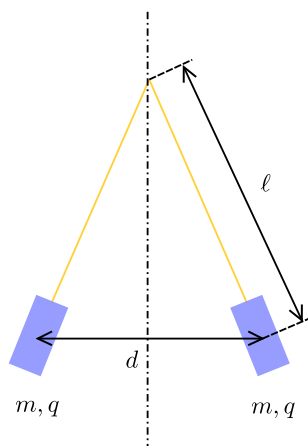


Demonštrácia Coulombovho zákona

Peter Bokes

September 2022

1 Zadanie



Dva vodivé valčeky s hmotnosťou m sú zavesené na silónovom vlákne s dĺžkou ℓ . Ak na valčekoch nie je žiaden elektrický náboj, tak sa valčeky dotýkajú, obe vlákna sú vertikálne orientované. Ak na valčeky privedieme zhodný elektrický náboj, valčeky sa budú odpudzovať a ich ustálená vzdialenosť d bude závisieť od veľkosti elektrického náboja q .

Počiatočným nabitím na neznámy náboj q_1 a následným uzemnením jedného z valčiek dokážeme znížiť náboj valčiek na polovicu (pozri video <https://youtu.be/TKIK1RTDDk8>). Opakovaním tohto procesu získame niekoľko hodnôt vzdialeností $d_1, d_2, d_3, \dots$ zodpovedajúcich nábojom $q_1, q_2 = q_1/2, q_3 = q_2/2, \dots$. Z odmeraných hodnôt d_1, d_2, d_3 dokážeme určiť veľkosti náboja q_1, q_2, q_3 a tým overiť aj funkčnú závislosť veľkosti elektrickej sily od vzdialenosti, t.j. jej pokles s druhou mocninou vzdialenosti nábojov tým, že bude platiť $q_2 = q_1/2$ a $q_3 = q_2/2$.

Valčeky na videu majú hmotnosť $m = 0,042$ g, dĺžka silónového vlákna je $\ell = 0,4$ m. Z videa možno približne odhadnúť nasledovné vzdialenosti pri jednotlivých krokoch experimentu:

Nájdite závislosť náboja na valčekoch od ich vzdialenosti d a jej porovnaním s odmeranými údajmi overte platnosť Coulombovho zákona.

	q	$q/2$	$q/4$
d (cm)	6,5	4,0	2,0

2 Riešenie

Pomôcky:

1. V stacionárnom stave musí byť výslednica gravitačnej sily, elektrickej sily a sily, ktorou pôsobí lanko na valček nulová. Preto samotná výslednica gravitačnej a elektrickej sily musí byť orientovaná v smere lanka a

$$\tan(\phi) = \frac{F_e}{mg} \quad (1)$$

kde ϕ je uhol vychýlenia lanka.

2. Elektrickú silu si vyjadríme z Coulombovho zákona

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{d^2} \quad (2)$$

3. Tangens uhlu vyjadríme pomocou geometrie úlohy:

$$\tan(\phi) = \frac{d/2}{\sqrt{\ell^2 - d^2/4}} \quad (3)$$

Výsledný vzťah pre veľkosť náboja na valčeku získaný meraním je:

$$q = \sqrt{4\pi\epsilon_0 mg \frac{d^3}{\sqrt{4\ell^2 - d^2}}}. \quad (4)$$

Nakoľko závislosť od d nie je úplne najjednoduchšia, tak si ju zobrazíme v grafe, ktorý vygenerujeme krátkym programom pre GNU Octave/Matlab. Tento istý program efektívne využijeme aj na výpočet náboja pre uvedené experimentálne údaje.

```
###
function Coulomb
###
% hmotnosť jedného valčeka v kg
m = 0.042e-3
% gravitačné zrychlenie v m.s^-2
g = 9.81
% dĺžka zavesu v m
l = 0.4
```

```

% konštanta vo vzorci
k = sqrt(4.0*pi*8.85e-12*m*g)

% namerané hodnoty vzdialenosti valčiekov
d_vals = [0.065, 0.04, 0.02];      # 14.9.2022
q_vals = qfun(d_vals,l,k);

% formátovaný výpis pre namerané hodnoty
for d = d_vals
    q = qfun(d,l,k);
    fprintf('d = %f m, q = %e C\n', d, q);
end

% graf
d_vals = linspace(0.0, 0.1, 20);
q_vals = qfun(d_vals,l,k);

plot(d_vals,q_vals);
xlabel("d (m)");
ylabel("q (C)");
grid on

###
###  zedefinovanie používanej funkcie
###
function q = qfun(d,l,k)
    q = k .* sqrt( d.^3 ./ sqrt( 4.0.*l.^2 - d.^2));
end

end

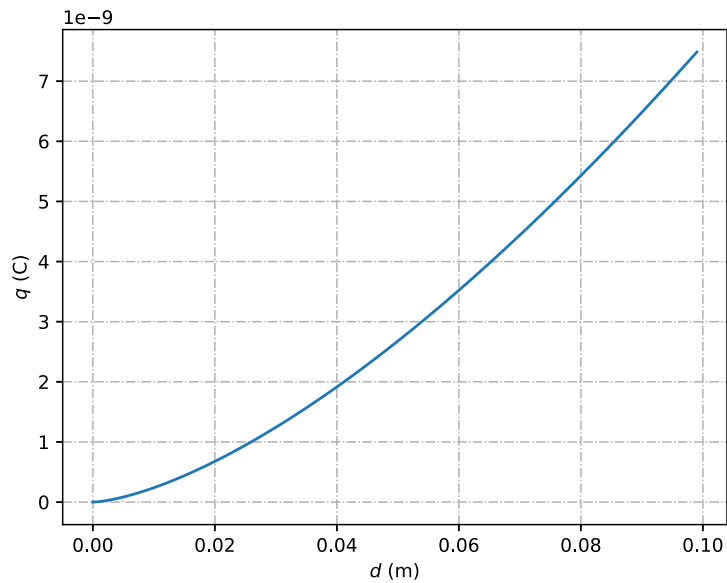
```

$d \text{ (cm)}$	6,5	4,0	2,0
$q \text{ (10}^{-9} \text{ C)}$	4,0	...	...

Tabuľka 1: Vypočítané hodnoty náboja na valčekoch z ich nameraných vzdialeností. Chýbajúce hodnoty nájdete spustením programu.

3 Ďalšie úlohy

1. Ak by ste mali zlepšiť presnosť merania, navrhli by ste väčšiu alebo menšiu hodnotu dĺžky závesu ℓ ?



Obr. 1: Graf závislosti náboja na valčekoch od ich vzdialenosti vytvorený programom.

- Určte neurčitost výpočtu veľkosti náboja ak vieme, že neurčitost merania d je asi 0,5 cm.
- Okrem numerickej neistoty má táto úloha aj systematickú chybu, ktorá spočíva v zanedbaní skutočného rozloženia náboja na valčekoch. Pre aké hodnoty d bude táto chyba narastať?
- Zjednodušte vzťah (4) pre prípad, keď môžeme zanedbať hodnotu d^2 voči $4\ell^2$. Porovnajte graf vášho výsledku s presným riešením (4) a zhodnoťte prípustnosť zjednodušenia pre tu uvedené meranie.
- Ako alternatívnu hypotézu si zvolte predpoklad, že závislosť elektrickej sily pôsobiacej medzi nábojmi má tvar

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{d}.$$

Náboj Q má z tohto vzťahu vyplývajúce jednotky $[Q] = (\text{N}\cdot\text{m})^{1/2}$. Nájdite vzťah pre výpočet veľkosti náboja v týchto jednotkách z experimentu a overte správnosť alternatívnej hypotézy.