

Cvičenia z Fyziky procesov

Peter Bokes, zima 2009.

22/09/2009

1. Skalárny súčin, skalárny súčin jednotkových vektorov a priemet vektora do smeru.
2. Najdite (cez skalárny súčin) veľkosť tangenciálnej zložky gravitačnej sily pôsobiacej na gorálku upevnenú na vertikálnu kružnicu. (najprv nájdite tvar dotykového vektora, parameticky vyjadreného od uhla dávajúceho polohu gorálky na kružnici).
3. Vektorový súčin, vektorový súčin jednotkových vektorov a veľkosť plochy danej 2 vektormi.
4. Zmiešaný súčin a objem

29/9/2009

1. Nech \vec{a}, \vec{b} a \vec{c} sú lineárne nezávislé vektory. Dokážte, že

- $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$.
- $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$

2. Presvedčte sa, že ľubovoľný vektor \vec{r} môžeme rozložiť na vektory v smere \vec{e} a v smere kolmom na \vec{e} pomocou vzťahu

$$\vec{r} = (\vec{e} \cdot \vec{r})\vec{e} + \vec{e} \times (\vec{r} \times \vec{e}).$$

3. Vyjadrite časovú deriváciu vektora s konštantnou dĺžkou pomocou vektora okamžitej uhlovej rýchlosti.

Re: $\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ + geometrické odvodenie.

4. Nájdite riešenie rovníc

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$$

pre počiatočnú podmienku $\vec{r}(t=0) = \vec{r}_0$ ak $\vec{\omega} = \omega \vec{k}$.

Re:

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\omega t) & -\sin(\omega t) & 0 \\ \sin(\omega t) & \cos(\omega t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}$$

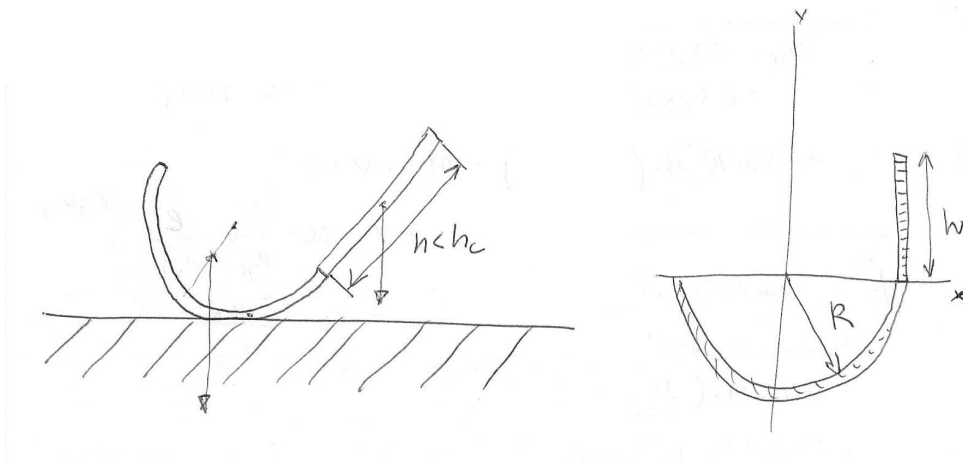
5. Ako bude vyzerat' matica rotácie okolo osi x o uhol θ ?

6/10/2009

1. ...pokračovanie z predchádzajúceho týždňa. Ako bude vyzerat' matica rotácie okolo osi x a y o uhol θ ?
2. Pri akej dĺžke ramena h s hmotnosťou na jednotku dĺžky μ bude objekt na obrázku ležať týmto ramenom na zemi? Nápvoda - treba nájsť podmienku pri ktorej bude ťažisko celého systému ležať na hornej úrovni pol-valcovej plochy. Valcová plocha má hmotnosť M a polomer \vec{R} .

Re:

$$h = \sqrt{\frac{4RM}{\pi \mu}}$$



3. Presveďte sa, že tenzorovo-vektorový zápis je ekvivalentný maticovo-stĺpcovému, t.j. že

$$\overleftrightarrow{I} \cdot \vec{\omega} = \vec{L},$$

kde $\overleftrightarrow{I} = I_{xx} \hat{i}\hat{i} + I_{xy} \hat{i}\hat{j} + \dots$, je ekvivalentné rovnici

$$\begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_x \\ L_y \\ L_z \end{pmatrix}.$$

porovnaním všetkých zložiek tejto rovnice.