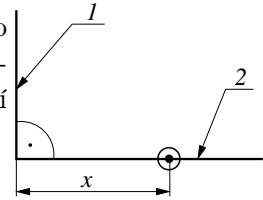
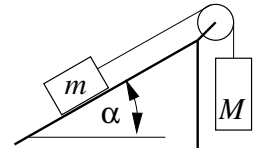


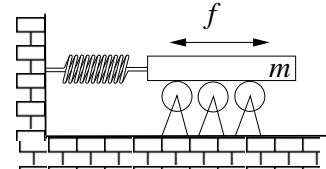
1. (3b) Dve tyče s dĺžkami ℓ_1 a ℓ_2 a hmotnosťami m_1 a m_2 sú zvarené do pravého uhla. Os otáčania, ktorá je kolmá na obe tyče, je uchytená na tyči 2 vo vzdialenosti x od spoja oboch tyčí. Aký bude moment zotrvačnosti spojených tyčí vzhľadom na os otáčania?



2. (3,5b) Dva kvádre s hmotnosťami m a M sú prepojené lanom prechádzajúcim cez kladku s momentom zotrvačnosti J a polomerom R , pričom ľahší z kvádrov sa posúva po rovine stúpajúcej pod uhlom α (obrázok). Koeficient trenia medzi týmto kvádom a podložkou je μ . (a) S akým zrýchlením sa bude pohybovať kváder s hmotnosťou M ? (b) Akou silou bude napínané lano medzi kladkou a telesom s hmotnosťou M ?

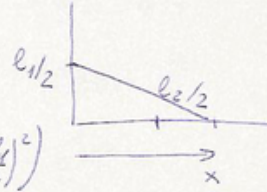


3. (3,5b) Hranol s hmotnosťou m , uchytený na pružine s tuhosťou k , sa pri svojom kmitavom pohybe v horizontálnom smere bez šmýkania posúva na 3 valcových ložiskách s momentami zotrvačnosti J a polomerami R . (a) Nájdite frekvenciu týchto kmitov! (b) O aký maximálny uhol sa každý z valčekov pootočí počas jednej periódy, ak amplitúda výchyliek kvádra je x_{max} ?



Pr 1

$$I = I_1 + I_2 \sqrt{1/2 b}$$



$$I_1 = \frac{1}{12} m_1 l_1^2 + m_1 \left(x^2 + \left(\frac{l_2}{2} \right)^2 \right)$$

$$I_2 = \frac{1}{12} m_2 l_2^2 + m_2 \left(x - \frac{l_2}{2} \right)^2$$

dobri vyjádření dle Steinerovy věty $\Rightarrow 1/2 b$

dobri vyjádření dle Steinerovy věty $\Rightarrow 1/2 b$

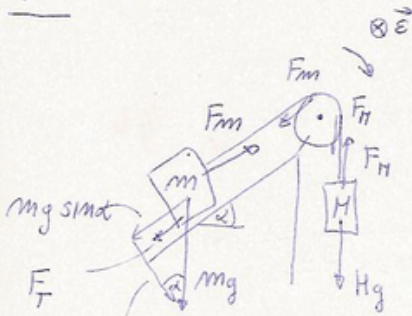
Steinerova věta

pre 1. alebo 2. lehuo $\Rightarrow 1/2 b$

$$I = \frac{1}{12} m_1 l_1^2 + m_1 \frac{l_1^2}{4} + m_1 x^2 + \frac{1}{12} m_2 l_2^2 + m_2 \frac{l_2^2}{4} - m_2 x l_2 + m_2 x^2$$

$$= \frac{1}{3} m_1 l_1^2 + \frac{1}{3} m_2 l_2^2 - m_2 l_2 x + (m_1 + m_2) x^2 \quad 1/2 b \text{ (ale dle vyjádření, potom } 1/4 b)$$

Pr 2



$mg \cos \alpha$
 $mg \sin \alpha$
 Rozklad grav. síly $\Rightarrow 1/2 b$

spočítáme

$$M a = M g - F_H \sqrt{1/2 b} \quad F_T = \mu R = \mu m g \cos \alpha \quad 1/4 b$$

$$m a = - m g \sin \alpha + F_m - \mu m g \cos \alpha \quad 1/2 b$$

$$J \epsilon = R F_H - R F_m \quad \epsilon = \frac{a}{R} \quad 1/2 b$$

$$M a = M g - F_H$$

$$m a = - m g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) + F_m$$

$$J \frac{a}{R^2} = F_H - F_m$$

$$(H + m + \frac{J}{R^2}) a = M g - m g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

(a)

$$a = \frac{M g - m g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{H + m + \frac{J}{R^2}} \quad 1/4 b$$

6)

F_H :

$$Ma = Mg - F_H$$

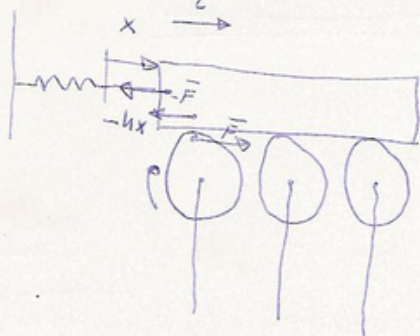
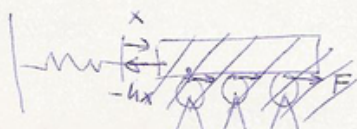
$$F_H = M(g - a) *$$

$$= M \left(g - \frac{M - m(\sin\alpha + \mu \cos\alpha)}{M + m + \frac{J}{R^2}} g \right)$$

(al iba napisati
tov. * a
presmerajni, kde
je "a", tak o.k.,
kei. 1/4 b)

$$= \frac{m + \frac{J}{R^2} + m(\sin\alpha + \mu \cos\alpha)}{M + m + \frac{J}{R^2}} g \quad \checkmark \quad 1/4 b$$

Pr3



identifikacia sij od pruziny

$$m\ddot{x} = -kx - 3F$$

$$J\epsilon = RF$$

$$\epsilon = \frac{\ddot{x}}{R} \cdot \frac{1}{2}b \quad (\text{aj vo forme } a/R)$$

$$m\ddot{x} = -kx - 3F$$

$$J \frac{\ddot{x}}{R} = FR \rightarrow F = J \frac{\ddot{x}}{R^2}$$

$$\left(m + \frac{3J}{R^2} \right) \ddot{x} = -kx \quad \checkmark \quad 1/4 b$$

$$\ddot{x} = - \frac{k}{m + \frac{3J}{R^2}} x$$

1/2 b = identifikacia uhlovij frekv.
analógia s harm. oscilatorom

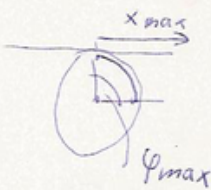
$$\Omega = \sqrt{\frac{k}{m + \frac{3J}{R^2}}}$$

$$f = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m + \frac{3J}{R^2}}} \quad \checkmark \quad 1/4 b$$

al x_{max} , potom

$$\varphi_{max} \cdot R = x_{max}$$

$$\varphi_{max} = \frac{x_{max}}{R}$$



$$\underline{\underline{\varphi_{max} = \frac{x_{max}}{R}}} \quad \checkmark \quad 1/2 b$$