ČÁST III K L A S I C K Á T E O R I E P O H Y B U Č Á S T I C A J E J I C H S O U S T A V

Hmota jako objektivní realita existuje v rozmanitých konkrétních formách. Předmětem zkoumání fyziky jsou dvě fyzikální formy hmoty: látka a pole. Látkou nazýváme takovou formu hmoty, která projevuje tzv. korpuskulární (částicové) vlastnosti. Polem označujeme konkrétní projev hmoty v okolí látek, ve kterém zjišťujeme silové účinky. V tomto smyslu pak mluvíme o hmotných objektech látkových (atomy, molekuly, tělesa, planety) a o hmotných objektech polních (gravitační pole, elektromagnetické pole a další). I když se zdá, že je možno jednoznačně látku oddělit od pole a naopak, vývoj fyziky dospěl do takového stadia, ve kterém se ukázalo, že látka má vlastnosti pole a pole naopak vlastnosti částic, takže uvedené rozdělení se stává víceméně formálním. Přesto má smysl setrvat na tomto rozdělení, protože umožňuje přehlednější formulaci fyzikálních zákonů. V této části si budeme všímat jen pohybu látky, přičemž budeme ignorovat její "polní" vlastnosti. Později ukážeme odůvodnění tohoto postupu pro celou oblast makroskopické fyziky.

10 POHYB HMOTNÉHO BODU

Základní veličiny charakterizující pohyb
Klasifikace pohybů
Tečné a normálové zrychlení
Složený pohyb

Řešení mechanických problémů spojených s pohybem velmi ulehčuje pojem hmotného bodu zavedeného definicí 10.1. Hmotný bod je např. střela z pušky, protože její rozměry jsou zanedbatelné vzhledem k dráze, kterou vykonává, nebo automobil, pokud nás zajímá pouze pohyb jako celku (ne jednotlivých součástek zvlášť), ale i celá Země, pokud nás zajímá její obíhání kolem Slunce (a ne např. vlastní rotace).

10.1 Základní veličiny charakterizující pohyb

Při zkoumání pohybu jsou důležité dva problémy: matematický popis (kinematika) a souvislost charakteru pohybu s jeho příčinou (dynamika). Z hlediska prvého problému můžeme tvrdit, že zkoumaný pohyb bodu známe, umíme-li vyjádřit funkční závislost mezi parametry vyjadřujícími jeho polohu a časem.

10.1
Hmotný bod je těleso, jehož geometrické rozměry můžeme zanedbat vzhledem k ostatním vzdálenostem vystupujícím při pohybu.

10.2
Polohový vektor $\boldsymbol{r}$ určuje polohu pohybujícího se hmotného bodu vzhledem k počátku souřadné soustavy. Rovnici

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}\,(t) \tag{10.1}$$

Protože polohu bodu určují tři souřadnice, např. x, y a z v kartézské soustavě, r, ρ a υ ve sférické soustavě apod., můžeme časovou závislost polohy bodu napsat v podobě tří rovnic. K určení polohového vektoru $\boldsymbol{r}$ (vztah 6.15) a jeho časové závislosti v podobě jedné rovnice $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$, kterou nazýváme rovnicí dráhy (věta 10.1). Je dobře si uvědomit, že sám pojem polohový vektor ani jeho velikost nemá nic společného se skutečnou velikostí uražené dráhy (obr. 10.1), protože jeho počátek může být zvolen libovolně. Rozdíl polohových nazýváme rovnicí dráhy. Jednotka polohového vektoru je $[r]$ = m

10.3
Vektor rychlosti v (stručně jen rychlost) je definován derivací polohového vektoru podle času

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}. \tag{10.2}$$

Jednotka rychlosti je $[v]$ = m s^{-1}.

10.4
Vektor zrychlení a (stručně zrychlení) je definován derivací rychlosti podle času nebo druhou derivací polohového vektoru podle času

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}. \tag{10.3}$$

Jednotka zrychlení je $[a]$ = m s^{-2}.

10.5
Vektor rovinného úhlu (zkráceně úhel) $\boldsymbol{\alpha} = \alpha\,\boldsymbol{\upsilon}$ (obr. 10.3) charakterizuje kruhový, resp. obecně křivočarý pohyb v případě rovinného pohybu. Je definován úhlem α vytvořeným průvodičem pohybujícího se hmotného bodu a průvodičem, který je vzat za základ. Jednotkový vektor $\boldsymbol{\upsilon}$ leží v ose otáčení kolmé na rovinu otáčení a směřující na tu stranu, ze které se otáčení jeví proti pohybu hodinových ručiček. Rovnici

$$\alpha = \alpha(t) \tag{10.4}$$

nazýváme rovnicí úhlu natočení. Jednotka úhlu je $[\alpha]$=rad (radián).

vektorů ve dvou dostatečně blízkých časech, tj. $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$ (obr. 10.1), udává však nejen směr, ale přibližně i velikost uražené dráhy, a to tím lépe, čím je tento interval menší. V limitě je tato shoda úplná, proto můžeme pak psát dr = ds, kde ds je tzv. element dráhy.

V praxi nás často zajímá nejen po jaké dráze pohyb probíhá, ale jak "rychle" se hmotný bod pohybuje. Pojem "rychlost" je příklad pojmu získaného zkušeností. Jako takový představuje dráhu proběhnutou za jednotku času. Tímto postupem je však definována jen velikost střední rychlosti. Chceme-li aby okamžitá rychlost vyjadřovala i směr pohybu, musíme ji zavést jako vektor, jehož směr je určen v každém čase směrem tečny (obr. 10.2). Lehce se přesvědčíme, že těmto požadavkům a konstatování vyhovuje jen tato definice vektoru okamžité rychlosti

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \frac{ds}{dt}\tau,$$

kde $\boldsymbol{\tau}$ je jednotkový vektor ve směru tečny v daném bodě (věta 10.3). Podle úvah v kapitole 3 musí být jednotkou rychlosti v soustavě SI $[v]=[r]/[t]$= m s^{-1}. Vyjádříme-li polohový vektor ve složkách ve shodě s (6.15) dostaneme rychlost ve složkách

$$\boldsymbol{v} = \frac{d}{dt}(x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}) = \frac{dx}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{dy}{dt}\boldsymbol{j} + \frac{dz}{dt}\boldsymbol{k} = \\ = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k}, \tag{10.7}$$

takže

$$|\boldsymbol{v}| = (v_x^2 + v_v^2 + v_z^2)^{\frac{1}{2}}.$$

Rychlost zavedená vztahem (10.2) se může v průběhu pohybu měnit (buď proto, že se mění její velikost, nebo proto, že se mění její směr,

10.6
Vektor úhlové rychlosti $\boldsymbol{\omega}$ (stručně úhlová rychlost) je definován vztahem

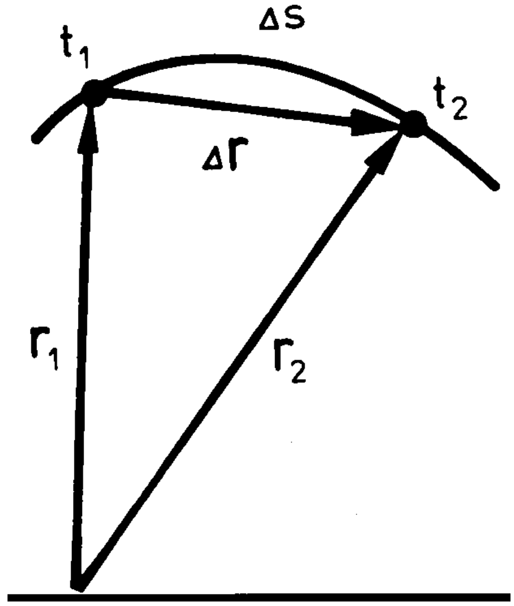
$$\omega = \frac{d\alpha}{dt}\,\nu\,. \qquad (10.5)$$

Jednotka úhlové rychlosti je [ω] = rad s^{-1}.

10.7
Vektor úhlového zrychlení $\boldsymbol{\varepsilon}$ (úhlové zrychlení) je definován vztahem

$$\epsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\alpha}{dt^2}\,\nu\,. \qquad (10.6)$$

Jednotka úhlového zrychlení je [ε] = rad s^{-2}



Obr. 10.1 Polohový vektor pohybujícího se bodu ve dvou časech a proběhnutá dráha

nebo obojí). Velikost této změny na jednotku času určuje zrychlení, které definujeme rovněž jako vektor

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}\,.$$

Podle této definice je jednotkou zrychlení [a] = [v]/[t] = m s^{-2}.
Podobně jako v případě rychlosti můžeme psát

$$\boldsymbol{a} = \frac{dv_x}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{dv_v}{dt}\boldsymbol{j} + \frac{dv_z}{dt}\boldsymbol{k} = \\ = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} + a_z\boldsymbol{k},$$

přičemž

$$|\boldsymbol{a}| = \left(a_x^2 + a_v^2 + a_z^2\right)^{\frac{1}{2}}.$$

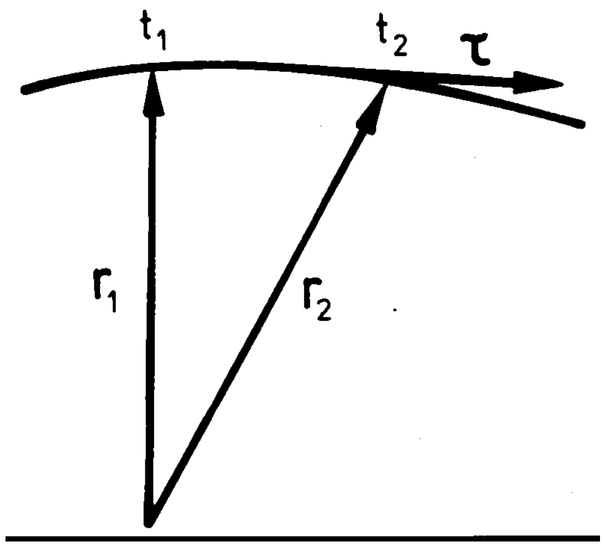
Uvědomme si, že nově zavedené veličiny (10.2) a (10.3) jsou obecnější než pojmy dané zkušeností. Např. zrychlení může být nenulové i tehdy, když se nemění velikost rychlosti, ale jen její směr, takže z tohoto hlediska každý křivočarý pohyb má zrychlení, i když se hmotný bod pohybuje co do velikosti stálou rychlostí.

Pro charakteristiku kruhových a periodických pohybů zavádíme analogické veličiny: úhel $\boldsymbol{\alpha}$ (obr. 10.3), úhlovou rychlost $\boldsymbol{\omega}$ a úhlové zrychlení $\boldsymbol{\varepsilon}$ (věty 10.5 až 10.7).

Definice (10.1), (10.2) resp. (10.3), (10.4) umožňují výpočet charakteristik pohybu, jestliže jsou známy rovnice pohybu (rovnice dráhy, rovnice úhlové rychlosti). V praxi je však často situace obrácená - jsou známá zrychlení (vyplývající ze zákona mezi příčinou pohybu - silou a následkem - zrychlením) a rovnice pohybu jsou konečným cílem výpočtu. Proto daleko větší cenu mají pak "zpětné" relace, které můžeme zapsat do tvaru

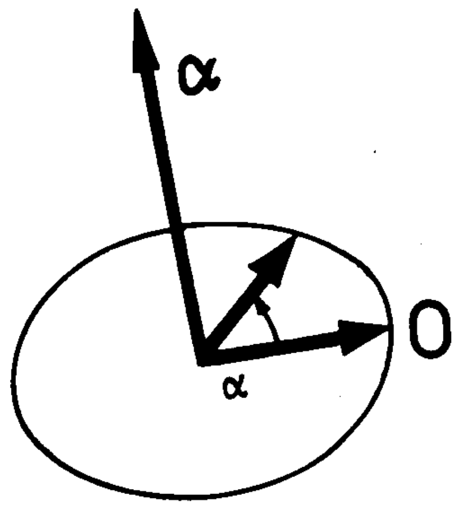
$$\boldsymbol{v} = \int \boldsymbol{a}\,dt + \boldsymbol{v}_o ; \omega = \int \epsilon\,dt + \omega_o$$
$$\boldsymbol{r} = \int \boldsymbol{v}\,dt + \boldsymbol{r}_o ; \alpha = \int \omega\,dt + \alpha_o , \tag{10.8}$$

kde veličiny $\boldsymbol{v}_o$, $\boldsymbol{\omega}_o$, $\boldsymbol{r}_o$ a $\boldsymbol{\alpha}_o$ mají význam počáteční rychlosti (rychlost v čase $t = 0$), počáteční úhlové rychlosti, počátečního polohového vektoru a počátečního úhlu. V praxi je vždy možno volit souřadnicovou soustavu tak, aby bylo $|\boldsymbol{r}_o|$ a $|\boldsymbol{\alpha}_o| = 0$.



Obr. 10.2 K zavedení vektoru okamžité rychlosti

KOPERNÍK Mikuláš, 1473-1543, významný polský astronom, zakladatel heliocentrického systému, podle kterého Země a ostatní planety obíhají kolem Slunce. Tento systém vyvrátil Ptolemaiův systém geocentrický, který byl do té doby uplatňován a podporován církví. Koperník vyložil své představy v práci "O pohybu nebeských těles", která byla zveřejněna v roce jeho úmrtí a v roce 1616 zakázána církví.



Obr. 10.3 K zavedení vektoru úhlu při křivočarém pohybu

10.2 Klasifikace pohybů

Nejjednodušší klasifikace pohybů hmotného bodu vyplývá z vyjádření rychlosti vztahem $\boldsymbol{v} = v\,\boldsymbol{\tau}$. Je-li $\boldsymbol{\tau}$= konstantní vektor, jedná se o přímočaré pohyby, je-li $\boldsymbol{\tau} \neq$ konstantní vektor, jedná se o pohyby křivočaré.

10.8
Pohyb rovnoměrný je definován podmínkami v = konst. a $\boldsymbol{\tau}$ = konst. vektor. Rovnice dráhy má potom tvar za předpokladu ($|\boldsymbol{r}_0| = 0$)

$$\boldsymbol{r} = \int \boldsymbol{v}\,dt = \boldsymbol{v} \int dt = \boldsymbol{v}\,t. \qquad (10.9)$$

Jestliže ztotožníme směr pohybu se směrem některé ze souřadných os, např. s osou x, můžeme psát $\boldsymbol{r} = s\,\boldsymbol{i}$, $v = v\,\boldsymbol{i}$, takže dráha s je $s = v\,t$.

10.9
Rovnoměrně zrychlený pohyb je určen podmínkami $\boldsymbol{v} \neq$konst. vektor, $\boldsymbol{\tau}$ = konst. vektor a $\boldsymbol{a}$ = konst. vektor, takže rovnice rychlosti a dráhy mají podle

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{a}t + \boldsymbol{v}_o, \quad \boldsymbol{r} = \frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2 + \boldsymbol{v}_o t, \qquad (10.11)$$

(10.8) tvar (za předpokladu $|\boldsymbol{r}_0| = 0$)

resp. když všechny vektory mají stejný směr

$$v = at + v_o, \quad s = \frac{1}{2}at^2 + v_o t. \qquad (10.12)$$

10.10
Vztah mezi oběžnou rychlostí $\boldsymbol{v}$ a úhlovou rychlostí $\boldsymbol{\omega}$ při pohybu pro kružnici s poloměrem r má tvar

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}. \qquad (10.13)$$

Přímočaré pohyby můžeme dále rozdělit na typy ve větách 10.8 a 10.9.

Z křivočarých pohybů má největší význam pohyb po kružnici, s konstantní oběžnou rychlostí v=konst. Pro tento typ pohybu můžeme lehce nalézt souvislost mezi oběžnou rychlostí $\boldsymbol{v}$ a úhlovou rychlostí ω, protože platí $v = ds/dt = d(r\alpha)/dt = r\,\omega$. Tento vztah můžeme napsat i ve vektorovém tvaru, jestliže si uvědomíme, že jednotkový vektor ve směru rychlosti $\boldsymbol{\tau}$ můžeme vyjádřit vektorovým součinem jednotkového vektoru ve směru polohového vektoru $\boldsymbol{\rho}$ a jednotkového vektoru ve směru úhlové rychlosti υ (obr. 10.4). Je tedy $\boldsymbol{\tau} = \upsilon \times \boldsymbol{\rho}$, takže $\boldsymbol{v} = d\boldsymbol{r}/dt = = v(\upsilon \times \rho) = \omega\upsilon \times r\rho = \omega \times \boldsymbol{r}$. Jestliže ztotožníme směr vektoru r a některou souřadnou osu, např. osu x, vyplývá z této rovnice i vztah pro derivaci jednotkového vektoru $\boldsymbol{i}$ podle času $d\boldsymbol{i}/dt = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{i}$, který platí obecně pro derivaci libovolného, na tuhé těleso vázaného, jednotkového vektoru podle času, jak můžeme lehce dokázat.

Vztah (10.13) platí i pro nerovnoměrný pohyb po kružnici, ba dokonce i pro libovolný křivočarý pohyb, jestliže je r poloměr tzv. oskulační kružnice (obr. 10.5).

Jestliže se pohybuje nejen jeden hmotný bod, ale celé tuhé těleso (definice v kapitole 13), můžeme vymezit několik dalších typů pohybu. Odlišujeme je od sebe podle toho, kolik nezávislých údajů potřebujeme k tomu, abychom mohli úplně určit polohu tuhého tělesa v prostoru. Počet těchto nezávislých údajů nazýváme počet stupňů volnosti. Můžeme ukázat, že úplně volné tuhé těleso má 6 stupňů volnosti, v jednom bodě upevněné těleso má 3 stupně volnosti a ve dvou bodech upevněné

10.11
Derivací libovolného na tuhé těleso vázaného vektoru v podle času můžeme vyjádřit ve tvaru

$$\frac{dv}{dt} = \omega \times v\,, \qquad (10.14)$$

kde ω je úhlová rychlost otáčení soustavy.

10.12
Perioda kruhového pohybu T je čas potřebný na jednu otáčku, takže platí

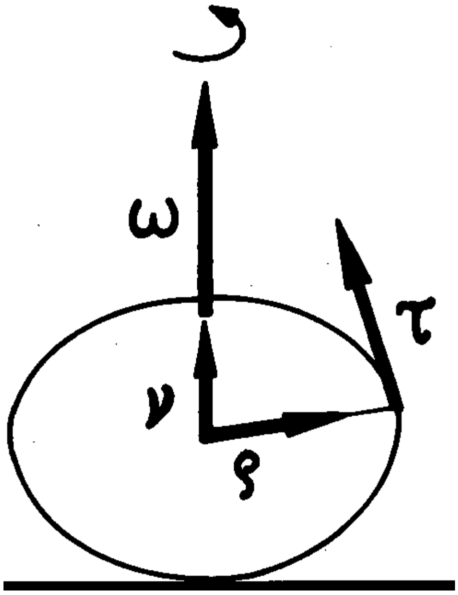
$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Jednotka periody je $[T]$ = s.

10.13
Kmitočet (frekvence) f je definován počtem otáček za jednotku času

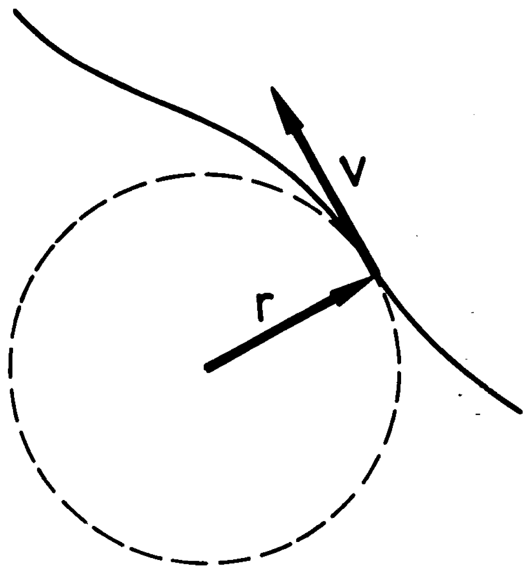
$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}.$$

Jednotka kmitočtu je $[f] = 1/[T] = s^{-1}$=Hz (hertz).



Obr. 10.4 K vyjádření časové derivace jednotkového vektoru

těleso (tj. na ose uložené těleso) má jeden stupeň volnosti. Pohyb úplně volného tuhého tělesa můžeme rozložit na posuvný pohyb podél okamžité "centrální" osy a rotační pohyb kolem této osy. Pro pohyb tělesa upevněného v jednom bodě můžeme dokázat, že je to vlastně otáčení kolem jisté přímky, okamžité osy otáčení, která prochází nehybným bodem tělesa. Pro případ rotace tělesa kolem pevné osy platí jednoduché vztahy odvozené pro pohyb hmotného bodu. Jestliže jde o soustavu hmotných bodů, resp. těles, která mohou navzájem měnit své vzdálenosti, poměry se značně zkomplikují. S takovými případy se setkáváme např. při



Obr. 10.5 Oskulační kružnice při křivočarých pohybech

vyšetřování tepelných kmitům mřížky.

10.3 Tečné a normálové zrychlení

Podle definice vyjadřuje zrychlení nejen změnu rychlosti, ale i změnu jejího směru. V praxi je často velmi důležité vědět, jaká část zrychlení odpovídá změně velikosti rychlosti a jaká část změně jejího směru. To nám umožní vypočítat, jakou sílu musíme vynaložit jen na změnu směru pohybu tělesa při konstantní rychlosti. Prvou část zrychlení, odpovídající změně velikosti rychlosti nazýváme tečné zrychlení $\boldsymbol{a}_t$, druhou část odpovídající změně směru rychlosti nazýváme normálové zrychlení $\boldsymbol{a}_n$. Jsou definovány větami 10.14 a 10.15.

10.14

Tečné zrychlení je definováno

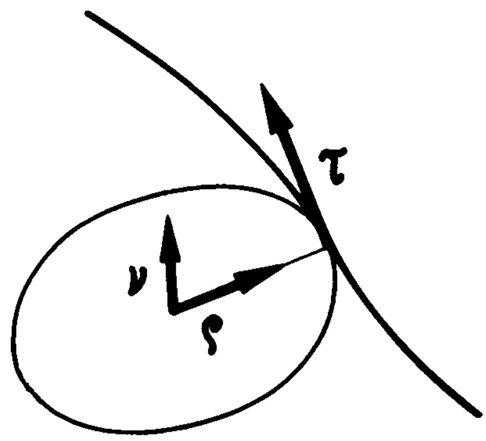
$$\boldsymbol{a}_t = \frac{dv}{dt}\,\tau\,. \qquad (10.17)$$

10.15

Normálové zrychlení je definováno

$$\boldsymbol{a}_n = v\frac{d\tau}{dt} = -\frac{v^2}{r}\rho = -r\omega^2\rho\,, \qquad (10.18)$$

kde r je poloměr kruhové dráhy, resp. poloměr oskulační kružnice (obr. 10.5) a $\boldsymbol{\rho}$ je jednotkový vektor ve směru polohového vektoru.



Obr. 10.6 K odvození tečného a normálového zrychlení

Při odvození vztahů (10.17) a (10.18) můžeme vyjít z vyjádření $\boldsymbol{v} = v\,\boldsymbol{\tau}$ a derivováním získat vztah

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{dv}{dt}\tau + v\frac{d\tau}{dt}\,.$$

Derivaci jednotkového vektoru $\boldsymbol{\tau}$ podle času můžeme vyjádřit podle (10.14), takže dostaneme ($\boldsymbol{\omega} = \omega\,\boldsymbol{\upsilon} = v\,\boldsymbol{\upsilon}/r$)

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_t + \boldsymbol{a}_n = \frac{dv}{dt}\,\tau + v(\omega \times \tau)$$

$$= \frac{dv}{dt}\,\tau + v\omega\,(\nu \times \tau) = \frac{dv}{dt}\,\tau - \frac{v^2}{r}\rho\,,$$

protože podle obr. 10.6 je $\boldsymbol{\upsilon} \times \boldsymbol{\tau} = -\boldsymbol{\rho}$. Normálové zrychlení má tedy směr $-\boldsymbol{\rho}$, takže leží ve směru normály k dráze, což se odrazilo v názvu Z předchozího vyplývá vztah pro velikost zrychlení

$$\boldsymbol{a} = (a_n^2 + a_t^2)^{\frac{1}{2}} = \left[\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + r^2\omega^4\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad (10.19)$$

10.4 Složený pohyb

O složeném pohybu mluvíme tehdy, jestliže zkoumáme určitý pohyb z hlediska dvou vztažných soustav, přičemž se jedna soustava pohybuje vůči druhé soustavě známým pohybem. Problém, který je nutno vyřešit je tento: je znám pohyb hmotného bodu vzhledem ke druhé vztažné soustavě. Příkladem je úloha nalezení rovnic pohybu hmotného bodu vzhledem k pozorovateli na břehu řeky, je-li znám jeho pohyb vzhledem k lidi, která se pohybuje známou rychlostí vzhledem k břehu. Dalším příkladem může být nalezení rovnic pohybu družice vůči Zemi, jsou-li známy rovnice pohybu vzhledem k soustavě spojené se Sluncem a stálicemi (z astronomických měření). Později uvidíme, že všechny problémy související s pohybem těles vůči pozorovateli na Zemi vedou na problém složeného pohybu. Příslušné vztahy poskytují věty 10.16 až 10.18.

10.16

Absolutní derivace (neboli derivace vzhledem k pevné soustavě S) vektoru $\boldsymbol{b}'$ (tj. vektoru, který je vztažen k soustavě S') podle času a jeho relativní derivaci (neboli derivaci vzhledem k pohybující se soustavě S') souvisí se vztahem

$$\left(\frac{d\boldsymbol{b}'}{dt}\right)_a = \left(\frac{d\boldsymbol{b}'}{dt}\right)_r + \omega_o x \boldsymbol{b}', \qquad (10.20)$$

kde ω_O je úhlová rychlost otáčení soustavy S' vzhledem k soustavě S, a kde ještě je nutno vyjádřit jednotkové vektory na pravé straně $\boldsymbol{i}', \boldsymbol{j}'$ a $\boldsymbol{k}'$ pomocí vektorů $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}$ a $\boldsymbol{k}$.

10.17

Rychlost hmotného bodu $\boldsymbol{v}$ vzhledem k pevné soustavě S souvisí s rychlostí $\boldsymbol{v}'$ vzhledem k pohybující se soustavě S' podle vztahu

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_o + \boldsymbol{v}' + (\omega_o x \boldsymbol{r}'), \qquad (10.21)$$

kde jednotkové vektory $\boldsymbol{i}'$, $\boldsymbol{j}'$ a $\boldsymbol{k}'$ obsažené ve vektorech $\boldsymbol{r}'$ a $\boldsymbol{v}'$ je nutno vyjádřit vektory $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}$ a $\boldsymbol{k}$.

Mějme pro jednoduchost nepohyblivou soustavu S a soustavu S', která se pohybuje vzhledem k soustavě S tak, že rychlost jejího počátku je $\boldsymbol{v}_o$, zrychlení $\boldsymbol{a}_o$, úhlová rychlost ω_o a úhlové zrychlení ε_o, obr. 10.7. Polohový vektor, rychlost a zrychlení hmotného bodu vzhledem k soustavě S' nechť jsou $\boldsymbol{r}'$, $\boldsymbol{v}'$ a $\boldsymbol{a}'$, vzhledem k soustavě S pak $\boldsymbol{r}$, $\boldsymbol{v}$ a $\boldsymbol{a}$. Jednotkové vektory $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ jsou podle předpokladu konstantní (nemění svůj směr), zatímco jednotkové vektory $\boldsymbol{j}, '\boldsymbol{i}', \boldsymbol{k}'$ mění svou polohu v čase (vzhledem k S). To má za následek, že při derivování libovolného vektoru $\boldsymbol{b}'$, (který je vztažen na soustavu S') podle času v pohyblivé soustavě S' je nutno považovat za časově proměnné jen složky vektoru $\boldsymbol{b}'$ (tzv. relativní derivace), zatímco při derivování téhož vektoru $\boldsymbol{b}'$ podle času v pevné soustavě S je nutno kromě toho uvážit i časovou závislost jednotkových vektorů $\boldsymbol{i}'$, $\boldsymbol{j}'$ a $\boldsymbol{k}'$ (tzv. absolutní derivace). Můžeme tedy psát pro relativní derivaci vektoru $\boldsymbol{b}'$ vůči S'

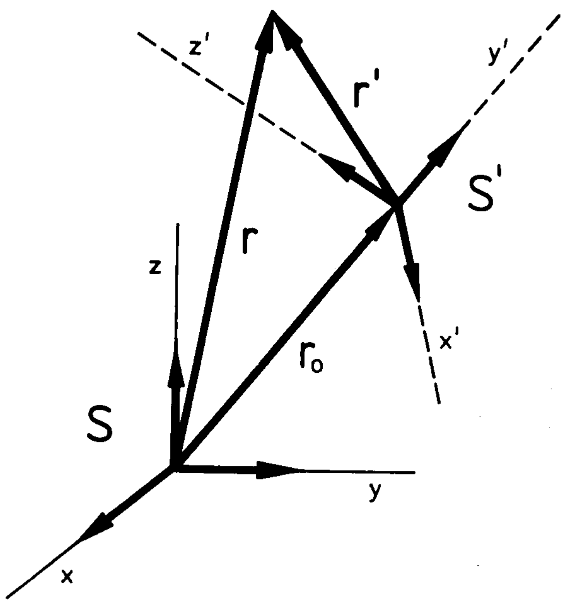
$$\left(\frac{d\boldsymbol{b}'}{dt}\right)_r = \frac{db_{x'}}{dt}\boldsymbol{i}' + \frac{db_{y'}}{dt}\boldsymbol{j}' + \frac{db_{z'}}{dt}\boldsymbol{k}' \qquad (10.23)$$

10.18

Zrychlení hmotného bodu $\boldsymbol{a}$ vzhledem k pevné soustavě S souvisí se zrychlením $\boldsymbol{a}'$ vzhledem k pohybující se soustavě S' podle vztahu (10.22) dostaneme

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_o + \boldsymbol{a}' + (2\omega_o x \boldsymbol{v}') + \\ + [\omega_o x(\omega_o x \boldsymbol{r}')] + (\epsilon_o x \boldsymbol{r}'), \tag{10.22}$$

kde jednotkové vektory $\boldsymbol{i}'$, $\boldsymbol{j}'$ a $\boldsymbol{k}'$ obsažené ve vektorech $\boldsymbol{r}'$, $\boldsymbol{v}'$ a $\boldsymbol{a}'$ je nutno vyjádřit vektory $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$ a $\boldsymbol{k}$.



Obr. 10.7 K vyjádření složeného pohybu

IL'KOVIČ Dionýz, 1907-1980, slovenský fyzik,

a pro absolutní derivaci $\boldsymbol{b}'$ vůči S

$$\left(\frac{d\boldsymbol{b}'}{dt}\right)_a = \frac{db_{x'}}{dt}\boldsymbol{i}' + \frac{db_{y'}}{dt}\boldsymbol{j}' + \frac{db_{z'}}{dt}\boldsymbol{k}' + \\ + b_{x'}\frac{d\boldsymbol{i}'}{dt} + b_{y'}\frac{d\boldsymbol{i}'}{dt} + b_{z'}\frac{d\boldsymbol{k}'}{dt}. \tag{10.24}$$

Použitím vztahu (10.14) pro derivace vektorů $\boldsymbol{i}'$, $\boldsymbol{j}'$ a $\boldsymbol{k}'$ vztah (10.24) přejde ve vztah (10.20). Nakonec je nutno ve vztahu (10.24) ještě provést transformaci jednotkových vektorů $\boldsymbol{i}'$, $\boldsymbol{j}'$ a $\boldsymbol{k}'$ na $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$ a $\boldsymbol{k}$. Tak např. pokud položíme $\boldsymbol{k}' = \boldsymbol{k}$ a uvážíme vzájemnou rotaci soustav stálou úhlovou rychlostí $\boldsymbol{\omega}_0 = \omega_0\boldsymbol{k}$ bude $\boldsymbol{i}' = \cos(\omega_0 t)\ \boldsymbol{i} + \sin(\omega_0 t)\ \boldsymbol{j}$ a $\boldsymbol{j}' = \sin(\omega_0 t)\boldsymbol{i} + \cos(\omega_0 t)\ \boldsymbol{j}$.

Vztah (10.21) odvodíme bezprostředně z definice rychlosti $\boldsymbol{v}$ (vzhledem k soustavě S) $\boldsymbol{v} = d\boldsymbol{r}/dt$ a z poznatku (obr. 10.7) $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0 + \boldsymbol{r}'$. Dostaneme

$$\boldsymbol{v} = \left(\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right)_a = \left(\frac{d\boldsymbol{r}_o}{dt}\right)_a + \left(\frac{d\boldsymbol{r}'}{dt}\right)$$

Prvý člen na pravé straně má význam rychlosti soustavy S' vzhledem k S, druhý člen upravíme podle vztahu (10.20) a dostaneme

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_o + \left(\frac{d\boldsymbol{r}'}{dt}\right)_r + \omega_o x \boldsymbol{r}' = \\ = \boldsymbol{v}_o + \boldsymbol{v}' + \omega_o x \boldsymbol{r}',$$

což je vztah (10.21).

Zrychlení v pevné soustavě S je podle definice prof. SVŠT, akademik SAV, člen korespondent ČSAV, žák a spolupracovník J.Heyrovského, nositele Nobelovy ceny. Zabýval se hlavně termodynamikou, elektrodynamikou a teorií relativity. Odvodil světoznámou rovnici (Il'kovičova rovnice) pro polarografické proudy, která je základem kvantitativní polarografie. Napsal první moderní slovenskou učebnici fyziky. V této učebnici základního kurzu fyziky určené pro vysoké školy technické, příp. přírodovědecké fakulty, důsledně použil vektorové analýzy a základů tenzorové analýzy. Byl jedním ze zakladatelů SAV a zasloužil se o rozvoj slovenské vědy v poválečných letech. Byl nositelem mnoha státních vyznamenání.

$$\boldsymbol{a} = \left(\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}\right)_a = \left(\frac{d\boldsymbol{v_o}}{dt}\right)_a + \left(\frac{d\boldsymbol{v}'}{dt}\right)_a + \left[\left(\frac{d\omega_{\boldsymbol{o}}}{dt}\right)_a x\boldsymbol{r}'\right] + \left[\omega_{\boldsymbol{o}} x \left(\frac{d\boldsymbol{r}'}{dt}\right)_a\right].$$

Člen d$\boldsymbol{v}_o$/dt má význam zrychlení $\boldsymbol{a}_o$ soustavy S' vzhledem k S, člen d$\boldsymbol{\omega}_o$/dt je úhlové zrychlení $\boldsymbol{\varepsilon}_o$ soustavy S' vzhledem k S. Ostatní členy upravíme podle vztahu (10.20) a po jednoduché úpravě získáme vztah (10.22).

Při řešení pohybů vzhledem k soustavě vázané na Zemi je situace obrácená. Rychlost v a zrychlení a v soustavě S jsou známé na základě obecných dynamických zákonů a to, co je nutno vypočítat, je jakou rychlostí v' a zrychlení a' naměří pro tento pohyb pozorovatel v souřadné soustavě S', která se pohybuje. Ze vztahů (10.21) a (10.22) dostaneme

$$\boldsymbol{v}' = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{v_o} - \omega_{\boldsymbol{o}} x\boldsymbol{r}' \qquad (10.25)$$

a dále

$$\boldsymbol{a}' = \boldsymbol{a} - \boldsymbol{a_o} - (2\omega_{\boldsymbol{o}} x\boldsymbol{v}') - [\omega_{\boldsymbol{o}} x(\omega r_o x r')] - (\epsilon_{\boldsymbol{o}} x\boldsymbol{r}'). \qquad (10.26)$$

V těchto vztazích jsou vektory $\boldsymbol{r}'$, $\boldsymbol{v}'$ a $\boldsymbol{a}'$ vztaženy na soustavu S', vektory $\boldsymbol{v}$ a $\boldsymbol{a}$ na soustavu S. Proto je ještě nutno převést jednotkové vektory $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$ a $\boldsymbol{k}$ na vektory $\boldsymbol{i}'$, $\boldsymbol{j}'$ a $\boldsymbol{k}'$. Rovnice (10.25) a (10.26) využijeme při vyšetřování pohybů vzhledem k tzv. neinerciálním soustavám, jakou je např. soustava spojená s naší Zemí.