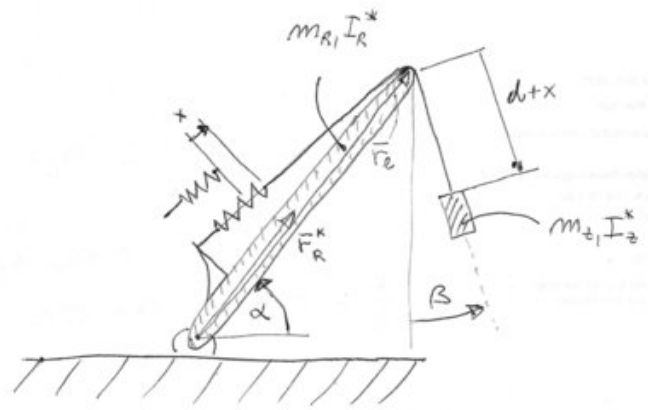


1.

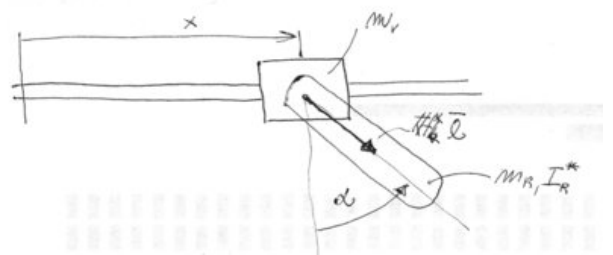
Cez rameno s dĺžkou  $|\vec{r}_l| = l$  je prevesené lanko, ktorého jeden koniec je uchytený pomocou pružiny s tuhosťou  $k$  na rameno a druhý koniec je uchytený na závažie s hmotnosťou  $m_Z$ . V prípade že je pružina v uvoľnenom stave, nech je vzdialenosť ťažiska závažia od horného konca ramena  $d$ . Moment zotrvačnosti závažia vzhľadom na os prechádzajúcu kolmo na papier a jeho ťažiskom je  $I_Z$ . Predpokladáme, že ťažisko ramena je v jeho strede a že na jeho hornom konci sa lanko prešmykuje bez trenia. Rameno má hmotnosť  $m_R$  a moment zotrvačnosti okolo osi prechádzajúcej jeho ťažiskom  $I_R$ . Hmotnosť lanka považujeme za zanedbateľne malú.



(1) Nájdite vyjadrenie vektora rýchlosti závažia vzhľadom na os otáčania ramena pomocou natiahnutia pružiny  $x$  a uhlov  $\alpha$  a  $\beta$ . (2) Nájdite Lagrangeovu funkciu systému vyjadrenú pomocou geometrických stupňov voľnosti  $\alpha$ ,  $\beta$  a  $x$ . (3) Vyjadrite Lagrangeovu pohybovú rovnicu ktorú získame derivovaním pomocou  $x$ .

2.

Po vodorovnej kolajničke sa pohybuje vozík s hmotnosťou  $m_v$ . Na vozíku je otočné rameno poháňané motorom. Rameno má hmotnosť  $m_R$ , moment zotrvačnosti  $I_R$  a poloha jeho ťažiska vzhľadom na ťažisko vozíka je daná vektorom  $\vec{l}$ . Moment trecích síl pôsobiacich proti otáčaniu ramena je  $\vec{D}_{tr} = -\kappa\vec{\alpha}$ .



(1) Nájdite Lagrangeovu funkciu systému ak nepôsobí motor ani trecie sily. (2) Nájdite pohybovú rovnicu pre otáčanie ramena ak uvážime pôsobenie momentu motora  $D_M(t)$  a trecích síl v otáčaní. (3) Akým momentom sily musí pôsobiť motor otáčajúci rameno v rôznych okamžikoch času, ak počas rozbiehajúceho sa vozíka, t.j.  $x(t) = (1/2)at^2$ , dvíha rameno z polohy  $\alpha = 0$  rovnomerne otáčavým pohybom, t.j.  $\alpha(t) = \omega t$ ? (4) Akú prácu v takomto prípade vykoná motor otáčajúci rameno pri zdvihnutí do  $\alpha = \pi/2$  za čas  $T$ ?