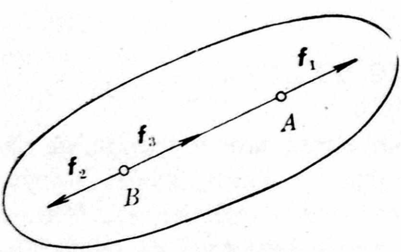
Niekedy pri sledovaní účinkov vonkajších síl pôsobiacich na pevné teleso nás nezaujíma prípadná zmena jeho tvaru a objemu a svoju pozornosť sústreďujeme iba na zmeny jeho polohy v priestore. V tom prípade pri štúdiu rovnováhy a pohybu pomerne pevných telies ako celkov opierame sa s výhodou o predstavu *telesa (dokonale) tuhého*, ktorého tvar a objem nemožno zmeniť nijakými silami. Takéto *tuhé telesá* sú teda len abstraktným pojmom.

Vzhľadom na atomistickú štruktúru telies je veľmi prirodzená predstava, že sa telesá skladajú z ohromného počtu hmotných bodov, ktoré sa najmä v prípade telies pevných a kvapalných nachádzajú vo veľmi malých vzájomných vzdialenostiach. Z tejto predstavy vychádzame pri prechode od mechaniky hmotného bodu k mechanike telies. Avšak veľká hustota týchto bodov, takže je ich veľmi mnoho aj v najmenšom realizovateľnom objeme, pripúšťa aj predstavu inú, predstavu o spojitom rozložení hmoty v priestore. Táto predstava umožňuje vyjadriť rôzne vlastnosti v jednotlivých bodoch priestoru zaujatého telesom pomocou spojitých funkcií a používať diferenciálny počet. Tak napríklad namiesto toho, aby sme vo svojich teoretických úvahách počítali s hmotnosťami hmotných bodov tvoriacich teleso, môžeme za základ vziať mernú hmotnosť $s = \dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}\tau}$, kde d$m$ je hmotnosť v objeme dτ, ktorý musí byť dosť malý, aby tento podiel dosť dobre vystihol príslušnú lokálnu vlastnosť, v našom prípade mernú hmotnosť telesa, nie však až príliš malý, aby sa v dôsledku atomistickej štruktúry telies neprejavilo kolísanie tejto vlastnosti.

V tejto kapitole budeme sa opierať o predstavu telesa dokonale tuhého, spojite vyplneného hmotou. So skutočnou štruktúrou a s niektorými vlastnosťami telies, ktoré z nej vyplývajú, budeme sa podrobnejšie zaoberať až neskoršie.

4.2. Skladanie síl v tuhom telese. Dve sily s rovnakými absolútnymi hodnotami a opačnými smermi, účinkujúce v jednom bode tuhého telesa, navzájom sa rušia. Ale v dôsledku tuhosti telesa rušia sa dve také sily aj vtedy, keď účinkujú v rôznych bodoch tuhého telesa, pokiaľ spojnica ich pôsobísk je so smerom síl rovnobežná (sily $\mathbf{f}_1$ a $\mathbf{f}_2$ na *obr. 4.1*). Keď v bode A tuhého telesa účinkuje sila $\mathbf{f}_1$ a v bode B, ktorý leží v priamke sily $\mathbf{f}_1$, sily $\mathbf{f}_2$ a $\mathbf{f}_3$, $\mathbf{f}_2 = -\mathbf{f}_1$, $\mathbf{f}_3 = \mathbf{f}_1$, spoločný účinok všetkých troch síl je totožný s účinkom samotnej sily $\mathbf{f}_1$ s pôsobiskom v bode A, lebo účinky síl $\mathbf{f}_2$ a $\mathbf{f}_3$, pôsobiacich v bode B, sa navzájom rušia. Ale spoločný účinok všetkých troch síl je totožný aj s účinkom samotnej

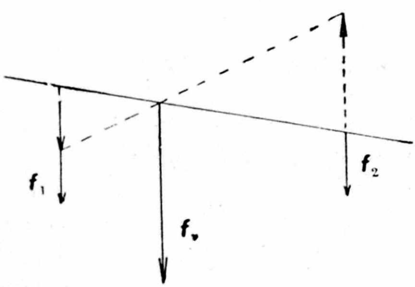


Obr. 4.1

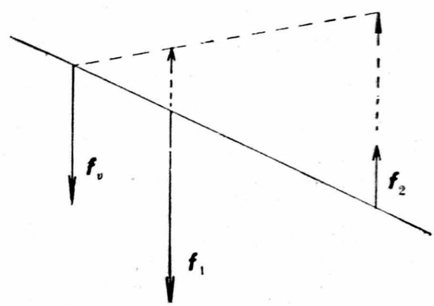
sily $\boldsymbol{f}_3$, ktorá pôsobí v bode B, lebo účinky síl $\boldsymbol{f}_1$ a $\boldsymbol{f}_2$ sa navzájom tiež rušia. Sila $\boldsymbol{f}_1$, účinkujúca v bode A, a sila $\boldsymbol{f}_3 = \boldsymbol{f}_1$, účinkujúca v bode B, ktorý leží v priamke sily $\boldsymbol{f}_1$, sú teda rovnocenné; majú na pohybový stav tuhého telesa rovnaký vplyv. Silu, ktorá účinkuje na tuhé teleso, môžeme teda posunúť do ľubovoľného bodu jej priamky. Túto zatiaľ z priameho názoru vyplývajúcu vlastnosť na tuhé teleso účinkujúcej sily vyvodíme v čl. 4.5 aj z pohybových rovníc tuhého telesa.

Dovolené posunovanie síl v ich priamkach umožňuje skladanie síl rôznobežných a najčastejšie aj síl rovnobežných, účinkujúcich v rôznych bodoch tuhého telesa.

Rovnobežné sily však nemožno zložiť, keď tvoria tzv. *dvojicu síl*, čiže, keď majú rovnaké absolútne hodnoty, opačné smery a neležia v tej istej priamke. Dve sily, ktoré tvoria dvojicu síl, nemajú teda výslednicu, a nemajú ju ani dve mimobežné sily. Dvojicou síl sa budeme podrobnejšie zaoberať v čl. *4.3*.



Obr. 4.2



Obr. 4.3

Ani pri posunovaní síl v ich priamkach, ani pri pridávaní pomocných síl v rovnováhe, čo je potrebné pri známej grafickej konštrukcii výslednice rovnobežných síl, ani pri ich skladaní v jednom bode sa súčet momentov vzhľadom na nijaký bod nemení, teda:

Moment výslednice dvoch alebo väčšieho počtu síl vzhľadom na ľubovoľný bod sa rovná súčtu momentov síl skladaných vzhľadom na tento bod

$$\boldsymbol{D}_v = \boldsymbol{r}_v \times \boldsymbol{f}_v = \sum \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{f}_i = \sum \boldsymbol{D}_i \tag{1}$$

Moment výslednice vzhľadom na všetky body jej priamky, a len vzhľadom na tieto body, rovná sa však nule; z toho vyplýva:

Súčet momentov síl skladaných vzhľadom na ľubovoľný bod priamky ich výslednice a len vzhľadom na tieto body sa rovná nule.

Keď zložky sú len dve, pre ich momenty vzhľadom na ktorýkoľvek bod ich výslednice platí: $\mathbf{D}_1 + \mathbf{D}_2 = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{f}_1 + \mathbf{r}_2 \times \mathbf{f}_2 = 0$, a absolútne hodnoty momentov sú rovnaké: $p_1 f_1 = p_2 f_2$, t. j. $p_1 : p_2 = f_2 : f_1$. Slovami:

Ramená dvoch síl vzhľadom na ľubovoľný bod priamky ich výslednice sú nepriamo úmerné absolútnym hodnotám síl.

Pôsobisko výslednice dvoch síl je teda vždy bližšie k priamke väčšej sily. Keď použijeme nepriamu úmernosť medzi ramenami síl a ich veľkosťami, môžeme nájsť pôsobisko výslednice síl súhlasne rovnobežných aj tak, že spojnicu ich pôsobísk rozdelíme v obrátenom pomere veľkosti skladaných síl. Výslednica sama sa rovná súčtu svojich zložiek. Na *obr. 4.2* je takto vykonaná konštrukcia výslednice dvoch síl súhlasne rovnobežných, na *obr. 4.3* na základe podobnej úvahy dvoch síl nesúhlasne rovnobežných: Na priamku druhej sily nanesie sa v obrátenom smere úsečka predstavujúca silu prvú, na priamku prvej sily v tom istom smere úsečka predstavujúca silu druhú. Priesečník spojnice koncových bodov takto nanesených úsečiek so spojnicou pôsobísk skladaných síl rovnobežných je pôsobisko výslednice.

Na jednotlivé hmotné elementy tuhého telesa v prakticky homogénnom silovom poli zemskom účinkujú ich váhy $\mathbf{g}\,\mathrm{d}m$. Súčet ich momentov vzhľadom na ťažisko je

$$\mathbf{D} = \int (\mathbf{r} \times \mathbf{g})\,\mathrm{d}m = -\int \mathbf{g} \times \mathbf{r}\,\mathrm{d}m = -\mathbf{g} \times \int \mathbf{r}\,\mathrm{d}m = 0$$

lebo výraz $\int \mathbf{r}\,\mathrm{d}m$, ak v ňom vystupujúci vektor $\mathbf{r}$ sa vzťahuje na ťažisko, rovná sa nule. Ale pretože sa súčet momentov ľubovoľnej sústavy síl, ako už vieme, rovná nule len vzhľadom na body priamky ich výslednice, máme výsledok:

Ťažisko telesa, a to pri každej polohe telesa v priestore, *leží na zvislej priamke výslednice celej váhy telesa, na tzv. ťažnici, a všetky ťažnice telesa, prislúchajúce jeho rôznym polohám v priestore, pretínajú sa v jednom bode — v ťažisku telesa.*

4.3. Dvojica síl. Polohový vektor i-tej vonkajšej sily $\mathbf{f}_i$, ktorá pôsobí na tuhé teleso, vzhľadom na bod O' *(obr. 4.4)* nech je $\mathbf{r}'_i$, vzhľadom na bod O nech je $\mathbf{r}_i$, polohový vektor bodu O' vzhľadom na bod O nech je $\mathbf{r}'$. Súčet momentov všetkých síl pôsobiacich na tuhé teleso vzhľadom na bod O je

$$\mathbf{D} = \sum \mathbf{r}_i \times \mathbf{f}_i = \sum (\mathbf{r}' + \mathbf{r}'_i) \times \mathbf{f}_i = \sum (\mathbf{r}' \times \mathbf{f}_i) + \sum (\mathbf{r}'_i \times \mathbf{f}_i) = \mathbf{r}' \times \mathbf{F} + \mathbf{D}' \quad (1)$$

kde $\mathbf{D}'$ je súčet momentov všetkých síl vzhľadom na bod O' a $\mathbf{F}$ súčet všetkých síl. Keď však $\mathbf{F} = \sum \mathbf{f}_i = 0$, je $\mathbf{D} = \mathbf{D}'$. Slovami:

Keď sa súčet síl pôsobiacich v jednom alebo rôznych bodoch tuhého telesa rovná nule, súčet ich momentov vzhľadom na každý bod je rovnaký.