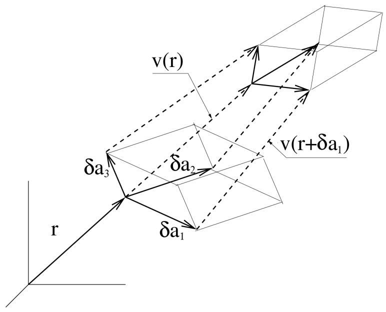
5. (V 2008 neodprednášam, je to len pre zvedavých) **Základná veta kinematiky kontinua** - najvšeobecnejší pohyb dostatočne malého elementu kontinua je paralelný prenos, otočenie a roztiahnutie (stlačenie) v 3 lineárne nezávislých smeroch [3].




$$\begin{aligned}\vec{v}(\vec{r}+\delta\vec{a}_i) &\approx \vec{v}(\vec{r})+\delta\vec{a}_i\cdot\nabla_{\vec{r}}\vec{v}(\vec{r}) = \vec{v}(\vec{r})+(\vec{v}(\vec{r})\nabla)\cdot\delta\vec{a}_i \\ &= \vec{v}(\vec{r})+\vec{\omega}(\vec{r})\times\delta\vec{a}_i+\frac{d}{dt}\overleftrightarrow{\varepsilon}(\vec{r})\cdot\delta\vec{a}_i+\mathscr{O}(|\delta\vec{a}_i|^2),\end{aligned}$$

kde

$$\vec{\omega}(\vec{r}) = \frac{1}{2}\nabla\times\vec{v}(\vec{r})$$

predstavuje lokálnu rotáciu kontinua (evidentne všetky $\delta\vec{a}_i$ sa natočia o uhol $\vec{\omega}(\vec{r})dt$) a

$$\frac{d}{dt}\overleftrightarrow{\varepsilon}(\vec{r}) = \frac{1}{2}\left((\vec{v}(\vec{r})\nabla)+\nabla\vec{v}(\vec{r})\right)$$

predstavuje časovú zmenu tenzora deformácia kontinua. Ak lokálne natočíme súradnicový systém tak aby $\overleftrightarrow{\varepsilon}$ bol diagonálny dostaneme (ak zvolíme $\delta\vec{a}_i$ ako vlastné vektory $\overleftrightarrow{\varepsilon}(\vec{r})$)

$$\Delta\delta a_i = \varepsilon_{ii}\delta a_i, \quad i=1,2,3$$

a pre relatívnu zmenu dostatočne malého objemu (s daným množstvom hmotnosti)

$$\delta V/V = \varepsilon_{11}+\varepsilon_{22}+\varepsilon_{33} = \mathrm{Tr}\overleftrightarrow{\varepsilon}.$$

Alebo, použitím časových derivácií

$$\frac{1}{V}\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{\rho(\vec{r})}\frac{d\rho(\vec{r})}{dt} = \frac{d}{dt}\mathrm{Tr}\overleftrightarrow{\varepsilon} = \nabla\cdot\vec{v}$$

(rovnica kontinuity)

6. **Pohybová rovnica kontinua** (Newtonova pohybová rovnica) -

   (a) Tenzor napätia: dáva silu ktorou pôsobí vonkajšia sila na element plochy $d\vec{S}$ (pripomeň orientáciu) malého objemu $dV$, $d\vec{F} = d\vec{S}\cdot\overleftrightarrow{\sigma}(\vec{r},t)$. Tlak ako záporné napätie pre izotrópne prostredie ($\overleftrightarrow{\sigma} = -p(\vec{r},t)\overleftrightarrow{1}$).

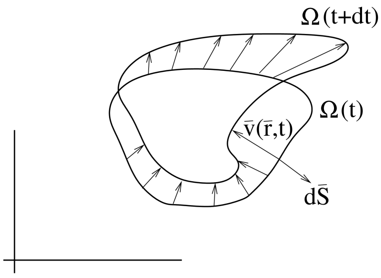
   (b) Samotná rovnica. Odvodenie z $\frac{d}{dt}\vec{P} = \vec{F}$, kde $\vec{P}$ je hybnosť časti kontinua uzavretého v oblasti $\Omega(t)$ a $\vec{F}$ je celková sila čo na túto časť kontinua pôsobí, t.j.

$$\frac{d}{dt}\int_{\Omega(t)}\rho(\vec{r},t)\vec{v}(\vec{r},t)d^3r = \int_{\Omega(t)}d\vec{F}.$$

   s výsledkom (tu nasleduje dosť zdĺhavé odvodenie, ktoré som spravil na tabulu, neskôro ho doplním aj do týchto poznámok.)

$$\rho(\vec{r},t)\left(\frac{\partial\vec{v}(\vec{r},t)}{\partial t}+\vec{v}(\vec{r},t)\cdot\nabla\vec{v}(\vec{r},t)\right) = \nabla\cdot\overleftrightarrow{\sigma}(\vec{r},t)+\vec{f}(\vec{r},t).$$

   Komentár:




Zmena objemu $\Omega(t)$, pevne spojenom s kontinuom, za malý čas $dt$.

- tenzor napätia a tlak sú dané lokálnym stavom kontinua a preto treba termodynamiku.
- hustota síl $\vec{f}(\vec{r},t)$ - "sila pôsobiaca na jednotku hmotnosti látky"
  Napr.:
  i. hustota gravitačnej sily v homogénnom gravitačnom poli, $\vec{f}(\vec{r},t) = \vec{g}$.
  ii. hustota Lorentzovej sily (elektromagnetickej sily)

$$\vec{f}(\vec{r},t) = \frac{q}{m_q}\left(\vec{E}(\vec{r},t) + \vec{v}(\vec{r},t) \times \vec{B}(\vec{r},t)\right),$$

  kde $q/m_q$ je pomer náboju a hmotnosti častíc tvoriace študované kontinuum a $\vec{E}$ a $\vec{B}$ sú polia elektrickej intenzity a magnetickej indukcie. Konkrétne táto sila je kľúčová pri dynamike tokamakov budovaných pre realizáciu kontrolovanej jadrovej fúzie.

  Niekedy môžeme zapísať v tvare potenciálov, t.j.

$$\vec{f}(\vec{r},t) = -\nabla\phi(\vec{r},t),$$

  Napr. pre elektrostatické polia

$$f(\vec{r},t) = \rho(\vec{r},t)\vec{e}(\vec{r},t) = -\rho(\vec{r},t)\nabla\phi(\vec{r},t).$$

  alebo pre gravitačné pole

$$f(\vec{r},t) = \rho(\vec{r},t)\vec{g} = -\rho(\vec{r},t)\nabla(-\vec{g}\cdot\vec{r}).$$

- fyzikálny zmysel člena $\vec{v}\cdot\nabla\vec{v} = \nabla\frac{1}{2}v^2 - \vec{v}\times(\nabla\times\vec{v})$: hustota kin. energie a vírivosť. Tento člen zabezpečuje inherentne nelineárny charakter dynamiky kontinua - neprítomný len pre malé kmity bez prenosu látky (napr. zvuk).
- hustota hmotnosti je ďalšia neznáma funkcia - treba využiť aj rovnicu kontinuity.
- je to vlastne rovnica spojitosti pre hybnosť...