

41 ELEKTRICKÉ VLASTNOSTI

Elektrické vlastnosti plynů

Elektrická vodivost elektrolytů - Faradayovy zákony

Pásová teorie pevných látek

Rozdělení pevných látek, koncentrace volných nosičů náboje

Elektrická vodivost pevných látek - elektrony a díry

Hallův jev a magnetorezistence

Kovy (Wiedemannův - Franzův zákon, supravodivost, Josephsonův jev)

Polovodiče

Polovodičová kovová skla

Dielektrika

Vedení elektrického proudu ve vakuu

Kontaktní jevy

Elektrické vlastnosti látek jsou vyjádřeny zejména prostřednictvím permitivity a elektrické susceptibility a měrnou elektrickou vodivostí. Permitivita různých látek se mění v rozpětí asi 6 řádů, zatímco měrná elektrická vodivost až v rozpětí převyšujícím 20 řádů. Látky s měrnou elektrickou vodivostí menší než asi $10^{-8} \Omega^{-1} m^{-1}$ zařazujeme mezi izolátory, látky s vodivostí větší než asi $10^6 \Omega^{-1} m^{-1}$ mezi kovy. Zbytek tvoří tzv. polovodiče. Úkolem fyziky je objasnit tyto velké rozdíly a poskytnout tak technice možnosti na jejich aktivní ovlivňování a tím získávání látek s lepšími vlastnostmi.

V následujících článcích této kapitoly prozkoumáme elektrické vlastnosti všech skupenství látek, objasníme fyzikální rozdíly mezi kovem, izolantem a polovodičem a v závěru si všimneme elektrického náboje ve vakuu.

41.1 Elektrické vlastnosti plynů

Elektrostatické vlastnosti plynů se jen nepatrně liší od vakua (např. relativní permitivita vzduchu je 1,006), takže z praktického hlediska jsou zajímavé jen otázky související s vedením elektrického proudu v nich, tj. s jejich elektrickou vodivostí. Ta je podmíněna tvorbou volných nosičů náboje v nich, tj. s jejich elektrickou vodivostí. Ta je podmíněna tvorbou volných nosičů náboje v nich - elektronů a kladných iontů. Bez vnějšího činitele zabezpečujícího tvorbu těchto nosičů by elektrická vodivost plynů byla zanedbatelně malá. Hovoříme proto o tzv. nesamostatné elektrické vodivosti plynů. Jestliže však intenzita elektrického pole v plynu dosáhne určité kritické hodnoty, vznikají podmínky pro tvorbu nosičů náboje samotným elektrickým proudem. Jinými slovy, elektrický proud si sám produkuje nosiče náboje, takže se může v plynu udržet i bez pomocného zdroje iontů a elektronů. V tomto případě hovoříme o samostatné elektrické vodivosti plynů.

Základní poznatky o vedení elektrického proudu v plynech jsou obsaženy ve větách 41.1-41.3.

41.1

kladné a záporné ionty v plynech vznikají generací a zanikají záchytem na elektrodách a rekombinací v objemu plynu. Vzrůst počtu párů nosičů náboje v objemové jednotce za jednotku času můžeme vyjádřit vztahem

$$\left(\frac{dn}{dt} \right)_g = g \quad (41.1)$$

kde g se nazývá činitel generace. Počet párů nosičů náboje zaniklých v objemové jednotce za jednotku času rekombinací je určen vztahem

$$\left(\frac{dn}{dt} \right)_r = -\gamma n^2, \quad (41.2)$$

kde γ je tzv. součinitel rekombinace. Počet iontů zachycených na elektrodě je určen vztahem

$$\left(\frac{dn}{dt} \right)_e = -\frac{i}{ed}, \quad (41.3)$$

kde i je hustota elektrického proudu a d je vzdálenost mezi elektrodami. V ustáleném stavu je tedy v plynu n pár iontů, přičemž n splňuje rovnici

$$g = \gamma n^2 + \frac{i}{ed}. \quad (41.4)$$

41.2

Při malých proudových hustotách v oblasti nesamostatného vedení proudu platí Ohmův zákon ve tvaru

Proces oddělení periferních elektronů od jader se nazývá ionizace a činitel, který tento proces realizuje, ionizační činitel. Ionizačním činitelem může být každý zdroj energie, který poskytuje energii v diskretních množstvích (prostřednictvím částic, fotonů nebo fononů) ne menších než je tzv. ionizační energie. Je to energie potřebná na odtržení elektronu od jádra. Velikost ionizačních energií některých prvků podává tabulka. Ionizačním činitelem může být podle toho elektromagnetické záření s dostatečně krátkou vlnovou délkou (od ultrafialového záření), každé korpuskulární záření (proud alfa částic, elektronů apod.), teplo, které obsahuje při vyšších teplotách fonony s dostatečně velkou energií a konečně i samotné v elektrickém poli se pohybující volné elektrony a kladné ionty, jestliže získají na své volné dráze dostatečně velkou energii. Podle místa vzniku volných elektronů a kladných iontů rozeznáváme generaci na elektrodách a uvnitř plynu.

Matematicky je generace párů volných nosičů náboje v plynech popsána vztahem (41.1). Ionizací vytvořené elektricky nabitě volné částice neexistují v tomto stavu neomezeně dlouho. Zanikají dvojím způsobem (obr. 41.1). Jestliže se v objemu mezi elektrodami setká elektron s volným kladným jednomocným iontem, dojde k jejich vzájemnému přitahování, dokud nevznikne neutrální atom (molekula). Tento proces se nazývá rekombinace. Počet rekombinujících párů nosičů náboje za jednotku času v jednotce objemu musí být úměrný jak počtu kladných, tak počtu záporných nosičů náboje, tj. jejich součinu. Jelikož se v plynu počet kladných nosičů rovná počtu záporných nosičů náboje

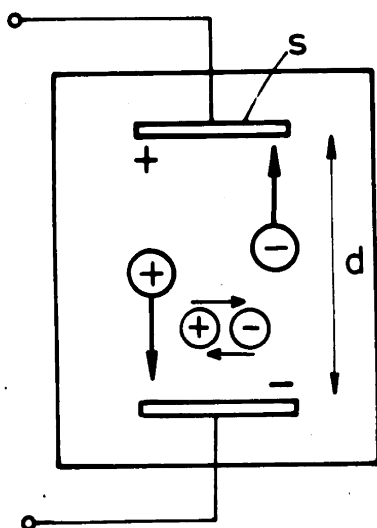
$$i = \sigma E = e \left(\frac{g}{\gamma} \right)^{\frac{1}{2}} (b_+ + b_-) E \quad (41.5)$$

kde b_+ a b_- jsou tzv. pohyblivosti kladných a záporných nosičů náboje. Při velkých proudových hustotách vzniká nasycený na intenzitě elektrického pole nezávislý proud

$$i_s = e g d. \quad (41.6)$$

41.3

Kritické (zápalné) napětí U_z , při kterém vzniká samostatná vodivost plynu, závisí jen na součinu jeho tlaku a vzdálenosti elektrod - $U_z = f(p \cdot d)$. Je to tzv. Paschenův zákon.



Obr. 41.1 Zánik volných nosičů náboje v plynu a rekombinací, b-záchytem na elektrodách

$n_+ = n_- = n$, je tento úbytek úměrný druhé mocnině koncentrace párů nosičů, proto matematický zápis tohoto procesu musí mít tvar rovnice (41.2).

Jestliže plynem protéká proud I , odejde za jednotku času z objemu $V = Sd$, kde S je plocha povrchu elektrod a d vzdálenost mezi nimi, náboj, jehož velikost se číselně rovná proudu I , tj. z jednotkového objemu $I/eSd = i/ed$ kladných (záporných) iontů. (Předpokládáme přitom, že ionty jsou jednomocné). Zákon charakterizující zmenšování koncentrace iontů jejich odtékáním na elektrody má proto tvar (41.3). V ustáleném stavu platí podmínka

$$\left(\frac{dn}{dt} \right)_g + \left(\frac{dn}{dt} \right)_r + \left(\frac{dn}{dt} \right)_e = 0. \quad (41.7)$$

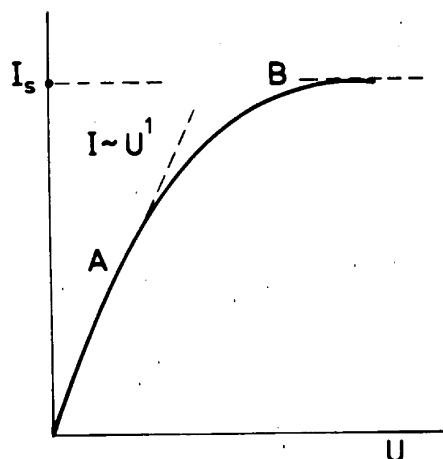
ze které bezprostředně vyplývá vztah (41.4).

Pro praxi je velmi důležitá závislost proudu na napětí elektrického pole, neboli tzv. voltampérová charakteristika. Lehce si dokážeme, že v oblasti nesamostatné vodivosti plynů má tato charakteristika tvar znázorněný na obr. 41.2. Pro malé proudy můžeme druhý člen zanedbat, takže pro koncentraci kladných a záporných nosičů náboje dostáváme vztah $n_+ = n_- = (g/\gamma)^{1/2}$. Podle vztahu (20.1) můžeme tedy hustotu elektrického proudu vyjádřit ve tvaru

$$i = \rho_+ v_+ + \rho_- v_- = e \left(\frac{g}{\gamma} \right)^{\frac{1}{2}} (v_+ + v_-). \quad (41.8)$$

Rychlosti v_+ a v_- jsou ustálené střední hodnoty rychlosti přesunu kladných resp. záporných nosičů náboje k příslušným elektrodám. Jejich

hodnoty vyplývají z intenzity srážek s ostatními (neutrálními) částicemi plynu a z velikosti intenzity vnějšího elektrického pole. Měření ukazuje, že jsou přímo úměrné intenzitě tohoto pole, proto můžeme psát



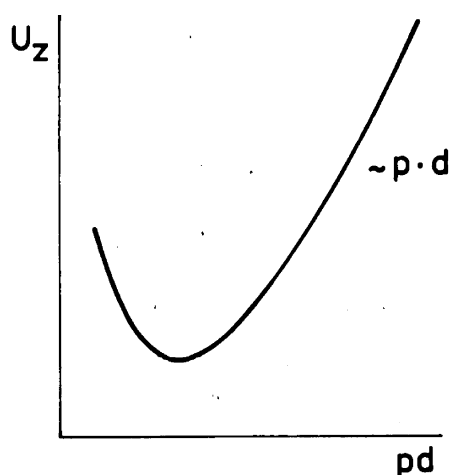
Obr. 41.2 VA charakteristika plynu

$$\begin{aligned} v_+ &= b_+ E \\ v_- &= b_- E. \end{aligned} \quad (41.9)$$

Konstanty b_+ a b_- mající význam střední rychlosti elektricky nabitých částic v elektrickém poli o jednotkové intenzitě, se nazývají pohyblivosti. Dosazením těchto vztahů do rovnice (41.8) dostaneme vztah (41.5), podle kterého hustota proudu je přímo úměrná intenzitě elektrického pole a intenzita proudu přímo úměrná napětí. Tomuto stavu odpovídá počáteční (lineární) část závislosti na obr. 41.2.

Jestliže však hustota proudu je již tak velká, že v rovnici (41.4) můžeme zanedbat první člen, dostaneme okamžitě vyjádření (41.6), podle kterého hustota elektrického proudu již nezávisí na intenzitě elektrického pole a tedy ani proud na napětí. Tomuto stavu odpovídá horizontální část závislosti na obr. 41.2. Nazývá se "plato" (z franc. plateau = rovina) a vzhledem na to, že v této oblasti je proud přímo úměrný činiteli generace g , využívá se v tzv. ionizačních komůrkách k měření aktivity ionizujícího záření.

Uvažujme nyní o případě, ve kterém intenzita elektrického pole je již tak velká, že elektrony získají na své volné dráze energii dostatečnou k ionizaci neutrálních částic plynu, tj. na tzv. nárazovou ionizaci. Při srážce s neutrálním atomem mu odevzdají svou energii, čímž se



obr. 41.3 Experimentálně zjištěná závislost zápalního napětí U_z na součinu tlaku p a na vzdálenosti elektrod d

uvolní další elektron a oba jsou potom elektrickým polem urychleny a tak mohou způsobit další ionizaci. Ionizační součinitel α zavedeme jako číslo, které udává, kolikrát větší je počet volných nosičů po proběhnutí jednoho z nich jednotkovou dráhou. Pak můžeme pro přírůstek koncentrace nosičů náboje, např. elektronů, na dráze dx použít rovnice

$$dn = \alpha n dx \quad (41.10)$$

jejíž řešení při hraničních podmínkách $x=0, n=n_0$ na katodě a $x=d, n=n_A$ na anodě je funkce

$$n_A = n_0 e^{\alpha d}. \quad (41.11)$$

Tím se koncentrace elektronů v blízkosti anody zvýšila o $n_A - n_0 (e^{\alpha d} - 1)$ elektronů. Současně však vznikne stejný počet kladných iontů, které putují ke katodě a při nárazu na ni vyvolávají v ní emisi sekundárních elektronů s koncentrací úměrnou tomuto počtu, tj. $\Delta n = \beta n_0 (e^{\alpha d} - 1)$, kde β je určitá konstanta. Celkový počet elektronů emitovaných z jednotkové plochy katody za jednotku času je roven součtu primárních elektronů n'_0 a přírůstku Δn , takže platí rovnice

$$\begin{aligned} n_0 &= n_0 + \beta n_0 (e^{\alpha d} - 1) \\ \text{resp. rovnice} & \\ n_0 + n_0 [1 - \beta (e^{\alpha d} - 1)] & \end{aligned} \quad (41.12)$$

Je vidět, že tato rovnice může být splněna při $n_0 \neq 0$ i když je $n'_0 = 0$, tj. když generace iontů primárním zdrojem klesne na nulu. Je jen nutno splnit podmínku

$$\beta (e^{\alpha d} - 1) = 1. \quad (41.13)$$

Při splnění této rovnice si již vnější elektrické pole samo (bez vnějšího ionizačního činitele) udržuje nenulovou koncentraci volných nosičů náboje. Můžeme ji proto označit jako podmínku vzniku samostatné vodivosti plynu. Celá úvaha má však jen kvalitativní význam, protože jsme kromě jiného neuvážili např. i ionizaci kladnými ionty.

Elementární úvahou dokážeme i tvrzení 41.3. Energie, kterou elektron získá na své střední volné dráze ℓ je $\Delta W_k = e\ell E$, kde E je intenzita elektrického pole. Střední volná dráha je však nepřímo úměrná tlaku plynu p a intenzitu elektrického pole můžeme vyjádřit jako podíl napětí na elektrodách U a vzdálenosti mezi nimi d , takže platí i rovnice

$$U = A \Delta W_k p d, \quad (41.14)$$

ve které je A určitá konstanta. Stane-li se ΔW_k rovným ionizační energii, určuje vztah (41.14) kritické,

tzv. zápalné napětí U_z . Je tedy skutečně určeno součinem tlaku a vzdálenosti mezi elektrodami. Obecnější výpočet, jehož výsledky jsou znázorněny na obr. 41.3 však ukazuje, že přímá úměrnost mezi uvedenými veličinami existuje jen při větších hodnotách součinu p.d.

TABULKA

Ionizační energie prvků v plynném skupenství

prvek	ionizační energie (eV)
vodík	13.5
kyslík	13.5
dusík	14.5
neon	21.5
argon	15.7

prvek	ionizační energie (eV)
cesium	3.9
draslík	4.3
sodík	5.1
rtuť	10.4

41.2 Elektrická vodivost elektrolytů, Faradayovy zákony

Z hlediska elektrické vodivosti rozdělujeme kapaliny do tří skupin: elektricky prakticky nevodivé kapaliny (např. izolační oleje) elektricky slabě vodivé kapaliny (voda, alkohol) a elektricky relativně dobře vodivé kapaliny. K těmto patří roztoky kyselin, zásad a solí. Nazýváme je vodiče II. třídy, nebo častěji elektrolyty. Nejdůležitější poznatky charakterizující vedení elektrického proudu v elektrolytech jsou obsaženy ve větách 41.4-41.7.

41.4

Elektrická vodivost elektrolytu je vyjádřena vztahem

$$\sigma = \alpha c_e F(b_+ + b_-), \quad (41.15)$$

kde α je tzv. stupeň disociace, c_e je ekvivalentová koncentrace sloučeniny, F je Faradayův náboj a b_+ , b_- jsou pohyblivosti kladných a záporných iontů.

41.5

I. Faradayův zákon: Hmotnost látky m vyloučené na elektrodě je přímo úměrná prošlému elektrickému náboji Q

Příčinou relativně velké elektrické vodivosti elektrolytů je tzv. disociace rozpustné látky v rozpouštědle, tj. jejich rozpad na kladné a záporné elektricky nabitě částice. Příkladem takové disociace je např. rozpad molekuly CuSO_4 na kladný iont Cu^{++} (nabitý dvěma kladnými elementárními náboji) a záporný iont SO_4 . K rozpadu dochází následkem působení elektrostatických sil. Molekula rozpuštěné látky se dostane svou kladnou částí do interakce se zápornými složkami molekul rozpouštědla (obr. 41.4). Vzniklé přitažlivé síly mohou vést k roztržení molekuly rozpouštěné látky na dvě elektricky nabitě části. V silně zředěných roztocích, ve kterých na každou molekulu rozpouštěné látky připadá velký počet molekul

$$m = KQ = K \int Idt, \quad (41.16)$$

kde konstanta K se nazývá elektrochemický ekvivalent.

41.6

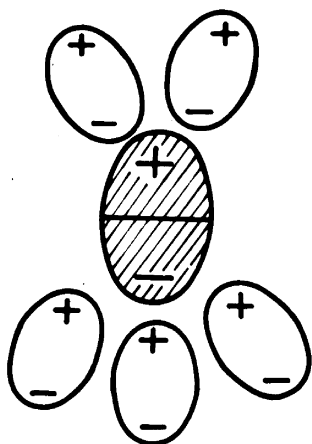
II. Faradayův zákon: Na vyloučení gramekvivalentu libovolné látky je potřebný vždy stejný elektrický náboj, tzv. Faradayův náboj $F=96\,494\text{ C}$.

41.7

Spojený Faradayův zákon: Na elektrodě se za čas t vyloučí látka o hmotnosti

$$m = \frac{M}{\nu F} It, \quad (41.17)$$

kde M je molová hmotnost a ν je mocenství vyloučené látky.



Obr. 41.4 Disociace molekuly v rozpouštědle

rozpouštědla, jsou tyto molekuly úplně disociovány, v koncentrovanějších roztocích jen částečně disociovány. Vyjadřujeme to tzv. stupněm disociace α definovaný podílem

$$\alpha = \frac{n_o}{n_o'}, \quad (41.18)$$

kde n_o je koncentrace molekul rozpouštěné látky a n_o' je koncentrace disociovaných molekul.

Ve vnějším elektrickém poli se kladné ionty pohybují k záporné elektrodě a záporné ke kladné elektrodě. Prvé z nich se proto nazývají kationty, druhé anionty. Jejich pohyb je však odlišný od pohybu elektronů a iontů v plynech, kde šlo o pohyb prakticky volných částic. Podle vztahu (39.21) působí proti jejímu pohybu síla $F=6\pi\eta rv=\beta v$, kde v je její rychlost. Jestliže se tedy ionty nacházejí v elektrickém poli o intenzitě E , působí na ně celková síla

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = \beta\mathbf{v}, \quad (41.19)$$

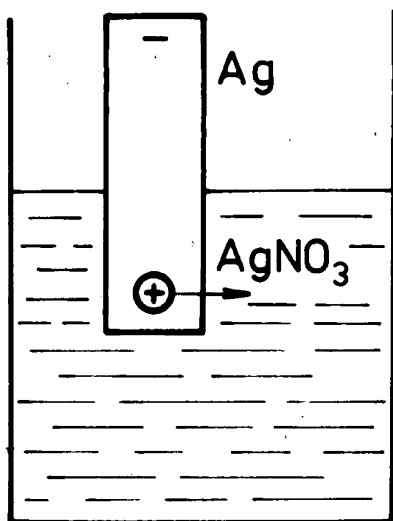
kde q je jejich elektrický náboj. Jejich rychlost postupně narůstá, až při určité mezní hodnotě se již obě síly ve vztahu vzájemně vykompenzují a je pak $F=0$. Od tohoto okamžiku se již iont pohybuje ustálenou rychlostí o absolutní hodnotě

$$v = \frac{q}{\beta} E = bE. \quad (41.20)$$

Veličina $b=q/\beta$, která má význam velikosti rychlosti v elektrickém poli o jednotkové intenzitě, je podle předcházejícího článku pohyblivost nosičů náboje. Nyní již lehce najdeme vyjádření hustoty elektrického proudu protékajícího elektrolytem. Dosazením vztahu

(41.20) do vztahu (20.1), dostaneme vyjádření

$$i = (\rho_+ b_+ - \rho_- b_-) E, \quad (41.21)$$



Obr. 41.5 Zdroj elektromotorického napětí

kde ρ_+ a ρ_- jsou hustoty příslušných nábojů. Můžeme je vyjádřit vztahy $\rho_+ = n'_+ v_+ e$, resp. $\rho_- = n'_- v_- e$, kde n'_+ a n'_- jsou koncentrace příslušných iontů, v_+ a v_- jejich mocností. Jelikož elektrolyt je navenek elektricky neutrální, platí rovnice

$$n'_+ v_+ e = n'_- v_- e,$$

takže pro elektrickou vodivost $\sigma = i/E$ dostaneme podle vztahu (41.21) a definice (41.18) vyjádření

$$\sigma = n'_+ v_+ e (b_+ + b_-) = \alpha n_+ e (b_+ + b_-) v \quad (41.22)$$

Elektrický náboj N_A jednomocných iontů, kde N_A je Avogardovo číslo (tj. náboj všech jednomocných iontů 1 molu látky) se značí písmenem F , $F = eN_A$ a nazývá se Faradayův náboj. Podle toho je $e = F/N_A$, takže můžeme psát

$$\sigma = \frac{\alpha n_+ v_+}{N_A} F (b_+ + b_-) = \alpha c_e F (b_+ + b_-),$$

přičemž jsme podíl $n_+ v_+ / N_A$ označili symbolem c_e . Tuto veličinu nazýváme ekvivalentová koncentrace (vyjadřuje látkové množství dané látky v jednotce objemu). Tím jsme dokázali platnost vztahu (41.15).

Vyjádření (41.21) s uvážením, že na rozdíl od plynů je pro elektrolyty měrná elektrická vodivost konstantní, značí, že Ohmův zákon je pro elektrolyty splněn v celém rozsahu elektrických polí. Skutečnost však není přesně taková. Při velmi velkých polích se projevuje brzdění iontů ostatními ionty opačného znaménka, proto jejich pohyblivost začíná klesat. Tím se automaticky poruší lineární vztah mezi intenzitou pole a hustotou elektrického proudu.

Podle uvedených poznatků mají Faradayovy zákony celkem přirozené vysvětlení. Přenos elektrického náboje v elektrolytech je spojen s přenášením látky, jelikož nosiči náboje jsou ionty. Čím více elektrického náboje proteče elektrolytem, tím více látky se vyloučí na elektrodě, což je obsah I. Faradayova zákona.

Faradayův náboj jsme definovali jako náboj molu jednomocných iontů. Na vyloučení 1 molu látky skládající se z jednomocných iontů je proto potřebný jeden Faradayův náboj. Jelikož však ionty jsou obecně ν -mocné, vyloučí se tímto nábojem jen F/ν iontů, tj. množství M/ν , kde M je molekulová hmotnost. Takové množství látky se mohou beze zbytku slučovat, proto je nazýváme chemicky ekvivalentní. Samotné množství látky M/ν se proto nazývá chemický gramekvivalent. Znění II. Faradayova zákona (věta 41.6) je již potom celkem pochopitelná. Bez těžkosti odvodíme i spojený Faradayův zákon v znění podle věty 41.7. Konstantním proudem I se čas t zřejmě vyloučí $\eta = It/\nu F$ molů ν -mocných iontů, takže jejich hmotnost představuje veličinu

$$m = M\eta = \frac{M}{\nu F} It,$$

což je vztah (41.17). Elektrochemický ekvivalent K v rovnici (41.16) má tedy vyjádření $K = M/\nu F$.

Elektrolyty mají velký význam i proto, že spolu s kovovými elektrodami, neboli vodiči I. třídy, tvoří zdroje elektromotorického napětí. Vznik tohoto napětí je ilustrován na obr. 41.5.

Ze stříbrné elektrody se uvolňují kladné ionty stříbra do elektrolytu, čímž se elektrolyt nabíjí kladně a elektroda záporně. (V koncentrovaných roztocích $AgNO_3$ probíhá opačný proces). Vznikající elektrické pole brzdí tento přechod, až se přechod iontů zcela zastaví. Vzniká ustálený stav charakterizovaný konstantní hodnotou tzv. elektrodového potenciálu. Abychom mohli tyto potenciály vzájemně srovnávat, zavádí se pojem tzv. normálového elektrodového potenciálu jako potenciálu elektrody ponořené do normálního roztoku své soli, tj. do roztoku s jednotkovou ekvivalentní koncentrací, vzhledem k referenční vodíkové elektrodě. Hodnoty těchto potenciálů pro několik prvků udává tabulka.

V souvislosti se zdroji elektromotorického napětí se kromě kapalných elektrolytů v poslední době staly velmi aktuální tzv. pevné elektrolyty. Jsou to pevné látky (krystalické i sklovité) s dobrou elektrickou vodivostí, ve kterých přenos náboje zajišťují lehce pohyblivé ionty (např. ionty Ag , Ti apod.).

TABULKA

normálové elektrodové potenciály některých prvků

prvek	V_n (V)
zinek	-0.76
železo	-0.43
kadmium	-0.40
nikl	-0.22
olovo	0.0
vodík	

prvek	V_n (V)
měď	+0.34
stříbro	+0.80
rtuť	+0.86
chlor	+1.36
kyslík	+1.68

41.3 Pásová teorie pevných látek

Pevné látky mohou být vodiči, nevodiči i polovodiči. Elektrická vodivost těchto jinak dosti málo odlišných látek se pohybuje v intervalu téměř 20 řádů. Tyto zvláštnosti pevných látek, jako i mnohé další vlastnosti, zejména optické, úspěšně vysvětluje tzv. pásová teorie, se kterou se v tomto článku podrobněji seznámíme. Ihned v úvodu můžeme říci, že energetické hladiny izolovaných atomů při vytvoření pevné látky se v důsledku vzájemného působení rozštěpí na systém pásů. Štěpení energetických hladin při vytváření pevné látky, je zřejmé na příkladu sodíku z obr. 41.6 a obr. 41.7. Pro jednoduchost budeme předpokládat, že zkoumáme jen ideální, tj. bezporuchový a bezpříměsový krystal při teplotě $T=0K$. Hlavní výsledky jsou obsaženy ve větách 41.8-41.10.

41.8

Pohyb elektronů v ideálním (jednorozměrném) krystalu popisují Blochovy funkce

$$\varphi(x) = C e^{ikx} \psi(x), \quad (41.23)$$

kde $\psi(x)$ jsou periodické funkce s periodou mřížky, k je hodnota vlnového vektoru a i je komplexní jednotka.

41.9

Energie elektronu v (jednorozměrném) krystalu je určena vztahem

$$W = W_{iz} - \alpha - 2\beta \cos ak, \quad (41.24)$$

kde W_{iz} je energie elektronu v izolovaném atomu a α a β jsou hodnoty tzv. překryvových integrálů, a je mřížková konstanta a k je vlnový vektor.

41.10

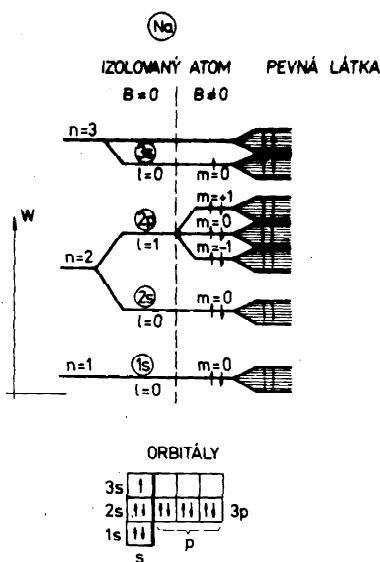
Energetické spektrum elektronů v krystalu je pásové. Každý energetický pás obsahuje tolik dovolených energetických hladin, kolik je atomů v krystalu, tj. s ohledem i na spin elektronů obsahuje dvakrát tolik kvantových elektronových stavů, kolik je atomů v krystalu.

Problém energetických stavů elektronů v krystalech skládajících se z N atomů s jedním valenčním elektronem můžeme formulovat napsáním Schrödingerovy rovnice pro systém elektronů

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \sum_{j=1}^N \Delta_j \psi + \sum_{j=1}^N W_{pj}(r) \psi + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_k|}, \quad (41.25)$$

kde $j \neq k$.

V relaci (41.25) první člen odpovídá součtu kinetických energií jednotlivých elektronů, druhý člen součtu potenciálních energií elektronů v elektrických polích jader, třetí člen vyjadřuje celkovou vzájemnou potenciální energii elektronů a W celkovou energii systému elektronů. Vlastní pohyb jader a jejich vzájemnou potenciální energii jsme s ohledem na výše uvedený předpoklad neuvažovali. Říkáme, že problém řešíme v tzv. adiabatické aproximaci. (Elektrony "adiabaticky" sledují pohyb jader, takže okamžitě zaujmou stav charakteristický pro jádra nacházející se v klidu). Rovnice (41.25) není analyticky řešitelná. Problém je však



Obr. 41.6 Elektronové energetické schéma izolovaného atomu sodíku v pevné fázi (B je indukce magnetického pole)

možno podstatně zjednodušíť předpokladem, že vliv všech ostatních elektronů např. na j -tý elektron můžeme nahradit účinkem jakéhosi průměrného pole, ve kterém tento elektron nabývá potenciální energii W_{po} . Třetí člen v rovnici (41.25) můžeme potom napsat ve tvaru $\Sigma W_{po} \Psi$, čímž se celá rovnice rozpadne na systém N stejných rovnic (kde N je počet všech elektronů) platných pro každý elektron zvlášť.

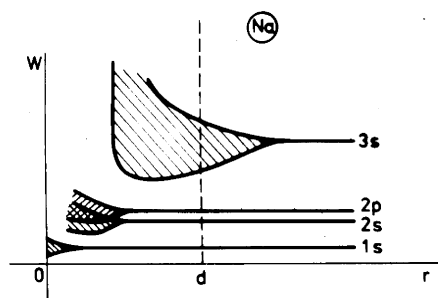
Tato rovnice má tvar

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + W_p(r) \Psi + W_{po} \Psi = W \Psi, \quad (41.26)$$

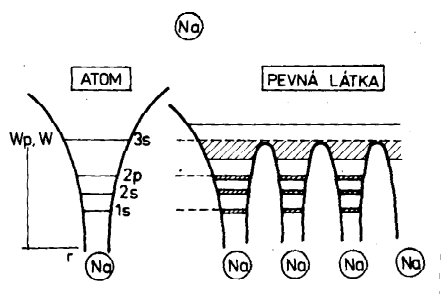
kde W již nyní značí jen celkovou energii jednotlivého elektronu. Uvedené zjednodušení výchozí rovnice se nazývá jednoelektronová proximace. Vztahnou hladinu pak můžeme lehce zvolit tak, aby bylo $W_{po}=0$.

Ani rovnici (41.26) však neumíme bezprostředně řešit, protože neznáme skutečný průběh potenciální energie $W_p(r)$. Situaci je tedy nutno dále zjednodušovat. V Sommerfeldově metodě se proměnlivá potenciální energie $W_p(r)$ aproximuje konstantou. Celý problém se tím redukuje na problém jediné potenciálové jámy, který jsme řešili v článku 33.1. Tato metoda dává dobré výsledky pro kovy, protože prakticky volné elektrony se v nich pohybují relativně daleko od svých mateřských jader, takže potenciální energie má jen nepatrné zvlnění (obr. 41.8).

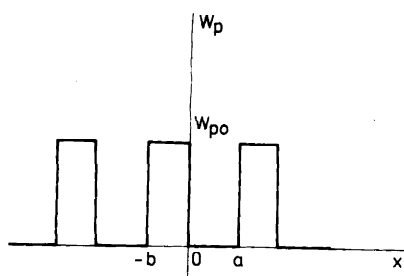
V tzv. Kronigově-Penneyově metodě se průběh potenciální energie nahrazuje systémem pravoúhlých potenciálových jam. Nejvýznamnějších výsledků se však docílilo tzv.



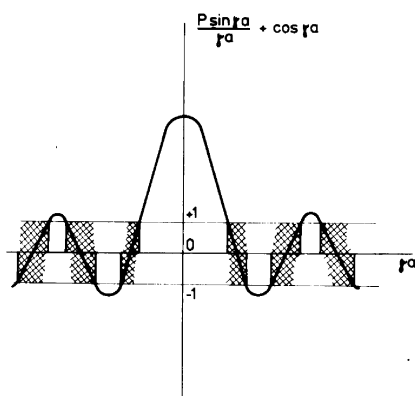
Obr. 41.7 Vznik elektronových energetických pásů v sodíku při zmenšování meziatomové vzdálenosti r



Obr. 41.8 Průběh potenciální energie elektronu v závislosti na vzdálenosti od jádra v izolovaném atomu a pevné látce



Obr. 41.9 Průběh potenciální energie v modelu Kronigově-Penneyově



Obr. 41.10 K odvození dovolených a zakázaných hodnot energií elektronu v Kronigově-Penneyově modelu

Blochovou metodou. V ní se předpokládá, že potenciální energie $W_p(r)$ je periodická funkce s periodou mřížky a pohyb elektronů je popsán Blochovými funkcemi $\varphi(x)$ (41.23). Skutečný průběh potenciální energie se v ní vyjádří pomocí parametrů, které můžeme experimentálně naměřit. Vzhledem k náročnosti řešení se omezíme, podobně jako v případě tepelných kmitů, jen na jednorozměrný krystal (lineární řetězec) s mřížkovou konstantou a .

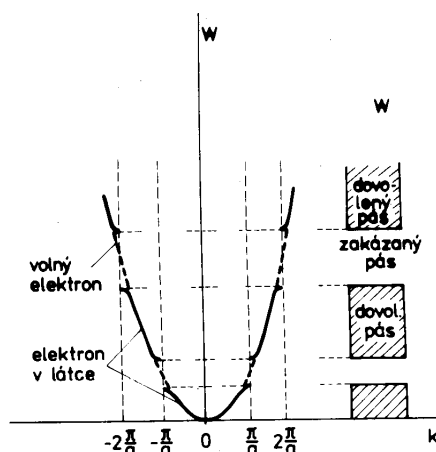
Budeme řešit Schrödingerovu rovnici pro elektrony, které se pohybují v poli potenciální energie $W_p(r)$ znázorněné na obr.41.9. Schrödingerovu rovnici budeme tedy řešit pro dvě různé oblasti, a to pro $0 \leq x \leq a$

$$\frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} W \varphi(x) = 0 \quad (41.27)$$

a dále pro $-b \leq x \leq 0$

$$\frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (W - W_{po}) \varphi(x) = 0. \quad (41.28)$$

V dalším budeme uvažovat jen elektrony s energií $W < W_{po}$ a dále zavedeme veličiny γ a δ vztahy



Obr. 41.11 Závislost energie elektronu W na hodnotě vlnového vektoru k

BLOCH Felix, teoretický fyzik, nar. 1905 ve Švýcarsku, od r. 1933 působící ve Spojených státech. Jeho práce se týkají většinou problémů magnetizmu. Zkoumal zejména magnetické vlastnosti elementárních částic. Vypracoval velmi jemné a přesné metody měření magnetických polí jader atomů, změřil magnetický moment neutronu. Výsledky jeho vědecké práce byly oceněny udělením Nobelovy ceny za fyziku r. 1952, o kterou se dělí s E.M.Purcellem.

KRONIG Ralf, nar. r. 1904, holandský fyzik. Jeho vědecká práce se vztahuje k spektroskopii, teorii molekulárních spekter, kvantové mechanice, jaderné fyzice a fyzice pevných látek. R. 1926 nezávisle na H.Kramersovi získal disperzní vztahy v oblasti klasické elektrodynamiky (vztahy Kramersovy-Kronigovy). Předložil model chování elektronů v krystalu znázorněném kombinací pravoúhlých potenciálových bariér a jam (model Kronigy-Penneyho).

$$\gamma^2 = \frac{2mW}{\hbar^2}, \quad (41.29)$$

$$\delta^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(W_{po} - W). \quad (41.30)$$

Dosazením Blochovy funkce (41.23) do rovnic (41.27) a (41.28) získáme dvě diferenciální rovnice pro funkce $\psi(x)$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + 2ik\frac{d\psi}{dx} + (\gamma^2 - k^2)\psi = 0,$$

$$0 \leq x \leq a,$$

(41.31)

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + 2ik\frac{d\psi}{dx} - (\delta^2 + k^2)\psi = 0,$$

$$-b \leq x \leq 0.$$

(41.32)

Řešením těchto rovnic jsou funkce pro $0 \leq x \leq a$

$$\psi(x) = Ae^{i(\gamma - k)x} + Be^{-i(\gamma + k)x},$$

(41.33)

pro oblast $-b \leq x \leq 0$

$$\psi_2(x) = Ce^{(\delta - ik)x} + De^{-(\delta + ik)x},$$

(41.34)

kde A, B, C a D jsou konstanty, které lze určit z podmínky spojitosti vlnové funkce i jejich derivací a tudíž i funkce $\psi(x)$ a $d\psi(x)/dx$ v bodech $x=0, -b, a$.

Tímto postupem získáme 4 lineární

homogenní rovnice, z nichž lze určit konstanty A , B , C a D a tedy i vlnové funkce. Pro naše účely je však důležitější určit hodnoty energie, pro které má řešení fyzikální význam. Toho lze dosáhnout, uvědomíme-li si, že podmínka řešitelnosti uvedených 4 rovnic stanoví, aby determinant soustavy těchto rovnic měl nulovou hodnotu.

Rovnice vyjadřující tuto podmínku je však stále příliš složitá, a proto zavedli Krönig a Peney další zjednodušení. Předpokládali, že energie W_{po} roste nad všechny meze a a b se blíží k nule tak, aby součin $W_{po} \cdot b$, udávající "plochu" potenciální bariéry, zůstal konstantní. Za těchto zjednodušujících podmínek lze dokázat, že úloha najít spektrum dovolených hodnot energií elektronu se převede na řešení rovnice

$$\frac{P \sin \gamma a}{\gamma a} + \cos \gamma a = \cos ka, \quad (41.35)$$

kde jsme zavedli $P = mW_{po}$ ba ψ^2 . Jelikož pravá strana rovnice (41.35) může nabývat jen hodnot od +1 do -1, vyhovují vztahu prostřednictvím veličiny γ (41.35) pouze ty energie W , pro které levá strana této rovnice leží ve stejných mezích. Na obr. 41.10 je znázorněna levá strana rovnice (41.35) jako funkce veličiny γa (a tím i energie W). Vyšrafované části grafu znázorňují intervaly, ve kterých existují povolené hodnoty energií. Tyto intervaly se nazývají pásky dovolených hodnot energie. Nevyšrafované oblasti se nazývají pásky zakázaných hodnot energie. Další důležité údaje lze získat z obr. 41.11, kde je zakreslena závislost energie W na velikosti vlnového rozsahu k . Opět je vidět vznik pásů dovolených a zakázaných energií. Nespojitosti v hodnotách energie nastávají při $k = n\pi/a$. Pro porovnání je na stejném obrázku zakreslena čárkovaně i obdobná závislost pro volný elektron. Funkce $W(k)$ je v teorii pevných látek velmi důležitá. Její znalost umožňuje získat řadu údajů, týkajících se pohybu elektronů v pevné látce.

Přesnější rozbor umožňuje nalézt závislosti energie elektronu na velikosti vlnového vektoru k ve tvaru (41.24).

Vlnový vektor k má zatím neurčené hodnoty. Jestliže však podobně jako v případě kmitajícího lineárního řetězce použijeme Bornovy-Karmánovy podmínky (zavedené v článku 23.5), vyjde nám, že jsou možné jen hodnoty

$$k = \frac{2\pi}{Na} n, \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (41.36)$$

Vidíme tedy, že energie elektronů v krystalu je kvantována, protože hodnoty k ve vztahu pro energii (41.24) mají jen diskrétní hodnoty a dále, že všechny dovolené energie odpovídající energetické hladině elektronu v izolovaném atomu jsou podle toho seskupeny do pásů. Energetické spektrum elektronů v krystalu je pásové, jak tvrdí ve větě 41.10. Podobně jako již ve vícekrát uváděném případě kmitů lineárního řetězce bychom lehce dokázali, že v každém páse (lineárního) krystalu je právě tolik

dovolených energetických hladin, kolik je atomů v krystalu (N). Jelikož spin nemá ve vyšetřovaném případě vliv na energii elektronů a tedy na každé hladině se mohou nacházet dva elektrony s opačně orientovanými spiny, můžeme konstatovat, že v každém páse dovolených energií elektronů v krystalu skládajícím se z N atomů je $2N$ dovolených kvantových stavů. Toto tvrzení zůstává v platnosti i pro reálný trojrozměrný krystal a má velký význam při klasifikaci pevných látek na vodiče, nevodiče a polovodiče.

41.4 Rozdělení pevných látek, koncentrace volných nosičů náboje

V předcházejícím článku jsme konstatovali, že pásové spektrum umožňuje jednoduchou klasifikaci pevných látek z hlediska jejich elektrické vodivosti. Ukážeme si, že umožňuje přirozeně rozdělit všechny pevné látky na vodiče a nevodiče (věty 41.11 a 41.12) a pochopit, že v přírodě mohou existovat i látky s elektrickou vodivostí nacházející se mezi těmito extrémními případy. Nazýváme je polovodiče (věty 41.13 a 41.14).

41.11

Nevodiče jsou pevné látky, které se vyznačují jen prázdnými a úplně zaplněnými pásy dovolených energií při teplotě $T = 0 \text{ K}$.

41.12

Vodiče jsou pevné látky, které mají jeden pás energií jen částečně zaplněný při teplotě $T = 0 \text{ K}$.

41.13

Polovodiče jsou pevné látky, které mají mezi tzv. valenčním a vodivostním pásem zakázaný pás energií se šířkou ne větší než asi 2 eV při teplotě $T = 0 \text{ K}$.

41.14

Koncentrace volných elektronů ve vodivostním páse čistého a bezporuchového polovodiče je vyjádřena vztahem

$$n = A_o \cdot e^{-\frac{\Delta W'}{kT}} = A_o \cdot e^{-\frac{\Delta W}{2kT}}, \quad (41.37)$$

kde A je určitá konstanta, ΔW je šířka zakázaného pásu rovna dvojnásobku tzv.

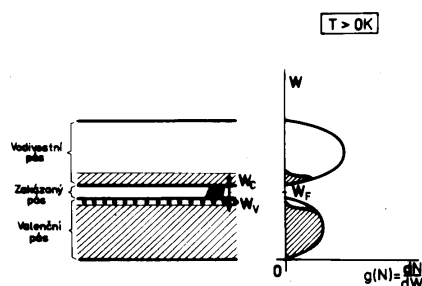
Jelikož v každém páse dovolených energií můžeme "umístit" $2N$ elektronů, kde N je počet atomů krystalu, mají látky se sudým počtem elektronů, tj. se sudým mocenstvím, jen pásy úplně obsazené, nebo prázdné. Ani jedno ani druhé však nemůže přispět k elektrické vodivosti látky, protože v prvním případě elektrony nemohou měnit své stavy a ve druhém případě nejsou volné elektrony. Takové látky jsou tedy nevodiči. Látky s lichým mocenstvím mají poslední pás, ve kterém jsou ještě elektrony, zaplněn jen do poloviny. V takových případech může vzniknout elektrický proud, proto tyto látky jsou vodiči. Skutečně, jednomocné a trojmocné prvky (Li, Na, K, In, Cu, Ag) jsou vodiče (kovy) (obr. 41.12a), zatímco prvky se sudým počtem elektronů (Se, S, Si, Ge) jsou (při teplotě $T = 0 \text{ K}$) nevodiče (obr. 41.12c). Ukážeme si však, že část těchto látek je výhodnější zařadit mezi polovodiče. Vážnějším faktem však je, že i mezi prvky (a sloučeninami) se sudým počtem elektronů známe výborné vodiče, např. Mg, Ca, Zn, Ni a Fe. V těchto případech se podařilo dokázat, že poslední elektrony zaplněný pás se překrývá s následujícím prázdným pásem (obr. 41.12b),

aktivační energie ΔW a T je teplota.

41.15

Fermiho statistiku můžeme nahradit klasickou Maywellovou-Boltzmannovou statistikou, jestliže koncentrace volných nosičů náboje splňuje tzv. degenerační podmínku

$$n \ll 2 \frac{(2\pi m k T)^{3/2}}{h^3}. \quad (41.38)$$



Obr. 41.12 Pásová energetická struktura pevných látek; zakresleno pro $T=0$ K, a,b-kovu [a-při částečném zaplnění pásu (3s), b) při překryvu pásů (3s+3p)] c-izolantu a polovodiče

takže výsledný pás je potom jen částečně zaplněn a může podmínit elektrickou vodivost.

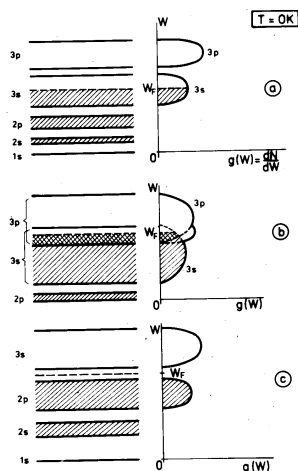
Zatím jsme předpokládali, že elektrony musí být umístěny v pásech trvale a že nemají možnost přecházet z jednoho pásu do druhého. Taková je situace jen v látkách, ve kterých šířka zakázaného pásu ležící mezi posledním pásem obsahujícím valenční elektrony (valenční pás) a nejbližším prázdným pásem, je dostatečně velká. Takové látky jsou vždy dobrými izolanty. Je-li však zakázaný pás tak úzký, že absorpcí fononů dostatečné energie mohou elektrony přeskóčit z valenčního pásu do nejbližšího prázdného pásu, vznikne stav podobný vodiči - poslední pás bude jen částečně zaplněn. Tento pás může proto podmínit elektrickou vodivost látky. Nazývá se proto vodivostní pás. Látky, které se vyznačují touto pásovou strukturou (obr. 41.13) nazýváme polovodiče.

Zůstává nám jen vyřešit otázku, co znamená "úzký" zakázaný pás. Odpověď na tuto otázku najdeme tak, že vypočítáme, kolik elektronů při dané teplotě najdeme již ve vodivostním pásu. Použijeme k tomu metody statistické fyziky. Již vícekrát jsme připoměli, že pro elektrony v rovnováze musíme používat Fermiovu-Diracovu rozdělovací funkci, kterou jsme vyjádřili ve tvaru (9.22) a to

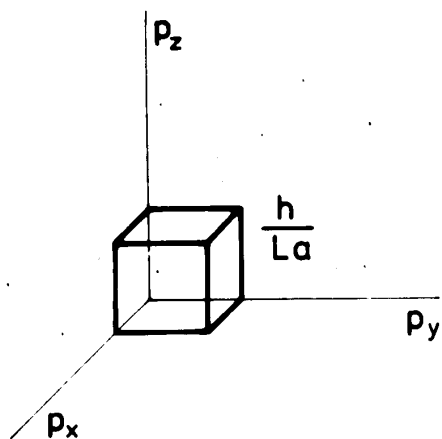
$$f(W) = \frac{1}{e^{\frac{W-W_F}{kT}} + 1} \quad (41.39)$$

Konstanta W_F se nazývá Fermiova energie (hladina) a má v teorii pevných látek velmi důležitou funkci.

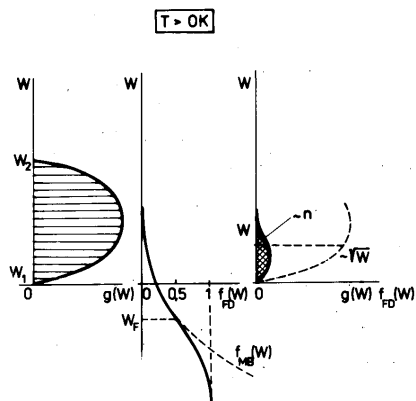
Podle výkladu článku 9.5 můžeme tuto funkci interpretovat jako pravděpodobnost obsazení stavu s energií E elektronem. Je-li tedy v intervalu W a $W+dW$ v objemové jednotce $dN=g(W)dW$ dovolených stavů, přičemž funkce $g(W)$ definuje jejich energetickou hustotu,



Obr. 41.13 Pásová energetická struktura polovodiče zakresleno pro $T > 0K$



Obr. 41.14 Objem hybnostního prostoru odpovídajícího jednomu kvantovému stavu



Obr. 41.15 K výpočtu koncentrace nosičů v pásu

můžeme koncentraci elektrony obsazených stavů vyjádřit vztahem

$$dn = f(W)dN = f(W)g(W)dW$$

a koncentraci elektronů v celém pásu integrálem

$$n = \int_{W_1}^{W_2} f(W)g(W)dW \quad (41.40)$$

kde W_1 a W_2 jsou energie odpovídající dnu resp. hornímu okraji pásu. Ve skutečnosti vzhledem k diskretnosti stavů v páse, bychom měli počítat koncentraci sumací, avšak s ohledem na velmi malý rozdíl mezi jednotlivými energiemi ($\Delta W \approx 10^{-22}$ eV) můžeme sumaci nahradit integrálem. Abychom mohli integrál (41.40) vypočítat, potřebujeme znát energetickou hustotu dovolených stavů $g(W)$. Předpokládejme proto, že počet elektronů v páse je tak malý, že se chovají jako volné částice. Jejich energii tvoří proto jen kinetická energie, kterou můžeme vyjádřit známým vztahem

$$W = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{p^2}{2m}, \quad (41.41)$$

kde $p=mv$ je jejich hybnost. Podle kvantové teorie pak platí

$$p = \hbar k, \quad (41.42)$$

kde k je vlnové číslo, které podle vztahu (41.36) může nabývat jen diskrétních hodnot. Z něho a ze vztahu (41.42) vyplývá, že na jeden dovolený kvantový stav v "Hybnostním prostoru" krystalu tvaru krychle o hraně La připadá "objem" $(\hbar/La)^3$ (obr. 41.14). V tomto prostoru je tedy v intervalu hybností p a $p+dp$ tolik kvantových stavů dN^x , kolik se takových elementárních objemů nachází mezi koulemi p poloměru p a $p+dp$, tj. v objemu $4\pi p^2 dp$

$$dN_x = \frac{4\pi p^2 dp}{h^3} (La)^3 = \frac{4\pi p^2 dp}{h^3} V, \quad (41.43)$$

kde V je objem krystalu. Jestliže ještě uvážíme, že v každém stavu mohou být dva elektrony s opačně orientovanými spiny a jestliže veličiny p a dp vyjádříme ze vztahu (41.41), dostaneme pro hustotu dovolených stavů vztah (obr. 41.15) (s uvážením možnosti a obsazení stavu dvěma elektrony)

$$g(W) = \frac{dN^x}{V dW} = \frac{4\pi}{h^3} (2m)^{3/2} (W)^{1/2}. \quad (41.44)$$

Koncentrace elektronů najdeme již nyní tak, že do vztahu (41.10) dosadíme funkce (41.39) a (41.44). Takto vzniklý integrál však není analyticky řešitelný, a proto předpokládejme, že můžeme použít aproximaci

$$f(W) = \frac{1}{e^{\left(\frac{W-W_F}{kT}\right)} + 1} \doteq e^{-\frac{W-W_F}{kT}}, \quad (41.45)$$

tj. že Fermiovu-Diracovu funkci můžeme nahradit Maxwelllovou-Boltzmannovou funkcí (obr. 41.15). Jestliže ještě pro jednoduchost zvolíme energii dna pásu za nulovou hladinu $W_1=0$ a horní hranici s ohledem na rychlost klesání funkce (41.45) posuneme do nekonečna $W_2 \rightarrow \infty$, dostaneme pro koncentraci elektronů v pásu vyjádření

$$n = \frac{4\pi}{h^3} (2m)^{3/2} e^{\frac{W_F}{kT}} \int_0^\infty W^{1/2} e^{-\frac{W}{kT}} dW.$$

V matematice se dokazuje, že integrál na pravé straně má hodnotu $(\alpha^{1/2} kT^{3/2})/2$, proto vztah pro koncentraci elektronů nabude tvaru

$$n = \frac{2(2\pi m kT)^{3/2}}{h^3} e^{\frac{W_F}{kT}} = A e^{\frac{W_F}{kT}}. \quad (41.46)$$

Konstanta A má hodnotu kolem 10^{25} m^{-3} . Aproximaci (41.45) můžeme považovat za dobře splněnou tehdy, jestliže platí nerovnost $e^{+W_F/kT} \ll 1$. Pro tuto nerovnost dostaneme z rovnice (41.46) podmínku

$$n \ll A = \frac{2(2\pi m kT)^{3/2}}{h^3} = 10^{25} \text{ m}^{-3}, \quad (41.47)$$

tj. podmínku (41.38), která má veliký praktický význam. Pro všechny pásy, ve kterých je koncentrace elektronů menší než asi 10^{25} m^{-3} můžeme nahradit Fermiovu-Diracovu statistiku Maxwellovou-Boltzmannovou (věta 41.15). Prakticky všechny polovodiče patří do této skupiny látek, zatímco kovy mezi látky, ve kterých musíme důsledně používat Fermiovu-Diracovu statistiku. V této souvislosti označujeme elektronový plyn v kovech za degenerovaný a v polovodičích za nedegenerovaný.

Vztah (41.46) tedy správně vystihuje koncentraci elektronů v polovodičích, avšak zatím není prakticky použitelný, protože neznáme polohu Fermiho energie W_F . Na její určení použijeme samozřejmý poznatek, že koncentrace volných elektronů ve vodivostním pásu se rovná koncentraci volných děr, tj. koncentraci neobsazených míst ve valenčním pásu. Jejich koncentraci p najdeme podobným způsobem, jen musíme uvážit, že pravděpodobnost výskytu neobsazeného stavu není $f(W)$, ale $1-f(W)$ a hranice integrování vzhledem na volbu $W_1=0$ musí být nyní $-\Delta W$ a $-\infty$, kde ΔW je posunutí valenčního pásu oproti vodivostnímu, neboli šířka zakázaného pásu. Dostaneme tak výsledek

$$p = A e^{-\frac{\Delta W}{kT}} - e^{\frac{W_F}{kT}}. \quad (41.48)$$

Z rovnice $n=p$ vyplývá potom rovnice

$$e^{-\frac{2W_F}{kT}} = e^{\frac{\Delta W}{kT}},$$

tj. vztah $W_F = -\Delta W/2$, podle kterého Fermiho hladina "leží" ve vzdálenosti $\Delta W/2$ pod vodivostním pásem, tj. přesně ve středu zakázaného pásu. S přihlédnutím na tento výsledek přechází vztah (41.46) na tvar (41.37), který jsme měli najít. Jeho numerické vyhodnocení pro různé šířky zakázaného pásu poskytuje

tabulka. Jestliže si uvědomíme, že koncentrace řádu $10^{16} m^{-3}$ ještě poskytuje měřitelnou elektrickou vodivost, vidíme, že za polovodič můžeme považovat jen takové látky, ve kterých šířka zakázaného pásu není větší než asi 2 eV, což tvrdíme ve větě 41.13. Nejznámější polovodiče jsou Ge(germanium) a Si(křemík) které mají šířku zakázaného pásu 0,7 a 1,1 eV.

TABULKA

závislost koncentrace volných nosičů n na šířce zakázaného pásu ΔW pro několik polovodičů

látko	$\Delta W/(eV)$	$n/(m^{-3})$ $t=20^{\circ}C$	$n/(m^{-3})$ $t=320^{\circ}C$
InSb	0,03	$4 \cdot 10^{24}$	$1 \cdot 10^{26}$
Ge	0,7	$3 \cdot 10^{19}$	$1 \cdot 10^{25}$
Si	1,1	$1 \cdot 10^{16}$	$1 \cdot 10^{20}$
GaAs	1,5	10^{12}	$1 \cdot 10^{18}$
SiC	2,0		10^{15}

41.5 Elektrická vodivost pevných látek - elektrony a díry

Podle našich dosavadních vědomostí vyžaduje elektrická vodivost látek přítomnost volných nosičů náboje. V pevných látkách jsou však ionty vázány na pevné uzlové body mřížky a elektrony zaujímají přesně definované kvantové stavy. Je to proto potřebné blíže objasnit, jak mohou takové nosiče náboje způsobit vedení elektrického proudu. Podstatné poznatky z této oblasti obsahují věty 41.16 až 41.19.

41.16

Při určité teplotě se část iontů vyjádřená funkcí

$$n_{ion} = A e^{-\frac{\Delta W}{kT}}, \quad (41.49)$$

kde ΔW je tzv. aktivační energie, uvolňuje ze svých stabilních poloh a ve vnějším elektrickém poli vytváří tzv. iontový proud.

41.17

Elektrony přispívají k elektrické vodivosti látky jen tehdy, jestliže příslušný energetický pás je jen částečně zaplněn. Jestliže jsou obsazeny elektrony jen stavy v blízkosti dna pásu, chovají

Vztah (41.49) pro koncentraci volných iontů vyplývá např. přímo z rozdělovací funkce klasické statistiky, kterou pro ionty (vzhledem k jejich velké hmotnosti) můžeme vždy používat. Podle ní je pravděpodobnost výskytu iontu s energií ΔW větší než je energie základního stavu (kde ΔW má význam energie potřebné k uvolnění iontu) úměrná výrazu $\exp(-\Delta W/kT)$. Vzhledem k tomu, že se jedná o poměrně velké energie (řádově 1 eV a více) a malou pohyblivost iontů, má iontová vodivost význam prakticky jen v izolantech, kde nejsou volné elektrony. V kovech a polovodičích je elektrická vodivost téměř výhradně způsobena elektrony. Zkusíme proto nyní vyšetřit chování elektronů

se tyto elektrony jako volné částice ve vakuu pouze s pozměněnou tzv. efektivní hmotností m^*

$$m^* = \frac{\hbar^2}{\frac{d^2 W}{dk^2}} = \frac{\hbar^2}{2\beta a^2}, \quad (41.50)$$

kde β a a jsou překryvový integrál a mřížková konstanta ze vztahu (41.24).

Příspěvek téměř zaplněného pásu k elektrické vodivosti se výhodně vypočítá zavedením tzv. děr. Jsou to kladně nabitě fiktivní částice, jejichž koncentrace je dána koncentrací neobsazených stavů ve valenčním pásu a které se pohybují jako volné částice s efektivní hmotností vyjádřenou rovněž vztahem (41.50). Konstanta β však nyní značí překryvový integrál ve valenčním pásu, a proto se efektivní hmotnost obecně vždy odlišuje od efektivní hmotnosti elektronů.

41.18

Pohyblivost elektronů (děr) je vyjádřena vztahem

$$b = \frac{e\tau}{m^*} = \frac{e\ell}{m^*v}, \quad (41.51)$$

kde τ je tzv. relaxační konstanta, ℓ je střední volná dráha a v je střední tepelná rychlost elektronů v látce.

41.19

Elektrická vodivost pevných látek je obecně určena vztahem

$$\sigma = eb_n n + eb_p p, \quad (41.52)$$

umístěných do jednotlivých pásů a jejich jednotlivých částí z hlediska možnosti pohybu při působení vnější síly, tj. vnějšího elektrického pole. Všimněme si nejprve elektronů v málo zaplněném pásu (obr. 41.16). Podle vyjádření (41.24) jsou to elektrony, kterým odpovídají malá hodnoty argumentu ak ($ak \ll 1$) (za předpokladu, že $\beta > 0$, což je zpravidla splněno). Funkci $\cos ak$ můžeme potom rozvinout do Taylorovy řady a uvážit jen prvé dva členy

$$\cos ak \doteq 1 - \frac{a^2 k^2}{2}. \quad (41.53)$$

Elektrony v okolí dna pásu se tedy vyznačují energií

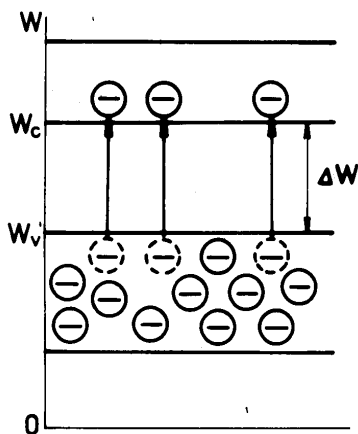
$$W_d = W_{iz} - \alpha 2\beta \left(1 - \frac{a^2 k^2}{2} \right) = W_1 + \beta, \quad (41.54)$$

Pro hybnost elektronu p můžeme použít vztahu (41.42), takže předcházející rovnici můžeme napsat i ve tvaru

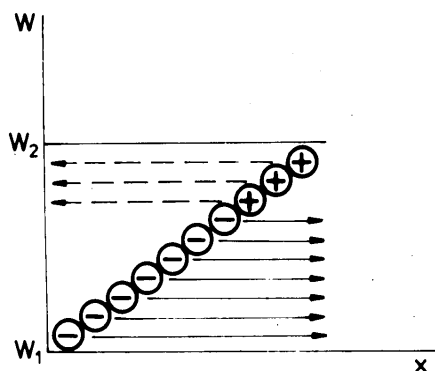
$$W_d = W_1 + \frac{\beta a^2 p^2}{\hbar^2} = W_1 + \frac{p^2}{2m^*}. \quad (41.55)$$

Vidíme, že v okolí dna pásu dovolených energií energie elektronu se vzrůstem jejich hybnosti roste, a to úměrně její druhé mocnině, tj. právě tak, jak to vyžaduje klasická fyzika pro úplně volné částice s hmotností $m^* = \hbar^2 / 2\beta a^2$. Nazýváme ji efektivní hmotností. Lehce můžeme dokázat, že obecně lze efektivní hmotnost elektronu vyjádřit vztahem $m^* = \hbar^2 / (d^2 W / dk^2)$, tj. pomocí druhé derivace

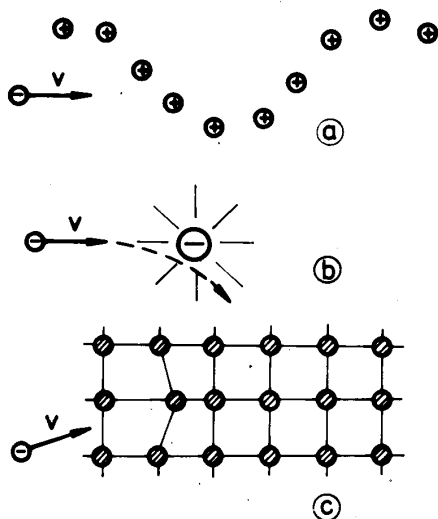
kde n a p jsou koncentrace volných elektronů a děr (resp. záporných a kladných iontů) a b_n , b_p jsou jejich pohyblivosti.



Obr. 41.16 Vznik málo zaplněného pásu



Obr. 41.17 Pás téměř zaplněný elektrony (k zavedení pojmu díra)



Obr. 41.18 Rozptyl nosičů náboje v krystalu a-na tepelných kmitech mřížky, b-na iontech, c-na defektech krystalu

funkce $W=W(k)$. Tím jsme dokázali vztah (41.50) a současně oprávnili postup použitý v předcházejícím článku, kde jsme při výpočtu koncentrace elektronů v pásu je uvažovali jako volné částice. Pro horní okraj elektrony téměř zaplněného pásu můžeme zase psát $ak \approx \pi$

$$\cos ak = \cos(\pi - ak') = -\cos ak'$$

a rozvinout tuto funkci do řady podle (41.53), protože nyní je $ak' \ll 1$. Dostaneme výsledek

$$W_v = W_2 - \beta a^2 k'^2$$

a po dosazení za k' podle vztahu $p = \hbar k'$ i vztah

$$W_v = W_2 - \frac{\beta a^2 p^2}{\hbar^2}. \quad (41.56)$$

Energie elektronů tedy při horním okraji pásu při rostoucí rychlosti klesá. Tento závěr je zřejmě neslučitelný s představou volně se pohybující částice a vyžaduje si zvláštní interpretaci. Ukazuje se jako velmi výhodné zavést v této souvislosti představu fiktivní částice (kvazičástice), kterou nazýváme díra. Každému stavu elektronu v pásu patří určitá rychlost v_i . Bez vnějšího pole musí platit rovnice

$$\sum_i v_i = 0, \quad (41.57)$$

protože v opačném případě by tekla elektrický proud i bez vnějšího pole. Je však zřejmé, že tato rovnice zůstane v platnosti i za přítomnosti vnějšího pole, je-li pás zcela zaplněn. V tomto případě totiž elektrony nemohou přijímat energii a tedy měnit své stavy. Každý jednotlivý elektron přispívá k přenosu náboje příspěvkem $j_i \sim -ev_i$, takže celkový příspěvek podmíněný jedním pásem je

$$j \sim -e \sum_i \alpha_i v_i, \quad (41.58)$$

kde $\alpha_i=1$ je-li stav obsazený a $\alpha_i=0$, je-li stav prázdný. Výraz (41.58) můžeme formálně napsat i ve tvaru

$$-e \sum_i \alpha_i v_i = e \sum_i (1 - \alpha_i) v_i - e \sum_i v_i = e \sum_i (1 - \alpha_i) v_i, \quad (41.59)$$

protože platí rovnice (41.57). Z poslední rovnice vyplývá, že správnou hodnotu protékajícího proudu dostaneme buď tak, že spočítáme příspěvky od všech elektronů v pásu, nebo i tak, že spočítáme příspěvky od všech "prázdných" stavů, ve kterých si představujeme částice s kladným nábojem (obr. 41.17). Nazýváme je díry. Je-li pás téměř zaplněn, druhý způsob výpočtu se jeví podstatně výhodnější. Navíc můžeme využít i poznatku, že ve stavech blízkých k hornímu okraji pásu je efektivní hmotnost elektronů definována vztahem (41.50) $m^* = \hbar^2 / (d^2 W / dk^2) = -\hbar^2 / 2Ba^2$, tj. $m^* < 0$, takže vztah (41.56) nabude tvar vztahu (41.55). To znamená, že tyto díry se pohybují rovněž jako volné částice s příslušnou efektivní hmotností.

Ukazuje se, že i z jiných příčin je mnohem výhodnější uvažovat v případě téměř zaplněného pásu místo složitého pohybu velkého počtu elektronů jednoduchý pohyb relativně malého počtu děr. Obecně proto tvrdíme, že volnými nosiči odpovědnými za přenos elektrického náboje v pevných látkách jsou elektrony a díry. Jejich příspěvek k hustotě elektrického proudu najdeme touto úvahou. Pro jednoduchost si všimněme jen elektronů. Na každý z nich působí ve vnějším elektrickém poli síla $F_1 = -eE$, kde E je intenzita elektrického pole, takže podle Newtonova zákona můžeme napsat rovnici

$$m_i^* \frac{dv_i}{dt} = \frac{dp_i}{dt} = -eE. \quad (41.60)$$

Jestliže předpokládáme, že všechny nosiče mají stejnou efektivní hmotnost a stejný náboj, dostaneme sečtením rovnic typu (41.60) napsaných pro každý z n elektronů přítomných v objemové jednotce krystalu vztah

$$\frac{d}{dt} \sum_i p_i = \frac{dP}{dt} = -enE. \quad (41.61)$$

Výslednou hybnost $p = \sum_i p_i$ můžeme vyjádřit jako součet počátečních hybností a přírůstků získaných během působení vnějšího pole

$$P = (P_{10} + \Delta p_1) + (P_{20} + \Delta p^2) + \dots = P_o + \Delta P = \Delta P,$$

protože celková hybnost náboje před začátkem působení elektrického pole se rovná nule. Rovnici (41.61) tedy můžeme napsat i ve tvaru, ve kterém již nevystupují rovnovážné složky hybnosti

$$\left(\frac{d\Delta \mathbf{P}}{dt} \right)_{\mathbf{E}} = -e n \mathbf{E}. \quad (41.62)$$

Indexem I jsme zdůraznili, že máme na mysli jen změnu celkové hybnosti způsobenou vnějším elektrickým polem.

Jestliže by na změnu celkové hybnosti kromě elektrického pole již nic jiného nepůsobilo, dostali bychom integrací rovnice (41.62) vztah

$$\Delta \mathbf{P} = -e n \mathbf{E} t, \quad (41.63)$$

z kterého by vyplývalo, že hybnost, a proto i proudová hustota trvale roste úměrně času. Taková situace by vznikla v dokonalém bezporuchovém krystalu. V reálných krystalech však každý nosič náboje naráží na rozličné překážky (obr. 41.18): kmitající atomy mřížky (a), ionty (b) a defekty krystalu (c). Při srážkách s těmito překážkami ztrácí urychlený nosič náboje nabytou energii a v prvním přiblížení se vrací do stavu tepelné rovnováhy. Můžeme rovněž předpokládat, že rychlost, s jakou se hybnost $\Delta \mathbf{P}$ nabytá v elektrickém poli mění v důsledku srážek (index S) směrem ke své rovnovážné hodnotě (tj. k nule), je jí úměrná, což můžeme vyjádřit rovnicí

$$\left[\frac{d(\Delta \mathbf{P})}{dt} \right] = -K \Delta \mathbf{P}. \quad (41.64)$$

Smysl konstanty K najdeme integrací této rovnice. Za předpokladu, že v čase $t=0$ byla hybnost rovna P_0 , můžeme řešení napsat ve tvaru

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 e^{-Kt} = \mathbf{P}_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (41.65)$$

příčemž jsme označili $\tau=1/K$. Nová konstanta τ , která má rozměr času a značí čas, za který původní hodnota celkové hybnosti klesne e-krát, se nazývá relaxační konstanta. V krystalech má hodnotu od 10^{-10} s do 10^{-15} s což značí, že proces narůstání a zmenšování hybnosti se za přítomnosti vnějšího elektrického pole velmi rychle střídá. Ustálený stav se vytvoří tehdy, jestliže se uvedené změny vzájemně vykompenzují, tj. jestliže

$$\left(\frac{d\Delta \mathbf{P}}{dt} \right)_{\mathbf{E}} + \left(\frac{d\Delta \mathbf{P}}{dt} \right)_{\mathbf{S}} = -e n \mathbf{E} - \frac{\Delta \mathbf{P}}{\tau} = 0.$$

Z této rovnice vyplývá, že střední hodnota celkové hybnosti elektronů ve vnějším elektrickém poli je

$\Delta P_s = e n \tau E$ a střední hodnota rychlosti (tzv. přenosové rychlosti) každého elektronu je

$$\mathbf{v}_s = - \frac{\Delta \mathbf{P}_s}{n m^*} = - \frac{e \tau}{m^*} \mathbf{E}. \quad (41.66)$$

Pro díry bychom dostali analogický výsledek, jen s kladným znaménkem.

Veličina $b = e \tau / m^*$ má význam pohyblivosti nosičů náboje (definovanou v souvislosti s elektrickou vodivostí plynů a kapalin). Je tedy skutečně určena prvním vztahem (41.51). Obvyklé je však i vyjádření pomocí jiné charakteristické konstanty - střední volné dráhy nosičů náboje $\bar{h}$, kterou definujeme vztahem $\bar{h} = v \tau$, kde v je střední rychlost a τ relaxační konstanta. Tak vznikne druhé z vyjádření (41.51). Její hodnoty pro elektrony b_n a díry b_p pro různé látky orientačně poskytuje tabulka. Pomocí pohyblivosti a za předpokladu, že v krystalu se vyskytují volné elektrony s koncentrací n a volné díry s koncentrací p , můžeme hustotu elektrického proudu (např. podle vztahu (41.21)) vyjádřit ve tvaru

$$\mathbf{i} = (e b_n n + e b_p p) \mathbf{E} = (\sigma_n + \sigma_p) \mathbf{E}, \quad (41.67)$$

takže elektrická vodivost krystalu je skutečně vyjádřena vztahem (41.52).

TABULKA

Pohyblivosti elektronů a děr v některých pevných látkách

látka	b_n (cm^2/Vs)	b_p (cm^2/Vs)
InSb	70 000	1 250
InAs	30 000	200
GaAs	8 000	400
Ge	3 900	1 900
GaSb	4 000	850

látka	b_n (cm^2/Vs)	b_p (cm^2/Vs)
Si	1 200	500
kovy	400	
Se		15
amorfní polovodiče	$10^{-1} \div 10^{-5}$	

41.7 Hallův jev a magnetorezistence

Jestliže působí na vodič, resp. polovodič kromě elektrického pole i magnetické pole, vznikají při protékání elektrického proudu dva důležité jevy: Hallův jev (věta 41.20 a změna odporu v magnetickém poli, neboli tzv. magnetorezistence (věta 41.23). Oba jevy jsou významné zejména v měřicí technice, protože umožňují získat informace o základních materiálových konstantách látek (věty 41.21 a 41.22). Kromě toho se v poslední době významně uplatňují i v praxi.

41.20

Hallovo elektromotorické napětí ϵ_H ve vzorku tvaru hranolu v uspořádání znázorněném na obr. 41.19 je vyjádřeno vztahem

$$\epsilon_H = R \frac{IB}{b}, \quad (41.68)$$

kde I je elektrický proud, B je indukce magnetického pole a R je tzv. Hallova konstanta.

41.21

Hallova konstanta R ve vodiči s elektronovým, resp. děrovým typem vodivosti je vyjádřena vztahem

$$R = \pm \frac{1}{ep}, \quad (41.69)$$

kde p je koncentrace volných nosičů náboje.

41.22

Pohyblivost nosičů náboje ve vodiči s jedním typem vodivosti (např. elektronovým) můžeme vyjádřit součinem Hallovy konstanty a měrné elektrické vodivosti

$$b = |R| \sigma. \quad (41.70)$$

Halloovým jevem, který byl objeven již v r. 1879 v kovech, nazýváme vznik elektromotorického napětí ve vodiči (polovodiči), jestliže jím protéká elektrický proud a jestliže se nachází ve vnějším magnetickém poli. Tento jev vzniká jako důsledek působení magnetického pole na nosiče náboje.

Představme si vzorek vodiče podle obr. 41.19. Osa x je orientovaná rovnoběžně se stranou c vzorku a se směrem proudu vzorkem. Osa y je orientována ve směru magnetického pole B_y a osa z je orientována ve směru strany a .

Uvažujme pro jednoduchost, že ve vodiči se vyskytují jen volné díry. Na díru pohybující se rychlostí v působí elektrické magnetické pole Lorentzovou silou

$$\mathbf{F} = e[\mathbf{E} + (\mathbf{v} \times \mathbf{B})]. \quad (41.72)$$

Její složka do osy z je vyjádřena vztahem

$$F_z = ev_x B_y$$

vychyluje pohybující se díry z původního směru k okraji vzorku. Kladný elektrický náboj se hromadí na stěně vzorku do té doby, než vznikající příčné elektrické pole (tzv. Hallovo pole), nevykompenzuje silový účinek magnetického pole. Intenzitu tohoto Hallova pole najdeme nejjednodušeji na základě

41.23

Relativní změny měrné elektrické vodivosti v magnetickém poli je úměrná druhé mocnině součinu pohyblivosti a magnetické indukce

$$\frac{\Delta \sigma}{\sigma} = K(bB)^2, \quad (41.71)$$

kde K je konstanta.

poznatku, že v ustáleném stavu je Lorentzova síla vykompenzovaná silou o velikosti

$$F'_z = -e v_x B_y, \quad (41.73)$$

kteřou na díry působí Hallovo (elektrické) pole. Jeho intenzita je podle definice

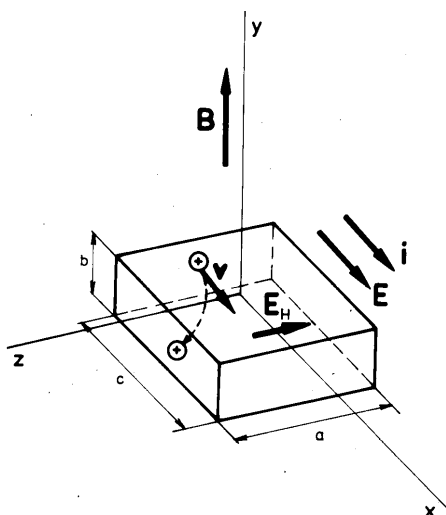
$$E_z = E_H = \frac{F'_z}{e} = -v_x B_y.$$

Složka hustoty proudu má hodnotu $i_x = epv_x$, je proto $v_x = i_x / ep$ a rovněž

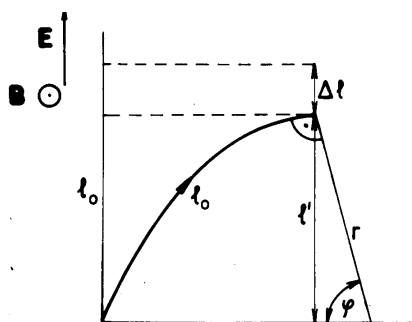
$$E_z = E_H = -\frac{x B_y}{ep} = -R i_x B_y, \quad (41.74)$$

kde $R = 1/ep$. Tento vztah platí pro díry, stejný vztah s kladným znaménkem bychom dostali pro elektrony.

Konstanta R se nazývá Hallova konstanta a můžeme je skutečně vyjádřit vztahem (41.69), který jsme měli odvodit. Z Hallovy konstanty lehce stanovíme koncentraci volných nosičů náboje a z jejího znaménka i jejich typ (elektrony nebo díry). Vynásobením Hallovy konstanty měrnou elektrickou vodivostí lehce získáme i vztah (41.70), který slouží k nejjednoduššímu způsobu určení pohyblivosti nosičů náboje. Samotná Hallova konstanta R se nejčastěji stanovuje z Hallova elektromotorického napětí měřeného v příčném směru vzorku, které je určeno integrálem



Obr. 41.19 Ke vzniku Hallova jevu v pevné látce



$$\begin{aligned}
 |\epsilon_H| &= \int_0^a E_z dz = \int_0^a R i_x B_x dz = \\
 &= R \frac{I}{ab} B \int_0^a dz = R \frac{IB}{b},
 \end{aligned}
 \tag{41.75}$$

tj vztahem (41.68).

Obr. 41.20 K magnetorezistanci v pevné látce

Analogické vztahy dostaneme i pro vodiče obsahující jen záporné nosiče náboje. Znaménko Hallova napětí slouží jako bezprostřední informace o druhu nosičů náboje přítomných v látce. Kladné znaménko nosičů náboje dostaneme tehdy, jestliže směr elektrického proudu přes vzorek, směr Hallova napětí a směr vektoru magnetické indukce tvoří pravotočivý systém.

Jestliže se však v látce vyskytují současně kladné i záporné volné nosiče náboje, koncentrací p a n , je situace složitější a měřením Hallovy konstanty a elektrické vodivosti nemůžeme získat hodnoty čtyř parametrů: koncentrací a pohyblivostí obou nosičů náboje. Složitějším ale podobným postupem můžeme pro Hallovu konstantu odvodit v takovém případě vztah

$$R = \frac{b_p^2 p - b_n^2 n}{e(b_n n + b_p p)^2}.
 \tag{41.76}$$

Z tohoto vztahu vyplývá, že příspěvky od kladných a záporných nosičů náboje se vzájemně částečně a při splnění rovnosti $b_n^2 n = b_p^2 p$ úplně kompenzují.

Ve vnějším magnetickém poli dochází ke změně elektrické vodivosti vodiče. Tento jev se nazývá magnetorezistence. Její příčinu ilustruje obr. 41.20. Dráha nosičů náboje je v důsledku působení Lorentzovy síly zakřivená, takže z celkové střední volné dráhy ℓ_0 se ve směru toku uplatní jen určitá efektivní část ℓ' . Na základě obr. 41.20 můžeme napsat vztahy

$$\Delta \ell = -\ell' + \ell_0;
 \tag{41.77}$$

$$\ell' = r \sin \varphi = \sin \left(\frac{\ell_0}{r} \right).
 \tag{41.78}$$

Poloměr zakřivení r můžeme vyjádřit z II. Newtonova zákona ve tvaru $avB = m^* v^2/r$. Jestliže kromě toho použijeme vztah pro pohyblivost $b = e\tau/m^*$ a uvážíme, že střední volná dráha nosičů je určena součinem střední kvadratické rychlosti a relaxační konstanty $\ell_o = v\tau$, lehce odvodíme vztah

$$\varphi = \frac{\ell_o}{r} = \frac{v\tau}{r} = \frac{er b \tau}{m^* r} = bB. \quad (41.79)$$

Relativní změna elektrické vodivosti se rovná relativní změně pohyblivosti, protože koncentrace nosičů náboje se nemění. Podle vztahu (41.51) je pohyblivost $b = e\ell/vm^*$ (a tím i vodivost σ) však přímo úměrná střední volné dráze, proto můžeme napsat rovnici

$$\frac{\Delta \sigma}{\sigma_o} = \frac{\Delta b}{b_o} = \frac{\Delta \ell}{\ell_o}.$$

Jestliže ještě dále uvážíme, že úhel $\varphi = \ell_o/r = bB$ je velmi malý a že proto můžeme požit Taylorova rozvoje pro funkci $\sin \varphi$ a zanedbat vyšší členy kromě prvních dvou $\sin \varphi = \varphi - \varphi^3/6$ dostaneme z poslední rovnice za pomoci vztahů (41.77) a (41.79) výsledek

$$\frac{\Delta \sigma}{\sigma_o} = -\frac{1}{6} \left(\frac{\ell_o}{r} \right)^2 = -\frac{1}{6} (bB)^2,$$

čímž jsme dokázali vztah (41.71). Při přesnějším výpočtu má sice konstanta K , která v tomto jednoduchém případě má hodnotu $1/6$, složitější vyjádření, ale přímá úměrnost faktoru $(bB)^2$ zůstává. Pro praktické využití Hallova jevu a magnetorezistance se proto hodí látky s velkou pohyblivostí. Vztahy (41.68) a (41.71) můžeme využít i na měření magnetické indukce. Příslušné prvky se nazývají Hallové a megnetoodporové sondy.

HALL Edwin Herbert (hól), 1855-1938, profesor fyziky Harwardské university. Zabýval se termoelektrickými a galvanomagnetickými jevy. R. 1879 odvodil zákonitosti, které popisují vznik elektomotorického napětí ve vodiči, kterým protéká proud, jestliže se tento vodič nachází ve vnějším magnetickém poli. Hallův jev má široké a významné použití v měřicí technice.

41.7 Kovy (Wiedemannův - Franzův zákon, supravodivost, Josephsonův jev)

Podle kriteria uvedeného v článku (41.4) jsou kovy takové látky, které se vyznačují jedním částečně zaplněným pásem. Jestliže vezmeme v úvahu i možnost překrytí pásů, mohou se vyskytnout kovy s pásem zaplněným méně než do poloviny a více než do poloviny. S ohledem na mechanismus přenosu náboje v takových situacích rozebraný v článku o elektronech a dírách můžeme kovy charakterizované prvním případem nazvat elektronové a kovy vyznačující se druhým případem děrové.

Počet nosičů náboje zúčastňujících se elektrické vodivosti způsobuje proto jen závislost jejich pohyblivosti na teplotě. Pohyblivost nosičů náboje však se vzrůstem teploty klesá, proto elektrický odpor kovů s teplotou vzrůstá. Tato vlastnost se někdy považuje za hlavní charakteristiku kovů odlišující je od polovodičů. Elektrickou vodivost kovů vyjadřuje vztah (41.80).

Můžeme dokázat, že tepelná vodivost kovů je přímo úměrná jejich elektrické vodivosti (věta 41.25).

Při velmi nízkých teplotách se chování systému volných elektronů v mnoha kovech podstatně mění. Vzniká tzv. supravodivost a s ní související jevy, které mají v současné technice významné místo (věty 41.26 a 41.27).

41.24

Elektrickou vodivost kovů můžeme vyjádřit vztahem

$$\sigma = \frac{ne^2 \ell(W_F)}{mv(W_F)}, \quad (41.80)$$

kde n je koncentrace nosičů náboje, $\ell(W_F)$ resp. $v(W_F)$ je jejich střední volná dráha, resp. rychlost v okolí Fermiovy energie.

41.25

Wiedemannův-Franzův zákon: Elektronová měrná tepelná vodivost λ_e je přímo úměrná měrné elektrické vodivosti σ a absolutní teplotě T

$$\lambda_e = L \sigma T, \quad (41.81)$$

kde L se nazývá Lorentzova konstanta.

41.26

Supravodivost kovů je podmíněna vznikem tzv. Cooperových párů, tj. dvojic elektronů s opačně orientovanými spiny vzájemně vázanými prostřednictvím fononů.

41.27

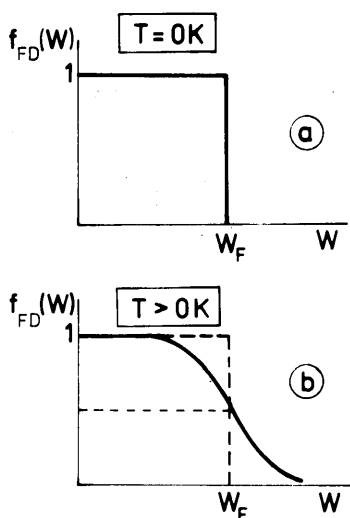
Josephsonův efekt je jev (resp. skupina jevů) vznikající při tunelování elektronů přes kontakt

Mechanickým rozšířením modelu volných elektronů na kovy (vztahy 41.52) a (41.51) dostaneme vyjádření pro jejich elektrickou vodivost

$$\sigma = \frac{e^2 n \ell}{v m^*}, \quad (41.82)$$

kde ℓ je střední volná dráha a v je střední rychlost elektronů v látce. Jednoduchou úvahou se však přesvědčíme, že v kovech nepřispívají k elektrické vodivosti stejně všechny elektrony v pásu. Vzhledem k tomu, že se jedná o fermiony, udává pravděpodobnost obsazení hladin v pásu Fermiova-Diracova rozdělovací funkce (41.39). Z ní vyplývá, že při $T \rightarrow 0$ je pro všechny energie, $W > W_F$ $f_{FD} = 1$ a pro všechny energie $W < W_F$ zase $f_{FD} = 0$. Slovy: při absolutní nule jsou všechny stavy v pásu až po Fermiovu hladinu obsazeny, nad ní prázdné (obr. 41.21a). Při vyšších teplotách se část stavů pod Fermiovou hladinou vyprázdňuje a příslušné elektrony zaujmou stavy nad Fermiovou hladinou (obr. 41.21b). Je však zřejmé, že oblast těchto nových stavů je omezena intervalem energií $W - W_F \approx kT$ (protože střední energie fononů narušujících rovnovážné rozložení elektronů při absolutní nule je kT), což při pokojových teplotách je asi 0,03 eV. Jelikož samotné energie Fermiovy jsou řádu 1 eV, vždy platí, že Fermiova hladina

tzv. slabě vázaných supravodičů. Umožňuje měření energetické mezery polovodičů, kvant magnetického toku ($h/2e$) realizaci napětového normálu pomocí frekvence a měření malých magnetických polí.



Obr. 41.21 Fermiova-Diracova funkce, a-při teplotě absolutní nuly, b-při vyšší teplotě

udává prakticky nejvyšší energii elektronu v kovech. Jelikož jen tyto elektrony, tj. elektrony z okolí Fermiovy hladiny mohou měnit svoje stavy přijetím nebo odevzdáním určité energie je zřejmé, že jen ony (v počtu rovném přibližně kT/W_F násobku celkového počtu stavů) se mohou aktivně zúčastnit vedení elektrického proudu. Proto ve vztahu (41.80) se veličiny ℓ a v vztahují k Fermiově energii. Některé konkrétní údaje jsou shromážděny v tabulce 1.

S přenosem elektrického náboje souvisí i přenos energie, tj. tepla. V článku (40.3) jsme uvedli, že tepelnou vodivost odpovídající přenosu tepla elektrony můžeme vyjádřit vztahem (40.34)

$$\lambda_e = \frac{1}{3} c \ell v, \quad (41.83)$$

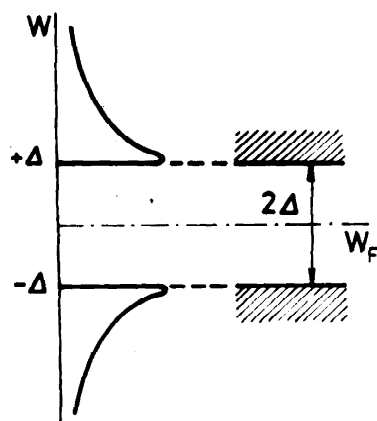
kde c je měrné teplo elektronů, ℓ a v jejich střední volná dráha resp. střední rychlost. Pokusíme se nyní najít souvislost této veličiny s elektrickou vodivostí. Pro jednoduchost si opět zvolíme model úplně volných elektronů. Jejich střední kinetická energie tepelného pohybu je $W = 3 kT/2$, proto měrné teplo připadající na n elektronů, kde n je jejich koncentrace, je

$$c = \frac{d(rW)}{dT} = \frac{d\left(\frac{3nkT}{2}\right)}{dT} = \frac{3}{2} nk,$$

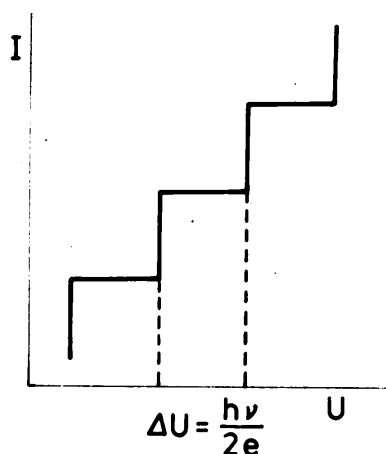
takže vztah (41.83) můžeme přepsat do tvaru

$$\lambda_e = \frac{1}{2} kn \ell v.$$

Podíl elektronové tepelné vodivosti a elektrické vodivosti vyjádřené vztahem (41.82) je proto



Obr. 41.22 Vznik pásu zakázaných energií v kovovém supravodiči



Obr. 41.23 Proudové skoky při Josephsonově jevu

$$\frac{\lambda e}{\sigma} = \frac{1}{2} \frac{kv^2 m^*}{e^2}$$

Jestliže sem dosadíme $m^* v^2/2 = 3kT/2$, dostaneme vztah

$$\frac{\lambda e}{\sigma} = \frac{3}{2} \left(\frac{k}{e} \right)^2 T = LT,$$

který je totožný se vztahem (41.81). Tvar tohoto tzv. Wiedemannova-Franzova zákona zůstává zachován i pro reálnější model kovu, jen Lorentzova konstanta L má komplikovanější vyjádření. Elektronová tepelná vodivost kovů vždy daleko převyšuje mřížkovou tepelnou vodivost, proto podle právě odvozeného zákona můžeme tvrdit, že dobré elektrické vodiče jsou současně i dobrými vodiči tepla.

Kamerlingh-Onnes zjistil v r. 1911, že elektrický odpor olova klesne při určité kritické (nízké) teplotě skokem na neměřitelnou hodnotu. Tento jev se nedá vysvětlit vzrůstem pohyblivosti nosičů náboje při velmi nízkých teplotách, protože se jedná prakticky o úplnou "likvidaci" elektrického odporu (prokazatelně o 15 řádů),

KAMERLINGH-ONNES Heike, 1853-1926, holandský fyzik, žák G.R.Kirchhoffa. Celoživotní náplní jeho vědecké práce byla fyzika nízkých teplot. Pomocí vlastního zařízení dosahoval teploty blízko absolutní nuly a zkoumal zejména měrné teplo látek při těchto experimentech. R. 1908 zkapalnil helium, r. 1911 objevil velmi důležitý jev - supravodivost kovů, později zjistil i charakter jeho závislosti na magnetickém poli. Odměnou za jeho vědecký přínos bylo udělení Nobelovy ceny za fyziku r. 1913.

zatímco u kovů, které tento jev nevykazují se jedná o relativně malé a spojitě zvýšení vodivosti. Tento jev se nazývá supravodivost. Dosud byla objevena již celá řada prvků a sloučenin s touto pozoruhodnou vlastností (tabulka 2). Je zřejmé, že se tu jedná o radikální změnu v systému elektronů, vznikající při určité nízké kritické teplotě. Po mnohaletém úsilí o objasnění podstaty supravodivosti, na kterém se

podíleli mnozí světoznámí fyzici (Landau, Frölich, Ginzburg, London) se konečně v r. 1957 podařilo vypracovat mikroskopickou teorii supravodivosti trojici fyziků: Bardeenovi, Cooperovi a Schriefferovi. Podle nich se tato teorie nazývá BSC teorie.

Základní myšlenkou této teorie je tvorba elektronových párů (tzv. Cooperových párů). Za normálních okolností se dva elektrony navzájem odpuzují. Odpudivá síla je tím větší, čím jsou k sobě blíží. Kdyby se však objevila některá přitažlivá síla, i když velmi malá, která by působila na poměrně velkou vzdálenost (při které je již elektrostatická odpudivá síla malá), mohli by se elektrony na sebe "navázat". Již jsme se setkali se zvláštními přitažlivými silami podmíněnými výměnou částic, resp. kvazičástic: mezonu, gravitonu a fononu. Zkusme odhadnout tzv. korelační délku takové interakce na základě Heisenbergova principu neurčitosti. Jestliže uvážíme, že hybnost fononu $p = W/v = \hbar\omega/v$, kde v je fázová rychlost akustických vln v dané látce a jestliže korelační délku označíme ℓ , můžeme nerovnost $\Delta p \Delta x \geq \hbar$ napsat ve tvaru $W\ell \geq \hbar v$, ze které pro hledanou veličinu vyplývá vztah

$$\ell \geq \frac{\hbar v}{\hbar \omega} = \frac{v}{\omega} = \frac{\lambda}{2\pi}. \quad (41.84)$$

Jelikož rychlost zvuku v pevných látkách je řádově 10^5 m/s a střední energie fononů při nízkých teplotách (řádu 3K) je $3 \cdot 10^{-5}$ eV, dostaneme výsledek $\ell = 1000$ nm. Korelace se tedy udržuje na vzdálenosti řádu 1000 mřížkových konstant. Z nerovnosti (41.84) současně vyplývá, proč tento jev vzniká jen při velmi nízkých teplotách - při nich je vlnová délka fononu dostatečně velká. Jakmile již tato výměnná přitažlivá síla realizovaná výměnou fononů překoná odpudivou sílu mezi elektrony, vznikají páry (s opačně orientovanými spiny). To má za následek, že se vytvoří dovolené energetické hladiny dvojic elektronů v určité energetické "vzdálenosti" Δ pod Fermiho hladinou oddělené od dovolených stavů jednotlivých elektronů ve vzdálenosti Δ nad Fermiho hladinou. Vznikl tady jakýsi zakázaný pás energií (obr. 41.22), pro které dává teorie hodnotu $2\Delta = 3,53 kT_c$, kde T_c je kritická teplota. Dvojice párových elektronů mají nulový výsledný spin, proto podléhají Boseově-Einsteinově statistice a přestává pro ně platit Pauliho princip. Na rozdíl od normálních kovů mohou se proto vedení elektrického proudu zúčastnit (rovnocenně) všechny elektrony a jelikož s mřížkou tvoří prostřednictvím fononů jednotný systém, neztrácejí interakcí s ní energii. Je proto pochopitelné, že v tomto stavu se musí vyznačovat enormní elektrickou vodivostí.

Kov v supravodivém stavu se vyznačuje ještě i dalšími vlastnostmi. Magnetický tok uzavřený uvnitř supravodivého prstence nemůže nabývat libovolných hodnot. Je kvantován v jednotkách $\Phi_0 = h/2e \approx 2 \cdot 10^{-15}$ Wb. Tuto zajímavou vlastnost spolu s existencí zakázaného pásu energií můžeme přímo pozorovat pomocí tzv. Josephsonova jevu. Spočívá v tunelování elektronů z vodiče do supravodiče, nebo ze supravodiče do jiného supravodiče přes dostatečně tenkou vrstvu vakua, dielektrika, resp. i vodiče v nesupravodivém stavu. V prvním případě po připojení napětí U na kontakt mají elektrony z okolí Fermiho hladiny kovu v nesupravodivém stavu přejít do supravodiče. Jak vyplývá z obrázku 41.22 nejsou v této oblasti v supravodiči dovolené stavy a protože při tunelovém jevu se mění energie nosičů náboje, nemůže se přechod elektronů uskutečnit. Až při napětí $U = \Delta/e$, které elektronům udělí energii oddělující je od dovolených stavů v supravodiči, objeví se elektrický proudový signál.

Existence elementárního kvanta magnetického toku $h/2e$ se projeví v tom, že při tunelování ze supravodiče v konstantním vnějším elektrickém poli vznikne střídavý Josephsonův proud o frekvenci přibližně 500 MHz na každý μV vnějšího napětí. Jestliže se však přiloží na Josephsonův přechod i střídavé napětí vysoké frekvence, vznikají výrazné proudové skoky (obr. 41.23) odpovídající rovnici

$$\frac{2e}{h} U_o = n \nu, \quad (41.85)$$

kde U_o je stejnosměrné napětí a ν frekvence. Rozdíl napětí mezi jednotlivými skoky je $\Delta U = U_{on} - U_{o(n-1)} = h\nu/2e$ je funkcí jen frekvence přiloženého napětí.

Uvedená fakta mají velký význam v měřicí technice. Detekce kvant magnetického toku $2 \cdot 10^{-15} \text{ Wb}$ poskytuje možnost měřit magnetickou indukci s přesností o mnoho řádů převyšující všechny jiné známé metody (citlivost je řádově až 10^{-14} T). Dále vztah (41.85) umožňuje realizaci napěťových normálů nejvyšší přesnosti pomocí známého kmitočtu. Začíná se rovněž uvažovat o konstrukci počítačů založených na Josephsonových přechodech.

Význam supravodivosti není nutno zvlášť zdůrazňovat. Umožňuje laciný přenos elektrické energie, výroby silných magnetů, bezdotykový transport (na tzv. magnetickém polštáři) atd. Supravodivost, se kterou jsme se v tomto článku setkali, se vztahuje na v současnosti už “klasické” supravodiče, u kterých se vyžadují teploty nižší jak asi 23K (“rekord” v tomto směru má supravodič Nb_3Ge). V roce 1986 však švýcarští fyzici Bednorz a Müller připravili keramický materiál obsahující prvky La, Ba, Cu a O, který má kritickou teplotu okolo 30K, v roce 1987 se objevil supravodič Y-Ba-Cu-O s kritickou teplotou až 90K a o rok později supravodiče Bi- Sr-Ca-Cu-O resp. Tl-Ba-Ca-Cu-O, které posunuli tuto hranici až k 120K. Tyto tzv. vysokoteplotní supravodiče představují velký příslib do budoucnosti hlavně proto, že pro zabezpečení nízkých teplot už nevyžadují drahé kapalně helium, ale stačí relativně bezpečný kapalně dusík. Zatím se však nepodařilo překonat určité technické problémy, např. problém výroby supravodičových “drátů”.

TABULKA 1

Měrná elektrická vodivost σ , Fermiova energie W_F a střední volná dráha elektronů ℓ v kovech

kov	$\sigma \cdot 10^7$ ($\Omega^{-1} m^{-1}$)	W_F (eV)	ℓ (nm)
Li	10.6	4.72	11
Na	20.9	3.12	35
K	14.7	2.14	37
Rb	7.8	1.82	22
Cs	4.9	1.53	16
Cu	57.6	7.04	42
Ag	61.2	5.51	57
Au	43.7	5.54	41

TABULKA 2

Kritické teploty supravodičů

látka	T_c (K)
Al	1.20
Ga	1.10
Zn	0.91
Hg	4.15
Pb	7.22
Pb ₂ Au	7.00

látka	T_c (K)
SnSb	3.9
Tl ₃ Bi ₅	6.4
TaSi	4.4
MoN	12.0
NbN	14.7

41.8 Polovodiče

Je známo, že polovodiče velmi podstatně ovlivnily techniku druhé poloviny našeho století. Stalo se tak zejména díky dvěma vlastnostem, kterými se odlišují od kovů: koncentrací nosičů náboje v nich můžeme měnit v širokém intervalu celou řadu vnějších činitelů (příměsemi, teplotou, tlakem, elektromagnetickým zářením, elektrickým polem atd.) a uvedenými vlivy v nich můžeme lehce vytvořit nehomogenní rozložení koncentrace nosičů náboje, což způsobuje difúzi. Uvedené skutečnosti sice komplikují teorii fyzikálních jevů v polovodičích, ale bez nich by polovodiče nebyly tím, čím jsou. S některými obecnějšími jevy v polovodičích jsme se již seznámili v předcházejících článcích, některé další probereme v tomto článku (věty 41.28 až 41.31).

41.28

Hustotu elektronového a děrového proudu v polovodičích můžeme vyjádřit vztahy

Se základními charakteristikami polovodičů, tj. se zaplněným valenčním pásem při teplotě absolutní nuly a dále s úzkým

$$\mathbf{i}_n = \sigma_n \mathbf{E} + e D_D \text{ grad } n \quad (41.86a)$$

$$\mathbf{i}_p = \sigma_p \mathbf{E} - e D_D \text{ grad } p \quad (41.86b)$$

kde σ_n a σ_p jsou příslušné elektrické vodivosti, D_n a D_p jsou koeficienty difúze elektronů a děr.

41.29

Koeficienty difúze D_n a D_p můžeme vyjádřit pomocí pohyblivostí b_n a b_p na základě tzv. Einsteinových vztahů

$$e D_n = b_n k T, \quad (41.87a)$$

$$e D_p = b_p k T, \quad (41.87b)$$

41.30

V nerovnovážných podmínkách ve stacionárním stavu platí rovnice

$$\text{div } \mathbf{i}_n = \frac{e}{\tau_n} (n - n_o), \quad (41.88a)$$

$$\text{div } \mathbf{i}_p = \frac{e}{\tau_p} (p - p_o), \quad (41.88b)$$

kde n_o a p_o jsou rovnovážné koncentrace elektronů a děr, n a p jsou jejich nerovnovážné hodnoty a veličiny $\tau_n = \tau_p = 1/r (n_o + p_o)$, kde r je tzv. součinitel rekombinace, se nazývají doby života elektronů a děr.

zakázaným pásem energií ($W < 2eV$) jsme se seznámili již v článku 41.4. Nosiči náboje jsou v nich elektrony, které přeskočily z valenčního pásu do vodivostního pásu a dále stejný počet děr ve valenčním páse. Takové polovodiče se nazývají vlastní nebo intrinsické polovodiče a v praxi se vyskytují jen velmi zřídka. Důležité je, že rozličnými technologickými úpravami můžeme v nich dosáhnout převahy nosičů jednoho znaménka.

Polovodič, ve kterém převažuje elektronová vodivost nad děrovou, nazýváme elektronový polovodič nebo polovodič typu N (negativní). V opačném případě mluvíme o děrovém polovodiči nebo o polovodiči typu P (pozitivní).

Vznik elektronového nebo děrového polovodiče si vysvětlíme na příkladě klasického polovodiče - křemíku. Podobná situace je i v současnosti nejvíce používaném polovodiči - germanium.

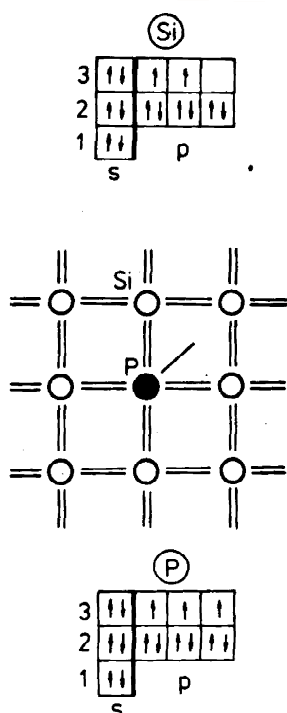
Předpokládejme, že původní ideální kovalentně vázané mřížky křemíku jsme umístili atom prvku z V. sloupce Mendělejevovy periodické soustavy prvků, např. fosforu P s pěti valenčními elektrony (obr. 41.24). Atomy fosforu jsou v křemíku tzv. substituční příměsi, což znamená, že zastupují atomy křemíku ve vytváření vazeb. Čtyři valenční elektrony fosforu proto vytvářejí valenční vazby, zatímco pátý valenční elektron je v mřížce nadbytečný. Můžeme ho pokládat, a teorie to potvrzuje, za elektricky nabitou částici přitahovanou jádrem fosforu v dielektrickém prostředí základního polovodiče. Proto přitažlivá síla klesne proti stavu v izolovaném atomu ϵ_r - krát a práce potřebná na úplné odtržení od jádra podle vztahu (34.3) se zmenší ϵ_r - krát, tj. v křemíku asi 250-krát. Jestliže na jeho odtržení v izolovaném atomu byly potřebné energie 10,42

41.31

Vlastní elektrická vodivost polovodičů je určena vztahem

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta W}{2kT}}, \quad (41.89)$$

kde ΔW je šířka zakázaného pásu, σ_0 určitá konstanta (jen slabě závislá na teplotě).

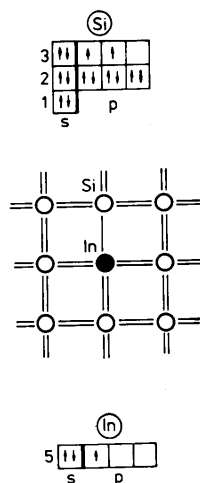


Obr. 41.24 Vznik donorové poruchy v krystalu křemíku

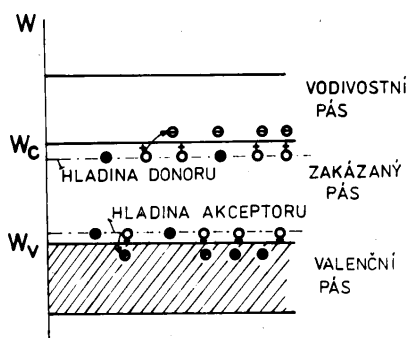
eV, v křemíku (s ohledem i na to, že efektivní hmotnost elektronu je jen asi $0,3 m_e$) stačí k tomu energie jen asi $0,01 \text{ eV}$ pod dnem vodivostního pásu (obr. 41.26). Nazývá se donorová hladina a prvek, který ji vytváří, donor (z latinského slova do=dávám), protože již při poměrně nízkých teplotách přeskakují elektrony z těchto hladin do vodivostního pásu a podmiňují elektronovou vodivost polovodiče. Prázdná místa, která po těchto elektronech zůstávají, nemají povahu děr, protože vazby zůstaly neporušeny.

Jestliže je atom křemíku nahrazen atomem prvků z III. sloupce Mendělejevovy periodické soustavy prvků, např. atomem india In se třemi valenčními elektrony, zůstává jedna vazba nenasycená (obr. 41.25). Stačí přibližně stejná energie jako uvolnění elektronu z donorové hladiny, aby se některý valenční elektron od jiného atomu křemíku odtrhl a zaplnil prázdné místo ve vazbách v okolí atomu india. Jeho energetická hladina je tedy o tuto energii větší než energie odpovídající hornímu okraji valenčního pásu. Nazývá se akceptorová hladina (obr. 41.26) a prvek, který ji vytváří akceptor (z latinského accipio = přijímám), protože na sebe váže valenční elektrony křemíku, čímž uvolňuje díry. Elektron, který způsobil vznik volné díry je vázán na atom příměsi a nezúčastňuje se proto vedení elektrického proudu. Tímto mechanismem vzniká v polovodiči nadbytek děr. Zcela obdobná situace je u dalšího nejběžnějšího polovodiče - germania.

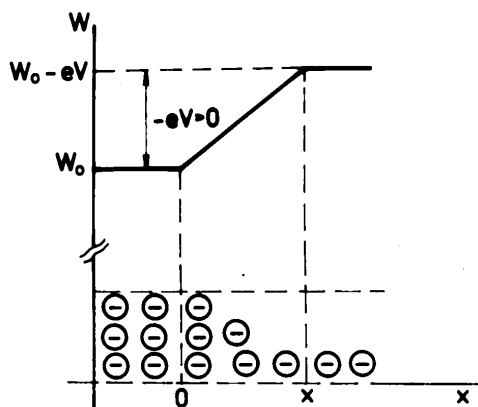
V naprosto čistém (vlastním) germaniu je při pokojových teplotách asi $3 \cdot 10^{13}$ volných elektronů a děr v každém cm^3 . Stačí proto, aby obsahoval příměs s koncentrací větší než asi $3 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$, tj. jen asi $10^{-7}\%$ a více, aby



Obr. 41.25 Vznik akceptorové poruchy v krystalu křemíku



Obr. 41.26 Pásové schéma nevlastního polovodiče



Obr. 41.27 K odvození Einsteinových vztahů

příměsová vodivost převládala nad vlastní. Z toho je vidět, jak velká čistota by byla potřebná k tomu, aby se získal vlastní polovodič.

Jestliže je na polovodič připojen zdroj elektromotorického napětí, vytvoří se v něm elektrické pole intenzity E a protéká elektrický proud vyjádřený vztahem (41.67). Jestliže však je polovodič navíc i nehomogenní, projevuje se v něm difúze elektronů a děr a s ní související tzv. difúzní proud. Jeho hustoty pro elektrony a díry dostaneme jednoduše tak, že vztahy (14.44) vynásobíme v prvním případě nábojem $-e$ a ve druhém případě $+e$, čímž získáme vyjádření

$$i_{dn} = eD_n \text{ grad } n,$$

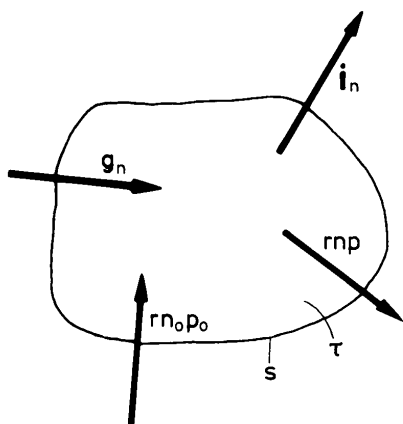
$$i_{dp} = -eD_p \text{ grad } p.$$

Celkový elektronový (a podobně i děrový) proud obsahuje obecně tzv. driftovou složku $i_0 = \sigma E$ a difúzní složku, což je vyjádřeno vztahy (41.86a) a (41.86b). Tyto rovnice můžeme zjednodušit vyloučením neznámých koeficientů difúze pomocí pohyblivosti. Odvodíme jen vztah mezi D_n a b_n a to pro jednorozměrný případ za předpokladu, že můžeme používat klasickou Maxwellovu-Boltzmannovu statistiku. V rovnováze, jestliže polovodičem neprotéká elektrický proud, musí být splněna rovnice

$$eb_n nE + eD_n \frac{dn}{dx} = 0,$$

tj. rovnice

$$\frac{1}{n} \frac{dn}{dx} = -\frac{b_n}{D_n} E, \quad (41.90)$$



Obr. 41.28 K odvození rovnice kontinuity pro polovodič

IOFFE Abram Fiodorovič, 1880-1960, sovětský fyzik, průkopník ve fyzice polovodičů v SSSR.

Zkoumal mechanické vlastnosti krystalů, elektrické vlastnosti dielektrik a polovodičů. Velmi cenné jsou dnes jeho práce, kterými položil základy metodiky určování nejdůležitějších parametrů polovodičů. Jeho teoretické a experimentální dílo spolu s dlouholetou organizačskou prací ve fyzice a technice polovodičů nemalou měrou přispělo k dnešní vysoké úrovni sovětské vědy v této oblasti.

Difúzní proudy způsobují, že koncentrace elektronů a děr jsou obecně odlišné od jejich rovnovážných hodnot vyplývajících z rovnovážných rozdělovacích funkcí. Rovnice (41.86a, b) pak představují vlastně jen dvě rovnice pro pět neznámých: i_n , i_p , n , p , a E . Třetí rovnice představuje Maxwellova rovnice vyjadřující vazbu mezi intenzitou elektrického pole E , které vznikne při poruše neutrality v polovodiči, a dále dvě rovnice získané modifikací rovnice kontinuity (20.9) pro obecnější případ se kterým se setkáváme v polovodičích. Odvodíme jen rovnici, týkající se elektronů, rovnice pro díry by se odvodila podobným způsobem.

Uvažujme o určitém objemu polovodiče (obr. 41.28) ve kterém se koncentrace elektrického náboje spojeného s elektrony může měnit obecně z více příčin:

1. Část náboje elektronů odejde z uvažovaného objemu prostřednictvím elektrického proudu hustoty i_n .

Můžeme ji vyjádřit ve tvaru

$$Q_1 = -\oint_S i_n dS, \quad (41.92)$$

Podle rozdělovací funkce platné pro klasickou statistiku je koncentrace částic s energií W úměrná funkci $\exp(-W/kT)$. Pak poměr koncentrací elektronů je jejich energie $W_0 - eV$ a elektronů v místě 0 s energií W_0 je

$$\frac{n}{n_0} = \frac{e^{\frac{-W_0 + eV}{kT}}}{e^{\frac{-W_0}{kT}}} = e^{\frac{eV}{kT}}, \quad (41.91)$$

kde V je potenciál bodu x vzhledem k bodu 0. Jelikož platí $dV/dx = -E$, kde E je intenzita elektrického pole, je správná i rovnice

$$\frac{1}{n} \frac{dn}{dx} = \frac{e}{kT} \frac{dV}{dx} = -\frac{e}{kT} E.$$

Porovnáním pravých stran této rovnice a rovnice (41.90) dostaneme ihned hledaný tvar Einsteinovy rovnice (41.87a). Analogicky by se odvodil i vztah (41.87b).

kde dS je element plochy S , která obepíná uvažovaný objem τ polovodiče.

2. Část náboje může v uvedeném objemu vzniknout vnější generací, např. světlem, tlakem apod. Jestliže za jednotku času přibude v objemové jednotce g_n elektronů, můžeme tuto změnu vyjádřit vztahem

$$Q_2 = -e \int_{\tau} g_n d\tau, \quad (41.93)$$

kde τ je element objemu.

3. Část elektronů přibývá v uvažovaném objemu vnitřní generací, tj. následkem tepelných přeskoků z valenčního pásu. V rovnováze je přírůstek těchto elektronů vykompenzován úbytkem způsobeným jejich zachycením ve vazbách, tj. vlastně střetnutím s děrami. S tímto procesem jsme se již setkali ve článku o vedení elektřiny v plynech. Nazýváme ji rekombinace. Počet elektronů, rekombinujících za jednotku času v jednotce objemu je zřejmě úměrný koncentraci elektronů i děr, tj. jejich součinu. Jestliže označíme konstantu úměrnosti r a nazveme ji součinitel rekombinace, můžeme uvažovaný přírůstek náboje elektronů tepelnou generací vyjádřit ve tvaru

$$Q_3 = -e \int_{\tau} r n_o p_o d\tau, \quad (41.94)$$

kde n_o a p_o jsou rovnovážné koncentrace elektronů a děr.

4. Určitá část elektronů zanikne jejich rekombinací s děrami. S ohledem na situaci v předcházejícím případě můžeme úbytek náboje elektronů vyjádřit vztahem

$$Q_4 = -(-e) \int_{\tau} r n p d\tau = e \int_{\tau} r n p d\tau. \quad (41.95)$$

Algebraický součet všech příspěvků, tj. $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$ se rovná celkovému přírůstku elektrického náboje elektronů v uvažovaném objemu, tj. výrazu $\delta/\delta t [\int_{\tau} (-e) d\tau]$, takže platí rovnice

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\tau} e n d\tau = \int_S \mathbf{i}_n d\mathbf{S} + e \int_{\tau} g_n d\tau - e \int_{\tau} r (n p - n_o p_o) d\tau. \quad (41.96)$$

V praxi se nejčastěji jedná jen o malé odchylky od rovnováhy, přičemž se zachovává elektrická neutralita, proto jakmile použijeme vyjádření $n = n_o + \Delta n$ a $p = p_o + \Delta n$, můžeme výraz v posledním integrálu upravit na tvar

$$n p - n_o p_o = (n_o + \Delta p)(p_o + \Delta p) - n_o p_o = (n_o + p_o) \Delta n + \Delta n^2 \doteq (n_o + p_o) \Delta n. \quad (41.97)$$

Jestliže použijeme Gaussovu-Ostrogradského větu na druhý integrál a zavedeme označení pro

dobu života elektronů $\tau_n = [(n_0 + p_0)r]^{-1}$, dostaneme z rovnice (41.96) jednodušší rovnici

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{e} \operatorname{div} i_n + g_n - \frac{n - n_0}{\tau} n. \quad (41.98)$$

Podobnou rovnici bychom odvodili i pro díry. Jestliže se jedná o ustálený stav ($\delta n / \delta t = 0$) bez vnější generace elektronů ($g_n = 0$), vylývá z této rovnice bezprostředně i rovnice (41.88a) a rovnice (41.88b), které využijeme v kapitole o principech moderních elektronických prvků. Uvedeme jen, že doby života elektronů a děr v polovodičích jsou dosti velké, řádově (10^{-6} - 10^0) s, což do určité míry omezuje použití polovodičů při vyšších frekvencích.

Poslední tvrzení (41.43) dokážeme lehce, jestliže do vyjádření elektrické vodivosti polovodiče vztahem (41.52) dosadíme za $n=p$ podle vztahu (41.37). Dostaneme tak vztah

$$\delta = e(b_n + b_p) A e^{-\frac{\Delta W}{2kT}} = \delta_0 e^{-\frac{\Delta W}{2kT}},$$

což je vztah (41.89). Pohyblivosti b_n i b_p závisí jen slabě na teplotě, takže veličina δ_0 je prakticky konstantní. Jestliže uvedenou rovnici zlogaritmujeme, dostaneme ji ve tvaru

$$\ln \frac{\delta}{\delta_0} = -\frac{\Delta W}{2k} \frac{1}{T}, \quad (41.99)$$

podle kterého je závislost $\ln \delta / \delta_0 = f(1/T)$ přímka. Z její směrnice můžeme lehce stanovit šířku zakázaného pásu polovodiče ΔW ($\operatorname{tg} \varphi = -\Delta W / 2k$). Ve znečištěném polovodiči je elektrická vodivost vyjádřena podobným vztahem, jen veličina ΔW nemá význam šířky zakázaného pásu polovodiče, ale je dvojnásobkem tzv. aktivační energie příměsí.

41.9 Polovodičová a kovová skla

Ve druhé polovině našeho století se technika obohatila o nové perspektivní materiály, které nazýváme polovodičová a kovová skla. Patří k nekystalickým pevným látkám. Nejznámějšími polovodičovými skly jsou tzv. chalkogenidní skla, tzv. dvousložková, trojsložková příp. i více složkové sloučeniny chalkogenidů (Se, S, Te) a kovy (As, P), případně s polovodiči (Ge, Si). V podstatě se již všechny kovy podařilo připravit i v nekystalické formě, avšak z praktického hlediska mají největší význam slitiny kovů (Fe, Ni, Co, Pa, P) a polovodičů (Si, Ge).

Podmínkami vzniku skel jsme se zabývali ve stati o pevných látkách, v tomto článku se zaměříme na jejich elektrické vlastnosti. Všimneme si i některých dalších vlastností zajímavých z hlediska praktického využití (věty 41.32 až 41.35).

41.32

Základní charakteristikou polovodičových skel (na rozdíl od krystalických polovodičů) je existence tzv. mezery pohyblivosti ΔW_p . Závislost elektrické vodivosti sklovitých polovodičů na mezeře pohyblivosti a teplotě je určena vztahem

$$\sigma = \sigma_o e^{-\frac{\Delta W_p}{2kT}}. \quad (41.100)$$

41.33

Přenos elektrického náboje v polovodičových sklech se uskutečňuje více mechanismy: konduktivním, přeskokovým, Pooleovým-Frenkelovým, mechanismem ovládaným prostorovým nábojem atd.

41.34

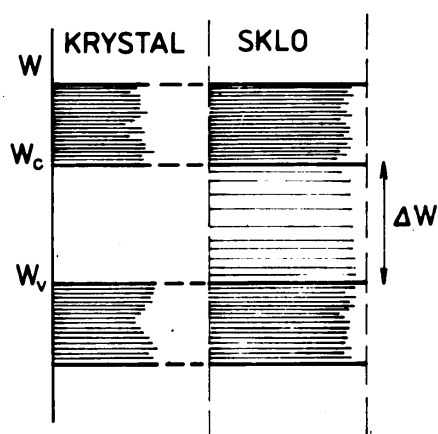
Významnou vlastností polovodičových skel je možnost realizace tzv. spínacího jevu, tj. rychlého přechodu z vysokoodporového do nízkoodporového stavu při určité kritické hodnotě připojeného napětí.

41.35

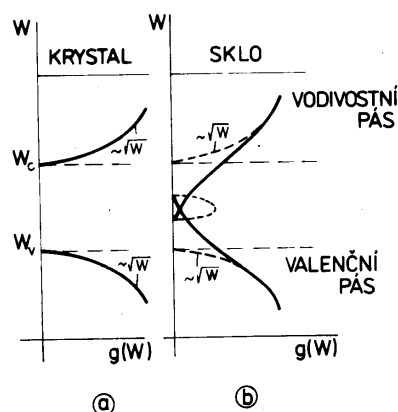
Elektrická vodivost kovových skel může (na rozdíl od krystalických kovů) s teplotou nejen klesat, ale i vzrůstat. V některých kovových sklech (hlavně těch, které obsahují feromagnetickou složku) vzniká při určité teplotě maximum elektrické vodivosti.

Základní charakteristikou krystalických polovodičů je pásové spektrum energetických stavů, elektronů s určitou přesně vymezenou oblastí - zakázaným pásem, který v podstatě určuje elektrickou vodivost (čistého) polovodiče a její závislost na teplotě (vztah 41.89). V předcházejícím článku jsme však viděli, že přítomnost nečistot, tj. určitých poruch krystalické mřížky, způsobuje vznik dovolených stavů i v zakázaném pásu polovodiče. Logicky můžeme očekávat, že každá dostatečně velká porucha periodického potenciálu mřížky způsobí vznik dovoleného stavu v zakázaném pásu, proto jestliže chápeme nekrystalický polovodič jako "krystal" s velmi velkým počtem poruch, musíme očekávat množství dovolených stavů v jeho zakázaném pásu (obr. 41.29). Vidíme, že pojem zakázaného pásu energie zde ztrácí již smysl. Přírozenou charakteristikou látky se stává funkce hustoty stavů $g(W)$, která má v krystalickém stavu v zakázaném pásu nulovou hodnotu, uvnitř pásu roste podle vztahu (41.44) úměrně odmocnině z energie W (obr. 41.30a) a ve sklovitém stavu průběh znázorněný na obr. 41.30b. Takové rozložení stavu doplněné o relativní zvýšení hustoty stavů v okolí středu zakázaného pásu (znázorněný čárkovaně na obr. 41.30b) tvořilo základ tzv. CFO modelu (Cohen, Fritzsche, Ovshinsky). V současnosti se však takový model považuje ne vždy opodstatněný a více důvěry získal tzv. Mottův-Streetův model, podle kterého shluky dovolených stavů v pásové struktuře skel vznikají přibližně v těch místech, ve kterých mají krystalické polovodiče donorové a akceptorové hladiny.

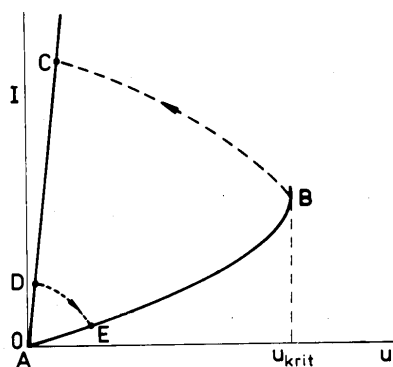
Kdybychom chtěli i nekrystalické polovodiče považovat za látky, ve kterých elektrony resp. díry ve stavech kolem dna vodivosti resp. horního okraje valenčního pásu můžeme považovat za volné, přišli bychom k



Obr. 41.29 Energetické spektrum krystalu a skla



Obr. 41.30 Závislost hustoty stavů na energii a-v krystalu, b-v odpovídajícím skle



Obr. 41.31 Spinací a paměťový jev v amorfních polovodičích

závěru, že elektrická vodivost v nich by měla mít kovový charakter. Neexistuje zde totiž žádný zakázaný pás energií ($\Delta W=0$), takže člen $\exp(-\Delta W/2kT)$ ve vztahu (41.44) se rovná 1 a jelikož σ_0 s teplotou slabě klesá, měla by elektrická vodivost sklovitých polovodičů s teplotou klesat podobně, jako v kovech. Opak je však pravda. Elektrická vodivost polovodičů skel s teplotou vzrůstá prakticky podle stejného zákona jako u krystalických polovodičů přičemž konstanta ΔW má dokonce větší hodnoty než v krystalickém stavu. Ve snaze vyřešit tento rozpor využil Mott výsledky Andersonových prací, podle kterých stavy elektronů v nekystalických polovodičích jsou obecně částečně nebo úplně "lokalizovány". To znamená, že elektrony jsou pohyblivé jen v určité míře závislé na energii. Místo vztahu $\sigma = ebn$ musíme pro elektrickou vodivost polovodičového skla použít obecnější vztah

$$\sigma = e \int b(W) g(W) f(W) dW.$$

(41.101)

Vztah typu (41.89) vznikne z tohoto vyjádření jen tehdy, jestliže alespoň jedna z podintegrálních funkcí se vyznačuje "zakázanou" oblastí. Jelikož Fermiova-Diracovy funkce $f(W)$ ani hustotová funkce $g(W)$ takovou vlastnost nemají, musí se touto vlastností vyznačovat pohyblivost $b(W)$. Takovým způsobem zavedl Mott do teorie polovodičových skel pojem "mezer pohyblivosti" ΔW_p , podle kterého stavy pod určitou kritickou energií jsou úplně lokalizovány $b=0$ a nad ní delokalizovány $b \neq 0$. Elektrická vodivost takových látek je potom určena vztahem (41.100).

Uvedený model uspokojivě řeší základní problém polovodičových skel, tj. jejich

MOTT Nevil Francis, nar. r. 1905, anglický fyzik. Jeho vědecké práce se zabývají kvantovou fyzikou, teorií atomových srážek, ale zejména fyzikou pevných látek. R. 1929 poprvé upozornil na možnost polarizace elektronového svazku při rozptylu. Sestavil teorii přechodových kovů a jejich slitin, odvodil obecnou teorii pro termoelektromotorickou sílu v kovech, předložil obecnou teorii usměrnění na bariéře kov-polovodič (model Mottův-Schottkyův), v poslední době se zabýval teorií amorfních polovodičů, za což byl spolu s Andersonem v r. 1978 odměněn Nobelovou cenou.

výraznou závislost elektrické vodivosti na teplotě, avšak není schopen vysvětlit celou řadu dalších zvláštností, proto bylo potřebné doplnit představy o přenosu elektrického náboje v těchto látkách dalšími mechanismy (věta 41.33).

Nejvýznamnější z nich - vedle tzv. konduktivního mechanismu týkajícího se elektronu a děr v delokalizovaných stavech - je tzv. přeskokový mechanismus. Spočívá v tom, že elektron může přeskočit z jednoho lokalizovaného stavu do druhého (s blízkou energií) tunelovým jevem nebo tak, že potřebnou energii získá od tepelných kmitů mřížky resp. od elektrického pole. To však předpokládá, že stavy, do kterých elektron přechází, jsou neobsazeny. Taková situace může lehce vzniknout v případě, jestliže si donorové a akceptorové hladiny vzájemně vymění elektrony, čímž se vlastně vykompenzují. Vidíme, že pro takový mechanismus jsou příznivé stavy v okolí středu zakázaného pásu (obr. 41.30b), kde se hustotová funkce elektronů a děr vzájemně překrývají. Mott analýzou těchto přeskoků odvodil pro elektrickou vodivost svůj známý "1/4"-ový zákon

$$\sigma = \sigma_o \exp - \left(\frac{T_o}{T} \right)^{1/4}, \quad (41.102)$$

který se při nízkých teplotách, kdy se již neuplatňuje obyčejný (konduktivní) mechanismus, experimentálně skutečně ověřil.

Pooleův-Frenkelův mechanismus spočívá v tom, že potenciálové bariéry, uvnitř kterých jsou uzavřeny elektrony (v silně lokalizovaných stavech) se vnějším elektrickým polem zmenšují (o faktor úměrný $U^{1/2}$, kde U je napětí na vzorku), čímž se elektrická vodivost při velkých elektrických polích zvětšuje.

V nekystalických polovodičích (avšak i ve slabě vodivých krystalických látkách) se často pozoruje vliv prostorového náboje na elektrickou vodivost. Prostorový náboj se vytvoří tehdy, jestliže se z kontaktu dostane do polovodiče více volných nosičů náboje, než odpovídá normální tepelné generaci. V těchto případech hovoříme o tzv. injekčních kontaktech. (V článku 20.2) jsme dokázali, že takový náboj se rozplývá s časovou konstantou $\tau_M = \epsilon / \sigma$, kde ϵ je permitivita. Aby se tyto nosiče nerozplynuly dříve než stačí přejít od jedné elektrody k druhé, musí být doba jejich průletu vzorkem, tj.

$$t_p = \frac{L}{v} = \frac{L}{b \epsilon} = \frac{L^2}{\epsilon},$$

kde U je napětí a L délka vzorku, menší než relaxační konstanta τ_M . Z rovnosti $\tau_M = t_p$ vyplývá pro kritické napětí vztah

$$U_k = \frac{L^2 \sigma}{b \epsilon} = \frac{e n_o L^2}{\epsilon}, \quad (41.103)$$

kde n_o je rovnovážná koncentrace volných nosičů náboje. Přítomnost tohoto jevu se projevuje odklonem VA charakteristiky od Ohmova zákona a závislost elektrického proudu na délce vzorku.

Jedním z nejzajímavějších jevů pozorovaných v nekystalických polovodičích je tzv. spínací jev. Spočívá v tom, že při určitém kritickém napětí se vodivost vzorku prudce zvýší, přičemž potom již vzorek buď zůstává trvale ve stavu s velkou elektrickou vodivostí (i při poklesu napětí), nebo při poklesu napětí pod určitou hodnotu se opět vrátí do vysokoproudového stavu. Tyto možnosti jsou ilustrovány na obr. 41.31 křivkami ABCA resp. ABCDEA. Podle současných teorií je první z uvedených jevů způsoben silným lokálním ohřevem vzorku elektrickým proudem a rekrystalizací materiálu, zatímco druhý vznikem záporného dynamického odporu bez vzniku rekrystalizace. Takové vysvětlení je asi správné pro masivní vzorky amorfních polovodičů, zatímco pro velmi tenké vrstvy se předpokládá, že přeskok je čistě elektronické (ne tepelné) povahy. Tyto jevy jsou charakteristické tím, že se odehrávají ve stavech daleko od rovnováhy a proto je pro jejich zkoumání potřebné použít jinou, tzv. nerovnovážnou (a nelineární) termodynamiku, kterou se zkoumají procesy probíhající v živých organismech.

I když se ze začátku nedávaly nekystalickým kovům žádné perspektivy, ukázalo se, že při podstatně jednodušší a podstatně progresivnější výrobě poskytují tyto látky téměř tak dobré fyzikální parametry jako krystalické kovy a dokonce je v některých směrech překonávají. Jsou velmi pevné, pružné, při legování chromem (do 80%) téměř absolutně korozivzdorné a mají vynikající magnetické vlastnosti. Z hlediska elektrických vlastností je zajímavé, že jejich elektrický odpor může s teplotou vzrůstat (jako u krystalických kovů), ale i klesat (jako v polovodičích) a v některých slitinách se na křivce teplotních závislostí odporu objevuje minimum. Jelikož tento jev je typický pro slitiny obsahující feromagnetické složky, spojovalo se uvedené minimum s tzv. Kondovým jevem známým z krystalických kovů. Spočívá ve vzájemné interakci elektronů z sad slupek atomů feromagnetických látek při přenosu elektrického náboje. Ukázalo se však, že tento jev vzniká v nekystalických kovech i tehdy, jestliže neobsahují feromagnetickou složku. V takových případech se vysvětlení hledá v rozptylu nosičů náboje na strukturních poruchách mřížky. Na základě této představy odvozený vztah pro teplotní závislost měrného odporu

$$\rho = \rho_o + A \ln T + B T^n, \quad (41.104)$$

kde n je určitá konstanta $-1 \leq n \leq 2$, velmi dobře aproximuje naměřené průběhy. Na závěr ještě poznamenejme, že elektrická vodivost kovových skel je jen o málo menší než vodivost stejné slitiny v krystalickém stavu.

41.10 Dielektrika

Dielektrika jsou látky, které nevedou elektrický proud. Jsou to tedy izolanty, jejichž název zvýrazňuje skutečnost, že se v nich vyskytují zajímavé jevy související s polarizací. Rozdělujeme je na polární, tj. takové, jejichž molekuly mají permanentní dipólový moment a nepolární, tj. takové, ve kterých takové momenty vznikají jen ve vnějším elektrickém poli. Z jiného hlediska je rozdělujeme na lineární a nelineární. V prvních je vztah mezi vektorem polarizace a intenzitou elektrického pole lineární, v opačném případě nelineární. Nejdůležitější vlastnosti dielektrik obsahují věty 41.36-41.39.

41.36

Na atomy dielektrika působí lokální elektrické pole o intenzitě E_l , která se od intenzity vnějšího (makroskopického) pole E liší o intenzitu tzv. Lorentzova elektrického pole E_{Lx} což vyjadřujeme vztahem

$$E_{Lx} = E_l - E = \frac{1}{3\epsilon_o} P, \quad (41.105)$$

kde P zna načí velikost vektoru polarizace dielektrika.

41.37

Clausiova-Mosottiova rovnice udává souvislost mezi mikroskopickou charakteristikou (tzv. polarizovatelností α atomů a molekul) a makroskopickými charakteristikami (relativní permitivitou). Má tvar

$$\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} = \frac{1}{3} \sum_i n_i \alpha_i, \quad (41.106)$$

kde n_i je koncentrace částic s polarizovatelností α_i .

41.38

V reálných dielektrikách je výhodné zavést pojem komplexní permitivity vztahem

$$\epsilon^* = \epsilon' + i\epsilon'', \quad (41.107)$$

V článku 19.6, kde jsme se zabývali elektrickým polem v reálných prostředích, jsme zjistili, že vektor indukce elektrického pole v dielektriku je určen vztahem

$$D = \epsilon E = \epsilon_o E + P, \quad (41.109)$$

kde P je vektor polarizace. Přitom jsme předpokládali, že prostředí tvoří nekonečné kontinuum se spojitě rozloženou hustotou elektrického momentu. Ve skutečnosti jsou dielektrika vždy konečná a z mikroskopického hlediska nejsou spojitá, protože se skládají z atomů a molekul, které mají obecně nenulový elektrický moment. Na daný konkrétní atom působí proto jiné elektrické pole intenzity E , než vystupuje v rovnici (41.109). Je tvořeno jednak elektrickým polem intenzity E , které nazýváme makroskopické pole a elektrickým polem intenzity E_L , které vzniká od dipólů prostředí obklopujících daný atom (obr. 41.32) (Lorentzovo pole). Navenek se projevuje jen pole intenzity E , proto při měření elektrického pole např. v dielektriku kondenzátoru /pomocí napětí) naměříme zřejmě jen toto pole. Toto pole je tvořeno jednak volným nábojem a jednak vázaným (zdánlivým) nábojem, který vzniká v procesu polarizace. Permitivita určená např. jako podíl vektoru indukce D a intenzity pole E ($\epsilon = D/E$) je tedy rovněž jen určitá

přičemž reálná složka ϵ' má význam dříve zavedené permitivity a imaginární složka ϵ'' charakterizuje ztráty v dielektriku.

41.39

Poměr

$$\operatorname{tg} \sigma = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} \quad (41.108)$$

se nazývá ztrátový faktor a úhel σ ztrátový úhel.

makroskopická-charakteristika prostředí.

Vektor polarizace $\mathbf{P}$, který jsme definovali jako elektrický moment objemové jednotky prostředí je však zřejmě úměrný celkové (tzv. lokální) intenzitě elektrického pole $E_l = E + E_L$, protože této veličině je úměrná síla, která způsobuje natočení permanentních dipólových momentů atomů a molekul, nebo jejich vytváření. Jsou-li v prostředí přítomné dipóly (pro jednoduchost jednoho druhu) o koncentraci n , můžeme velikost elektrického momentu jednoho z nich resp. velikost polarizace vyjádřit ve tvaru

$$p = \alpha \epsilon_o E_l, \quad (41.110a)$$

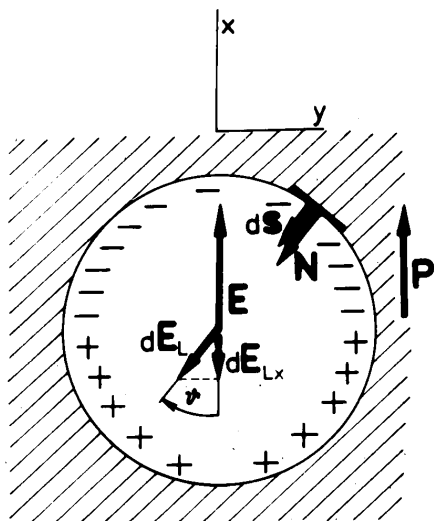
$$\mathbf{P} = n \alpha \epsilon_o \mathbf{E}^l, \quad (41.110b)$$

kde parametr α se nazývá polarizovatelnost atomu (molekuly). Jestliže předpokládáme, že v dielektriku nevznikají tenzorové jevy (tj. že směry vektorů $\mathbf{E}$, $\mathbf{E}_l$, $\mathbf{P}$ a $\mathbf{D}$ leží ve stejné přímce), můžeme v dalších úvahách používat jen jejich skalární vyjádření. Z rovnice (41.109) vyplývá pro poměr P/E

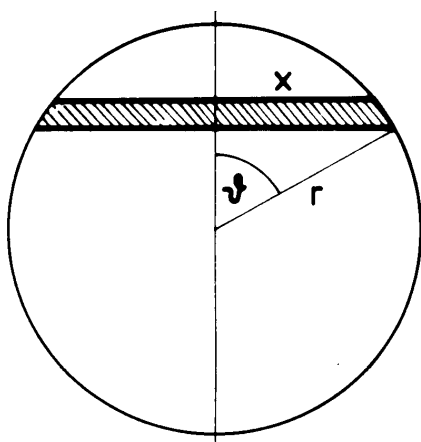
$$\frac{P}{E} = \epsilon - \epsilon_o = \epsilon_o (\epsilon_r - 1),$$

takže jestliže tentýž poměr vyjádříme i pomocí vztahu (41.110b) dostaneme rovnici

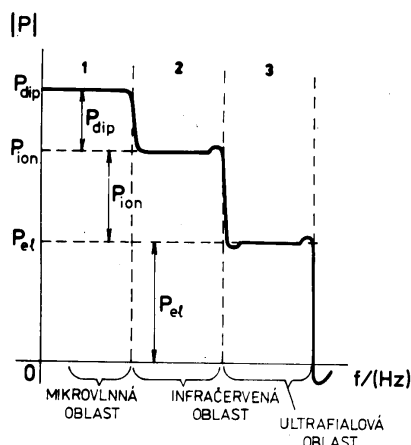
$$\frac{P}{E} = \frac{P}{E_l - E_L} = \frac{n \alpha \epsilon_o}{1 \frac{E_L}{E_l}} = \epsilon_o (\epsilon_r - 1). \quad (41.111)$$



Obr. 41.32 Vznik Lorentzova elektrického pole v látce



Obr. 41.33 K odvození intenzity elektrického Lorentzova pole



Obr. 41.34 Typy polarizace v dielektrikách

Je ještě nutno stanovit Lorentzovo pole vázaných rozložených v okolí atomu. Podle věty 19.22 můžeme toto pole nalézt tak, že si představíme příslušný povrch nabitý plošnou hustotou vázaného náboje $\sigma = -\mathbf{P} \cdot \mathbf{N} = -P \cos u$ (obr. 41.32). Jestliže si pro jednoduchost představíme, že dipóly jsou rozloženy kolem daného atomu (molekuly) na kulové ploše a poloměru r (obr. 41.33) pak plošný element $dS = 2\pi r^2 \sin u \, du$ představuje náboj $dQ = \sigma \cdot dS = -2\pi r^2 P \sin u \cos u \, du = -2\pi r^2 P \cos u \, d(\cos u)$. Tento elektrický náboj vytváří pole o intenzitě dE_L , z kterého do směru vektoru $\mathbf{P}$ připadá jen průmět

$$\begin{aligned} dE_{Lx} &= - \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos u = \\ &= - \frac{P}{2\epsilon_0} \cos^2 u \, d(\cos u), \end{aligned}$$

takže intenzita Lorentzova pole je určena vztahem

$$E_{Lx} = - \frac{1}{2\epsilon_0} \int_{-1}^1 P \cos^2 u \, d(\cos u) = \frac{P}{2\epsilon_0} \left[\frac{\cos^3 u}{3} \right]_{-1}^{\pi} = \frac{P}{3\epsilon_0} = \frac{n\alpha}{3}. \quad (41.112)$$

Tím jsme jednak dokázali tvrzení 41.36, jednak pomocí tohoto výsledku, po dosazení do rovnice (41.111), lehce dokážeme, že platí rovnice (řešením pro $n\alpha$)

$$\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} = \frac{n\alpha}{3}. \quad (41.113)$$

Jestliže uvážíme, že v reálném prostředí se vyskytují částice s rozličnou polarizovatelností, musíme tuto rovnici napsat ve tvaru (41.106), která se nazývá Clausiova-Mosottiova rovnice.

V dielektriku je nutno obecně rozlišovat tyto druhy polarizací: elektronovou (související s posunem elektronového obalu atomu vzhledem k jádru), iontovou (související se vzájemným posunutím kladných a záporných iontů) a dipólovou (související s pootočením permanentních molekulových elektrických momentů). Tyto typy polarizace vystupují zvlášť do popředí tehdy, jestliže se dielektrikum nachází ve střídavém elektrickém poli. Na obr. 41.34 je vynesena závislost velikosti vektoru polarizace P na kmitočtu. Elektrony jsou schopny sledovat změny elektrického pole v časovém intervalu řádu 10^{-15} s/a proto elektronová polarizace vzniká již při kmitočtech odpovídajících ultrafialovému záření (oblast 3 na obr. 41.34). V této oblasti veličinou n^2 , kde n je index lomu. Ionty jsou schopny polarizace až při kmitočtech odpovídajících infračervenému záření (oblast 2 na obr. 41.34), zatímco dipólová polarizace nastupuje až při kmitočtech odpovídajících mikrovlnám a vlnám s větší vlnovou délkou. Z toho jasně vyplývá, že polarizovatelnost i permitivita jsou funkcemi kmitočtu střídavého elektrického pole. Z praktických důvodů se uvádí v této souvislosti pojem komplexní permitivity (41.107), a to zejména proto, že její reálná i imaginární složka mají jasný fyzikální smysl. Při jejím zavedení si pomůžeme úvahami, kterými jsme si pomohli při radiační spektroskopii (ve článku 26.5).

Elektrický dipól ve střídavém elektrickém poli se podobá tlumenému harmonickému oscilátoru, na který působí vnější periodická síla. Jeho dynamiku určuje proto rovnice (23.27), jejím řešením je funkce (23.28). V tomto článku jsme užili obdobný postup v případě elektrického pole $E = E_0 \sin \omega t$. Ukazuje se však užitečnější řešit tuto rovnice pro komplexně vyjádřenou intenzitu elektrického pole

$$E = E_0 e^{i\omega t}. \quad (41.114)$$

a řešení rovnice vyjádřit potom ve tvaru

$$y = y_0 e^{i(\omega t - \delta)}. \quad (41.115)$$

Elektrický moment a proto i polarizace P jsou přímo úměrné výchylce y . Jestliže tedy předpokládáme, že elektrické pole v dielektriku je určeno převážně jeho polarizací, můžeme pro indukci D charakterizující elektrické pole psát

$$D = D_0 e^{i(\omega t - \delta)}, \quad (41.116)$$

takže pro permitivitu vychází vztah

$$\epsilon^* = \frac{D}{E} = \frac{D_o e^{i(\omega t, \delta)}}{E_o e^{i\omega t}} = \epsilon'_o e^{-i\delta} = \epsilon'_o \cos \delta - i \epsilon'_o \sin \delta. \quad (41.117)$$

Složky komplexní permitivity vyjádřené ve tvaru (41.107) jsou proto

$$\epsilon' = \epsilon'_o \cos \delta \quad (41.118a)$$

$$\epsilon'' = \epsilon'_o \sin \delta. \quad (41.118b)$$

Jelikož v dielektriku protéká jen Maxwellův (posuvný) proud, můžeme střední energii související s tímto proudem v objemové jednotce (neboli tepelné ztráty Q v dielektriku) za jednotku času vyjádřit ve tvaru

$$Q = \frac{1}{T} \int_0^T i E dt = \frac{1}{T} \int_0^T E \frac{\partial D}{\partial t} dt.$$

Jestliže dosadíme za elektrické pole reálnou část výrazu (41.114) $E = E_o \cos \omega t$ za indukci reálnou část (41.116) $D = D_o \cos(\omega t - \delta)$, dostaneme pro ztráty

$$Q = \frac{1}{T} \int_0^T E_o \cos(\omega t) D_o \omega \cos(\omega t - \delta) dt = \frac{1}{2} \omega E_o^2 \epsilon'_o \sin \delta = \frac{1}{2} \omega E_o^2 \epsilon''. \quad (41.119)$$

Vidíme, že reálná část imaginární složky permitivity skutečně charakterizuje ztráty v dielektriku, jak jsme to uvedli ve tvrzení 41.38, jestliže však tento výsledek napíšeme ve tvaru

$$Q = \frac{1}{2} \omega E_o^2 \epsilon'' \frac{\epsilon''}{\epsilon'} = \frac{1}{2} \omega E_o^2 \epsilon' \tan \delta \quad (41.120)$$

zjistíme, že jako míra ztrát se může vzít i veličina $\tan \delta$, která se nazývá proto ztrátový faktor. Tím je objasněn i smysl definice 41.39. Hodnoty ϵ' a $\tan \delta$ pro několik významných dielektrik uvádí tabulka.

Na závěr ještě připomeňme, že kromě dielektrik, která jsme měli stále na mysli, existují složitější dielektrika, v kterých konstanty ϵ a χ_e mají tenzorový charakter a dielektrika (tzv. nelineární), ve kterých jsou celé oblasti "spontánně" polarizovány. Tyto oblasti se vyznačují permanentním elektrickým momentem i v nepřítomnosti vnějšího elektrického pole a nazývají se domény. Blíže se s podobnými doménami seznámíme v kapitole Magnetické vlastnosti s tzv. feromagnetizmem.

TABULKA

hodnoty ϵ'_r a tedy $\operatorname{tg} \delta$ pro několik významných dielektrik

látka	ϵ'_r	$\operatorname{tg} \delta$
polystyrén	2.55	0.0008
ebonit	2.73	0.0038
olovnaté sklo	6.8	0.009
parafín	2.26	0.0001

41.11 Vedení elektrického proudu ve vakuu

V některých speciálních oblastech se ještě i v současnosti uplatňují elektronické součástky, jejichž základem je tzv. emise elektronů ze žhavené katody a jejich přechod vakuem na anodu (věty 41.40 až 41.42). Tento jev má však význam i v jiných souvislostech, proto se s ním budeme zybývat v tomto článku podrobněji.

41.40

Richardsonův-Dushmanův vztah pro nasycenou hustotu elektrického proudu elektronů emitovaných z katody má tvar

$$i = AT^2 e^{-\frac{\Phi}{kT}}, \quad (41.121)$$

kde Φ je výstupní práce elektronů z katody a A je charakteristická konstanta.

41.41

Langmuirův vztah určuje závislost tzv. anodového proudu I_A na anodovém napětí U_A

$$I_A = B(U_A)^{\frac{2}{3}}. \quad (41.122)$$

Nazývá se proto někdy i třípolovinový zákon.

41.42

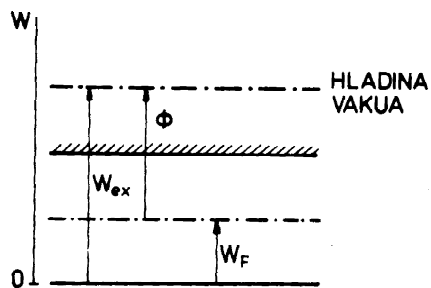
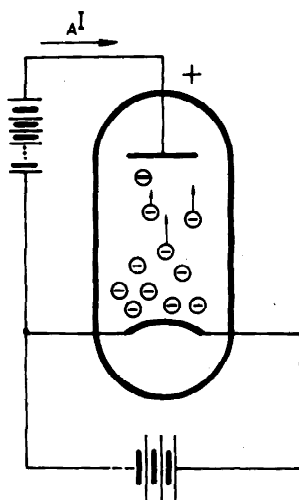
Schottkyův efekt spočívá ve snížení výstupní práce elektronů vnějším elektrickým polem intenzity E o hodnotu

Jestliže elektron v pevné látce přijme dostatečnou energii, může se při vhodně orientované rychlosti dostat z povrchu do okolí. Zdrojem takové energie bývá nejčastěji teplo. Největší naději na opuštění látky mají zřejmě ty elektrony, které mají největší energii. Jak jsme ukázali v článku 41.7, jsou to v kovech elektrony z okolí Fermiovy energie. Můžeme však dokázat, že i v ostatních látkách (v polovodičích a izolantech) probíhá uvolňování elektronů do okolí, jako kdyby odcházely z Fermiovy hladiny. Jako výstupní práce ve všech materiálech se proto označuje rozdíl energie elektronů mimo látku a Fermiovy energie (obr. 41.35), tj.

$$\Phi = W_{ex} - W_F. \quad (41.124)$$

Hodnoty této konstanty pro několik významných látek poskytuje tabulka. Veličinu $\varphi = \Phi/e$ nazýváme výstupní potenciál. Jestliže orientujeme osu x do směru normály k povrchu látky, můžeme podmínku pro možnost úniku

$$\Delta \Phi = \frac{e^3}{4\pi\epsilon_0} E^{\frac{1}{2}}. \quad (41.123)$$

Obr. 41.35 K definici výstupní práce Φ 

Obr. 41.36 Vytváření oblasti prostorového náboje při vedení elektrického proudu ve vakuu

elektronů z látky napsat ve tvaru

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{p_x^2}{2m} \geq \Phi + W_F \quad (41.125)$$

Jestliže přičteme k oběma stranám předchozí nerovnosti zbývající složky energie $p_y^2/2m + p_z^2/2m$ dostaneme

$$\begin{aligned} \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) &= \\ &= W \geq \Phi + W_F + \frac{1}{2m}(p_y^2 + p_z^2) = W^*. \end{aligned}$$

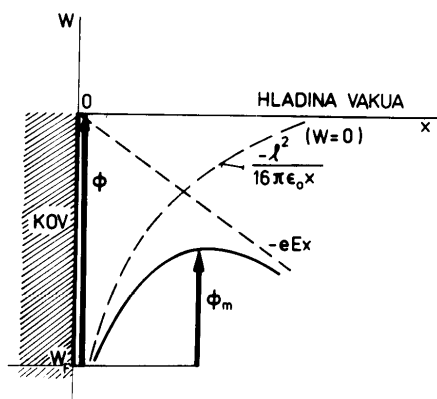
(41.126)

Již několikrát jsme využili poznatek, že na jeden dovolený stav v pevné látce připadá v hybnostním prostoru "objem" $(h/LA)^3$ (např. ve článku 41.4). S ohledem i na spin můžeme tedy konstatovat, že koncentrace dovolených stavů připadajících na interval hybnosti $dp = dp_x dp_y dp_z$ je $dp \cdot 2 / h^3$, takže koncentraci elektronů v tomto elementu udává součin tohoto výrazu a Fermiovy-Diracovy rozdělovací funkce

$$dn = \frac{2}{h^3} \frac{dp}{\exp\left(\frac{W - W_F}{kT}\right) + 1}.$$

(41.127)

Jelikož každý elektron vyznačující se rychlostí v_x přispívá k hustotě emisního proudu ev_x , je hustota určena integrálem



Obr. 41.37 Snižování výstupní práce ϕ v důsledku zrcadlení a vnějšího elektrického pole

$$\begin{aligned}
 i_x &= e \int_0^\infty v_y dn = \int_0^\infty \frac{\partial W}{\partial p_x} dn = \\
 &= \frac{2e}{h^3} \int_{W^*}^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{dW dp_y dp_z}{\exp\left(\frac{W - W_F}{kT}\right) + 1} = \\
 &= \frac{2ekT}{h^3} \int_0^\infty \int_0^\infty \ln \left\{ 1 + \exp \left[-\frac{1}{kT} \left(\Phi + \frac{p_y^2 + p_z^2}{2m} \right) \right] \right\} dp_y dp_z.
 \end{aligned}$$

Z tabulky vyplývá, že prakticky až do bodu tání každého kovu je vždy $\Phi/kT \gg 1$, proto můžeme použít aproximaci

$$\ln(1+x) \doteq x,$$

kde x je exponentiální funkce v předcházejícím vztahu. Využijeme ještě poznatek, že pomocí substituce $P_y = r \cos \varphi$, $P_z = r \sin \varphi$ můžeme vypočítat složitý integrál

$$\int_0^\infty \int_0^\infty \exp \left(-\frac{p_y^2 + p_z^2}{2mkT} \right) dp_y dp_z = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty \exp \left(-\frac{r^2}{2mkT} \right) r dr = 2\pi mkT$$

Hustota emisního proudu elektronů je tedy určena vztahem

$$i_x = \frac{2ekT}{h^3} \int_0^\infty \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\Phi}{kT} - \frac{p_y^2 + p_z^2}{2mkT}\right) dp_y dp_z = \frac{4\pi me k^2}{h^3} T^2 e^{-\frac{\Phi}{kT}},$$

což je Richardsonův-Dushmanův vztah (41.121). Vidíme, že emisní proud velmi intenzivně vzrůstá s teplotou, takže jestliže emise z povrchu studené látky je zanedbatelně malá a prakticky neměřitelná, emisní proud z povrchu vyhřívaných kovů může nabýt i velkých a v praxi často využitelných hodnot. Tento jev je základem i dnes využívaných vakuových elektronek.

Je však nutno poznamenat, že proud vyjádřený vztahem (41.121) by tekł mezi elektrodami jen tehdy, kdyby dostatečně velké elektrické pole umožňovalo okamžitý odchod elektronů z okolí emitující katody. V opačném případě se v blízkosti této elektrody vytvoří záporný prostorový náboj (obr. 41.36), který brání volnému odchodu elektronů z katody na anodu. Použitím již známých zákonů $\text{div } \mathbf{E} = \rho/\epsilon$ a $\mathbf{E} = -\text{grad } V$ bychom dokázali platnost Languirova "3/2" zákona (41.22). Vzhledem k tomu, že tento výpočet nevyžaduje žádné nové poznatky, nebudeme se s ním zabývat. Všimněme si však podrobněji jiného vlivu na emisi, který zaujímá v současné technice významné místo. Jde o tzv. Schottkyův jev, tj. o ovlivňování výstupní práce Φ vnějším elektrickým polem. Jestliže již elektron opouští povrch látky, zbývající elektrické náboje v látce tvoří konfiguraci, která představuje jeden elementární kladný náboj umístěný v zrcadlovém obraze unikajícího elektronu. Ve vzdálenosti x od povrchu, kdy vzdálenost mezi unikajícím elektronem a jeho kladným zrcadlovým obrazem je $d=2x$, působí na elektron síla velikosti

$$F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 d^2} = \frac{e^2}{16\pi\epsilon_0 x^2},$$

které odpovídá potenciální energii

$$W_{pl} = -\frac{e^2}{16\pi\epsilon_0 x}. \quad (41.128)$$

Jestliže nad povrchem látky existuje vnější elektrické pole o intenzitě E , emitovaný elektron má v tomto poli potenciální energii $W_{p2} = -eEx$. Celková potenciální energie elektronu mimo látku je proto určena funkcí

$$W_p = \Phi_0 - eEx - \frac{e^2}{16\pi\epsilon_0 x}, \quad (41.129)$$

přičemž symbolem Φ_0 jsme označili výstupní práci elektronu neovlivněného zrcadlovou silou ani vnějším elektrickým polem. Energie (41.129) vytváří bariéru (obr. 41.37), která má maximum pro

$x=(e/16 \pi \epsilon_0 E)^{1/2}$, vyplývající z rovnice $dW_p/dx=0$, takže je

$$\Phi_{\max} = \Phi_o - \left(\frac{e^3}{4} \pi \epsilon_o \right)^{1/2}. \quad (41.130)$$

Vypočítanou hodnotu $\Phi_{\max}$ třeba dosadit do vztahu (41.121) pro emisní proud místo konstanty Φ . potom lehce zjistíme, že při dostatečně velkém elektrickém poli (řádově 10^5 V/cm) vzniká i při pokojových teplotách emisní proud. Snížení potenciálové bariéry $\Delta\Phi=\Phi_{\max}-\Phi_o$ vyplývající z rovnice (41.130) souhlasí s výsledkem (41.123), který jsme měli dokázat. Schottkyův jev se velmi významně uplatňuje ne rozhraní vodičů a polovodičů kde, jak uvidíme v následujícím článku, vždy vznikají potenciálové bariéry. Pro odpovídající vyjádření proudu procházejícího úzkými bariérami však musíme uvážit i možnost vzniku tunelového jevu.

V souvislosti se zkoumanou termoemisí připomeňme ještě tzv. sekundární emisi, ke které dochází při dopadu elektronů na povrch látky s nízkou výstupní prací. Využívá se ke konstrukci tzv. fotonásobičů.

TABULKA

Výstupní práce kovů

kov	Φ (eV)
nikl	5.03
wolfram	4.53
měď	4.33
tantal	3.38
barium	2.11
céziu	1.81

41.12 Kontaktné jevy

Na styku dvou látek např. kovů, polovodičů, resp. kovů a polovodičů vznikají důležité jevy, které mají v praxi významné využití. Jsou obecně podmíněny 1. rozdílnou výstupní prací elektronů stýkajících se látek, 2. vznikem nové látky s jiným chemickým složením na rozhraní obou látek, 3. povrchovými stavy elektronů (vyplývajícími např. z geometrického omezení látky), které způsobují, že povrch má obecně vždy jiné vlastnosti než objem. S prvním z uvedených jevů se přibližně seznámíme v tomto článku (věty 41.43 a 41.44), se druhým a třetím se setkáme v článku o principech moderních elektronických prvků.

41.43

Na rozhraní dvou stýkajících se pevných látek vznikne elektrická dvojrstva, které odpovídá tzv. kontaktnímu potenciálu

$$V_k = V_B - V_A = \frac{W_{FA} - W_{FB}}{e}, \quad (41.131)$$

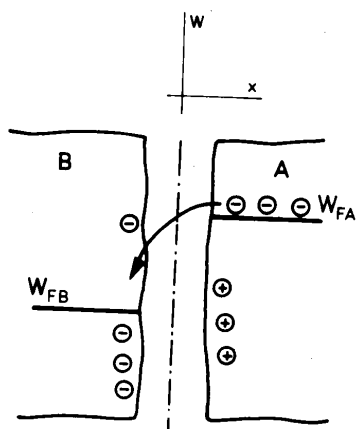
kde W_{FA} a W_{FB} jsou Fermiovy energie obou stýkajících se látek.

41.44

Tloušťka vrstvy prostorového náboje v kontaktní vrstvě je přibližně určena vztahem

$$h = \left(\frac{2\epsilon V'_k}{en} \right)^{1/2}, \quad (41.132)$$

kde V'_k je část kontaktního potenciálu připadajícího na danou látku a n je koncentrace volných elektronů v ní.



Obr. 41.38 Situace při vytváření kontaktu dvou látek

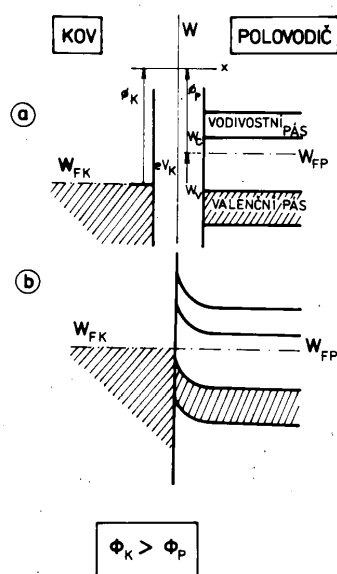
V předcházejícím článku jsme zavedli pojem výstupní práce Φ jako rozdíl energie elektronů mimo látku a Fermiovy energie (obr. 41.35). Je to práce, kterou musíme dodat v průměru každému elektronu (při tzv. izotermickém, tj. ustáleném stavu), aby mohl opustit látku. Tato práce dělená elektrickým elementárním nábojem definuje výstupní potenciál ϕ .

Libovolná dvojice látek se vyznačuje tím, že jejich Fermiovy energie, a proto i výstupní práce, nejsou obecně stejné. Jestliže tedy vytvoříme styk dvou látek - látky A a látky B (obr. 41.38), opouštějí elektrony jedné látky její povrch snáze než elektrony druhé látky. V našem případě přejde v prvních okamžicích po vytvoření kontaktu více elektronů z látky A do látky B než naopak. Nadbytek elektronů v povrchové vrstvě látky A způsobují, že se na rozhraní látek vytvoří elektrické pole. Tyto elektrické pole brzdí příliv elektronů z látky A do B a naopak, podporuje přechod elektronů z látky B do A. Tomuto stavu odpovídá určitá hodnota intenzity kontaktního elektrického pole a určitá hodnota potenciálu jedné látky vůči druhé, např. látky A vůči látce B. Nazýváme ji kontaktní potenciál. Jeho hodnota vyplývá zřejmě z podmínky rovnosti efektivních výstupních prací (tj. práce Φ_B a práce Φ_A zvětšené o příspěvek elektrického pole eV_k)

$$\Phi_A + eV_k = \Phi_B. \quad (41.133)$$

Z této rovnice vyplývá vztah pro kontaktní potenciál

$$V_k = \frac{\Phi_B - \Phi_A}{e}$$

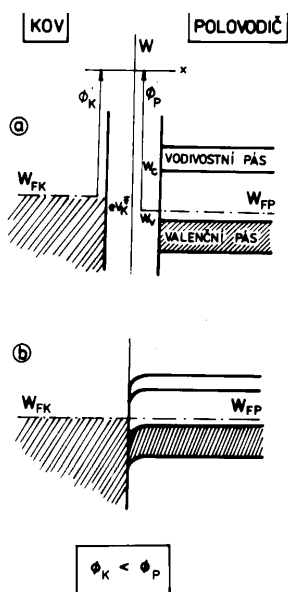


Obr. 41.39 Vytváření kontaktu kov-polovodič, $\Phi_K > \Phi_P$ a-před spojením, b-po spojení obou látek

z něj pod dosazením za $\Phi_B = W_O - W_{FB}$ a za $\Phi_A = W_O - W_{FA}$, kde W_O je energie elektronů mimo látku, i vztah (41.131). Podmínka (41.133) značí, že v tomto ustáleném stavu unikají elektrony z obou látek na rozhraní ze stejné energetické hladiny. Jelikož stále platí poučka, že intenzita toku elektronů z povrchu látky je určena jen polohou Fermiovy energie, můžeme tuto podmínku vyslovit i takto: V ustáleném stavu se Fermiovy energie stýkajících se látek ztotožní.

To je podmínka rovnováhy, která vyplývá i z obecnějších termodynamických úvah. Jestliže se např. stýká kov s polovodičem, ve kterém je Fermiova hladina polovodiče výše položená než v kovu, musí se po vytvoření kontaktu tyto hladiny ztotožnit, což má za následek zešíkmení pásů tak, jak je to znázorněno na obr. 41.39 a 41.40. Obr. a) vždy znázorňuje stav před vytvořením kontaktu, obr. b) stav po vytvoření kontaktu.

Z praktického hlediska je velmi důležitá otázka, do jaké hloubky zasahuje kladný i záporný náboj do objemu stýkajících se látek. Přesné řešení tohoto problému je velmi složité. Situaci si však můžeme podstatně zjednodušit tzv. Schottkyovou aproximací, tj. předpokladem, že všechny elektrony z kontaktní oblasti látky A /obr. 41.38/ (např. polovodiče typu N s koncentrací volných elektronů) až do určité vzdálenosti h přešly do látky B, zatímco za touto "ochuzenou" oblastí se žádná změna v koncentraci neprojeví. Prostorový náboj v oblasti $0 < x < h$ je tedy konstantní a kladný (nábojová neutralita) (obr. 14.41) a roven $\rho = +en$, kde n je původní koncentrace volných elektronů. Maxwelllova rovnice $\text{div } E = \rho/\epsilon$ použitá na náš případ má tedy tvar



Obr. 41.40 Vytváření kontaktu kov-polovodič, $\phi_K < \phi_P$ a-před spojením, b-po spojení obou látek

$$\frac{dE_x}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon} + \frac{en}{\epsilon},$$

kde ϵ je permitivita. Její integrací při okrajové podmínce $E(h)=0$ dostaneme funkci určující rozložení intenzity elektrického pole v kontaktní vrstvě

$$E_x = + \frac{en}{\epsilon}(x-h). \quad (41.134)$$

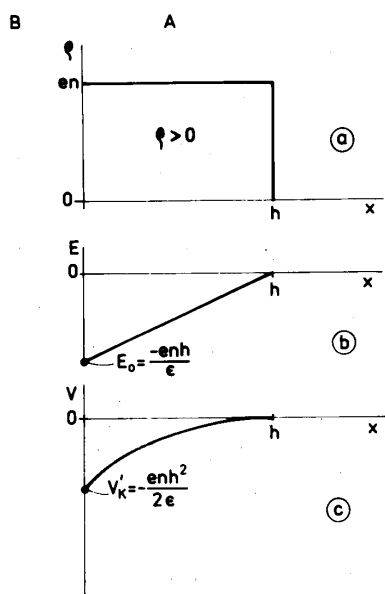
Jelikož $E_x = -dV/dx$, kde V je potenciál, dostáváme další integrací rovnice (41.134) při volbě $V(h)=0$ funkci vyjadřující rozložení potenciálu

$$V(x) = \frac{en}{\epsilon} \left(hx - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}h^2 \right) \quad (41.135)$$

Průběh dvou vypočítaných funkcí je znázorněn na obr. 41.41b a c. Potenciál V má minimum v bodě $x=0$ a definuje část kontaktního potenciálu V'_k připadajícího na látku A, tj

$$V'_k = \frac{enh^2}{2\epsilon}.$$

Jelikož potenciál V'_k je předem známá veličina, je určena vztahem (41.131), můžeme právě odvozený vztah využít k orientačnímu výpočtu tloušťky vrstvy prostorového náboje. Lehce zjistíme, že je určena vztahem (41.132), který jsme měli zjistit.



Obr. 41.41 K odvození průběhu elektrického pole idealizovaného kontaktu (Schotkyova aproximace) a-prostorový náboj, b-intenzita el. pole, c-potenciál elektrického pole

SCHOTTKY Walter, 1886-1976, německý fyzik. Zabýval se hlavně problémy fyziky pevných látek, statistické fyziky a elektroniky. R. 1915 vynalezl elektronku se stínicí mřížkou. Objevil jev vzrůstu nasyceného elektrického proudu vlivem vnějšího elektrického pole v důsledku zmenšení výstupní práce elektronu z pevné látky (Schottkyův jev). R. 1918 navrhl superheterodynní způsob zesilování signálů. Vypracoval teorii P-N přechodu a předložil mechanismus vodivosti v polovodičích. Jsou rovněž známy "Schottkyova emise", "Schottkyova dioda", "Schottkyův tranzistor".

Výsledky, které nám poskytuje vztah (41.132) pro různé látky jsou velmi poučné. Např. pro kovy, ve kterých je $n \approx 10^{29} \text{ m}^{-3}$ a $V_k \approx 1 \text{ eV}$ vychází $h \approx 0,1 \text{ nm}$, což znamená, že příliv (resp. odliv) elektronů se netýká ani jedné celé atomové vrstvy. V článku o tunelovém jevu jsme se však dověděli, že potenciálové bariéry takové tloušťky jsou pro elektrony úplně průzračné, proto z hlediska protékání elektrického proudu nemá vznik bariéry v kovu žádný praktický význam. V izolantech může tloušťka h dosáhnout i několik cm, proto se může stát, že ani všechny volné elektrony dielektrika nestačí k vytvoření potřebného elektrického pole.

Optimální poměry z hlediska praktického využití vznikají v polovodičích. Tam jsou tloušťky prostorového náboje od několika nm až po několik μm , takže příslušné potenciálové bariéry již nejsou prostupné tunelovým jevem a podstatně ovlivňují přechod elektronů přes kontakt, čímž vznikají uajímavé usměrňovací jevy na kontaktech. Musíme si totiž uvědomit, že i když vlastní kontaktní potenciál má jen malé hodnoty (kolem 1 V), příslušné elektrické pole s intenzitou

$$E = \frac{V_k}{h}$$

může být velmi velké, jeho intenzita lehce dosáhne hodnot 10^5 V/cm , tj. hodnoty, jakou jen těžko dosahujeme připojením vnějšího zdroje ke vzorku.