

Meranie hrúbky tenkej dielektrickej vrstvy

Úloha: Určiť hrúbku tenkej dielektrickej vrstvy odmeraním spektrálnej závislosti šikmej odrazivosti svetla.

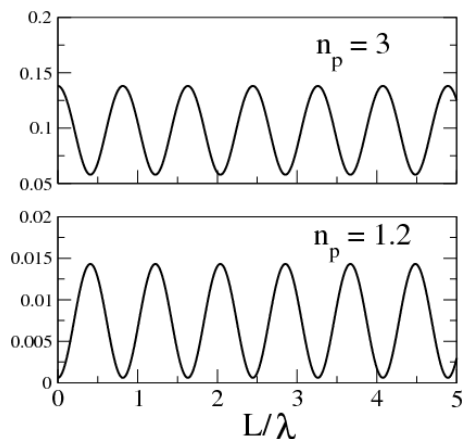
Teoretický úvod

Jednou z metód určenia hrúbky tenkej vrstvy je meranie spektrálnej odrazivosti, t.j. meranie závislosti odrazivosti od vlnovej dĺžky svetla.

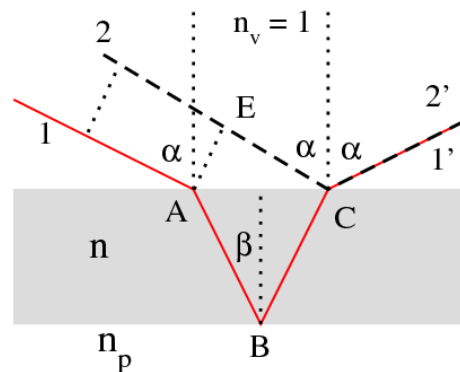
Uvažujme tenkú dielektrickú vrstvu nanesenú na podložke. Index lomu vrstvy je n , index lomu podložky n_p . Prostredie (vzduch) nad vrstvou má index lomu $n_v = 1$. Ak na takúto vrstvu dopadá monochromatické svetlo pod uhlom α , potom koeficient odrazu, ktorý charakterizuje množstvo odrazeného svetla, je periodickou funkciou pomeru hrúbky vrstvy L a vlnovej dĺžky λ (obr. 1). Dôvodom periodickej závislosti koeficientu odrazu je interferencia dvoch zložiek odrazeného svetla: prvá vlna prešla týmto rozhraním, odrazila sa od spodného rozhrania vrstvy, a vrátila sa do vzduchu (obr. 2). Druhá sa odrazila už na rozhraní vzduch-vrstva. Odrazené vlny 1' a 2' spolu pozitívne interferujú (zosilnia sa) ak v bode C budú mať tú istú fázu. Pretože obe vlny majú rovnakú fázu v bodoch A a E, stačí nájsť fázový rozdiel spôsobený prechodom lúčov po dráhach A-B-C a E-C.

Pre vlnu 1' dostaneme

$$\phi_2 = 2\pi (|AB| + |BC|)/\lambda' + \phi_r \quad (1)$$



Obr. 1: Koeficient odrazu R ako funkcia pomeru L/λ pre dve hodnoty indexu lomu podložky.



Obr. 2: Schéma interferencie na tenkej vrstve. Dve odrazené zložky svetla, 1' a 2', spolu interferujú, ak majú rovnakú fázu.

a pre vlnu 2'

$$\phi_1 = 2\pi |EC|/\lambda + \phi_r \quad (2)$$

V týchto rovniciach je $\lambda' = \lambda/n$ vlnová dĺžka svetla v tenkej vrstve. Fázové rozdiely ϕ_r a ϕ_r' súvisia s odrazom vlny na rozhraniach.

Podmienka maximálneho odrazu je

$$\phi_1 - \phi_2 = 2\pi m, \quad (3)$$

kde m je celé číslo.

Pri meraní budeme hľadať vlnové dĺžky λ_m a λ_{m+1} , ktoré zodpovedajú dvom susedným maximám na obr. 1. Z týchto vlnových dĺžok odvodíme vzťah pre hrúbku vrstvy L :

Dosadením z rovníc (2) a (1) dostaneme

$$2\pi \frac{(|AB| + |BC|)n - |EC|}{\lambda} = (2\pi m + \phi_r' - \phi_r) \quad (4)$$

Podľa obrázku 2 platí $|AE| = |AC| \sin \alpha$ a $|AB| = |BC| = L/\cos \beta$ kde uhol β je daný Snellovým zákonom

$$\sin \alpha = n \sin \beta. \quad (5)$$

Po dosadení do rovnice (4) a s uvážením $AC = 2L \tan \beta$ dostaneme

$$(|AB| + |BC|)n - |EC| = \frac{2Ln}{\cos \beta} - 2L \tan \beta \sin \alpha = \frac{2Ln}{\cos \beta} (1 - \sin^2 \beta) = 2Ln \cos \beta \quad (6)$$

takže maximálny odraz dostaneme pre vlnovú dĺžku λ_m ktorá spĺňa vzťah¹

$$\frac{L}{\lambda_m} 2n \cos \beta = m + \frac{\phi_r' - \phi_r}{2\pi} \quad (8)$$

Podobne pre susedné $m + 1$ -vé maximum

$$\frac{L}{\lambda_{m+1}} 2n \cos \beta = m + 1 + \frac{\phi_r' - \phi_r}{2\pi} \quad (9)$$

Odčítaním týchto rovníc dostaneme

$$\left(\frac{1}{\lambda_{m+1}} - \frac{1}{\lambda_m} \right) 2nL \cos \beta = 1 \quad (10)$$

Úpravou rovnice (10) vyjadríme hrúbku vrstvy

$$L = \frac{\lambda_m \lambda_{m+1}}{\lambda_m - \lambda_{m+1}} \frac{1}{2n \cos \beta} \quad (11)$$

V poslednej rovnici ešte vyjadríme uhol β pomocou uhla α . Zo Snellovho zákona (5) dostaneme $n \cos \beta = \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}$.

¹Z Fresnelových vzťahov pre amplitúdy odrazu elektromagnetickej vlny na rozhraní plynie, že prípade $n_p > n$, platí $\phi_r = \phi_r'$, a z predchádzajúcich rovníc dostaneme

$$2Ln \cos \beta = m\lambda_m \quad (7)$$

V prípade $n > n_p$ je fázový rozdiel $\phi_r' - \phi_r = \pi$, a podmienka maximálneho odrazu by bola $2Ln \cos \beta = (m + 1/2)\lambda_{m+1}$.

Ak poznáme vlnové dĺžky λ_m a λ_{m+2} , pre ktoré dosahuje koeficient odrazu maximum, vieme z nich vyjadriť hrúbku vrstvy:

$$L = \frac{\lambda_m \lambda_{m+1}}{\lambda_m - \lambda_{m+1}} \frac{1}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \quad (12)$$

Pretože vlnové dĺžky svetla sa pohybujú v oblasti 100 nm, bude mať aj vrstva porovnateľnú hrúbku. Interferenciou teda dokážeme merať hrúbky veľmi tenkých vrstiev.

V meracej aparátúre je nastavený uhol dopadu $\alpha = 45^\circ$ ($\sin \alpha = \sqrt{2}/2 \approx 0,7071$).

V meracom zariadení je umiestnená tenká vrstva SiO_2 nanosená na kremíkovú podložku. V oblasti použitých vlnových dĺžok budeme považovať index lomu tenkej vrstvy za konštantný,

$$n = 1,46 \quad (13)$$

Metóda merania

Ak poznáme index lomu tenkej vrstvy a uhol dopadu, potrebujeme meraním získať závislosť koeficientu odrazu R od vlnovej dĺžky a nájsť maximá tejto závislosti.

Koeficient odrazu je definovaný ako pomer intenzity odrazeného svetla k intenzite dopadajúceho svetla:

$$R(\lambda) = \frac{I_{\text{vrstva}}}{I_{\text{dop}}} \quad (14)$$

Intenzitu odrazeného svetla dokážeme merať fotónkou. Intenzitu *dopadajúceho* svetla však merať nevieme. Zopakujeme preto meranie pre kovové (hliníkové) zrkadlo, ktoré sa v úlohe označuje aj ako „štandard“:

$$R_z = \frac{I_{\text{zrkadlo}}}{I_{\text{dop}}} \quad (15)$$

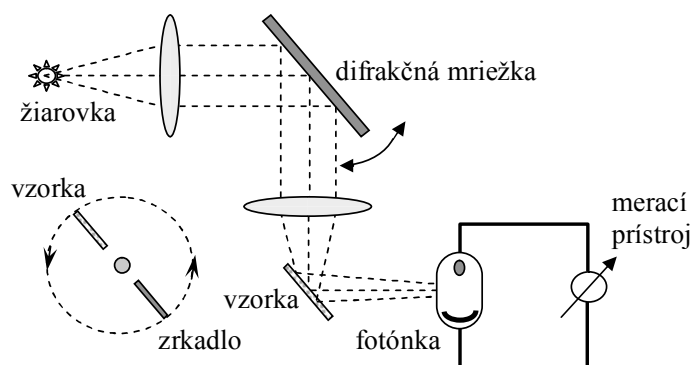
a využijeme skutočnosť, že odrazivosť kovu sa v oblasti meraných frekvencií mení len málo. Porovnaním rovníc (14) a (15) dostaneme

$$R(\lambda) = \frac{I_{\text{vrstva}}}{I_{\text{zrkadlo}}} R_z \quad (16)$$

Rovnica (16) nám neumožňuje získať hodnotu koeficientu odrazu (pretože nepoznáme R_z). Keďže však R_z od vlnovej dĺžky nezávisí, môžeme z rovnice (16) určiť vlnové dĺžky, v ktorých R nadobúda minimálne, resp. maximálne hodnoty.

Aparatúra

Zariadenie na meranie spektrálnej odrazivosti musí byť konštruované tak, aby dokázalo generovať monochromatické svetlo rozličných vlnových dĺžok, skoncentrovať ho na meranú vzorku a potom merať intenzitu odrazeného svetla. Na tento účel sa hodí kolorimeter (obr. 3). Zdrojom svetla je žiarovka s wolframovým vláknom. Svetlo dopadá na difrakčnú mriežku, na ktorej sa rozkladá na jednotlivé monochromatické zložky. Otáčaním difrakčnej

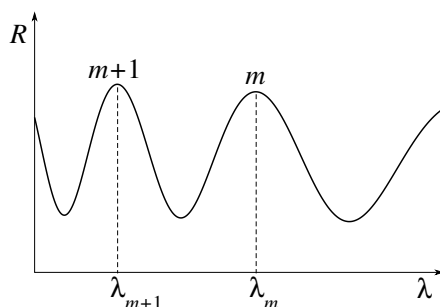


Obr. 3: Schéma meracej aparatúry.

mriežky dosiahneme, aby cez výstupnú štrbinu vychádzala iba monochromatická časť spojitého spektra. Svetlo odrazené od vzorky alebo od zrkadla registrujeme fotónkou, a jeho intenzita sa zobrazuje na displeji. Vlnovú dĺžku dopadajúceho svetla volíme nastavovacím bubienkom, ktorým sa otáča difrakčná mriežka. Vysunutím držiaka a jeho otočením o 180° meníme polohu vzorky a kovového zrkadla.

Postup práce

Podľa inštrukcií umiestnených vedľa aparatúry uvedieme prístroj do chodu. Do meracej polohy umiestnime najprv vzorku a meriame odrazivosť v intervale vlnových dĺžok od 420 do 580 nm s krokom 5 nm. Potom vymeníme vzorku za kovové zrkadlo („štandard“, na držiaku vzoriek označený písmenkom Š) a meranie zopakujeme. Údaje zapisujeme do tabuľky. Pre každú vlnovú dĺžku vypočítame odrazivosť R . Závislosť $R(\lambda)$ zakreslíme do grafu. Nájdeme vlnové dĺžky λ_m a λ_{m+1} , ktoré zodpovedajú dvom susedným maximám.

Obr. 4. Merané hodnoty závislosti koeficientu odrazu R od vlnovej dĺžky λ .

Keďže $n_p > n$, platí v našom prípade $\phi_r = \phi'_r$. Potom vydelením rovnice (8) rovnicou (9) dostaneme

$$\frac{\lambda_{m+1}}{\lambda_m} = \frac{m}{m+1} \quad (17)$$

čo nám umožní nájsť príslušné celé číslo m .² Zo získaných dát vypočítame z rovnice (11) hrúbku vrstvy.

Presnosť merania

Presnosť merania je ovplyvnená neistotou odčítania vlnovej dĺžky. Za neistotu tejto veličiny zoberieme $\Delta\lambda = 2$ nm. Smerodajnú odchýlku s_L hrúbky získame zo vzťahu

$$s_L^2 = \left(\frac{\partial L}{\partial \lambda_m} \right)^2 \Delta\lambda^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial \lambda_{m+1}} \right)^2 \Delta\lambda^2 \quad (18)$$

kde L vyjadríme z rovnice (12).

Presnosť merania je v princípe ovplyvnená aj závislosťou indexu lomu tenkej vrstvy od vlnovej dĺžky svetla. Rovnako koeficient odrazu R_z závisí od vlnovej dĺžky. Tieto faktory však majú pre danú situáciu len zanedbateľný vplyv v porovnaní s neistotou odčítania vlnovej dĺžky.

²Pre vlnové dĺžky zodpovedajúce minimám na obr. 4 dostaneme podobne $\frac{\lambda'_{m+1}}{\lambda'_m} = \frac{m + 1/2}{m + 3/2}$.

Meno:

Kružok:

Dátum merania:

Protokol laboratórnej úlohy č. 26
Meranie hrúbky tenkej dielektrickej vrstvy

Stručný opis metódy merania

Vzťahy, ktoré sa používajú pri meraní

Prístroje a pomôcky

Záznam merania, výpočty a výsledky**Namerané hodnoty odrazivosti**

λ (nm)	420	425	430	435	440	445	450	455	460	465	470
I_{vrstva}											
I_{zrkadlo}											
R											

λ (nm)	475	480	485	490	495	500	505	510	515	520	525
I_{vrstva}											
I_{zrkadlo}											
R											

λ (nm)	530	535	540	545	550	555	560	565	570	575	580
I_{vrstva}											
I_{zrkadlo}											
R											

Výpočty

Hrúbka vrstvy s uvedením hodnôt a rozmerov veličín, bez zaokrúhlení:

$$L = \frac{\lambda_m \lambda_{m+1}}{\lambda_m - \lambda_{m+1}} \frac{1}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} =$$

Pomocné derivácie funkcie $L = L(\lambda_m, \lambda_{m+1})$ (výraz 12) vyjadrené pomocou symbolov (bez dosadzovania!):

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_m} =$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_{m+1}} =$$

Vyčíslenie pomocných derivácií s uvedením hodnôt a rozmerov veličín, bez zaokrúhlení:

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_m} =$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_{m+1}} =$$

Štvorec smerodajnej odchýlky podľa (18) s uvedením hodnôt a rozmerov veličín, bez zaokrúhlení:

$$s_L^2 = \left(\frac{\partial L}{\partial \lambda_m} \right)^2 \Delta \lambda^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial \lambda_{m+1}} \right)^2 \Delta \lambda^2 =$$

Prehľad výsledkov po zaokrúleniach

λ_m	(nm)	
λ_{m+1}	(nm)	
m		
$m + 1$		
L	(nm)	
s_L	(nm)	

Prílohy

- graf závislosti odrazivosti od vlnovej dĺžky

Zhodnotenie výsledkov

Dátum odovzdania protokolu:

Podpis študenta:

Hodnotenie a podpis učiteľa: