



kde κ je Poissonova plynová konštanta a c rýchlosť zvuku. Princíp rádiometra vysvetľuje schematicky obr. 9.6. Na jemnom pružnom vlákne visí vodorovná priečka, ktorá na jednom konci nesie kruhovú dosku odrážajúcu na ňu dopadajúce akustické žiarenie. Tlak akustického žiarenia potočí priečku o uhol úmerný tomuto žiareniu.

Obr. 9.6

9.4. Základy hudobnej akustiky. Dva súčasne znejúce

hudobné zvuky sa v hudobnej akustike volajú *dvojzvuk*.

Zo skúsenosti vieme, že niektoré dvojzvuky sú pre normálny ľudský sluch lahodné (*súzvučné, konsonantné*), iné však neprijemné (*nesúzvučné, disonantné*). Správnu odpoveď na otázku, kedy sú dva tóny konsonantné a kedy disonantné, na podklade svojich pokusov o strunách našiel už Pythagoras v 6. storočí pred n. l. a ešte lepšie túto vec objasnil Euklides už okolo r. 300 pred n. l. Podľa neho dva konsonantné tóny sú schopné zlievať sa v jeden celok, a my s uspokojením poznávame, že takéto dva tóny patria k sebe, zatiaľ čo pri disonantných tónoch to nie je možné. Je zaujímavé, že na tomto veľmi starom poznatku, pravda, prehĺbenom a doplnenom, možno vybudovať celú hudobnú akustiku.

Správnosť Euklidovho názoru na konsonanciu a disonanciu tónov vyplýva z tejto jednoduchéj úvahy: O dvoch konsonantných tónoch dnes vieme, že ich frekvencie sú v pomere celých a malých čísel, nie väčších ako 6. Keď teda kmitočty dvoch tónov sú napríklad v pomere 4 : 3, tak to značí, že vždy na každé tri kmity hlbšieho tónu pripadajú práve štyri kmity tónu vyššieho, takže sa vlnenia oboch tónov skladajú vo výsledné vlnenie, ktorého perióda sa rovná trojnásobku periódy tónu hlbšieho a súčasne štvornásobku periódy tónu vyššieho. V súhlase s poznatkom Euklidovým toto pokojné spĺyvanie dvoch konsonantných tónov v nový periodický dej, ktorého perióda je v jednoduchom vzťahu k periódam oboch súčasne znejúcich tónov, je práve príčinou ich súzvučnosti.

O dvoch tónoch sa v hudobnej akustike hovorí aj to, že majú určitú výškovú odľahlosť, alebo že tvoria určitý *interval*, pričom za rovnaké sa pokladajú intervaly tvorené vždy dvoma a dvoma tónmi s rovnakými relatívnymi výškami (teda nie tónmi s rovnakým rozdielom abs. výšok). Rovnaké sú teda napríklad intervaly tvorené dvojicou tónov s frekvenciami 24 a 27 s⁻¹ aj dvojicou s frekvenciami 32 a 36 s⁻¹, lebo $36 : 32 = 27 : 24 = 9 : 8$, hoci $36 - 32 = 4$ a $27 - 24 = 3$. Pretože frekvencie všetkých vyšších harmonických tónov zvoleného základného tónu sú v pomere po sebe idúcich celých čísel, všetky *hudobné intervaly*, t. j. intervaly tvorené vždy dvoma viac alebo menej kon-

sonantnými tónmi, možno nájsť v súbore ľubovoľného základného tónu a vyšších harmonických tónov, ktoré k nemu prislúchajú.

Najjednoduchším hudobným intervalom je tzv. *oktáva*, interval tvorený dvoma tónmi, ktorých frekvencie sú v pomere 2 : 1. Keďže v tomto prípade za čas jednej periódy hlbšieho tónu uplynú práve dve periódy tónu vyššieho, takže perióda výsledného zvukového vlnenia sa rovná perióde hlbšieho tónu, dva tóny tvoriace oktavu sa v hudbe ani nepovažujú za tóny kvalitatívne odlišné a označujú sa pomocou rovnakých písmen, napr. c^1 a c^2 . Najjednoduchším hudobným intervalom v oktáve je tzv. *kvinta*, interval tvorený tónmi s frekvenciami v pomere 3 : 2.

Predstavme si ľubovoľné tri tóny, napríklad a , b a c , ktorých abs. výšky nech sú ν_1 , ν_2 a ν_3 . Pod *súčtom* intervalov dvojice tónov a a b a dvojice tónov b a c sa v hudobnej praxi rozumie interval tónov a a c . Pre relatívnu výšku tónov tvoriacich tento interval platí

$$\frac{\nu_3}{\nu_1} = \frac{\nu_3}{\nu_2} \cdot \frac{\nu_2}{\nu_1}$$

alebo

$$\log \frac{\nu_3}{\nu_1} = \log \frac{\nu_2}{\nu_1} + \log \frac{\nu_3}{\nu_2}$$

Podľa týchto výsledkov relatívna výška tónov ohraničujúcich hudobný interval, ktorý je súčtom iných dvoch hudobných intervalov, rovná sa súčinu relatívnych výšok tónov ohraničujúcich sčítané intervaly, takže logaritmus výslednej relatívnej výšky sa rovná súčtu logaritmov relatívnych výšok tónov ohraničujúcich sčítané intervaly.

Inverzia intervalu, tak sa v hudbe volá odvedenie nového intervalu od daného, dosiahne sa tak, že sa nižší tón dvojice tónov tvoriacich interval nahradí tónom s dvojnásobnou frekvenciou, alebo tón vyšší tónom s polovičnou frekvenciou, pričom sa súčasne poradie tónov vymení. Inverziou *kvinty*, intervalu daného pomerom frekvencií 3 : 2, vzniká *kvarta*, interval určený pomerom frekvencií 4 : 3. Rozdiel kvinty a kvarty je tzv. veľký celý tón, určený pomerom kmitočtov $\frac{3}{2} : \frac{4}{3} = 9 : 8$.

Nielen dva, ale aj viac súčasne znejúcich tónov môže predstavovať súzvučný celok. Podmienkou je nepochybne, aby sa pomer kmitočtov všetkých súčasne znejúcich tónov rovnal pomeru dost' malých a celých čísel. Najjednoduchším súzvučným trojzvukom aj v oktáve je skupina tónov s frekvenciami v pomere 3 : 4 : 5, z ktorého inverziou možno utvoriť tzv. *tvrdý terc-kvintový akord*, trojzvuk určený pomerom 4 : 5 : 6.

Hudobné *stupnice*, to sú vždy po oktáve sa opakujúce sledy tónov s takými frekvenciami, že možno z nich aj v hraniciach oktávy zostaviť niekoľko konsonantných trojzvukov. Súčasná hudba používa dnes dvojaké *stupnice*, tzv. *tvrdú (dur)* a *tri mäkké (moll)* *stupnice*. Tvrdú *stupnicu* tvoria tóny s frekvenciami v pomere čísel

$$24, 27, 30, 32, 36, 40, 45, 48$$

a tzv. *harmonickú stupnicu mäkkú tóny* v pomere čísel

$$120, 135, 144, 160, 180, 192, 216, 240$$

V obidvoch *stupniciach* tón vzhľadom na prvý s dvojnásobnou frekvenciou je ôsmym tónom, podľa čoho práve interval dvoch tónov s frekvenciami v pomere 2 : 1 sa volá *oktáva*. Z podobných príčin sa čistá *kvinta* a *kvarta* volajú intervaly určené relatívnymi výškami $\frac{3}{2}$ a $\frac{4}{3}$. V obidvoch *stupniciach* sú to vzhľadom na základný tón relatívne výšky piateho a štvrtého tónu.

V obidvoch *stupniciach* piaty tón voláme *dominantný*, a tón štvrtý *subdominantný*. Význačnou vlastnosťou tvrdej *stupnice* tónov je, že terc-kvintové akordy založené na základnom, subdominantnom aj dominantnom tóne sú v nej všetky tri totožné a tvrdé, ako to vyplýva z príslušných pomerových čísel

$$24 : 30 : 36 = 32 : 40 : 48 = 36 : 45 : 54 = 4 : 5 : 6$$

Podobne terc-kvintové akordy, založené na základnom, subdominantnom aj dominantnom tóne sú totožné aj v *stupnici mäkkej*, kde sa volajú mäkkým terc-kvintovým akordom, lebo

$$120 : 144 : 180 = 160 : 192 : 240 = 180 : 216 : 270 = 10 : 12 : 15$$

Tvrdá a harmonická mäkká hudobná stupnica

Tabuľka 9.2

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
dur	24	27	30	32	36	40	45	48
	1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2
		9/8	10/9	16/15	9/8	10/9	9/8	16/15
moll	120	135	144	160	180	192	216	240
	1	9/8	6/5	4/3	3/2	8/5	9/5	2
		9/8	16/15	10/9	9/8	16/15	9/8	10/9

V tabuľke 9.2 v prvom riadku sú vždy uvedené celé čísla, ktoré určujú frekvencie jednotlivých tónov tvrdej a mäkkej stupnice, v druhom riadku ich relatívne výšky vzhľadom na základný tón a v treťom riadku relatívne výšky susedných tónov. Z údajov tejto tabuľky vidíme, že intervaly tvorené vždy dvoma susednými tónmi obidvoch stupníc, tzv. *sekundy*, sú trojaké. Nazývajú sa *veľký celý tón* (9 : 8), *malý celý tón* (10 : 9) a *poltón* (16 : 15). Prvé dva intervaly sú len málo odlišné. Ich rozdiel $\frac{9}{8} : \frac{10}{9} = \frac{81}{80}$ sa volá *syntonická koma* a je to

interval, ktorý pre obyčajný sluch značí už praktickú totožnosť dvoch tónov. Preto sa v hudbe tento rozdiel obyčajne zanedbáva, a malý celý tón a veľký celý tón sa zahrňujú pod spoločný názov „*celý tón*“. Súčet dvoch poltónov je však väčší ako ktorýkoľvek z obidvoch celých tónov, lebo $\left(\frac{16}{15}\right)^2 = \frac{256}{225} = 1,14$, avšak $\frac{9}{8} = 1,125$ a $\frac{10}{9} = 1,11$.

Podobne ako sekundy, rôzne sú v tvrdej a mäkkej stupnici tónov aj ostatné intervaly: napríklad kvintu medzi druhým a šiestym tónom tvrdej stupnice tvoria tóny s relatívnou výškou nie $3 : 2 = 1,5$, ale $40 : 27 = 1,48 < 1,5$. To má za následok, že keby sme chceli vytvoriť novú tvrdú stupnicu, vychádzajúc napríklad z druhého tónu už danej, napríklad v podobe napnutých strún aj fyzikálne realizovanej tvrdej stupnice, pri úplnej presnosti by sme mohli použiť len malý počet jej tónov. Násobením čísla 27 relatívnymi výškami tónov tvrdej stupnice vzhľadom na jej tón základný dostávame skutočne čísla:

$$27, 27 \cdot \frac{9}{8} = 30 \frac{3}{8}, 27 \cdot \frac{5}{4} = 33 \frac{3}{4}, 27 \cdot \frac{4}{3} = 36$$

$$27 \cdot \frac{3}{2} = 40 \frac{1}{2}, 27 \cdot \frac{5}{3} = 45, 27 \frac{15}{8} = 50 \frac{5}{8}, 27 \cdot 2 = 54$$

Nevyhovujú teda nielen štvrtý a ôsmy tón pôvodnej stupnice, kde sú rozdiely najväčšie, ale ani tretí a šiesty. Z tohto príkladu je zrejmé, že dokonalý hudobný nástroj — konštruovaný tak, že pri hraní hudobník, opierajúc sa o svoj hudobný sluch, nemôže výšku tónov už ľubovoľne meniť — keby mal umožňovať aj prechody do rôznych stupníc, musel by byť veľmi zložitý.

Rozvoj nástrojovej hudby, najmä organa a klavíra, vynútil si preto tzv. *temperované ladenie* takýchto hudobných nástrojov. Toto ladenie spočíva v tom, že pri ňom sa oktáva delí na 12 rovnakých intervalov určených pomerom kmitočtov $\sqrt[12]{2} = 1,05946$, ktoré predstavujú temperovaný poltón, zatiaľ čo čistý poltón je určený pomerom kmitočtov $16 : 15 = 1,06666$. Dva

temperované poltóny tvoria temperovaný celý tón atď. Je pochopiteľné, že hra na nástroji s temperovaným ladením nedosahuje lahodnosť čistého ladenia, aj keď sa temperované ladenie s ladením čistým dosť dobre zhoduje. Ukazuje to *tabuľka 9.3*, v ktorej sú uvedené logaritmy jednotlivých intervalov tvrdej hudobnej stupnice v ladení čistom a temperovanom, pričom za základ logaritmov bola zvolená relatívna výška dvoch tónov tvoriacich malý temperovaný poltón.

Tabuľka 9.3

Vzťah medzi temperovaným a čistým ladením

Ladenie	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Čisté	0	2,04	3,86	4,98	7,02	8,84	10,88	12
Temperované	0	2	4	5	7	9	11	12

Je pozoruhodné, že pomerne najmenej sa od seba líšia temperovaná a čistá kvarta a kvinta.

Na to, aby sa súčasne mohlo hrať na väčšom počte hudobných nástrojov, je potrebné, aby nimi vydávané tóny mali rovnaké relatívne výšky vzhľadom na spoločný základ. Týmto základným, dohodou prijatým tónom je komorné a , presnejšie a^1 , s frekvenciou 440 s^{-1} . Keď tento tón je šiestym tónom v tvrdej stupnici tónov, stupnica sa nazýva tvrdou stupnicou c ($c \text{ dur}$) a jej jednotlivé tóny sa označujú písmenami c, d, e, f, g, a, h, c , presnejšie c^1, d^1, \dots, c^2 . Hudobné označenie nižšie a vyššie položených oktáv je: *subkontraoktáva* (C_2, D_2, \dots, C_1), *kontraoktáva* (C_1, D_2, \dots, C), *veľká oktáva* (C, D, \dots, c), *malá oktáva* (c, d, \dots, c^1), *jednočiarkovaná oktáva* (c^1, d^1, \dots, c^2) atď. Zvýšenie tónu o poltón vyjadruje sa príponou *-is*, napríklad *fis*, a označuje znakom \sharp ; zníženie o poltón sa vyjadruje koncovkou *-es*, napríklad *hes*, a označuje znakom \flat . v oboch prípadoch pred značkou príslušného tónu.

9.5. Niektoré zdroje hudobných zvukov. Zdrojom hudobného zvuku môže byť každé pravidelne kmitajúce teleso. V praxi zdrojmi hudobných zvukov sú hudobné nástroje, ľudské hlasivky a reproduktory zvuku. Najdôležitejšie druhy hudobných nástrojov sú nástroje *strunové* a nástroje založené na *pištálach*. Strunové nástroje sa rozdeľujú ďalej na nástroje *sláčikové* (husle, viola, čelo, basa), na nástroje *brnkacie* (harfa, gitara, balalajka, mandolína) a na nástroje, na ktorých sa struny uvádzajú do chvenia úderom kladivka (klavír, cimbal).