Úvod

Obsahom prednášok Fyziky dynamických procesov je výklad fyzikálnych princípov a matematických postupov popisu mechanických sústav používaných v automatizácii a robotike. Prototypom takejto sústavy je dvojramenný manipulátor ktorého analýze sa budeme detailne venovat' ale aj úlohy pohybu a stability mechanických sústav, ktoré si preberieme na príkladoch Každú takúto diskrétnu mechanickú sústavu môžeme popísat' ako systém niekol'kých tuhých telies. Systematický prístup ku konštrukcii diferenciálnych rovníc popisujúcich ich dynamiku je založený na tzv. Lagrangeovej formulácii mechaniky.

Často je dôležitou súčast'ou popisu diskrétnych mechanických sústav aj jej prostredie, napr. pohyb vo vode alebo vzduchu. Ciel'om prednášok bude uviest' základné princípy formulácie dynamiky prostredia - kontinua - vo forme parciálnych diferenciálnych rovníc. Výsledný formalizmus je užitočný nie len pre štúdium prostredia diskrétnych mechanických sústav (napr. model plávania), ale aj úloh transportu kvapalín, plynov či tepla.

2 Poznámky k jednotlivým prednáškam

2.1 Dynamika systému

1. stupne vol'nosti q_i - máme vol'nost' ich nastavit' v $t = 0$.

2. dynamické rovnice (alebo aj pohybové rovnice) - zákon ktorá povie ako sa budú stupne vol'nosti menit' pre $t > 0$. Zmena = derivácia, t.j. dynamické rovnice budú diferenciálne rovnice 1. rádu

$$\frac{d}{dt}q_i = f_i(q_1, q_2, ..., q_N; t), \quad i = 1, ..., N \tag{1}$$

   Veta o existencii a jednoznačnosti riešenia: Ak funkcie $f_i(q_i;t)$ sú spojité a ohraničené a spĺňajú Lipschitzovu podmienku vzhl'adom na t[1] na oblasti $(t_0 - T, t_0 + T) \times (q_1^0 - \delta_i, q_1^0 + \delta_i) \times ...$ potom existuje práve jedno riešenie ktoré spĺňa podmienku $q_i(t_0) = q_i^0$ pre $i = 1, ..., N$.

   t.j. v tomto spočíva zmysel stupňa vol'nosti - až na určenie počiatočných hodnôt je všetko dané dynamickými rovnicami.

   poznámka: ak je 2. rádu, tak vieme previest' na 2 rovnice 1. rádu, t.j. rovnica 2. rádu popisuje 2 stupne vol'nosti, a podobne pre n-tý rád. V mechanike často voláme stupňom vol'nosti číslo $n/2$ nakol'ko ku každej súradnici musíme vždy mat' aj rýchlost', t.j. n je vždy párne.

3. príklady: Newtonove rovnice pre hmotný bod, harmonický oscilátor, Kirchhofove zákony pre obvody

4. homogénne lineárne diferenciálne rovnice

$$\frac{d}{dt}q_i = \sum_j a_i j q_j \tag{2}$$

   vieme riešit' metódou "hl'adám riešenie v tvare $q_i(t) = c_i e^{\alpha t}$"; všeobecné riešenie je lin. kombinácia N lineárne nezávislých riešení.

5. lineárne diferenciálne rovnice s pravou stranou

$$\frac{d}{dt}q_i = \sum_j a_{ij} q_j + g_i(t) \tag{3}$$

[1] Lipschitzova podmienka znamená $|f(q_i';t) - f(q_i;t)| \leq \sum_i |q_i' - q_i|, L > 0$

vieme riešit'; všeobecné riešenie je lin. kombinácia N lineárne nezávislých riešení homogénnej rovnice a jedného partikulárne riešenie rovnice s pravou stranou. Napr. pomocou Laplaceovej transformácie

$$F(s) = \mathscr{L}\{f(t)\} = \int_{0-}^{\infty} dt\, f(t)e^{-st} \quad (4)$$

$$f(t) = \mathscr{L}^{-1}\{F(s)\} = \frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} dsF(s)e^{st} \quad (5)$$

6. Predstava o numerickom riešení diferenciálnych rovníc: triviálna Eulerova metóda - má problém s odhadom pravej strany... vylepšenie Runge-Kutta metóda.

2.2 Pohybové rovnice diskrétnych sústav I.

1. Ideálne tuhé teleso (i.t.t.) , 6 stupňov voľnosti
2. redukcia síl do jedného bodu a dvojice síl do dvoch bodov a k tomu patriaci pojem momentu sily $\vec{D} = \vec{r} \times \vec{F}_d$ Toto zahŕňa:
   - redukcia síl pôsobiacich na priamke
   - redukcia síl v rovine ale nie paralelných s opačnou orientáciou
   - zavedenie dvojice síl pre paralelné s opačnou orientáciou
   - redukcia na silu a dvojicu síl pre dve mimo-bežné sily
   - redukcia ľub. síl v 3 bodoch na sily v dvoch bodoch
3. rozloženie telesa na infinitezimálne časti; akcia-reakcia medzi nepohybujúcimi sa časťami ("krátko-dosahové sily")
4. Odvodenie 1. a 2. vety impulzovej;

$$M\frac{d^2}{dt^2}\vec{R}^* = \vec{F}_t \quad (6)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{R}^* \times M\dot{\vec{R}}^*\right) + \frac{d}{dt}\left(\vec{I}\cdot\vec{\omega}\right) = \vec{D} \quad (7)$$

   Komentár: tieto dve rovnice úplne popíšu dynamiku i.t.t. (časový vývoj všetkých jeho stupňov voľnosti) a preto netreba vyššie momenty alebo niečo podobné.