{6} s ≐ 365 d **244.** v_k = 1,65 km . s^{-1}; v_p = 2,33 km . s^{-1}; Δv = 0,68 km . s^{-1} **245.** $\frac{M_S}{M_Z}$ = = 329 800 **246.** 27. 4. 1986 (Návod: doba obehu je 76 rokov a 7 dní); 35,3 AU (Návod: použite 3. Keplerov zákon; a = 17,95 AU, a_a = = $2a - a_p$) **248.** 5,6 d.

8. Elektrické pole

249. Keď majú nesúhlasné znamienka **250.** Aby sa zabránilo explózii spôsobenej elektrickou iskrou **251.** Jeho vložením do dutiny vodiča a dotykom **252.** Klesne 4-krát, 9-krát, 16-krát **253.** Nemajú, náboje na seba vzájomne pôsobia silou 8,9 . 10^{3} N. Táto sila je približne 10-krát väčšia ako priemerná tiaž človeka **254.** Lebo elektrické náboje sú umiestené na povrchu vodiča **255.** 2 200 km . s^{-1} **256.** Odpudivé elektrické sily; pri vysokej teplote majú jadrá dostatočne veľkú kinetickú energiu na prekonanie odpudivej elektrickej sily, so zvyšujúcou teplotou sa zväčšuje kinetická energia častíc **257.** 2,3 . 10^{-12} N **258.** 1,3 . 10^{12}; v porovnaní s počtom voľných elektrónov v nenabitej guľôčke je počet elektrónov potrebných na nabitie guľôčky veľmi malý, asi 10^{-8} percenta **259.** 1,1 . 10^{-15} C . m^{-2} **260.** 2 . 10^{4} N . C^{-1}; 8 . 10^{2} J **261.** 3,2 . 10^{-14} N; 1,9 . 10^{13} m . s^{-2} **262.** 1,0 μC; 0 **263.** 10^{4} V . m^{-1}; 3,3 . 10^{3} V . m^{-1} **264.** 1,8 N . C^{-1} **265.** V najbližších bodoch k jadru, častica sa musí pohybovať po priamke prechádzajúcej jadrom; na častice pôsobia relatívne veľké sily len v blízkosti jadra **266.** Nie. V dôsledku zotrvačnosti sa náboj nebude pohybovať v smere elektrickej sily, a teda ani v smere siločiary **267.** Šetrí sa farba, menej sa rozprašuje do okolia a robotník sa jej menej nadýcha **268.** 4,5 J; elektrické pole batérie by vykonalo rovnako veľkú prácu, 4,5 J **269.** Sú kolmé na ekvipotenciálne plochy **271.** $2{,}7 \,.\, 10^{-5}$ J; rovnaká s opačným znamienkom; po uzavretej krivke sa vykoná nulová práca **272.** Konáme nulovú prácu; elektrická sila je kolmá na ekvipotenciálnu plochu; 100 J; 0 **273.** 20 V; 0 a 40 V; 40 V; 10 V **275.** Do oblasti medzi ekvipotenciálnymi plochami s potenciálom 0 a 5 V a na ekvipotenciálnu plochu s potenciálom 5 V; na ekvipotenciálnu plochu s potenciálom 10 V **276.** 400 V **277.** $5{,}3 \,.\, 10^{-18}$ J; $1{,}1 \,.\, 10^{-17}$ J; 5 900 km . s^{-1} **278.** $8{,}0 \,.\, 10^{-15}$ J **279.** 1 MeV = 10^6 eV, 1 GeV = 10^9 eV; 1 eV = $1{,}6 \,.\, 10^{-19}$ J, 1 MeV = $1{,}6 \,.\, 10^{-13}$ J, 1 GeV = $1{,}6 \,.\, 10^{-10}$ J **280.** $3{,}9 \,.\, 10^6$ m . s^{-1}; 0, $3{,}4 \,.\, 10^6$ m . s^{-1}; kladnú prácu na úseku 2—3, zápornú na úseku 1—2; v bode 2 **282.** Vyšší potenciál má horná sieťka; kinetická energia elektrónu sa zväčšila o $1{,}6 \,.\, 10^{-16}$ J; $1{,}9 \,.\, 10^7$ m . s^{-1}; $2{,}7 \,.\, 10^7$ m . s^{-1} **283.** Závisí to od polarity napätia medzi sieťkami. Ak má vnútorná sieťka vyšší potenciál ako vonkajšia, šošovka znázornená na obr. 8-12 bude spojkou, v opačnom prípade bude rozptylkou. V zásade by sa z uvedených šošoviek dal zostrojiť elektrónový mikroskop. V praxi sa však používajú elektrónové šošovky iného typu — bez sieťok **284.** 2 μF; 200 V, resp. 300 V **285.** $9{,}0 \,.\, 10^{-5}$; miliampérmeter ukáže výchylku — zaregistruje krátkodobý prúd. Po vybití kondenzátora výchylka miliampérmetra klesne na nulu **286.** 4,4 pF; ak platne priblížime, kapacita sa zväčší, pri oddialení platní sa zmenší **287.** 3-krát **288.** Vedľa seba (paralelne); za sebou (sériovo) **289.** 1 μF **290.** 20 V; 10 V; 2 μC; 2 μC **291.** 0,08 J; 8 J **292.** $5 \,.\, 10^9$ J; premenila sa na energiu tepelnú, svetelnú, zvukovú, mechanickú, chemickú a iné **293.** Otočením pohyblivých platní kondenzátora zmeníme jeho kapacitu a tým aj energiu (pri nezmenenom náboji) **294.** Klesne na polovicu. Energia pôvodne nabitého kondenzátora klesne však 4-krát.

2. ROČNÍK

1. Základné poznatky molekulovej fyziky a termodynamiky

295. Atómy prvkov, ktoré sú zmesou izotopov, nemajú rovnakú hmotnosť. Atómy nuklidov majú rovnakú hmotnosť **296.** Keďže prvky, ktoré sa vyskytujú v prírode, sú zvyčajne zmesou izotopov, v tabuľkách sú uvedené stredné relatívne atómové hmotnosti A_r, pri ktorých sa prihliada na percentuálny obsah jednotlivých izotopov v prírodnej zmesi daného prvku **297.** $1{,}67 \, . \, 10^{-27}$ kg; $1{,}99 \, . \, 10^{-26}$ kg; $1{,}09 \, . \, 10^{-25}$ kg; $3{,}05 \, . \, 10^{-25}$ kg; $3{,}95 \, . \, 10^{-25}$ kg **298.** Stačí vydeliť len relatívne atómové hmotnosti oboch prvkov **300.** $3{,}3 \, . \, 10^{13}$ s $\doteq 1{,}0 \, . \, 10^{6}$ r. Z výsledku vyplýva, že počet molekúl, ktoré sa v reálnych podmienkach odparia z vodnej kvapky s objemom 1 mm^3 za sekundu, je oveľa väčší ako 10^6 **301.** $2{,}7 \, . \, 10^{23}$; $2{,}5 \, . \, 10^{-7}$ kg **302.** $2{,}1 \, . \, 10^{6}$ **303.** Molekuly argónu sú jednoatómové. Neplatí **304.** 2, 28, 32, 44, 249,6; $3{,}32 \, . \, 10^{-27}$ kg, $4{,}65 \, . \, 10^{-26}$ kg, $5{,}31 \, . \, 10^{-26}$ kg, $7{,}30 \, . \, 10^{-26}$ kg, $4{,}14 \, . \, 10^{-25}$ kg **305.** Nie. $M_r(HNO_3) \doteq 63{,}0$; $M_r(Ag_2O) \doteq 231{,}7$ **306.** 8 mol **307.** $6 \, . \, 10^{24}$; $6 \, . \, 10^{24}$ **308.** $63{,}54 \, . \, 10^{-3}$ kg . mol^{-1}; $26{,}98 \, . \, 10^{-3}$ kg . mol^{-1}; $2{,}02 \, . \, 10^{-3}$ kg . mol^{-1}; $28{,}01 \, . \, 10^{-3}$ kg . mol^{-1}; $32{,}00 \, . \, 10^{-3}$ kg . mol^{-1}; $44{,}01 \, . \, 10^{-3}$ kg . mol^{-1}; $36{,}46 \, . \, 10^{-3}$ kg . mol^{-1}; $282{,}5 \, . \, 10^{-3}$ kg . mol^{-1} **310.** 3 mol; $1{,}8 \, . \, 10^{24}$ **311.** 144,2 g; 120,1 g; 407,8 kg **312.** $6{,}63 \, . \, 10^{-26}$ kg; $1{,}05 \, . \, 10^{-25}$ kg **314.** Nie. $V_m(H_2O) = 18$ cm^3 . mol^{-1} **315.** Plyn s daným látkovým množstvom nemá jednoznačne určený objem **316.** Ľubovoľný ideálny plyn má pri normálnych podmienkach rovnaký molový objem $V_m \doteq 22{,}4 \, . \, 10^{-3}$ m^3 . mol^{-1} **317.** 0,11 m^3 **319.** 0,31 nm (Návod: pozri úlohu č. 318.) **320.** Prúdenie látky **321.** Nie. Brownov pohyb je nepravidelný pohyb malých častíc rozptýlených v plyne alebo v kvapaline, ktorý je dôsledkom tepelného pohybu molekúl prostredia **322.** Aj pri rovnakom počte nárazov molekúl na Brownovu časticu z dvoch opačných strán by sa táto častica pohybovala, lebo molekuly na ňu narážajú so všeobecne rôznymi rýchlosťami **323.** Väčšie častice majú väčšiu hmotnosť, preto molekuly, ktoré na ňu narážajú, neuvedú ju do intenzívneho pohybu **324.** Medzi časticami kriedy a tabule existujú príťažlivé sily **325.** Na stykovej ploche oboch valčekov pôsobia medzi atómami olova príťažlivé sily. Olovo je mäkké, pri pritlačení valčekov sa ľahko deformuje, čím sa zväčšuje ich skutočná styková plocha **326.** Po ukončení pohybu kvapaliny, ktorý vznikol hodením kocky cukru, po rozpustení cukru, po ukončení difúzie cukornatého roztoku a po vyrovnaní teplôt **327.** Nie. Pravdepodobnosť spätného návratu molekúl do fľaštičky je prakticky nulová **328.** a) $\binom{N}{k}$; $N = 5$: 1; 5; 10; 10; 5; 1, $N = 10$: 1; 10; 45; 120; 210; 252; 210; 12; 45; 10; 1, b) $\binom{N}{k}$: $2N$; $N = 5$: 0,031; 0,156; 0,312; 0,312; 0,156; 0,031, $N = 10$: $9{,}8 \cdot 10^{-4}$; $9{,}8 \cdot 10^{-3}$; 0,044; 0,117; 0,205; 0,246; 0,205; 0,117; 0,044; $9{,}8 \cdot 10^{-3}$; $9{,}8 \cdot 10^{-4}$; pravdepodobnosť rovnomerného rozdelenia je najväčšia **329.** Týmto prístrojom sa meria teplota. Správny názov by bol teplotomer **330.** Poloha vodnej hladiny v rúrke sa nemení iba pri zmene teploty vzduchu v banke, ale aj pri zmene atmosferického tlaku **331.** Po ponorení teplomera do teplej vody sa najprv zohreje a zväčší objem sklená banka teplomera, až potom sa zohreje ortuť v banke **332.** $T = 273{,}15\,\mathrm{K}$, $t = 0\,°\mathrm{C}$; $t = 100\,°\mathrm{C}$, $T = 373{,}15\,\mathrm{K}$ **333.** a) 49,85 °C; −265 °C; −857,9 °C, b) 141,7 K; 273,0 K; 1 404 K **334.** 273,149 °C **335.** $\Delta t = 200\,°\mathrm{C}$ **336.** $\frac{T_1}{T_2} \neq \frac{t_1}{t_2}$.

2. Vnútorná energia, práca a teplo

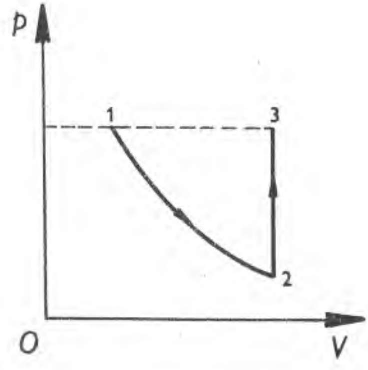
337. Potenciálnu energiu tiažovú, kinetickú energiu zodpovedajúcu postupnému a rotačnému pohybu a vnútornú energiu **338.** a) Voda s vyššou teplotou má pri rovnakej hmotnosti väčšiu vnútornú energiu. b) Voda s väčšou hmotnosťou má pri tej istej teplote väčšiu vnútornú energiu **339.** Voda má väčšiu vnútornú energiu ako ľad s rovnakou hmotnosťou a teplotou, lebo ľad pri topení prijíma energiu **340.** 2,06 kJ **341.** 94,6 J (Návod: Pri riešení použite zákon zachovania energie.) **342.** $\Delta U = fhmg \operatorname{cotg} \alpha$ (Návod: Práca potrebná na zdvihnutie telesa pomocou naklonenej roviny je $W = \Delta U + mgh$.) **344.** 1,2 J (Návod: Hľadaný prírastok vnútornej energie určíme zo vzťahu $\Delta U = E_1 - E_2$, kde E_1 je kinetická energia gule (1) tesne pred zrážkou a E_2 kinetická energia oboch gúľ tesne po zrážke.) **345.** Veličiny teplo a práca sa vzťahujú na isté deje (na tepelnú výmenu a na konanie práce), preto nie sú stavové veličiny. Vnútorná energia je stavová veličina **346.** V prvom prípade sa vzduch ohrieva tepelnou výmenou, v druhom konaním práce. Veličinu teplo možno používať len pri tepelnej výmene **347.** $904\,\mathrm{J}\,.\,\mathrm{K}^{-1}$ **348.** Hliníkové **349.** Výrok „voda obsahuje teplo $8{,}36\,.\,10^5\,\mathrm{J}$" nemá zmysel, lebo veličina teplo sa vzťahuje na dej (tepelnú výmenu) a nie na stav telesa. Žiak vypočíta teplo, ktoré prijme voda s hmotnosťou 2 kg, ak sa jej teplota zvýši o 100 °C **350.** Vode zodpovedá graf b. Voda má väčšiu mernú tepelnú kapacitu, a preto sa zohrievala pomalšie **351.** Áno, napr. pri topení, alebo pri deji, pri ktorom plyn vykoná prácu $W' = Q$ **352.** $Q = 418\,\mathrm{kJ}$; $E_p = 98{,}1\,\mathrm{kJ}$; $E_k = 5\,\mathrm{kJ}$ **353.** 0,14 MJ **354.** 23 kW **355.** 1 min 52 s; v nádobe má voda veľký voľný povrch a vyparuje sa **356.** 19,6 l **357.** 19,4 °C; zmení sa na vnútornú energiu drevenej dosky **358.** 19,1 °C **361.** 35,6 t **362.** 32 % **363.** 2,3 g **364.** Tepelná výmena vedením, tepelným žiarením a prúdením **366.** 142 kg **367.** $752\,\mathrm{J}\,.\,\mathrm{K}^{-1}$ **368.** 7,6 **369.** 77,6 °C **370.** 763 °C **371.** 42 g; 108 g **372.** Zväčšila sa o 5,5 MJ **373.** Zväčšila sa o 1,6 kJ **374.** $\Delta U = 6\,\mathrm{MJ}$; teplota plynu sa zvýši; zväčšením rýchlosti pohybu molekúl **375.** $\Delta U = -3{,}3\,.\,10^4\,\mathrm{J}$.

3. Štruktúra a vlastnosti plynov

376. Ideálny plyn je zjednodušený model, ktorý približne vystihuje vlastnosti skutočných plynov, ktoré sa nachádzajú v prírode **377.** Nie. Nemá **378.** a) 8,1 %; 21,4 %; 0,9 %; 47,4 %; 52,6 %, b) $v_k \doteq \doteq \sqrt{50^2\,.\,0{,}014 + 150^2\,.\,0{,}081 + \ldots + 950^2\,.\,0{,}009}\,\mathrm{m}\,.\,\mathrm{s}^{-1} \doteq 463\,\mathrm{m}\,.\,\mathrm{s}^{-1}$; interval delenia rýchlosti je príliš veľký, c) $461\,\mathrm{m}\,.\,\mathrm{s}^{-1}$ **379.** Zväčší sa 3-krát **380.** 2,65 : 1 **381.** $422\,\mathrm{m}\,.\,\mathrm{s}^{-1}$ **382.** $313\,\mathrm{m}\,.\,\mathrm{s}^{-1}$; $393\,\mathrm{m}\,.\,\mathrm{s}^{-1}$; $460\,\mathrm{m}\,.\,\mathrm{s}^{-1}$ **384.** 2,2 kJ; nie, lebo kyslík nie je ideálny plyn **385.** $\varrho = = \frac{m}{V}$, $[\varrho] = \mathrm{kg}\,.\,\mathrm{m}^{-3}$; $N_V = \frac{N}{V}$, $[N_V] = \mathrm{m}^{-3}$ **386.** $6{,}6\,.\,10^{-23}\,\mathrm{kg}\,.\,\mathrm{m}\,.\,\mathrm{s}^{-1}$;

$3{,}3 \,.\, 10^{-23}\,\mathrm{kg\,.\,m\,.\,s^{-1}}$ **387.** Zväčší sa 4-krát **388.** $\frac{p_1}{p_2} = 1$ **389.** $10^5\,\mathrm{Pa}$ **390.** $710\,\mathrm{m\,.\,s^{-1}}$ **394.** 30 kPa **395.** 2,8 cm **396.** 8,6 g **397.** Oxid dusitý, N_2O_3 **398.** $6{,}7 \,.\, 10^5\,\mathrm{Pa}$ **399.** $3{,}7 \,.\, 10^{14}$ **400.** 7,5 kg **401.** $83\,\mathrm{cm^3}$; 0,33 g (Návod: Napíšte stavovú rovnicu $pV = \frac{m}{M_m} R_m T$ pre začiatočný a konečný stav plynu v nádobe.) **402.** 7,4 mm; Návod: Riešte pomocou rovnice $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ **403.** $2{,}7 \,.\, 10^{25}\,\mathrm{m^{-3}}$ **404.** Návod: Pri dôkaze využite stavovú rovnicu v tvare $pV = NkT$ **405.** Návod: Pri dôkaze využite stavovú rovnicu v tvare $pV = nR_m T$ **406.** $2{,}6 \,.\, 10^{-2}\,\mathrm{m^3}$ **407.** Nezmení sa **408.** $\varrho_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1 T_2} \varrho_1$ **409.** Návod: Využite stavovú rovnicu $pV = \frac{m}{M_m} R_m T$, $pV = 3\,116\,\mathrm{J}$ **410.** Nie **411.** obr. 3-3a **412.** $0{,}67 \,.\, 10^5\,\mathrm{Pa}$ **413.** Nezmení sa. (Návod: Vnútorná energia ideálneho plynu závisí len od teploty. Preto najprv dokážte, že dej, o ktorom uvažujeme, je izotermický) **414.** 0,12 m **415.** Návod: Keďže ide o izotermický dej, platí $p_1 V_1 = p_2 V_2$, kde $p_1 = p_a$, $V_1 = lS$, $p_2 = p_a + (h - x)\varrho g$, $V_2 = (l - x)S$. Po dosadení do Boylovho-Mariottovho zákona a po úprave dostaneme pre neznámu výšku x kvadratickú rovnicu $\varrho g x^2 - (h\varrho g + \varrho l g + p_a)x + h\varrho g l = 0$ **416.** Dej znázornený tabuľkou je izotermický dej **417.** a) $p = p_a + h\varrho g$, b) $p = p_a + h \cos \alpha \varrho g$, c) $p = p_a$, d) $p_a - h\varrho g$; možno dokázať, že pre uzavretú časť vzduchu platí $pV = \text{konšt.}$ **418.** Tlak sa zvýši na 300 kPa. Aby nenastalo rýchle zvýšenie teploty **419.** 87 °C **420.** obr. 3-8c **421.** Návod: Využite stavovú rovnicu $pV = \frac{m}{M_m} R_m T$, $p = 335\,\mathrm{K^{-1}}\,.\,T\,.\,\mathrm{Pa}$ **422.** Návod: Uvážte, aký dej je znázornený na obr. 3-9 a potom vypočítajte teplotu plynu v stave A. Uvážte, ako závisí tlak plynu od termodynamickej teploty pri tomto deji **423.** Po zohriatí na výslednú teplotu bude v obidvoch bankách rovnaký tlak. **424.** obr. 3-11b **425.** a) Dej 1 – 2 je izotermický, dej 2 – 3 izochorický, b) 1 – 2 Boylov-Mariottov zákon, 2 – 3 Charlesov zákon, c) obr. 3-13 **426.** Návod: Využite stavovú rovnicu $pV = \frac{m}{M_m} R_m T$, $V \doteq 10^{-4}\,\mathrm{m^3\,.\,K^{-1}}\,.\,T$ **428.** 313 °C

Obr. 3-13



429. $1{,}16\,kg.m^{-3}$ **430.** 207 J **431.** 547 J **432.** 3,3 kJ; 3,3 kJ **433.** $312\,J.kg^{-1}.K^{-1}$ (Návod: Vyjadrite najprv závislosť vnútornej energie argónu od termodynamickej teploty a odtiaľ určte zmenu vnútornej energie argónu pri zmene termodynamickej teploty.) **434.** Návod: Uvážte, že pre adiabatický dej s ideálnym plynom platí Poissonov zákon a súčasne vzťah $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$ **435.** a) 2,5 MPa; 463 °C, b) 6,6 MPa; 698 °C **436.** −101 °C **437.** $2{,}04 \,.\, 10^5$ Pa; 86,4 °C **438.** Pri vysokých teplotách a nízkych tlakoch nemožno zanedbať príťažlivé sily medzi molekulami plynu a vlastný objem molekúl.

4. Kruhový dej s ideálnym plynom

439. 75 J **440.** $\Delta U = 1{,}5$ MJ; teplota plynu sa zvýšila **441.** $\Delta U = 0$ **442.** Návod: Urobte rozbor týchto dejov pomocou prvého termodynamického zákona **444.** 8,31 J **445.** 10 °C **446.** b) **447.** $W_1 = 6$ MJ, $W_2 = 1{,}5$ MJ; pri deji A1 teplo prijíma; pri 1B odovzdáva, A2 odovzdáva, 2B prijíma; $\Delta U_{A1B} = \Delta U_{A2B}$ **448.** a) $W'_{A1B} > W'_{A2B}$, b) $\Delta U_{A1B} = \Delta U_{A2B}$, c) z prvého termodynamického zákona vyplýva $Q_{A1B} > Q_{A2B}$ **449.** $\Delta U = 0$ **450.** $V_B = 2V_0$; $p_C = \frac{2}{3}p_0$; $p_D = \frac{1}{3}p_0$. **452.** Návod: Uvážte, aké deje sú na obr. 4-8 zobrazené úsečkami *AB*, *BC* a *CA* **453.** Pozri návod k úl. 452 **454.** 40 % **455.** 60 % **456.** 1 280 kg **457.** 707 J **458.** 1,7 GJ.

5. Štruktúra a vlastnosti pevných látok

459. $19{,}2\,.\,10^3\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$ **460.** $\dfrac{\varrho_\alpha}{\varrho_\gamma} = 1{,}01$ ($7\,843\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$, $7\,753\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$) **461.** 0,352 nm; 0,290 nm **463.** 20,8 MPa **464.** Napätie drôtu sa nezmení **465.** 923 MPa **466.** V železnom drôte je normálové napätie 318 MPa, ktoré je väčšie ako medza pevnosti železa 314 MPa. Preto sa drôt pretrhne **467.** $r \geq 0{,}89\,\mathrm{mm}$ **468.** 4104 m **469.** 300 m; 60 m **470.** Nie **471.** Využite Hookov zákon. Na zostrojenie grafu nepotrebujeme poznať dĺžku vlákna a obsah prierezu **472.** Pri inak rovnakých podmienkach sa v ťahu ľahšie deformujú telesá, ktoré majú malý modul pružnosti **473.** $\Delta l_2 = \frac{3}{2}\Delta l_1$; $\varepsilon_2 = \frac{1}{2}\varepsilon_1$ **474.** $\Delta l_2 = \frac{1}{4}\Delta l_1$; $\varepsilon_2 = \frac{1}{2}\varepsilon_1$ **476.** 550 N **477.** 20,8 mm **478.** 110 GPa **479.** 1,26 cm **480.** 11 J **481.** $1{,}7\,.\,10^{-5}\,\mathrm{m}$; $2{,}4\,.\,10^{-5}\,\mathrm{m}$. Názorný význam: predĺženie drôtu, ktorého začiatočná dĺžka je 1 m pri zmene teploty o 1 K **482.** 23,2 cm **483.** Ak vám vyšlo 2,78 cm, nezobrali ste do úvahy, že olovo má teplotu topenia 327 °C, takže sa roztaví už pri tejto teplote **484.** 3,8 cm **485.** 1,8 cm **486.** 1 100 °C **487.** 30,03 m **488.** Ak je začiatočná teplota tyče $t_0 = 0\,°\mathrm{C}$ a dĺžka tyče pri tejto teplote je l_0, tak $\Delta t = t - t_0 = t - 0\,°\mathrm{C} = t$ a $l_1 = l_0$. Dosadením do vzťahu $l = l_1(1 + \alpha\Delta t)$ potom dostaneme $l = l_0(1 + \alpha t)$. Pre teplotnú objemovú rozťažnosť platí analogický vzťah $V = V_0(1 + \beta t)$ **489.** Zo vzťahu $l = l_0(1 + \alpha t)$ vyplýva, že dĺžka tyče by bola nulová pri teplote t_x, pre ktorú by platilo $1 + \alpha t_x = 0$, t.j. $t_x = -\dfrac{1}{\alpha}$ (napr. pre meď $t_x = -\dfrac{1}{1{,}7\,.\,10^{-5}}\,°\mathrm{C} \doteq -59\,000\,°\mathrm{C}$. Najnižšia teplota, ku ktorej sa možno neobmedzene priblížiť, je však $-273{,}15\,°\mathrm{C}$. Navyše vzťah $l = l_0(1 + \alpha t)$, kde α je konštanta, platí len v menších teplotných intervaloch. Pri teplotách blízkych 0 K sa súčiniteľ teplotnej dĺžkovej rozťažnosti blíži k nule **490.** 3,3 mm **491.** 530 °C **493.** 2 °C **494.** $S = a_0^2(1 + 2\alpha t)$ **495.** $900{,}9\,\mathrm{cm^3}$ **496.** $\Delta V = 57{,}6\,\mathrm{cm^3}$ (Návod: Dutiny zväčšujú svoj objem tak, ako by boli vyplnené látkou, z ktorej sú steny) **497.** $8\,903\,\mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$ **498.** Návod: Rozšírte zlomok $\varrho = \dfrac{\varrho_1}{1 + \beta\Delta t}$ výrazom $1 - \beta\Delta t$ a v menovateli takto upraveného zlomku zanedbajte výraz $\beta^2 (\Delta t)^2$ vzhľadom na 1.

6. Štruktúra a vlastnosti kvapalín

500. $6{,}2 \cdot 10^{-3}$ J **501.** $1{,}6 \cdot 10^{-4}$ J **502.** $40\,\mathrm{mN \cdot m^{-1}}$ **503.** Povrchové napätie studenej vody je väčšie, preto kvapky studenej vody majú väčšiu hmotnosť **504.** 23 mg; len približný výsledok dostaneme preto, lebo dĺžka okraja povrchovej blany nie je presný obvod kruhu **505.** $21\,\mathrm{mN \cdot m^{-1}}$ **506.** $2{,}9 \cdot 10^6$ Pa; $2{,}9 \cdot 10^5$ Pa; atď. až 29 Pa **507.** Nedá. Za daných podmienok by ortuť v manometri vystúpila len do výšky 0,12 mm **508.** Využite vzťah $h = \frac{2\sigma}{\varrho g R} = k\frac{1}{R}$ **509.** $1{,}2 \cdot 10^{-5}$ kg **510.** a) 6,8 cm, b) 3,4 cm, c) 40,8 cm, d) voda by vyplnila celú kapiláru, e) 13,6 cm **511.** $491\,\mathrm{mN \cdot m^{-1}}$ **512.** Nebude, lebo vonkajší priemer kapiláry je väčší ako vnútorný **514.** 10,33 l **515.** 37 l **516.** $3{,}7\,\mathrm{dm^3}$ **517.** $13\,350\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ **518.** $709\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

7. Zmeny skupenstva látok

519. Amorfné látky sa pri zohrievaní menia na kvapalinu postupným mäknutím a nemajú teda určitú teplotu topenia **521.** 1,97 MJ **522.** 4,39 MJ **523.** −15,9 °C **525.** 2,18 kg **526.** 48 °C **527.** Počet molekúl je v obidvoch nádobách rovnaký **528.** asi 45 min **529.** 3,0 MJ **530.** 47,7 °C **531.** 215 kg.

8. Vznik elektrického prúdu

532. 2,2 **533.** Veľká permitivita vody, ktorá je asi 80-krát väčšia ako permitivita vzduchu **534.** 22 nF; 22 nC **535.** 7 **536.** Pretože sa zmení permitivita prostredia medzi platňami kondenzátora. Zmena kapacity bude väčšia pri vlhkej tehle. Permitivita vody je veľmi vysoká, takže vlhkosť ovplyvňuje permitivitu tehly. Tento poznatok možno využiť na meranie vlhkosti stavebných materiálov **537.** 26,6 pF **538.**

120 C **539.** 5 000 C **540.** $6{,}3 \,.\, 10^{12}$ **541.** Pri supravodičoch by prúd prstencom prechádzal neobmedzene dlho. Pri normálnych vodičoch sa prúd rýchlo zmenšuje na nulu **542.** Nadol.

9. Elektrický prúd v kovoch

543. Pri náraze sa prejaví zotrvačnosť elektrónov. Predný koniec tyče sa nabije záporne **544.** V dôsledku odstredivej sily pôsobiacej na elektróny nachádzajúce sa v kovovom disku vznikne v obvode disku „prebytok" elektrónov. Potenciál je vyšší v strede disku **545.** Voľné elektróny, ktoré sú v cievke, sa usilujú zotrvačnosťou pokračovať v rotácii **546.** Môže. Časť elektrónov prejde v dôsledku zotrvačnosti pri náraze z kladiva do nákovy. Také „nabitie" je však krátkodobé, lebo ešte počas dotyku kladiva a nákovy sa rozdiel potenciálov prakticky vyrovná (taký elektrický dej prebieha veľmi rýchlo). Napätie, ktoré vznikne medzi kladivom a nákovou, možno orientačne odhadnúť porovnaním výrazov Ue a $\frac{1}{2}m_e v^2$, kde prvý výraz vyjadruje prácu potrebnú na prechod elektrónu z kladiva do nákovy a druhý kinetickú energiu, akú má elektrón v pohybujúcom sa kladive, kde v je rýchlosť kladiva. O tepelnom pohybe elektrónov pritom neuvažujeme **547.** Sila zotrvačnosti, ktorej smer je opačný ako smer zrýchlenia tyče a elektrická sila **548.** Nejde o chybu v predpise. Obmedzenia prúdu súvisia s odvodom tepla z vodiča do okolia. Odvádzané teplo nie je úmerné obsahu prierezu vodiča, závisí od veľkosti povrchu vodiča a od jeho izolácie **549.** Pretože sa okrem vodiča s nenulovým potenciálom dotýka aj zeme **550.** $1{,}7 \,.\, 10^{-7}\,\Omega \,.\, \mathrm{m}$, bronz, resp. cín, resp. oceľ **551.** 4 018 Ω **552.** 2 250 Ω; vlhkosť pokožky ruky, tlak prstov na vodič, celková plocha dotyku a pod. **553.** Na voltmetri V_2, lebo napätie na príslušnej časti vodiča je pri rovnakom prúde priamo úmerné veľkosti odporu tejto časti. Odpor vodiča je zasa priamo úmerný dĺžke **554.** 2 V; 4 V **555.** Na schéme musí byť znázornený elektrický obvod tvorený zdrojom, ampérmetrom a žiarovkou. Paralelne so žiarovkou je spojený voltmeter **556.** $1{,}6 \,.\, 10^{-8}\,\Omega \,.\, \mathrm{m}$; $1{,}8 \,.\, 10^{-8}\,\Omega \,.\, \mathrm{m}$; $2{,}7 \,.\, 10^{-8}\,\Omega \,.\, \mathrm{m}$; $5{,}0 \,.\, 10^{-7}\,\Omega \,.\, \mathrm{m}$ **557.** Elektrický odpor; 13,6 m **558.** Kvôli zmenšeniu odporu prívodov **559.** Meraním odporu medzi prívodmi v centrále **560.** Aby čo najmenej ovplyvňovali prúd v elektrickom obvode **561.** Správna hodnota odporu žiarovky pripojenej na sieť je 489 Ω (odpor žeravého vlákna). Údaj na ohmmetri je 56,0 Ω (odpor studeného vlákna). Rozdiel je teda dôsledok teplotnej závislosti odporu vlákna od teploty. Teplotný rozdiel je v tomto prípade veľmi veľký **563.** 1 590 °C **564.** Aspoň 3 204 kg **566.** Studené vlákno žiarovky má menší odpor ako zahriate **567.** O 0,5 %, pri medi o 40 % **568.** 0,5 A; 5 A **569.** 0,04 Ω **570.** 0,016 Ω **571.** Sériovo (prechádzajúci prúd má hodnotu 5 A) **572.** 12,4 V **573.** Svorkové napätie batérie pri jej zaťažení žiarovkou značne poklesne **574.** Sústava má najväčší odpor pri sériovom spojení odporov, najmenší pri paralelnom **575.** Možno. Väčšie napätie bude na žiarovke s údajmi 220 V/0,45 A **576.** Po pripojení ďalšieho rezistora sa prúd zväčší. Zmena prúdu bude väčšia pri malom odpore pripojeného rezistora. Prúd by sa nezmenil len po pripojení rezistora s nekonečne veľkým (a v praxi veľmi veľkým) odporom **577.** Voltmeter má veľmi veľký odpor **578.** Ampérmeter má veľmi malý odpor **579.** Najväčšie napätie ukazuje voltmeter V_3, najmenšie voltmeter V_1 **580.** Žiarovka $Ž_5$ **581.** Pripojením dvoch ďalších vodičov podľa obr. 9-21 **582.** 6 V,


Obr. 9-21

1,5 V, 3 V **583.** 4,5 V **584.** 3 A smerom do uzla **585.** 2 A; 0,25 A; 0,5 A (spodný); $R_1 = 14\,\Omega$, $R_2 = 4{,}7\,\Omega$ **586.** 0,5 A, 0,25 A (spodný); 8 V; 16 Ω, 32 Ω **587.** Ampérmetrom A_2 prechádza prúd 1 A, ampérmetrom A prúd 3 A **588.** Keď platí $\frac{U_{e1}}{U_{e2}} = \frac{R_3}{R_2 + R_3 + R_{i2}}$, kde R_{i2} je vnútorný odpor zdroja s elektromotorickým napätím U_{e2}. **589.** $I_1 = \frac{U_{e2}}{R_2}$ **590.** $I_1 = 0{,}5\,\mathrm{A}$, $I_2 = 0$ **591.** $\frac{U_{e1}}{U_{e2}} = \frac{R_{i1}}{R_{i2}}$ **592.** Jazdcom treba posunúť doprava; ak jazdec umiestime na reostate celkom vľavo, z reostatu odoberáme nulové napätie, pri pohybe jazdca smerom doprava sa odoberané napätie zvyšuje. Napätie medzi jazdcom a ľavým prívodom reostatu je úmerné odporu časti reostatu medzi prívodmi **593.** 99 kΩ **594.** 0,010 5 Ω = 10,5 mΩ **595.** Ampérmetre zapojíme do obvodu navzájom paralelne. Prúd prechádzajúci obvodom sa rovná súčtu prúdov nameraných jednotlivými ampérmetrami. Pri rôznych vnútorných odporoch ampérmetrov budú ampérmetre ukazovať rôznu hodnotu prúdu. Celkový prúd sa však rovná súčtu nameraných prúdov **596.** Voltmetre treba spolu spojiť sériovo a potom ako jeden voltmeter ich paralelne spojiť so spotrebičom. Výsledné napätie sa rovná súčtu napätí na jednotlivých voltmetroch **597.** Keby sme pri usporiadaní podľa obr. 9-18 zaradili v obvode namiesto ampérmetra voltmeter, obvodom by prechádzal len nepatrný prúd, lebo voltmeter má veľký odpor. Napätie na žiarovke by bolo nepatrné. Preto by sa nepatrné napätie „dostalo" aj na chybne zaradený ampérmeter; nepoškodil by sa. Pri usporiadaní podľa obr. 9-19 by sa pri omyle ampérmeter poškodil, lebo by bol pripojený priamo na svorky zdroja **598.** 1 MΩ; zapojenie by sa dalo využiť na meranie väčších odporov **599.** 660 W; 1,32 kW . h **600.** 24 h **601.** Odpor výhrevného telesa možno určiť zo spotreby elektrickej energie zaregistrovanej elektromerom pri zapnutí výhrevného telesa na sieť na určitú dobu τ. Pre spotrebovanú elektrickú energiu platí $E = P\tau$. Pre výkon výhrevného telesa platí $P = \dfrac{E}{\tau}$. Pre odpor spotrebiča platí $R = \dfrac{U}{I}$, kde $U = 220\,\mathrm{V}$ a prúd I určíme zo vzťahu $P = UI$. Dostaneme $R = \dfrac{U^2\tau}{E}$ **602.** 2,27 A; 12,6 min; poškodí sa v dôsledku prehriatia **603.** Prúd prechádzajúci žiarovkami je približne rovnaký, no napätia na nich sú rôzne. Teplo uvoľnené žiarovkou za jednotku času je úmerné výkonu, t. j. súčinu UI **604.** 3,2 kΩ; 68 mA; 0,15 kW . h; 0,15 Kčs; 10 kW . h; 10 Kčs **605.** Za 4,9 h; 9,80 Kčs **606.** 9 300 Kčs **607.** 2,4 kW . h ($8{,}6 \cdot 10^6$ J); $8{,}64 \cdot 10^4$ kg **608.** Áno. Museli by sme zistiť zmenu teploty vzduchu pri jeho prechode sušičom a hmotnosť vzduchu, ktorý prejde sušičom za jednotku času. Poslednú veličinu možno približne zistiť pomocou väčšieho silonového vrecka, ak zmeriame čas, za ktorý sa vrecko pripojené k sušiču naplní. Neznámu hmotnosť vzduchu odhadneme z objemu vzduchu a hustoty vzduchu.

10. Elektrický prúd v polovodičoch

610. Pri polovodičoch sa merný elektrický odpor so zvyšujúcou teplotou rýchle zmenšuje, pri kovoch sa pomaly zväčšuje **611.** Na závislosti odporu od teploty termistora **612.** Áno **613.** 500 Ω, 450 Ω; $-0{,}05\,K^{-1}$ **614.** 300 °C **615.** Energia prijatá valenčným elektrónom, ktorý sa uvoľní **616.** Ide o dynamickú rovnováhu medzi vznikaním (generáciou) voľných elektrónov a ich zanikaním (rekombináciou) **617.** V germániu **618.** 1 300 t **619.** $1{,}9\,.\,10^9$; $2{,}3\,.\,10^{19}\,m^{-3}$ **620.** 3 Ω . m; 1,67 Ω . m **621.** Zvyšovaním teploty polovodiča **622.** Nie **623.** Kov má veľkú hustotu vodivostných elektrónov, ktorú prímesi ovplyvnia len nepatrne **624.** V prípade valenčného elektrónu **625.** Pri nízkych teplotách prevláda prímesová vodivosť, pri vysokých vlastná **626.** $1{,}0\,.\,10^{20}\,m^{-3}$; $4{,}2\,.\,10^{-1}\,\Omega\,.\,m$; $5{,}0\,.\,10^8$ **627.** Dióda má usmerňujúci účinok, rezistor nie **628.** 1,0 V; 20 V; 21 V; 1,5 V **629.** Zväčšuje sa hustota minoritných častíc s nábojom, zväčšuje sa záverný prúd **630.** V kremíku je pri rovnakej teplote menšia hustota minoritných častíc s nábojom, lebo na ich vznik je potrebná väčšia práca **631.** 5 μA; 10 μA; 20 μA; 47 μA; $5{,}0\,.\,10^{-5}\,V$ **633.** Aby rekombinácia častice s nábojom injektovanej z emitora do bázy bola v báze čo najmenšia **634.** Poškodenie tranzistora **635.** Áno, každý jeho prechod PN má usmerňujúce vlastnosti **636.** Svetlo ovplyvňuje elektrické vlastnosti tranzistora **637.** 25 mA; 25,25 mA; 100; 10 mA.

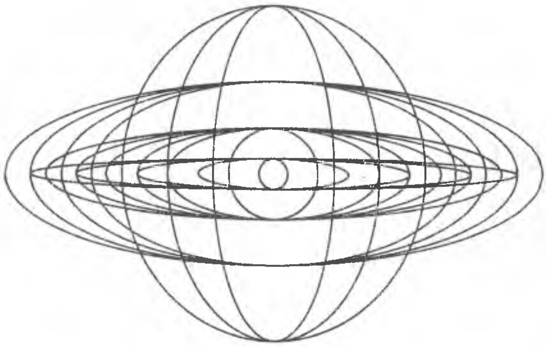
11. Elektrický prúd v elektrolytoch

638. Ióny kovov a vodíka majú kladný náboj, preto sa vylučujú na zápornej elektróde — katóde **639.** Hmotnosť vylúčenej látky zodpovedá náboju 1 C na katóde a 1 C na anóde, lebo za 1 s prichádzajú na katódu nielen kladné ióny s celkovým nábojom 0,5 C, ale súčasne sa odpútavajú záporné ióny s nábojom 0,5 C. Analogická situácia je aj pri anóde **640.** 8,05 g **641.** 5 A **642.** Chyba ampérmetra je 0,1 A **643.** 1 796 s **644.** $m_{H_2} = 3{,}1\,.\,10^{-6}\,kg$; $m_{O_2} \doteq 2{,}49\,.\,10^{-5}\,kg$ **645.** 100 kg **647.** $3{,}2\,.\,10^{-7}\,kg\,.\,C^{-1}$ **648.** Dva gramy medi na každej katóde **649.** $m_{H_2} : m_{O_2} = 1 : 8$ **651.** a) kým sa medená anóda neroztopí, b) kým sa nevylúči z roztoku meď **652.** Na anóde **653.** 3,06 kg **654.**

$3\,\Omega$ **655.** a) $10^3\,s$, b) $6 \cdot 10^{-6}\,m$ **656.** $53\,g$ **657.** Objem uvoľneného vodíka pri elektrolýze vody je dvakrát väčší ako objem kyslíka, preto záporný pól je ten, na ktorom sa uvoľňuje väčší objem plynu **658.** Ak bol elektrolyt vyliaty, treba doliať hotový elektrolyt, ak sa vyparil, stačí doliať destilovanú vodu.

12. Elektrický prúd v plynoch a vo vákuu

659. V plynoch okrem iónov (spoločné s elektrolytmi) vznikajú aj voľné elektróny **660.** V dôsledku rekombinácie iónov **661.** Lítia, lebo má len jeden valenčný elektrón slabo pútaný k jadru **662.** Ióny s väčšou voľnou dráhou, na ktorej získavajú väčšiu rýchlosť, a teda aj väčšiu kinetickú energiu **663.** Energia elektrického poľa sa mení na kinetickú energiu elektrónov, vracia sa poľu a sčasti sa odovzdá anóde, ktorá sa zohrieva **665.** $2{,}4 \cdot 10^{-18}\,J$ **666.** $1\,910\,km \cdot s^{-1}$ **667.** $216\,V$ **668.** $10{,}3 \cdot 10^6\,m \cdot s^{-1}$; $530 \cdot 10^{12}\,m \cdot s^{-2}$; $1{,}9 \cdot 10^{-8}\,s$ **669.** b) 3-krát väčšia **670.** $10^{10}\,kW$; $1 \cdot 10^5\,A$ **671.** Keď ochladíme katódu, oblúk zhasne. Ochladenie anódy nemá vplyv na činnosť oblúkového výboja **672.** Termoemisiou elektrónov z katódy **673.** Vysoké napätie je potrebné na vznik iskry, ktorá zapáli palivovú zmes **674.** Bez prítomnosti vákua elektróny narážajú na atómy látky a rozptyľujú sa **675.** V trubici a sú elektróny uvoľnené z katódy vysokým napätím, v trubici b termoemisiou **676.** $240\,J$.



EVA TOMANOVÁ—IVAN BANÍK
KAREL BARTUŠKA
VÁCLAV KOUBEK
MÁRIA RAKOVSKÁ—IVO VOLF

Zbierka úloh z fyziky pre gymnázium

I. časť

PRVÉ VYDANIE

VYDALO SLOVENSKÉ
PEDAGOGICKÉ NAKLADATEĽSTVO
V BRATISLAVE

Zodpovedná redaktorka Anna Nováková
Výtvarný redaktor Dušan Oravec
Technická redaktorka Ľubica Rybánska
Obálku navrhol Otto Kovarík

Vytlačili Západoslovenské tlačiarne, n. p., závod Svornosť, Bratislava — Strán 256 — AH 12,67 — (text 9,62, grafika 3,05) — VH 13,34 — 03/05 — Náklad 29 800 — Typ písma garmond Times — Technika tlače ofset — Schválené výmerom SÚKK-GR č. 1721/I-86

67—189—87 Kčs 10,50 b.

Zbierka úloh z fyziky
pre gymnázium
I. časť

Skl. č. 1—31—177
67 — 189 — 87
03/05 • Kčs 10,50 b.