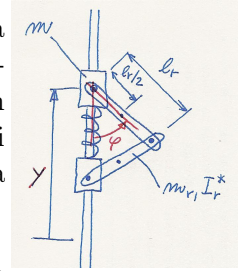


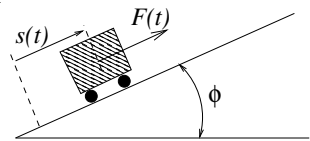
1. Po vertikálnej tyči sa môže pohybovať mechanizmus na obrázku. Mechanizmus sa skladá z dvoch posuvných kvádrov s hmotnosťou  $m$ , prepojených pružinou s tuhosťou  $k$  a dĺžkou v uvoľnenom stave  $l_0$ . Kvádre sú prepojené aj pomocou dvoch identických ramien s dĺžkou  $l_r$ , hmotnosťou  $m_r$  a momentom zotrvačnosti okolo osi prechádzajúcou ťažiskom ramena a kolmou na rovinu papiera  $I_r^*$ . Ťažisko ramien sa nachádza v polovici ich dĺžky.



- (1) Nájdite vyjadrenie vektorov rýchlosti ťažísk ramien pomocou súradníc  $y$  a  $\phi$  vzhľadom na vybraný pevný bod ležiaci na tyči, v ktorom je  $y = 0$ . (2) Nájdite Lagrangeovu funkciu systému vyjadrenú pomocou geometrických stupňov voľnosti  $y$  a  $\phi$ . (3) Vyjadrite Lagrangeovu pohybovú rovnicu, ktorú získame derivovaním podľa  $\phi$ .

2. Autíčko s hmotnosťou  $m$  sa rozbieha a následne zabrzdí na ceste so stúpaním daným uhlom  $\phi$ . Motor má pritom pôsobiť takou silou  $F(t)$ , aby dĺžka dráhy, ktorú prejde závisela od času nasledovným spôsobom:

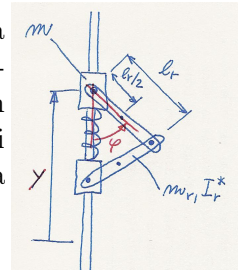
$$s(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}at^2, & 0 < t < T/2 \\ s_{1/2} + v_{1/2}(t - T/2) - \frac{1}{2}a(t - T/2)^2 & T/2 < t < T, \end{cases}$$



kde  $s_{1/2} = (1/2)a(T/2)^2$  a  $v_{1/2} = aT/2$ .

- (1) Aká musí byť veľkosť zrýchlenia  $a$ , aby za predpísaný čas  $T$  prešlo autíčko dráhu  $s_T$ ? (2) Nájdite Lagrangeovu funkciu a Lagrangeovu rovnicu pre autíčko, ak za stupeň voľnosti vezmeme prejdenú dráhu  $s$ . (3) Aká musí byť časová závislosť sily motora  $F(t)$ , ktorá hýbe s autíčkom, ak pri pohybe pôsobí trecia sila s veľkosťou  $F^t = A + Bv(t)^2$ . Akú prácu v čase od  $t = 0$  do  $t = T$  vykoná motor?

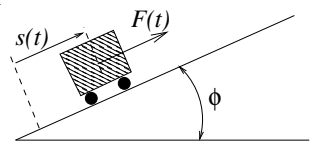
1. Po vertikálnej tyči sa môže pohybovať mechanizmus na obrázku. Mechanizmus sa skladá z dvoch posuvných kvádrov s hmotnosťou  $m$ , prepojených pružinou s tuhosťou  $k$  a dĺžkou v uvoľnenom stave  $l_0$ . Kvádre sú prepojené aj pomocou dvoch identických ramien s dĺžkou  $l_r$ , hmotnosťou  $m_r$  a momentom zotrvačnosti okolo osi prechádzajúcou ťažiskom ramena a kolmou na rovinu papiera  $I_r^*$ . Ťažisko ramien sa nachádza v polovici ich dĺžky.



- (1) Nájdite vyjadrenie vektorov rýchlosti ťažísk ramien pomocou súradníc  $y$  a  $\phi$  vzhľadom na vybraný pevný bod ležiaci na tyči, v ktorom je  $y = 0$ . (2) Nájdite Lagrangeovu funkciu systému vyjadrenú pomocou geometrických stupňov voľnosti  $y$  a  $\phi$ . (3) Vyjadrite Lagrangeovu pohybovú rovnicu, ktorú získame derivovaním podľa  $\phi$ .

2. Autíčko s hmotnosťou  $m$  sa rozbieha a následne zabrzdí na ceste so stúpaním daným uhlom  $\phi$ . Motor má pritom pôsobiť takou silou  $F(t)$ , aby dĺžka dráhy, ktorú prejde závisela od času nasledovným spôsobom:

$$s(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}at^2, & 0 < t < T/2 \\ s_{1/2} + v_{1/2}(t - T/2) - \frac{1}{2}a(t - T/2)^2 & T/2 < t < T, \end{cases}$$



kde  $s_{1/2} = (1/2)a(T/2)^2$  a  $v_{1/2} = aT/2$ .

- (1) Aká musí byť veľkosť zrýchlenia  $a$ , aby za predpísaný čas  $T$  prešlo autíčko dráhu  $s_T$ ? (2) Nájdite Lagrangeovu funkciu a Lagrangeovu rovnicu pre autíčko, ak za stupeň voľnosti vezmeme prejdenú dráhu  $s$ . (3) Aká musí byť časová závislosť sily motora  $F(t)$ , ktorá hýbe s autíčkom, ak pri pohybe pôsobí trecia sila s veľkosťou  $F^t = A + Bv(t)^2$ . Akú prácu v čase od  $t = 0$  do  $t = T$  vykoná motor?