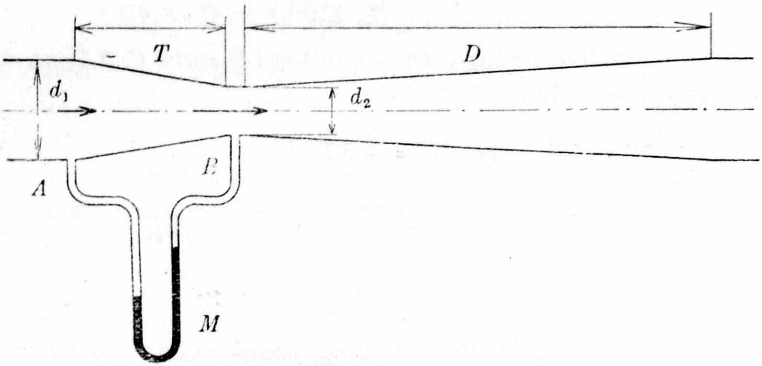
B trubice T sú pripojené ramená manometra M, ktorý polohou svojich hladín vyjadruje rozdiel tlakov v bodoch A a B. Podľa Bernoulliho rovnice tento rozdiel je

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} s(v_2^2 - v_1^2)$$



Obr. 7.15

Podľa vety o spojitosti rýchlosti v_1 a v_2 splňujú aj rovnicu

$$\frac{1}{4} \pi d_1^2 v_1 = \frac{1}{4} \pi d_2^2 v_2$$

Riešením obidvoch rovníc dostávame, že napríklad

$$v_1 = d_2^2 \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{s(d_1^4 - d_2^4)}} \tag{2}$$

7.6. Veta o hybnosti pri ustálenom prúdení kvapalín. Podľa prvej vety impulzovej súčet všetkých vonkajších síl pôsobiacich na teleso sa rovná derivácii jeho hybnosti podľa času. Objemový element $d\tau$ kvapaliny s mernou hmotnosťou s nech sa v čase t pohybuje rýchlosťou $\mathbf{v}$. Hybnosť hmotnosti $s\,d\tau$ v čase t je potom $s\mathbf{v}\,d\tau$. Aj pri náhodilom pohybe stlačiteľnej kvapaliny v čase $t' = t + dt$ bude hybnosť toho istého objemového elementu $s'\mathbf{v}'\,(d\tau)' = s(\mathbf{v} + d\mathbf{v})\,d\tau$, lebo podľa zákona o zachovaní hmotnosti súčin $s\,d\tau$ ostáva nezmenený. Zmena hybnosti objemového elementu za čas dt je preto len $s\,d\mathbf{v}\,d\tau = s\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}\,dt + d\mathbf{r}\,.\,\mathrm{grad}\,\mathbf{v}\right) d\tau = s\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v}\,.\,\mathrm{grad}\,\mathbf{v}\right) dt\,d\tau$ a zmena hybnosti ľubovoľného množstva kvapaliny

$$d\mathbf{H} = \int s\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v}\,.\,\mathrm{grad}\,\mathbf{v}\right) dt\,d\tau$$

Pri ustálenom prúdení je preto

$$\mathbf{F} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{H}}{\mathrm{d}t} = \int s(\mathbf{v}\,.\,\mathrm{grad}\,\mathbf{v})\,\mathrm{d}\tau \tag{1}$$

kde $\mathbf{F}$ je súčet všetkých vonkajších síl.

Ale

$$\nabla\,.\,(s\mathbf{v}\mathbf{v}) = [\nabla\,.\,(s\mathbf{v})]\,\mathbf{v} + s\mathbf{v}\,.\,\mathrm{grad}\,\mathbf{v} = s\mathbf{v}\,.\,\mathrm{grad}\,\mathbf{v}$$

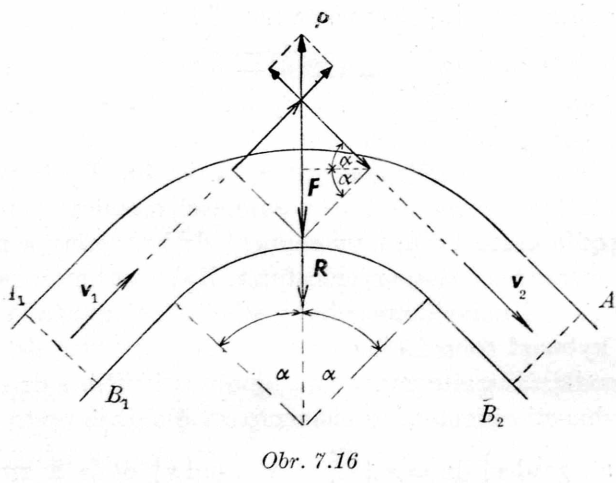
lebo pri ustálenom prúdení podľa vety o spojitosti [vzorec (7.3.1) na str. 247] je $\nabla\,.\,(s\mathbf{v}) = \mathrm{div}(s\mathbf{v}) = 0$. Je preto tiež

$$\mathbf{F} = \int \nabla\,.\,(s\mathbf{v}\mathbf{v})\,\mathrm{d}\tau = \oint \mathrm{d}\mathbf{S}\,.\,s\mathbf{v}\mathbf{v} = \oint i\mathbf{v}\,\mathrm{d}S \tag{2}$$

keď sme hmotnosť tekutiny vytekajúcej cez plošnú jednotku uzavretej plochy za jednotku času (hustota výtoku) označili písmenom i. Rovnica (2) sa volá *veta o hybnosti kvapaliny* a hovorí:

Sila účinkujúca na kvapalinu, ktorá sa nachádza vo vnútri uzavretej a v priestore nehybnej plochy, rovná sa hybnosti kvapaliny, ktorá vnútro plochy opúšťa za jednotku času.

Príklad 1. Ako príklad na použitie vety o hybnosti kvapaliny odvodíme tlak prúdiacej kvapaliny na koleno potrubia *(obr. 7.16)*. Nech je q prierez potrubia, s merná hmotnosť kvapaliny, v priemerná rýchlosť v rovnej časti a 2α



Obr. 7.16

stredový uhol kolena. Hustoty výtoku a vtoku sú potom $\mp\,\mathbf{v}\,sv$, takže podľa rovnice (2) celková sila, ktorou potrubie pôsobí na prúdiacu kvapalinu, je

$$\mathbf{F} = qsv(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1)$$

kde $\mathbf{v}_2$ a $\mathbf{v}_1$ sú rýchlosti kvapaliny na strane výtoku a vtoku do kolena. Sila $\mathbf{F}$ pozostáva z reakcie potrubia $\mathbf{R}$, ktorú chceme určiť, a z výslednice $\mathbf{P}$ celkových tlakov pq, ktoré pôsobia v rezoch A_1B_1 a A_2B_2, takže $\mathbf{R} = \mathbf{F} - \mathbf{P}$. Podľa *obr. 7.16* sila $\mathbf{P}$ má absolútnu hodnotu $P = 2pq \sin \alpha$ a je so silou $\mathbf{F}$ nesúhlasne rovnobežná. Preto absolútna hodnota reakcie $\mathbf{R}$ je

$$R = F + P = \varrho s v \,|\, \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1 \,| + 2pq \sin \alpha =$$
$$= 2\varrho s v^2 \sin \alpha + 2pq \sin \alpha = 2q(\varrho s v^2 + p) \sin \alpha$$

Keby kvapalina neprúdila, bola by táto reakcia $R' = 2pq \sin \alpha$. Zväčšenie reakcie kolena v dôsledku prúdenia kvapaliny je teda $2\varrho s v^2 \sin \alpha$.

Príklad 2. Dôležitou úlohou je aj určenie sily $\mathbf{F}$ vodného lúča narážajúceho napríklad kolmo na pevnú rovinnú stenu *(obr. 7.17)*. Aplikovaním rovnice (2) na priestor medzi koncom potrubia a stenou dostávame ihneď, že reakcia steny je:

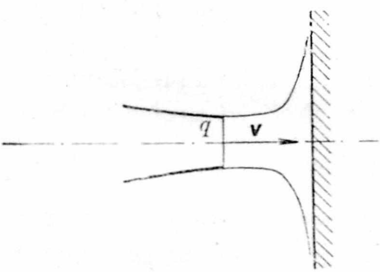
$$\mathbf{R} = -sqv\mathbf{v}$$

takže absolútna hodnota sily vodného lúča je $F = sqv^2$.

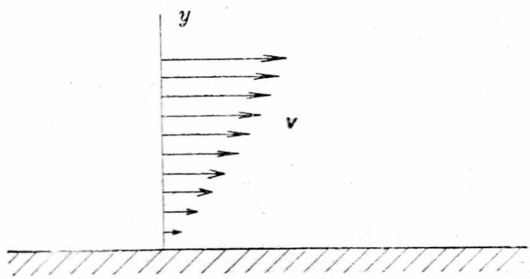
Keby sa stena pohybovala rýchlosťou $\mathbf{u}$, prispievala by k integrálu $\int i\mathbf{v}\, dS$ členom $sqv\mathbf{u}$. Reakcia steny by v tom prípade bola $\mathbf{R}' = -sqv(\mathbf{v} - \mathbf{u})$ a abs. hodnota sily vodného lúča len $F' = sqv(v - u)$. Jej výkon by bol:

$$N = \mathbf{F}' \,.\, \mathbf{u} = sqv(\mathbf{v} - \mathbf{u}) \,.\, \mathbf{u} = sqv(v - u)\, u$$

Tento výkon je najväčší pri takej rýchlosti steny u, pri ktorej je $\dfrac{dN}{du} = 0$, t. j. $v - 2u = 0$, teda $v = 2u$, čiže ak rýchlosť steny sa rovná polovici rýchlosti vodného lúča.



Obr. 7.17



Obr. 7.18

7.7. Vnútorné trenie. Doteraz sme sa zaoberali pohybom kvapalín nestlačiteľných aj stlačiteľných, no stále dokonale tekutých, v ktorých aj za pohybu môžu jestvovať len normálové napätia, obyčajne tlaky. Skutočné kvapaliny sú však len nedokonale tekuté, čo je zapríčinené tým, že sa pri zmenách vzájomných polôh objemových elementov kvapaliny musia premáhať určité vnútorné, v kvapaline pôsobiace sily, ktoré sa volajú *vnútorné trenie*.