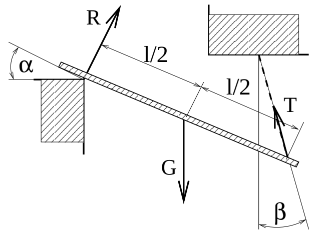
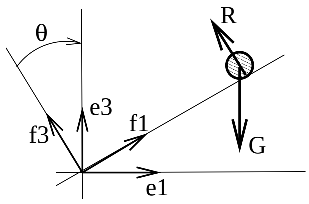
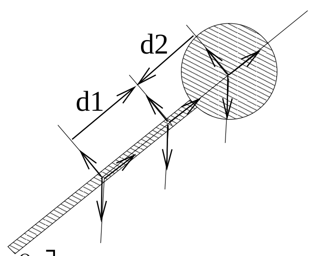
1. Nájdite uhol odklonenia lanka ($\beta$), ak je doska naklonená o uhol $\alpha$. Akou veľkou silou je pritom lanko napínané? Uvažujte, že poznáme hmotnosť dosky $m$, vzdialenosť ťažiska od bodu položenia dosky na schodíku $l/2$, rovnú vzdialenosti ukotvenia na lanko od ťažiska.
**Re:** $\tan(\beta) = (1 + \sin^2(\alpha))/(\cos(\alpha)\sin(\alpha))$




2. Majme pevne zvolený súradnicový systém daný jednotkovými vektormi $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$, pričom $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ sú vo vodorovnej rovine. Gulička s hmotnosťou $m$ sa nachádza na povrchu ktorého lokálny súradnicový systém je získaný rotáciami
$$\vec{f}_i = \mathcal{O}^{\theta,2}\left[\mathcal{O}^{\phi,3}[\vec{e}_i]\right],$$
(t.j. ako na obr. kde vektor $\vec{e}_2$ nevidieť, ale tiež samozrejme leží vo vodorovnej rovine. Uhol medzi medzi projekciou $\vec{f}_1$ do tejto roviny a vektorom $\vec{e}_1$ je $\phi$.)
(a) Nájdite vektor reakcie podložky na guličku v súradnicovej sústave $\vec{f}_1, \vec{f}_2 a \vec{f}_3$.
(b) Aké sú súradnice tohto vektora v pevnej sústave $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$? Guličku uvažujte ako hmotný bod, jej rozmery zanedbajte.
**Re:** (a) $\vec{R} = G\cos(\theta)\vec{f}_3$, (b) $\vec{R} = R(\cos(\phi)\sin(\theta)\vec{e}_1 + \sin(\phi)\sin(\theta)\vec{e}_2 + \cos(\theta)\vec{e}_3$




3. (a) Nájdite polohu ťažiska telesa na obrázku, ktoré vznikne spojením gule a tyče, vzhľadom na ťažisko tyče ($\vec{d}_1$) a gule ($\vec{d}_2$). Predpokladajte, že poznáte ich geometrické rozmery a hmotnosti. (b) Nájdite výsledný tenzor zotrvačnosti telesa vzhľadom na ťažisko a osi ukázané na obrázku ak viete že tenzor zotrvačnosti gule ($I^g$) a tyče ($I^t$) sú




$$I^g = \begin{bmatrix} \frac{2}{5}m_gR^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{5}m_gR^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{5}m_gR^2 \end{bmatrix}, \quad I^t = \begin{bmatrix} \frac{1}{12}m_tl^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12}m_tl^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
kde $m_g$ a $R$ je hmotnosť a polomer gule a $m_t$ a $l$ je hmotnosť a celková dĺžka tyče.
Pri výpočte použite Steinerovu vetu $\vec{\vec{I}}' = \vec{\vec{I}}^* + m((\vec{d}\cdot\vec{d})\vec{\vec{1}} - \vec{d}\vec{d})$.
**Re:** (a) $d_1 = m_g(l + 2R)/(2(m_g + mt))$, $d_2 = l/2 + R - d_1$.
(b)
$$I = \begin{bmatrix} \frac{2}{5}m_gR^2 + \frac{1}{12}m_tl^2 + m_td_1^2 + m_gd_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{5}m_gR^2 + \frac{1}{12}m_tl^2 + m_td_1^2 + m_gd_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{5}m_gR^2 \end{bmatrix}$$

ak chápeme že oz $z$ je pozdĺž tyče.