

s momentom $D_3 = (l_1 + l_2 + l_3 - x_3) R_2$. Miesta, kde momenty D_1 , D_2 a D_3 sú absolútne najväčšie, dostaneme z rovníc

$$\frac{dD_1}{dx_1} = 0, \quad \frac{dD_2}{dx_2} = 0 \quad \text{a} \quad \frac{dD_3}{dx_3} = 0, \quad \text{t. j. z rovníc}$$

$$\frac{dD_1}{dx_1} = R_1 = -S_1, \quad \frac{dD_2}{dx_2} = -R_2 + F_2 = -S_2, \quad \frac{dD_3}{dx_3} = -R_2 = -S_3$$

Podľa týchto rovníc ohybový moment D , ktorý v našom prípade je zrejme všade kladný, je najväčší v mieste, kde sa priečna sila rovná nule, alebo v mieste, kde mení znamienko. Aby sme mohli určiť toto miesto, musíme poznať sily F_1 a F_2 . Zvoľme $F_1 = 200$ kp, $F_2 = 300$ kp a okrem toho nech je $l_1 = 50$ cm, $l_2 = 30$ cm, $l_3 = 20$ cm. Reakciu R_2 nájdeme z momentovej podmienky $l_1 F_1 + (l_1 + l_2) F_2 = (l_1 + l_2 + l_3) R_2$, podľa ktorej

$$R_2 = \frac{l_1 F_1 + (l_1 + l_2) F_2}{l_1 + l_2 + l_3} = \frac{10\,000 + 24\,000}{100} \text{ kp} = 340 \text{ kp}$$

takže $R_1 = F_1 + F_2 - R_2 = 160$ kp. Priečne sily sú potom $S_1 = -R_1 = -160$ kp, $S_2 = R_2 - F_2 = 40$ kp, $S_3 = 340$ kp. Podľa týchto výsledkov priečna sila mení svoje znamienko v mieste $x = l_1$. Ohybový moment je teda najväčší v reze, kde účinkuje sila F_1 , a je $D_m = (l_2 + l_3) R_2 - l_2 F_2 = (0,5 \cdot 340 - 0,3 \cdot 300)$ kpm = 80 kpm. Podľa vzorca (2) tento moment vyvoláva v priečnom reze hranola napätie

$$\sigma = z \frac{D_m}{J}$$

Nech a je strana štvorcového prierezu hranola. Napätie σ je potom najväčšie pre $z = \frac{a}{2}$ a nesmie prekročiť hodnotu $\frac{\sigma_m}{k}$. Táto podmienka poskytuje pre výpočet strany štvorca rovnicu

$$\frac{\sigma_m}{k} = \frac{a}{2} \frac{D_m}{J} = \frac{6D_m}{a^3}$$

lebo plošný moment zotrvačnosti štvorca vzhľadom na os súmernosti jeho strán je $J = \frac{1}{12} a^4$. Hľadaná strana štvorcového prierezu hranola je teda

$$a = \sqrt[3]{\frac{30D_m}{\sigma_m}} = \sqrt[3]{\frac{30 \cdot 8\,000 \text{ kpcm}}{2\,500 \text{ kpcm}^{-2}}} = 4,6 \text{ cm}$$

5.7. Pevnosť v krútení. Podľa vzorca (5.4.1) dvojica síl s momentom D pootočí základňu válcia s kruhovým prierezom vzhľadom na jeho druhú základňu o uhol

$$\varphi = \frac{2lD}{\pi G r^4} \quad (1)$$

V priečnom reze valca vznikne tým tangenciálne napätie

$$\tau = G\gamma = G \frac{\varphi}{l} x = \frac{2D}{\pi r^4} x \quad (2)$$

ktoré je najväčšie pre $x = r$ a nesmie prekročiť hranicu pevnosti v šmyku σ_m , alebo ak sa žiada koeficient bezpečnosti k , hodnotu $\frac{\sigma_m}{k}$. Maximálne prípustná hodnota krutového momentu je teda

$$D_m = \frac{\pi r^3}{2} \frac{\sigma_m}{k}$$

Úloha 1. Pre oceľový hnač hriadeľ sa dovoľuje skrútenie účinkom prenášaného momentu $0,25^\circ$ na 1 m dĺžky. Treba určiť potrebný priemer hriadeľa a napätie v šmyku na obvode ($G = 800\,000 \text{ kpcm}^{-2}$), ak hriadeľ má prenášať výkon $N = 25 \text{ k}$ pri otáčaní s frekvenciou $n = 3\,000 \text{ min}^{-1}$.

Riešenie: Podľa vzorca (1) stočenie na jednotku dĺžky je:

$$\frac{\varphi}{l} = \frac{2D}{\pi G r^4} = \frac{32D}{\pi G d^4}$$

Pre výkon n platí:

$$N = fv = f\omega r = 2\pi f n r = 2\pi n D$$

takže $D = \frac{N}{2\pi n}$. Hľadaný priemer hriadeľa je teda

$$\begin{aligned} d &= \sqrt[4]{\frac{32D}{\pi G} \frac{l}{\varphi}} = \sqrt[4]{\frac{32N}{2\pi^2 n G} \frac{180m}{0,25\pi}} = \sqrt[4]{\frac{11\,520}{\pi^3} \frac{N}{nG} m} = \\ &= \sqrt[4]{\frac{11\,520}{\pi^3} \frac{25 \cdot 75 \cdot 9,81 \text{ kgm}^2\text{s}^{-3}\text{m}}{50 \text{ s}^{-1} \cdot 8 \cdot 10^5 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ ms}^{-2} \cdot 10^4 \text{ m}^{-2}}} = 0,0368 \text{ m} = 3,68 \text{ cm} \end{aligned}$$

Šmykové napätie na obvode je:

$$\tau = G\gamma = G \frac{\varphi r}{l} = 800\,000 \text{ kpcm}^{-2} \cdot 0,0184 \cdot \frac{\pi}{180} \frac{1}{4} = 64 \text{ kpcm}^{-2}$$

Úlohy na cvičenie

1. O koľko sa predĺži tyč s dĺžkou l a s prierezom q pôsobením vlastnej tiaže, keď merná hmotnosť materiálu tyče je s a modul pružnosti v ťahu E ? ($\Delta l = sgl^2/2E$).

2. O aký uhol sa skrúti horná základňa zrezaného kužeľa vzhľadom na dolnú základňu dvojicou síl s momentom $D = 20 \text{ kpcm}$, keď polomer hornej základne je $r_1 = 1 \text{ mm}$, dolnej $r_2 = 5 \text{ mm}$, výška kužeľa $l = 50 \text{ cm}$ a modul pružnosti v šmyku $G = 2 \cdot 10^6 \text{ kp/cm}^2$? ($\varphi = 150,8^\circ$).

5.8. Zraz telies a nárazové sily. Pri zrážke dvoch pevných telies, pretože si tieto prekážajú vo svojom predchádzajúcom pohybe, v pomerne krátkom čase značne sa zmení ich pôvodný pohybový stav. Túto zmenu pohybového stavu vyvolávajú tzv. *nárazové sily*, ktorými telesá v čase trvania dotyku na seba pôsobia a ktoré podľa princípov akcie a reakcie sú rovnaké v hodnotách,