

26 GEOMETRICKÁ OPTIKA

Základní zákony geometrické optiky

Základy optického zobrazování

Jednoduché optické přístroje

Elektronový mikroskop

Radiační a hmotnostní spektroskopie

Část optiky, která se zabývá zobrazováním a opírá se o pojem světelného paprsku, přičemž není nutno přihlížet k vlnové podstatě světla, se nazývá geometrická optika. Zahrnujeme do ní jednak zobrazování pomocí elementů ovlivňujících chod světla (zrcadel, lámavých ploch, a čoček), jednak zařízení obsahující komplexy těchto elementů, neboli optické přístroje.

26.1 Základní zákony geometrické optiky

Čáry, podél nichž se šíří světelná energie, neboli tzv. světelné paprsky, jsou obecně složité křivky. Při výkladu celé řady optických jevů však vystačíme s představou, že světelné paprsky jsou přímkami, kolmé v každém bodu na vlnoplochu, že se na rozhraní dvou prostředí odrážejí a lámou podle jednoduchých zákonů, přičemž paprsky z rozličných zdrojů procházející daným bodem se neovlivňují. Uvedené poznatky jsou obsaženy ve čtyřech základních zákonech geometrické optiky (věty 26.1 až 26.4).

26.1

V homogenním a izotropním prostředí jsou světelné paprsky přímky.

26.2

Daným bodem prostoru může současně procházet více světelných paprsků, aniž by se vzájemně ovlivňovaly.

26.3

Zákon odrazu: při dopadu na rozhraní dvou prostředí (obr. 26.1) se světelný paprsek (částečně nebo úplně) odráží tak, že úhel dopadu α se rovná úhlu odrazu α' a paprsek zůstává v rovině dopadu (v rovině tvořené paprskem s kolmicí dopadu, tj. kolmicí na rovinné rozhraní).

Je zřejmé, že všechna uvedená tvrzení musí vyplývat z vlnové podstaty světla. Ze způsobu odvození a na základě použitých přiblížení můžeme lehce najít kriteria platnosti uvedených postulátů. Při matematické analýze uvedených vlastností se velmi dobře osvědčil tzv. Huygensův princip, podle kterého každý bod vlnoplochy se stává bodovým zdrojem stejného vlnění. Na obr. 26.2 je znázorněno šíření kulové vlny před a za překážkou s malým otvorem. Je vidět, že malý otvor se skutečně chová jako bodový zdroj stejného vlnění. Můžeme matematicky dokázat, avšak i na základě názoru můžeme dospět k závěru, že vzájemným působením elementárních vln ze všech bodových zdrojů na vlnoploše se interferencí zruší ve všech směrech kromě směru určeného normálou k vlnoploše. V homogenním a izotropním prostředí jsou vlnoplochy příslušné bodovému zdroji (plošný zdroj

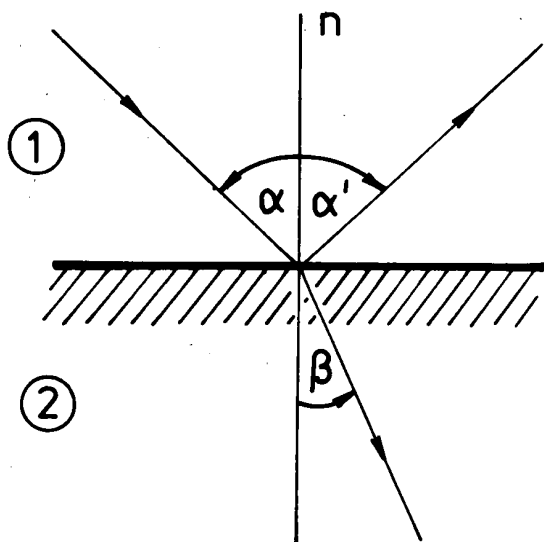
26.4

Zákon lomu: na rozhraní dvou prostředí se světelný paprsek láme tak, že podíl sinů úhlu dopadu α a úhlu lomu β (obr. 26.1) se rovná konstantě nazvané relativní index lomu n_{21}

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{21}. \quad (26.1)$$

Relativní index lomu dvou prostředí se rovná podílu rychlostí šíření světla v prvním a druhém prostředí, resp. podílu absolutních indexů lomu n_2/n_1 definovaných podílem rychlosti světla ve vakuu a v daném prostředí

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{c}{v_2}}{\frac{c}{v_1}} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (26.2)$$



Obr. 26.1 Odraz a lom světla na rozhraní dvou prostředí

můžeme považovat za součet velkého počtu bodových zdrojů) soustředěné koule. Normály k jejich povrchům jsou přímky, z čehož vyplývá, že světlo se v takovém případě šíří v přímkách. To je obsah tvrzení 26.1.

V článku 24.2 jsme viděli, že dvě vlny se mohou navzájem ovlivňovat, neboli interferovat. Podmínkou vzniku tohoto jevu však je, aby interagující paprsky byly korehentní, tj. aby měly vedle dalších podmínek stejnou, nebo stejně se měnící frekvenci. Jak uvidíme, tyto podmínky je možno v případě světla realizovat jen dosti náročnými úpravami, resp. vznikají jen v dost specifických případech. Ve všech ostatních případech můžeme považovat tvrzení 26.2 za velmi dobře splněné.

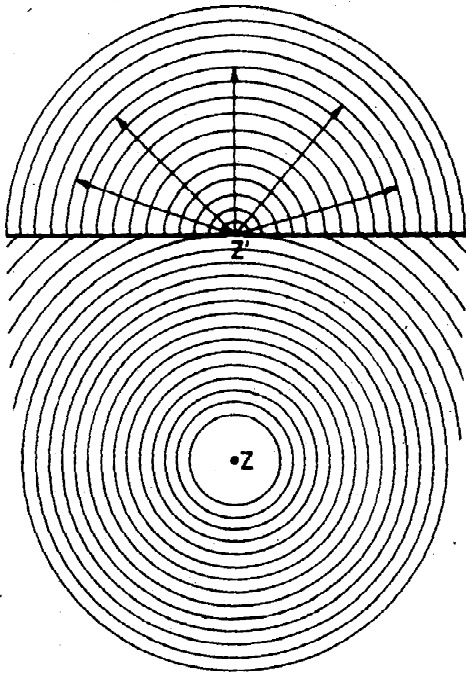
Zákon odrazu a lomu dokážeme pro případ, že jde o rovinnou vlnu, tj. o vlnu, jejíž poloměr vlnoplochy je podstatně větší než rozměry ploch, na kterých se odehrává odraz nebo lom. V případě slunečního záření, avšak i pro většinu umělých zdrojů světla používaných při experimentování je tento předpoklad velmi dobře splněn.

Uvažujme o rovinné vlně, která v oblasti mezi body A a B (obr. 23.6) dopadá na rozhraní a po odraze pokračuje opět jako rovinná vlna ve směru odkloněném od kolmice dopadu o úhel α . Za čas Δt , za který dorazí část původní vlny z bodu D do bodu B, přejde část odražené vlny z bodu A do bodu C. Jelikož oba přesuny se odehrávají stejnou rychlostí v_1 (vlna zůstává v původním prostředí), musí platit rovnice

$$AB = \frac{DB}{\sin \alpha} = \frac{AC}{\sin \alpha'} = \frac{v_1 \Delta t}{\sin \alpha} = \frac{v_1 \Delta t}{\sin \alpha'},$$

takže skutečně je splněno $\alpha = \alpha'$.

Ve druhém prostředí se světlo šíří jinou rychlostí v_2 , proto za čas Δt , za který vlna v prvním prostředí urazí dráhu $DB = AB \sin \alpha = v_1 \Delta t$, urazí vlna ve druhém prostředí dráhu $AE = AB \sin \beta = v_2 \Delta t$, takže je splněna i rovnice



Obr. 26.2

K Huygensovu principu - vliv překážky na kulovou vlnu

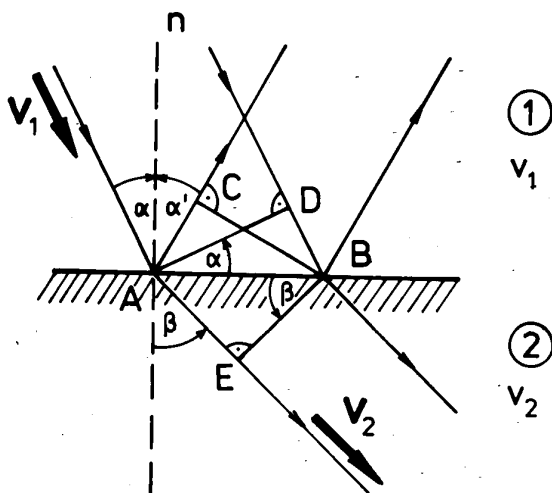
$$AB = \frac{v_1 \Delta t}{\sin \alpha} = \frac{v_2 \Delta t}{\sin \beta},$$

z které bezprostředně vyplývá zákon lomu ve tvaru (26.1) stejně jako i vyjádření relativního indexu lomu podílem rychlostí v obou prostředích $n_{21} = v_1/v_2$ (vztah /26.2/). Relativní index lomu rozhraní vzduch - sklo je asi 1,5, soustavy vzduch - voda asi 1,3. Hodnoty relativních indexů lomu získáváme nejčastěji pomocí absolutních indexů lomu definovaných podílem rychlosti světla ve vakuu c a v daném prostředí v . Jestliže se jedná o prostředí, v kterém je přibližně $\mu = \mu_0$ (všechna prostředí kromě feromagnetických), je velmi přibližně splněno

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\sqrt{\epsilon \mu}}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}} = \sqrt{\epsilon_r},$$

(26.3)

kde ϵ_r je relativní permitivita prostředí. Tento vztah, který se častěji píše ve tvaru $\epsilon_r = n^2$, představuje vzájemnou souvislost optických a dielektrických vlastností prostředí. Šíří-li se světlo z prostředí s větším indexem lomu do prostředí s menším indexem lomu ($n_{21} < 1$), pak se zvětšujícím se úhlem dopadu α se podle vztahu (26.1) zvětšuje i úhel lomu β . Pro $\beta \rightarrow 90^\circ$ nabývá úhel α hodnoty α_m , pro který platí $\sin \alpha_m = n_{21}$. V tomto mezním případě a rovněž pro všechny úhly $\alpha > \alpha_m$ nenastává lom, ale pouze tzv. úplný odraz.



Obr. 26.3

K odvození zákona odrazu a lomu na rozhraní dvou prostředí

Poznámka:

Odvození zákonů chodu světelných paprsků se fyzici zabývali již dříve, než byla objevena elektromagnetická povaha světla. Prvý důkaz podal již Newton na základě korpuskulární teorie světla. Důsledky jeho teorie však byly v rozporu se skutečností. Velmi elegantní formulaci optických zákonů, podobnou tzv. Hamiltonovu variačnímu principu v mechanice našel Fermat:

SNELL van Royen, 1591-1626, holandský fyzik. Jeho práce mají vztah k matematice, optice a astronomii. Experimentálně objevil r. 1621 zákon lomu světla.

$$\delta \int_A^B n \cdot ds = 0$$

(26.4)

FERMAR Pierre de (ferma), 1601-1665, francouzský matematik a fyzik, původně však právník. Přispěl k vytvoření počtu pravděpodobnosti i k formulaci základních zákonů geometrické optiky.

HUYGENS Christian (hougens), 1629-1695, holandský fyzik, matematik a astronom, původním vzdělání právník. V jeho rozsáhlém díle, které začíná pracemi z matematiky a astronomie, konstruoval dalekohledy, objevil šestý měsíc Saturnu, prstenec Saturnu aj. (nejvíce místa zabírají problémy z mechaniky a optiky. R. 1657 patentoval vynález kyvadlových hodin, o šest let později předložil podrobnou teorii fyzikálního kyvadla. Studoval křivočaré pohyby (zavedl dostředivé zrychlení), ráz pevných koulí a zabýval se termikou a gravitací. Je původcem první vlnové teorie světla, autorem důležitého obecného principu o šíření rozruchů, pomocí kterého dokázal vysvětlit i odraz, lom a dvojlom světla. Byl zastáncem tzv. mechanické fyziky. Většinu svých prací publikoval v době svého dlouhodobého působení v Paříži.

kde n je absolutní index lomu prostředí (který je obecně funkcí polohy v prostoru) a ds je element dráhy paprsku. Tento princip říká, že světlo se šíří po takové dráze, podél které má funkce $\int n ds$ extrém (minimum). Obecná formulace zákonů geometrické optiky variačním principem (26.4) umožňuje najít i dráhu paprsku v prostředích se spojitě se měnícím indexem lomu, např. ve vzduchových vrstvách s rozličnou hustotou apod.

26.2 Základy optického zobrazování

Optické zobrazování je založeno na možnosti vytváření reálných obrazů, jestliže se paprsky vycházející z předmětu skutečně protínají (obr. 26.4a) resp. zdánlivých obrazů, je-li tento průsečík jen zdánlivý (obr. 26.4b). Základními zobrazovacími elementy jsou zrcadla, lámavé plochy a čočky. Pomocí základních zákonů geometrické optiky můžeme pro každý z nich odvodit specifické, tzv. zobrazovací rovnice, které umožňují najít polohu i velikost obrazu. Zavedení pojmů ohnisko a ohnisková rovina však umožňuje zapsat všechny zobrazovací rovnice v podobě univerzálních tzv. Newtonových transformačních rovnic. Ohniska lokalizujeme na tzv. optické ose zobrazovacího systému. Je to myšlená přímka, která prochází středem zobrazovacího prvku, příp. jejich systému.

26.5

Předmětové ohnisko F je takový bod na optické ose, v kterém umístěný předmět se zobrazí v nekonečnu (obr. 26.5). Rovina kolmá na optickou osu procházející předmětovým ohniskem je předmětová ohnisková rovina.

26.6

Obrazové ohnisko F' je takový bod na optické ose, v kterém se zobrazí bod umístěný na optické ose v nekonečnu.

26.7

Newtonovy transformační vzorce pro tzv. ohniskové souřadnice x a x' (udávající polohu předmětu vzhledem k předmětovému ohnisku a polohu obrazu vzhledem k zobrazovanému ohnisku) a souřadnice y a y' udávající výšku předmětu a obrazu (obr. 26.5) mají tvar

$$x' = \frac{ff'}{x} \quad (26.5)$$

a dále

$$y' = -\frac{fy}{x}. \quad (26.6)$$

26.8

Ohniskové vzdálenosti pro zrcadla jsou $f=f'/2$, pro lámavé plochy $f=n_1r/(n_2-n_1)$ a $f'=n_2r/(n_2-n_1)$ a pro tenkou čočku $f=f'=1/D$, přičemž

$$D = (n - 1)\rho, \quad (26.7)$$

kde r je poloměr, n_1 a n_2 jsou absolutní indexy

Newtonovy vztahy platí za těchto zjednodušujících podmínek:

a) zobrazování se odehrává jen v úzkém tzv. Gaussově nitkovém prostoru okolo optické osy a zobrazování je kolineární, tj. bodu odpovídá bod a rovině rovina;

b) zobrazovací systém není katoptrický, tj. ohniska neleží v nekonečnu;

c) obraz předmětu zůstává v rovině předmětu (nevzniká tzv. válcové zkreslení). Za těchto podmínek můžeme souřadnici z vynechat a pro zbývající dvě souřadnice, jak se to dokazuje v matematice, platí následující obecné transformační vztahy

$$x' = \frac{a_1x + b_1y + c_1}{ax + by + c} \quad (26.8)$$

$$y' = \frac{a_2x + b_2y + c_2}{ax + by + c}. \quad (26.9)$$

Jestliže za vztažný bod pro určení polohy předmětu a obrazu vezmeme ohniska (obr. 26.5) definované podle 26.5 a 26.6, potom pro $x \rightarrow 0$ musí být $x' \rightarrow \infty$. Je to jen tak možné, že $b=c=0$. Poloha obrazu x' nemůže záviset na velikosti předmětu, proto i $b_1=0$. Zůstává nám tedy jen vztah $x'=(a_1x+c_1)/ax=A+B/x$. Je-li však předmět v nekonečnu, jeho obraz vzniká v obrazovém ohnisku ($x \rightarrow 0$), proto musí být i $A=0$, takže zůstává vztah

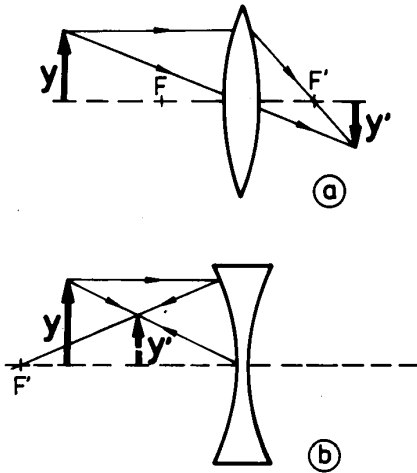
$$x' = \frac{B}{x}.$$

Pro $y=0$ musí být i $y'=0$, proto konstanty $a_2=c_2=0$, takže zůstává jen vztah

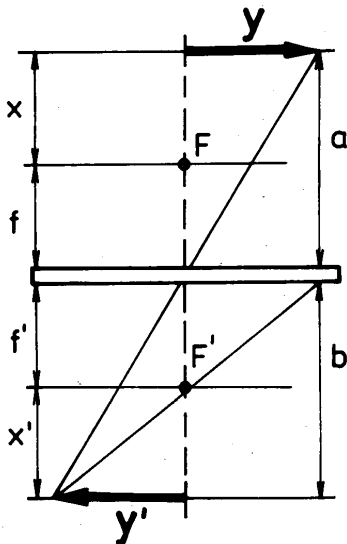
$$y' = \frac{b_1y}{ax} = C\frac{y}{x}.$$

Konstanty B a C můžeme jednoduše určit

lomu prostředí tvořících lámavou plochu, n je relativní index lomu a ρ je tzv. vypuklost čočky $\rho = 1/r_1 + 1/r_2$. Převrácená hodnota ohniskové vzdálenosti D se nazývá mohutnost čočky a měří se v tzv. dioptriích, tj. v recipročných metrech.



Obr. 26.4 Skutečný a) a zdánlivý b) obraz předmětu



Obr. 26.5 Ohnisková optická soustava

z podmínky, že předmět umístěný přímo do zobrazovací soustavy se zobrazí sám do sebe, tj. pro $x = -f$ je $x' = -f'$ a $y' = y$. Je proto $B = (-f)(-f') = ff'$ a $C = -f$. Dosadíme-li tyto dvě konstanty do předcházejících vztahů, dostaneme přímo Newtonovy transformační vztahy (26.5) a (26.6).

Zobrazování pomocí jednoduchých optických zařízení je tedy úplně určeno, známe-li ohniskové vzdálenosti f a f' . Ve větě 26.8 uvádíme bez důkazu ohniskové vzdálenosti kulových zrcadel, lámavých ploch a tzv. tenkých čoček (definovaných podmínkou $d(n-1) \ll nr_1 + r_2$), kde d je tloušťka čočky).

Uveďme jen (opět bez důkazu), že ohnisková vzdálenost soustavy složené ze dvou jednoduchých prvků s ohniskovými vzdálenostmi f_1, f'_1 a f_2, f'_2 se stanoví pomocí vztahů

$$f = -\frac{f_1 f_2}{\Delta} \quad (26.10)$$

a dále

$$f' = -\frac{f'_1 f'_2}{\Delta} \quad (26.11)$$

kde Δ je tzv. optický interval, který udává vzdálenost mezi obrazovým ohniskem prvního prvku a předmětovým ohniskem druhého prvku (obr. 26.6). V případě čoček je $f_1 = f'_1$ a $f_2 = f'_2$, takže jsou-li vzdálenosti mezi čočkami d , platí vztah $\Delta = d - f_1 - f_2$ a podle vztahů (26.10) a (26.11) dostaneme pro výslednou mohutnost systému dvou čoček vztah

$$D = \frac{1}{f} = -\frac{d - f_1 - f_2}{f_1 f_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} = D_1 + D_2 - \frac{d}{f_1 f_2} \quad (26.12)$$

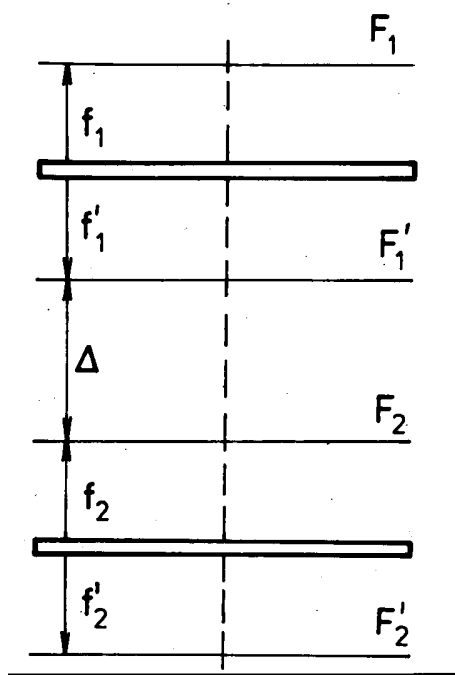
Mohutnost dvou (a více) čoček uložených v těsné blízkosti ($d=0$) se proto rovná součtu jednotlivých mohutností.

Jestliže do rovnice (26.5) dosadíme

transformace (obr. 26.5) $x=a-f$ a $x'=b-f$, dostaneme tzv. čočkovou rovnici

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

(26.13)



Obr. 26.6 Dvě centrované optické soustavy

kteřá udává vztah mezi polohou předmětu a obrazu vzhledem ke středu čočky.

PETZVAL Jozef Maximilián, 1807-1891, slovenský fyzik a matematik, rodák ze Spišské Belé. Univerzitní studia absolvoval v Budapešti, od r. 1873 působil jako profesor matematiky na univerzitě ve Vídni. Jeho práce z optiky měly světový význam. Zdokonalil hvězdářský a vynalezl divadelní dalekohled, vypracoval teorii anastigmatického objektivu a navrhl tříčočkový objektiv s velmi dobrou světelností, který se dodnes využívá v některých fotografických přístrojích. Petzval byl zkušený experimentátor (většinu čoček si vyráběl sám) a zejména velmi skromný vědec. Po jeho úmrtí se našlo ještě několik nepublikovaných prací z matematiky a fyziky.

26.3 Jednoduché optické přístroje

Optickým přístrojem nazýváme soustavu čoček, zrcadel, případně jiných prvků a pomocných zařízení, které mají určitou funkci, např. zvětšují zorný úhel, pod kterým vidíme předmět, mění chod paprsků podle požadovaných podmínek, atd. Počítáme k nim především lupu, mikroskop a dalekohled (věta 26.8 až 26.10).

26.8

Lupa je čočka, resp. jejich soustava, kterou pozorujeme malé předměty. Zvětšení lupy je

$$z = \frac{L}{f} = \frac{0,25}{f} (m),$$

(26.14)

Jako lupu můžeme použít každou čočku, která poskytuje určité zvětšení předmětu. Jestliže umístíme předmět velikosti y do blízkosti předmětového ohniska tak, aby vznikl neskutečný zvětšený obraz v tzv. konvenční vzdálenosti L - můžeme zvětšení lupy definovat vztahem (obr. 26.7)

kde L je tzv. konvenční vzdálenost ($L=0,25$ m) a f je

ohnisková vzdálenost.

26.9

Mikroskop je optické zařízení na pozorování velmi malých předmětů. Jeho zvětšení je

$$z = \frac{L \Delta}{f_1 f_2}, \quad (26.15)$$

kde Δ je optický interval (obr. 26.6), f_1 a f_2 jsou ohniskové vzdálenosti objektivu a okuláru.

26.10

Rozlišovací schopnost mikroskopu je určena vztahem

$$l = \frac{\lambda}{2n \sin \alpha}, \quad (26.16)$$

kde λ je vlnová délka použitého světla, n je index lomu prostředí mezi objektivem a krycím sklíčkem pozorovaného předmětu a α je úhel, který svírá krajní paprsek vcházející do objektivu s optickou osou mikroskopu.

26.11

Dalekohled je optické zařízení na pozorování vzdálených předmětů. Jeho zvětšení je

$$z = \frac{f_1}{f_2}, \quad (26.17)$$

kde f_1 a f_2 jsou ohniskové vzdálenosti objektivu a okuláru.

$$z = \frac{y'}{y} = \frac{L}{f}.$$

Jako konvenční vzdálenost se bere vzdálenost $L=0,25$ m a značí vzdálenost, z které zdravé oko vidí předmět nejlépe.

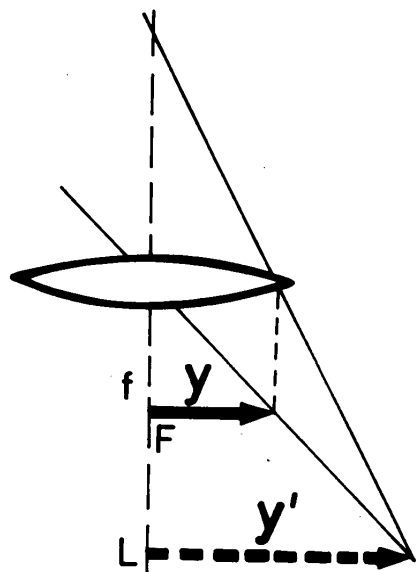
Mikroskop je zařízení konstruované tak, aby dávalo velké zvětšení. Toho se dosahuje dvojestupňovým zvětšením: nejprve se vytvoří zvětšený obraz předmětu pomocí tzv. objektivu, který se potom pozoruje okulárem jako lupou (obr. 26.8). Výsledné zvětšení mikroskopu je určeno vztahem

$$z = \frac{y''}{y} = \frac{y'}{y} \frac{y''}{y'}, \quad (26.18)$$

neboli je určeno součinem zvětšení objektivu a okuláru. Zvětšení okuláru již známe (26.14) a pro zvětšení objektivu vyplývá z obr. 26.8 vztah

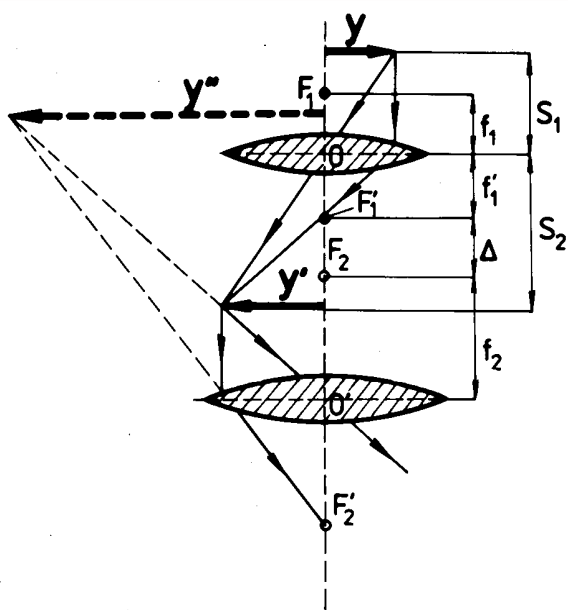
$$\frac{y'}{y} = \frac{s_2}{s_1} \doteq \frac{\Delta}{f_1}. \quad (26.19)$$

Tuto aproximaci umožňuje skutečnost, že předmět se umísťuje do blízkosti předmětového ohniska objektivu, aby vznikl co největší obraz, proto je přibližně $s_1 \doteq f_1$ a v praxi je vždy $\Delta \gg f_1$, takže $s_2 \doteq \Delta$. Výsledné zvětšení mikroskopu (26.18) je proto skutečně určeno vztahem (26.15). Při běžných hodnotách $f_1=2$ mm, $\Delta=15$ cm, $f_2=12$ mm, je zvětšení mikroskopu okolo $z=1500$. Není však problém získat prakticky libovolné zvětšení - stačí přiměřeně od sebe vzdálit objektiv a okulár. Se vzrůstajícím "geometrickým" zvětšením však následkem tzv. ohybových jevů klesá jasnost



Obr. 27.6

K zvětšení lupy



Obr. 26.8

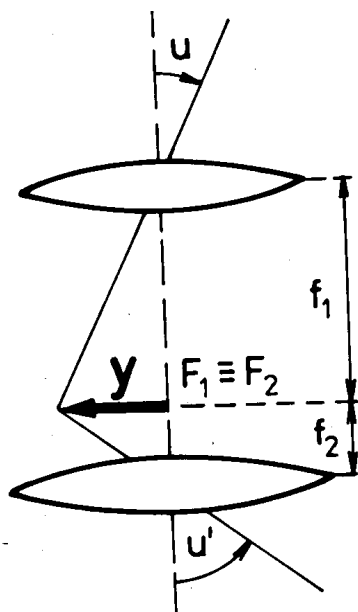
Odvození zvětšení mikroskopu

obrazu, ztrácejí se detaily a od určité kritické hodnoty růst zvětšení přestává mít smysl, protože na obraze nemůžeme již nic pozorovat. Tuto stránku jevu posuzujeme pomocí tzv. rozlišovací schopnosti mikroskopu, tj. vzdálenosti dvou bodů, které na obraze můžeme ještě rozlišit. Náročný počet vede ke kritériu (26.16), podle kterého rozlišitelnost detailů na obraze je tím lepší, čím kratší vlnovou délku má použité záření, čím větší je index lomu prostředí mezi objektivem a krycím sklíčkem pozorovaného předmětu a čím větší je tzv. apertura, tj. úhel mezi krajním paprskem vstupujícím ještě do objektivu a optickou osou mikroskopu. Všechny tři faktory se využívají při výrobě kvalitních mikroskopů. Poslední dva činitele dávají v optimálním případě hodnotu ≈ 1 , takže rozlišovací schopnost mikroskopu je přibližně polovina vlnové délky použitelného světla. V bílém světle nemůžeme proto pozorovat pomocí mikroskopu objekty s menšími rozměry než asi $2 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$, tj. asi $0,2 \text{ } \mu\text{m}$. Tuto "barieru" umožnila odstranit konstrukce tzv. elektronového mikroskopu, s kterým se setkáme v následujícím článku.

Dalekohled je vlastně mikroskop přizpůsobený k pozorování vzdálených předmětů. Vzdálený předmět se zobrazuje v obrazovém ohnisku soustavy, proto objektiv vytváří obraz předmětu ve své obrazové ohniskové rovině a jelikož okulárem se pozoruje tento obraz jako lupou, umístíme ho tak, aby obraz vytvořený objektivem ležel v jeho předmětovém ohnisku (obr. 26.9). Tím se dosáhne zvětšení zorného úhlu

$$z = \frac{u'}{u} = \frac{f_2}{y} = \frac{f_2}{f_1},$$

což je vztah (26.17). Takto získaný obraz je sice



Obr. 26.9 k odvození zvětšení dalekohledu

zvětšený, ale je převrácený, což např. v astronomii nevádí. Dalekohledy určené na pozorování osob, detailů okolní přírody apod. jsou opatřeny soustavou, která obraz převrací.

K optickým přístrojům patří ještě řada dalších (promítací přístroje, fotografické přístroje a jiné), jejichž princip činnosti je lehce pochopitelný, proto se jimi detailně nebudeme zabývat.

26.4 Elektronový mikroskop

Pomocí elektrického a magnetického pole můžeme měnit chod svazků elektricky nabitých částic, např. elektronů, podobně jako chod světla pomocí čoček. Je tedy možné dosáhnout, aby se elektrony vycházející z určitého objektu znovu střetly a vytvořily "obraz" předmětu podobně jako světelné paprsky. Tato analogie našla svůj odraz nejen v tom, že se tato část nauky o chodu elektronových paprsků nazývá elektronová optika, ale i v tom, že se zavádí analogické pojmy a veličiny: ohnisková vzdálenost elektrických a magnetických čoček (věta 26.13), mohutnost těchto čoček, zákon lomu pro elektronové paprsky (věta 26.12) a jiné.

Nejdůležitější zařízení elektronové optiky konstruované na základě analogického chování elektronových svazků a světelných paprsků se nazývá elektronový mikroskop. Jeho význam je v tom, že v porovnání se světelným mikroskopem umožňuje posunout rozlišovací schopnost prakticky až na úroveň rozměrů molekul (věta 26.14).

26.12

Zákon lomu v elektronové optice zní

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (26.20)$$

kde V_1 a V_2 jsou potenciály elektrického pole (obr. 26.10).

26.13

Přesné řešení chodu nabitých částic v elektrickém a magnetickém poli, tj. hledání tzv. trajektorií, vychází z Lorentzovy síly (21.18) a Poissonovy rovnice (19.71). Matematicky je však tento problém dosti náročný, proto se soustředíme jen na nalezení přibližných vztahů, které nám pomohou kvalitativně pochopit jevy v elektronové optice.

Představme si, že elektron proběhne přes dvě paralelně umístěné mřížky, které jsou připojeny na potenciály V_1 a V_2 (obr. 26.10). Rychlosti elektronů v_1 a v_2 v místech obou mřížek můžeme

Ohnisková vzdálenost elektrické, resp. magnetické čočky za předpokladu, že síla působící na nabitě částice je úměrná výchylce od osy čočky ($F=-Ky$) je určena vztahem

$$f = \frac{mv^2}{Kd}, \quad (26.21)$$

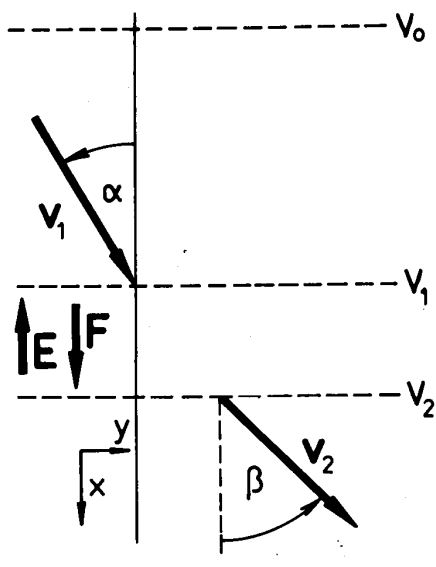
kde m je hmotnost elektronů, v je jejich složka rychlosti v ose čočky a d je délka oblasti, v které je pole omezeno.

26.14

Rozlišovací schopnost elektronového mikroskopu je

$$l = \frac{h}{2\alpha(1emU)^{\frac{1}{2}}}, \quad (26.22)$$

kde h je Planckova konstanta ($h=6,6 \cdot 10^{-34}$ Js), α je úhel mezi krajním a osovým elektronem. U je napětí urychlujícího elektrického pole.



Obr. 26.10 Lom dráhy elektronového svazku v elektrickém poli

vypočítat pomocí rovnic ($e < 0$)

$$-eV_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$-eV_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_0^2,$$

(26.23)

kde v_0 je rychlost elektronů v místě $V_0=0$.

Elektrické pole má podle předpokladu jen směr osy x , proto y -ové složky rychlosti zůstanou nezměněny

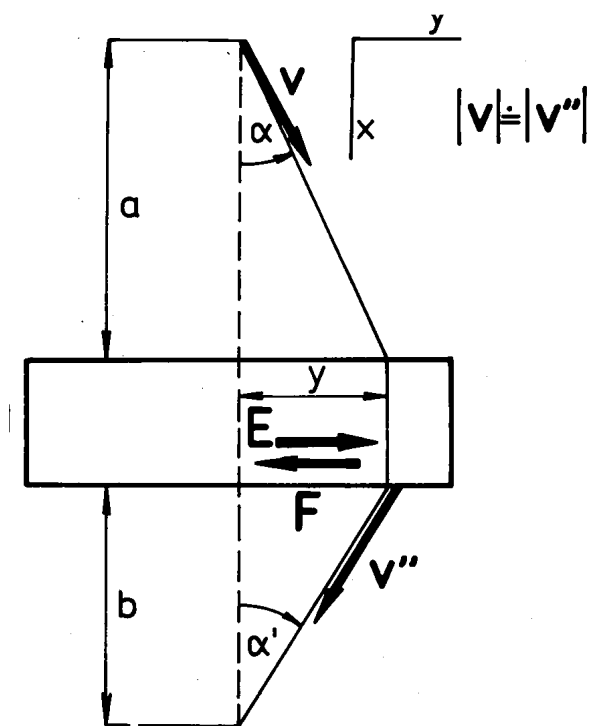
$$v_{1y} = v_1 \sin \alpha = v_{2y} = v_2 \sin \beta.$$

Je proto správná i rovnice

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_2}{v_1}.$$

Jestliže ještě předpokládáme, že počáteční kinetická energie $W_{k0} = mv_0^2/2$ je zanedbatelně malá, můžeme z rovnice (26.23) vyjádřit poměr v_1/v_2 a po dosazení do poslední rovnice dostaneme zákon lomu ve tvaru (26.20). Z něj vyplývá, že jestliže elektron vletí do elektrického pole pod určitým úhlem, mění při změně potenciálu směr své dráhy. Při vhodném rozložení pole v prostoru může dojít k "fokusaci" tj. k opětovnému sbíhání původně rozbíhavých elektronových paprsků.

Výraz pro ohniskovou vzdálenost elektrostatické, resp. magnetické čočky odvodíme nejjednodušeji tak, že se pokusíme odvodit rovnici pro chod paprsků typu (26.13). Proto předpokládejme, že elektrické pole čočky je soustředěno do prostoru o tloušťce d (obr. 26.11) a že síla působící na elektron je tvaru $F=-Ky$, kde K je konstanta. Navíc budeme předpokládat, že elektronový paprsek je velmi úzký, tj. úhel α je velmi malý (což je v praxi splněno) a z toho



Obr. 26.11 K odvození ohniskové délky elektrostatické čočky

vyplývající požadavky $v \approx v''$. Složky rychlosti ve směru osy x resp. osy y jsou proto určeny přibližnými vztahy

$$\begin{aligned} v_x &= v \cos \alpha \doteq v \\ v_y &= v \sin \alpha \doteq v \alpha. \end{aligned}$$

(26.24)

Při přechodu přes oblast pole se změní původní y-ová složka hybnosti mv_y o hodnotu mv'_y vyplývající z věty o impulsu síly a hybnosti...

$$m\vec{v}_y = \vec{F} \Delta t = -Ky \frac{d}{v}$$

(26.25)

takže celková y-ová složka hybnosti elektronů po přechodu polem je

$$m\vec{v}_y'' = m\vec{v}_y' + m\vec{v}_y.$$

(26.26)

Spojením rovnic (26.25) získáme skalární rovnici

$$v_y'' = v_y - \frac{Ky d}{mv}.$$

(26.27)

Složku rychlosti v_y'' ($v_y'' < 0$) můžeme na základě obr. 26.11 vyjádřit ve tvaru $v_y'' = -v'' \sin \alpha' \doteq -v'' \operatorname{tg} \alpha' \doteq -v'' y/b$, takže s ohledem na vztahy (26.24) a (26.27) stejně jako na vztahy $y \doteq a\alpha$, můžeme napsat rovnici

$$\frac{1}{b} = \frac{-v_y''}{v_y} = -\frac{1}{vy} \left(\frac{-Ky d}{mv} + v_y \right) = \frac{Kd}{v^2 m} - \frac{v\alpha}{va\alpha} = \frac{Kd}{mv^2} - \frac{1}{a}.$$

Úpravou předchozí rovnice dostaneme rovnici

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{Kd}{mv^2},$$

kteřá je formálně totožná s rovnicí (26.13) a ohniskovou vzdáleností vyjádřenou vztahem (26.21). Konstanta K v tomto vztahu souvisí s rozdílem potenciálů na elektrodách, resp. s elektrickým proudem v cívkách, proto napětím, resp. proudem můžeme lehce měnit ohniskovou dálku elektrostatických nebo magnetických čoček. Kombinací těchto čoček můžeme analogicky k světelnému mikroskopu zkonstruovat elektronový mikroskop. Jeho rozlišovací schopnost je určena stejným vztahem jako v případě světelného mikroskopu (vztah (26.16)), v kterém však musíme položit $n=1$ a $\sin \alpha \doteq \alpha$ protože elektronový mikroskop pracuje jen s velmi úzkým svazkem elektronových paprsků ($\alpha=10^{-2}$ – 10^{-4} rad). Při používání širších svazků by vznikly, podobně jako ve světelném mikroskopu, tzv. vady zobrazení. Později si ukážeme, že všechny částice myjí kromě svých "korpuskulárních" vlastností i vlnové vlastnosti. Podle L. de Broglieho je vlnová délka charakterizující částici

$$\lambda = \frac{h}{mv},$$
(26.28)

kde h je Planckova konstanta. Elektricky nabitě částice jsou urychlované elektrickým polem o napětí U , takže jejich rychlost vyplývá z rovnice

$$eU = \frac{1}{2}mv^2.$$
(26.29)

Vypočítáním rychlosti z poslední rovnice, jejím dosazením do vztahu (26.28) a pak i do vztahu (26.16) $l=\lambda/2 \sin \alpha \doteq \lambda/2\alpha$ dostaneme pro rozlišovací schopnost elektronového mikroskopu vztah (26.22). Při napětích řádu (10^4 – 10^5)V, které se v elektronových mikroskopech používají, dosahuje se rozlišovací schopnosti na úrovni molekul, ba dokonce i atomů.

26.5 Radiační a hmotnostní spektroskopie

K speciálním optickým přístrojům patří tzv. spektrometry, resp. spektrografy. Pomocí prvých se vizuálně pozorují čáry, příslušné rozličným vlnovým délkám záření, v druhých se tyto čáry pomocí fotografického zařízení zachycují na film a potom vyhodnocují. Oba přístroje slouží k měření vlnové délky elektromagnetického záření. Analogicky způsob vyhodnocení používají i zařízení, která slouží na měření hmotností základních částic látek. Nazývají se hmotnostní spektroskopy, resp. spektrografy. Radiační spektrografy využívají zejména rozklad světla na hranolu (věty 26.15 a 26.16), hmotnostní spektrografy se opírají o vliv elektrického a magnetického pole na dráhu elektricky nabitých částic (věty 26.17 a 26.18).

26.15

Minimální odklon v paprsku δ procházejícího hranolem je (pro malé úhly)

$$\delta = (n - 1)\varphi, \quad (26.30)$$

kde φ je tzv. lámavý úhel hranolu (obr. 26.12).

26.16

Index lomu látek je složitou funkcí úhlového kmitočtu záření ω

$$n^2 = 1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \sum_i \frac{n_i}{\left[(\omega_i^2 - \omega^2) + 4b^2\omega^2 \right]^{\frac{1}{2}}}, \quad (26.31)$$

kde n_i je počet elektronů v atomu, N je koncentrace atomů, ω_i jsou vlastní úhlové kmitočty elektronů, b je součinitel útlumu $a e a m$ je náboj a hmotnost elektronu. Světlo se proto po průchodu hranolem (vztah 26.30) rozloží na své složky.

26.17

Výchylka elektricky nabitě částice v homogenním elektrickém poli intenzity E , která je kolmá na směr počáteční rychlosti částice je

$$s_e = \frac{qE}{4W_k} l_1^2, \quad (26.32)$$

kde q je náboj částice, W_k je její kinetická energie, l_1 je vzdálenost od počátku působení elektrického pole do místa měření odchylky.

26.18

Výchylka elektricky nabitě částice v homogenním magnetickém poli indukce B která je kolmá na směr

Z obr. 26.12 na základě vět o součtu vnitřních a vnějších úhlů v trojúhelníku vyplývá vztah

$$\begin{aligned} \delta &= \alpha_o - \alpha + \beta_o - \beta = \alpha_o + \beta_o - (\alpha + \beta) = \\ &= \alpha_o + \beta_o - \varphi. \end{aligned} \quad (26.34)$$

Lehce se dá ukázat, že minimální odklon nastane tehdy, jestliže paprsek prochází hranolem kolmo na jeho osu. V tom případě je $\alpha = \beta = \varphi/2$ a pro malé úhly můžeme navíc psát

$$\begin{aligned} \frac{\sin \alpha_o}{\sin \alpha} &\doteq \frac{\alpha_o}{\alpha} = n \\ \frac{\sin \beta_o}{\sin \beta} &\doteq \frac{\beta_o}{\beta} = n, \end{aligned}$$

takže platí i rovnice $\delta = \alpha n + \beta n - \varphi = n(\alpha + \beta) - \varphi = (n-1)\varphi$, což je vztah (26.30). Podle něho odklon paprsku (deviace) závisí na indexu lomu hranolu. Podle věty 26.16 je tento index závislý na kmitočtu záření, což umožňuje rozklad složeného záření na jednotlivé složky a měření jejich vlnové délky. O správnosti tohoto tvrzení a současně i vztahu (26.31) se přesvědčíme na základě představy, že elektromagnetická vlna charakterizovaná intenzitou elektrického pole $E = E_o \sin \omega t$ působí na elektrony v látce podobně, jako vnější periodická síla $F = F_o \sin \omega t$ na harmonický oscilátor. Vynucuje jeho oscilaci s amplitudou, pro kterou na základě vztahu (23.24) můžeme psát

$$A = \frac{eE_o}{m \left[(\omega_i^2 - \omega^2)^2 + 4b^2\omega^2 \right]^{\frac{1}{2}}}. \quad (26.34)$$

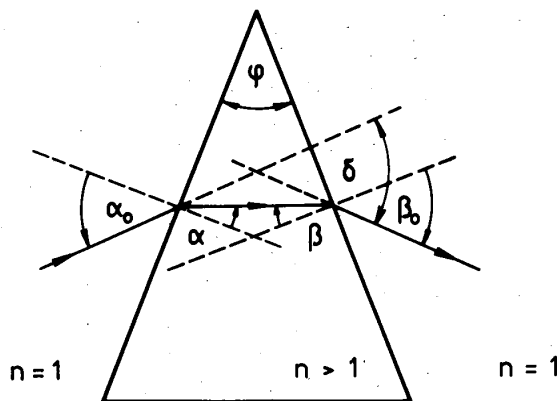
Vychýlení elektronu z klidové polohy do

rychlosti částice je

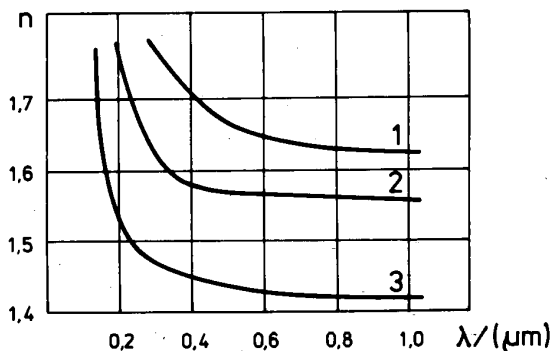
$$s_m = \frac{qB}{2p} l_2^2, \quad (26.33)$$

kde p je hybnost částice a l_2 má podobný význam jako l_1 v předcházejícím případě.

Vztahy (26.32) a (26.33) umožňují při známém náboji q stanovení hmotnosti m i rychlosti v elektricky nabitých částic na základě výchylek v elektrickém a magnetickém poli. Není-li náboj částice znám, umožňují tyto vztahy určení poměru náboje částic a jejich hmotnosti.



Obr. 26.12 Lom světla a hranolu



Obr. 26.13 Závislost indexu lomu na kmitočtu pro tři druhy skla: 1 - flintové slo, 2 - křemen, 3 - fluorit

vzdálenosti $y=A \sin \omega t$ však vyvolává vznik elektrického momentu (def. 19.15) $p=ey=eA \sin \omega t$, takže je-li koncentrace atomů v látce N , je elektrický moment jednotky objemu látky, neboli polarizace prostředí vyjádřena vztahem

$$p = pN = Ney = NeA \sin \omega t. \quad (26.35)$$

Podle vztahu (19.51) souvisí polarizace s intenzitou elektrického pole $P=\chi_l E$, kde χ_l je elektrická susceptibilita. Z předcházejícího vztahu zapsaného ve tvaru

$$\chi_l E = \chi_l E_0 \sin \omega t = NeA \sin \omega t$$

vyplývá vztah $\chi_l = NeA/E_0$. Jelikož podle (19.53) je $n^2 = \epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0 = (\epsilon_0 + \chi_l)/\epsilon_0 = 1 + \chi_l/\epsilon_0$, dostaneme pro druhou mocninu indexu lomu vztah

$$n^2 = 1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \frac{1}{\left[(\omega_i^2 - \omega^2)^2 + 4b^2 \omega^2 \right]^{1/2}}. \quad (26.36)$$

Uvážíme-li dále, že každý atom obsahuje více elektronů charakterizovaných vlastní frekvencí ω_i , musíme vztah (26.36) upravit do definitivní podoby (26.31). Z něj vyplývá, že index lomu závisí na kmitočtu záření podle dosti složité funkce. Pro světlo je tato funkce znázorněna na obr. 26.13, a to pro tři materiály: 1-flintové sklo, 2-křemen a 3-fluorit. Jestliže se kmitočet záření odlišuje dostatečně od vlastního kmitočtu elektronů atomů v látce, (normální disperze $dn/d\lambda < 0$), vztah (26.31) se značně zjednoduší. Anomální disperzí rozumíme obvykle tu část závislosti n , kde index lomu n roste při růstu vlnové délky λ , $dn/d\lambda > 0$.

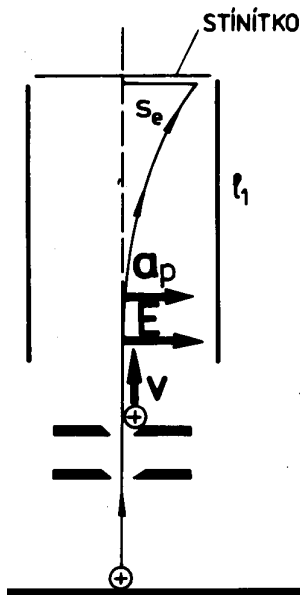
Pro charakteristiku přístroje z hlediska

rozlišovací schopnosti se zavádí parametr $\eta = dn/d\lambda$.

Méně často se hranol v spektrometrech nahrazuje tzv. ohybovou mřížkou, s kterou se seznámíme později.

Hmotnostní spektroskopie je založena na měření odchylek nabitých částic v elektrickém a magnetickém poli. Uvažujme o úzkém svazku částic vcházejících rychlostí v do homogenního elektrického pole směřujícího kolmo na směr počáteční rychlosti (obr. 26.14). Příčné elektrické pole způsobuje zrychlení

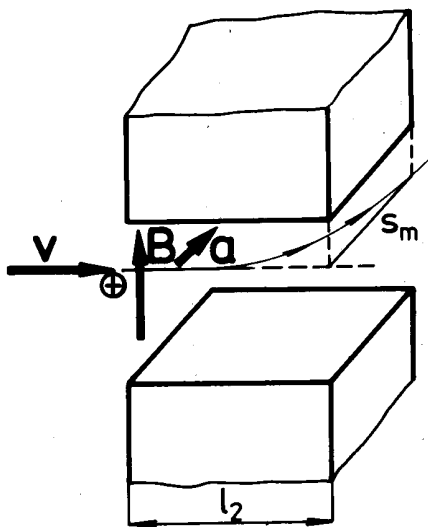
$$a_p = \frac{qE}{m},$$



Obr 26.14 Výchylka elektricky nabitě částice v elektrickém poli

takže po uplynutí času $t = l_1/v$ potřebného k proběhnutí vzdálenosti l_1 mezi vstupem do pole a stínítkem je výchylka s_e určena vztahem

$$s_e = \frac{1}{2} a_p t^2 = \frac{qE}{2m} \left(\frac{l_1}{v} \right)^2 = \frac{qEl_1^2}{4} \frac{2}{mv^2} = \frac{qE}{4W_k} \lambda,$$

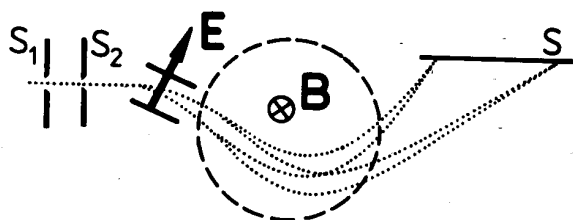


Obr. 26.15 Výchylka elektricky nabitě částice v magnetickém poli

což je vztah (26.32). Výchylka částic závisí tedy na jejich kinetické energii s jakou vlétají do oblasti s elektrickým polem, takže měření jen výchylky s_e neumožňuje stanovení hmotnosti částice m .

V homogenním magnetickém poli (obr. 26.15) působí na elektricky nabitou částici pohybující se kolmo ke směru magnetické indukce B síla

$$F = qvB,$$



Obr. 26.16 Schéma hmotnostního spektrometru

kteřá způsobuje, že částice začíná opisovat kružnici se zrychlením $a = qvB/m$. Její poloměr je z pohybové

rovnice $F = m v^2 / r$, neboli

$$q v B = m \frac{v^2}{r}.$$

Je tedy $r = mv/qB = p/qB$. Po proběhnutí vzdálenosti l_2 charakterizující délku silového působení (obr. 26.15) vznikne výchylka

$$\begin{aligned} s_m &= \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \frac{q v B}{m} \left(\frac{l_2}{v} \right)^2 = \\ &= \frac{q B}{2 m v} l_2^2 = \frac{q B}{2 p} l_2^2, \end{aligned}$$

což je vztah (26.33). Výchylka tedy závisí na hybnosti p a proto její samotné měření rovněž neumožňuje stanovení hybnosti a rychlosti elektricky nabitých částic. Kombinací vztahů (26.32) a (26.33) je možné určit oba neznámé parametry.

V praxi vznikají při měření uvedenou metodou těžkosti, protože svazek obsahuje zpravidla částice s rozličnými rychlostmi. Je nutno zabezpečit, aby všechny částice se stejnou hmotností a rozličnými rychlostmi dopadly na stejné místo stínítka přístroje, aby tak vytvořily lehce měřitelnou ostrou stopu. Tato fokusace částic se dosahuje (v tzv. Astonově hmotnostním spektrografu) tak, že částice procházejí nejprve homogenním elektrickým a až potom homogenním magnetickým polem, které vychyluje částice na opačnou stranu než elektrické pole (obr. 26.16).

THOMSON Joseph John (tomsn), 1856-1940, anglický fyzik, autor prvního modelu atomu. Jedním z výsledků jeho komplexního výzkumu vedení elektrického proudu v plynech byl důkaz existence volných elektronů a objasnění mechanismu elektrické vodivosti plynů. Vypracoval metodu na určování měrných nábojů plynných iontů pomocí které podle důkaz izotopie prvků. Tato metoda se stala základem nesmírně užitečné tzv. hmotnostní spektroskopie. Jeho celoživotní dílo bylo oceněno r. 1906 Nobelovou cenou. Ve šlápějích otce pokračoval i syn George Paget T. (nar. r. 1892). Za úspěšně provedený důkaz vlnového charakteru elektronů (spolu s C.J.Davissonem) r. 1937 získal stejné ocenění. Zasloužil se rovněž o rozvoj elektronografie.

DOLEJŠEK Václav, 1895-1945, český fyzik. Výsledku světové úrovně dosáhl objevení serie N rentgenových paprsků. Založil známou čsl. spektroskopickou školu.