

1. (id 172, vid' aj poznámky k prednáškam) Rozkladom itt na malé hmotné elementy a použitím definície tenzora zotrvačnosti dokážte, že pre tenzor zotrvačnosti vzhľadom na súradnicové osi, ktorých počiatok je vysunutý oproti ťažisku o vektor \vec{d} , platí zovšeobecnená Steinerova veta

$$\vec{I} = \vec{I}^* + m \left((\vec{d} \cdot \vec{d}) \vec{1} - \vec{d} \vec{d} \right) \quad (2)$$

2. (id 173) Vypočítajte tenzor zotrvačnosti valca okolo jeho osí symetrie. Pre os paralelnú s podstavou použite Steinerovu vetu (Moment zotrvačnosti tenkého disku okolo osi ležiacej v ňom je $J' = (1/4)mR^2$.)

Výsledok: $J_z = \frac{1}{2}MR^2, J_x = J_y = \frac{1}{12}M(3R^2 + h^2)$

3. (id 175) Presveďte sa, že tenzorovo-vektorový zápis je ekvivalentný maticovo-stĺpcovému, t.j. že

$$\vec{I} \cdot \vec{\omega} = \vec{L},$$

kde $\vec{I} = I_{xx}\vec{i}\vec{i} + I_{xy}\vec{j}\vec{j} + \dots$, je ekvivalentné rovnici

$$\begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_x \\ L_y \\ L_z \end{pmatrix}.$$

porovnaním všetkých zložiek tejto rovnice.

4. (id 176) Nájdite polohový vektor ťažiska a tenzor zotrvačnosti telesa, ktoré vznikne spojením dvoch hranolov podľa obrázku, vzhľadom na súradnicovú sústavu zaznačenú na obrázku (os x prechádza stredom prvého hranola). Rozmery hranolov sú dané podľa obrázku, hmotnosti sú m_1 a m_2 .

