Základy vektorového počtu vo fyzike – príklady

1. Dané sú tri body A [-3; 2; 0], B[1; -5; 2] a C[4; 1;-2]. a) Nájdite veľkosť vektorov ***c* = *AB*, *a* = *BC*** a ***b* = *CA*** (t. j. dĺžky strán ΔABC). b) Zapíšte vektory ***a, b, c*** v súradnicovom tvare a vo vektorovom (zložkovom) tvare s použitím jednotkových vektorov vektorovej bázy ***i, j*** a ***k.*** c) Nájdite súčet týchto troch vektorov. d) Vypočítajte zložky vektora 5***a*** + 3***b*** – ***c.*** e) Vypočítajte uhol, ktorý zvierajú vektory ***a*** a ***b.*** f) Vypočítajte obsah trojuholníka ΔABC (s použitím vektorového súčinu).
2. Ležia vektory ***a*** (12, 1, 14), ***b*** = (1, 3, 0) a ***c*** = (2, 1, 2) v jednej rovine? Návod: Dokážte, že tieto vektory sú lineárne závislé. Vyjde Vám napr. ***a*** = -2***b*** + 7***c.***
3. Pomocou pravidiel vektorového počtu (môžete použiť aj zmiešaný súčin troch vektorov) dokážte, že vektory v príklade č. 2 ležia v rovine. Dokážte, že vektor ***a x b*** je kolmý na vektor ***c***!
4. Dokážte na základe pravidiel pre skalárny súčin a vektorový súčin, že pre jednotkové vektory bázy platí a) ***i . i*** = 1 b) ***j*** x ***k*** = ***i*** c) ***i . k*** = 0. d) ***k*** x ***i*** = ***-j.*** e) Nájdite veľkosť vektora ***i + j + k***.
5. Nájdite polohové vektory $\boldsymbol{r}_A$, $\boldsymbol{r}_B$ a $\boldsymbol{r}_C$ bodov A, B, C z príkladu 1!
6. Dané sú body A[5,2,6], B[6,4,4] C[4,3,2], D[3,1,4]. a) Overte, či ležia v jednej rovine. b) Dokážte, že ***AB* || -*CD.*** c) Dokážte, že |***AB***| = |***CD***|. d) Dokážte, že ***AC . BD*** = 0. Môžu vytvárať body A, B, C, D dokonca štvorec?
7. Zdôvodnite, prečo platí ***a*** x ***a*** = 0, ***a*** x ***b* = -*b*** *x* ***a*** pomocou definície vektorového súčinu.
8. Nájdite veľkosť priemetu vektora ***v*** = (5, 4, -2) do smeru súradnicových osí *x*, *y*, *z*!
9. **Skúste vysvetliť, prečo práca dostredivej sily pri pohybe hmotného bodu po kružnici je nulová.*

Pomôcky:

Jednotkové vektory vektorovej bázy označujeme ***i, j, k***, ich veľkosť je 1, sú bezrozmerné a navzájom na seba kolmé (pravotočivá trojica jednotkových vektorov).
Súradnice x_A,y_A,z_A bodu A v kartézskom systéme označujeme aj v tvare A [x_A,y_A,z_A]
Polohový vektor bodu A je potom $\boldsymbol{r}_A = x_A\boldsymbol{i} + y_A\boldsymbol{j} + z_A\boldsymbol{k}$ (zložkový tvar vektora), v súradnicovom tvare píšeme vektor v tvare usporiadanej trojice čísel (súradníc), t. j. v tvare $\boldsymbol{r}_A = (x_A, y_A, z_A)$.
Veličina (vektor): ***AB* = „**B – A“ = $(x_B - x_A)\boldsymbol{i} + (y_B - y_A)\boldsymbol{j} + (z_B - z_A)\boldsymbol{k}$
3 vektory ***a,b,c*** sú lineárne závislé (a ležia v jednej rovine), ak platí ***a*** = *m**b*** + *n**c*** a čísla *m*, *n* sú rôzne od nuly. Výraz *m**b*** + *n**c*** predstavuje tzv. lineárnu kombináciu vektorov ***b,c.***
Symbol typu $m\boldsymbol{b} = mb_x\boldsymbol{i} + mb_y\boldsymbol{j} + mb_z\boldsymbol{k}$. Nazýva sa skalárny násobok vektora.
Veľkosť vektora (absolútna hodnota) $|\boldsymbol{a}| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = (\boldsymbol{a}.\boldsymbol{a})^{1/2}$
Skalárny súčin 2 vektorov: $\boldsymbol{a}.\boldsymbol{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = ab\cos\gamma$. Je to skalár!
Vektorový súčin 2 vektorov ***a*** x ***b*** má tieto vlastnosti $|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}| = ab\sin\gamma$ a je to vektor, kolmý na vektory ***a,b*** tak, aby tvorili pravotočivú sústavu.