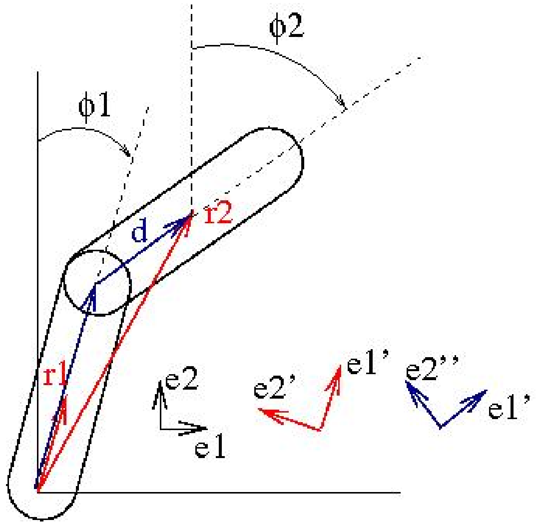


Obrázok 1: 2-ramenný manipulátor a v ňom použité označenia a orientácie sústav.

2.7 Lagrangeove rovnice pre sústavy i.t.t.

- Rozcvička: Pohybová rovnica fyzikálneho kyvadla Lagrangeovou metódou.
  Výsledná Lagrangeova funckia:

$$L(\phi, \dot{\phi}) = \frac{1}{2}(I + md^2)\dot{\phi}^2 - mg(d - d\cos(\phi)).$$

  a z toho Lagrangeova pohybová rovnica

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} - \frac{\partial L}{\partial \phi} = 0 \Rightarrow (I + md^2)\ddot{\phi} = -mgd\sin(\phi)$$

- **Dvoj-ramenný manipulátor**(Je aj v skriptách, ale iným postupom)

  1. Dva geometrické stupne vol'nosti: ϕ_1, ϕ_2 ako uhly osí ramien od vertikálneho smeru (obrázok)
  2. Označenie polôh t'ažiska a počiatkov súradnicových sústav pevne spojených s každým i.t.t., vol'ba ich orientácie, podl'a obrázku.
  3. Kinetická energia oboch i.t.t. prejde po úpravách do tvaru

$$K = \frac{1}{2}I_1(\dot{\phi}_1)^2 + \frac{1}{2}I_2(\dot{\phi}_2)^2 + M\cos(\phi_1 - \phi_2)\dot{\phi}_1\dot{\phi}_2$$

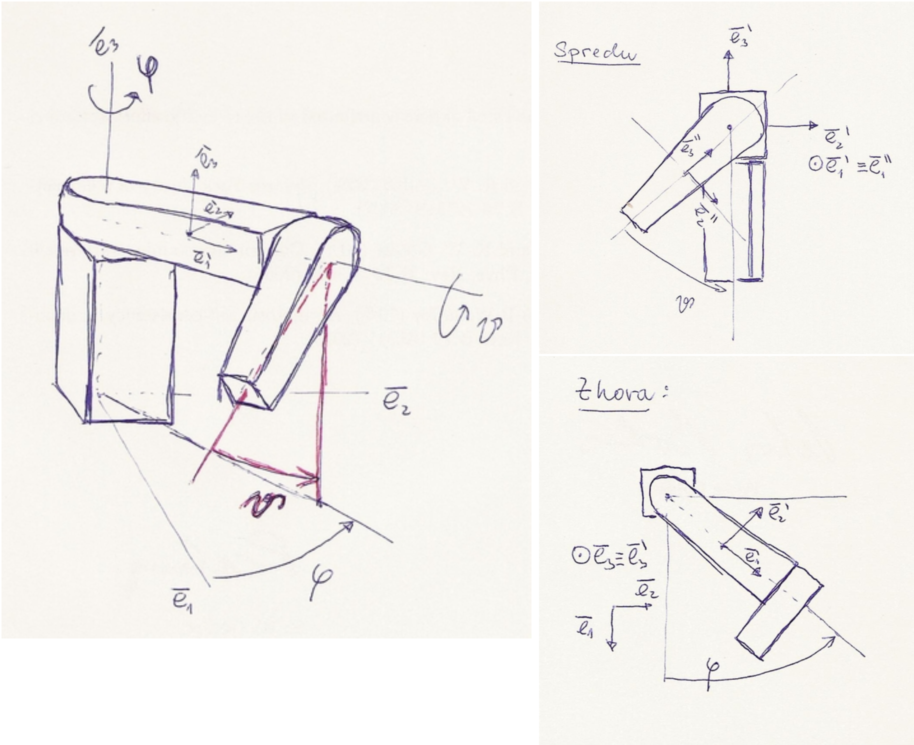
  4. Potenciálna energia oboch i.t.t.

$$U = r_1^* m_1 g\cos(\phi_1) + (l\cos(\phi_1) + d_2\cos(\phi_2))m_2 g$$

  5. Odvodit' Lagrangeove pohybové rovnice.

- **Dvoj-ramenný manipulátor s plecom**(Je aj v skriptách ale iným postupom a s nie celkom korektným výsledkom)

  1. Dva geometrické stupne vol'nosti - ϕ a θ.



Obrázok 2: Manipulátor s plecom.

2. Označenie polôh ťažiska a počiatkov súradnicových sústav pevne spojených s každým i.t.t., voľba ich orientácie.
3. Vyjadrenie vektorov vo vhodných súradnicových sústavách:

$$\begin{aligned}
\vec{\omega}_1 &= \dot{\phi}\vec{e}'_3 = \dot{\phi}\mathscr{O}^{-\theta,1}[\vec{e}''_3] = \dot{\phi}(\sin(\theta)\vec{e}''_2 + \cos(\theta)\vec{e}''_3), && (96)\\
\vec{\omega}_2 &= \dot{\theta}\vec{e}'_1 = \dot{\theta}\vec{e}''_1, && (97)\\
\vec{l} &= l\vec{e}'_1, \quad \vec{d} = -d\vec{e}''_3 = d(\sin(\theta)\vec{e}'_2 - \cos(\theta)\vec{e}'_3) && (98)\\
\vec{r}^*_1 &= r^*_1\vec{e}'_1, \quad \vec{r}^*_2 = \vec{l} + \vec{d} && (99)\\
\vec{v}^*_1 &= \frac{d\vec{r}^*_1}{dt} = \vec{\omega}_1 \times \vec{r}^*_1 = \dot{\phi}r^*_1\vec{e}'_2 && (100)\\
\vec{v}^*_2 &= \frac{d\vec{r}^*_2}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{l} + \vec{d}) = \vec{\omega}_1 \times \vec{l} + (\vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2) \times \vec{d} && (101)\\
&= -\dot{\phi}d\sin(\theta)\vec{e}'_1 + (\dot{\phi}l - \dot{\theta}d\cos(\theta))\vec{e}'_2 + \dot{\theta}d\sin(\theta)\vec{e}'_3 && (102)\\
|\vec{v}^*_2|^2 &= \dot{\phi}^2(d^2\sin^2(\theta) + l^2) + \dot{\theta}^2d^2 - 2\dot{\phi}\dot{\theta}ld\cos(\theta) && (103)
\end{aligned}$$

(*pokračovanie na budúcej prednáške...*)